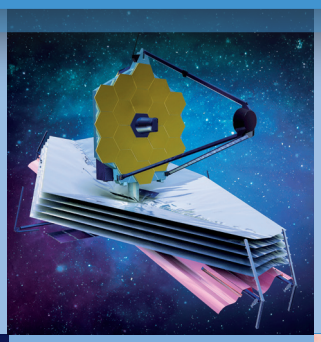
OKTATÁSI HIVATAL

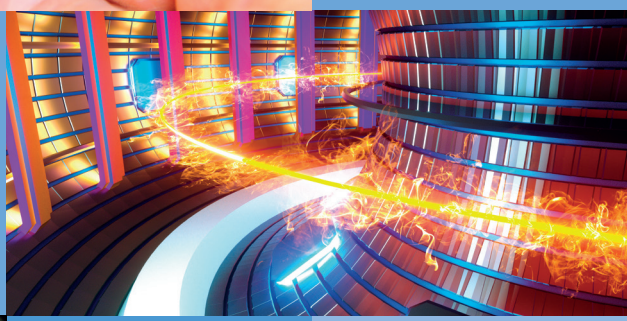
NAT 2020

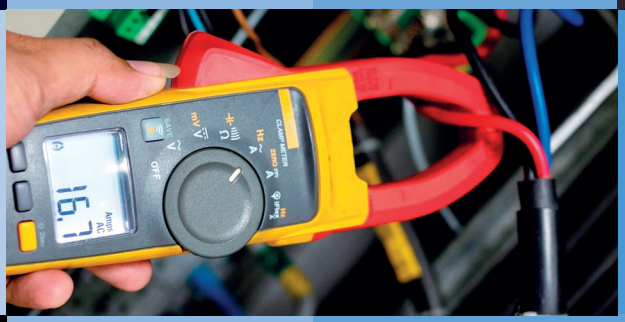
11–12



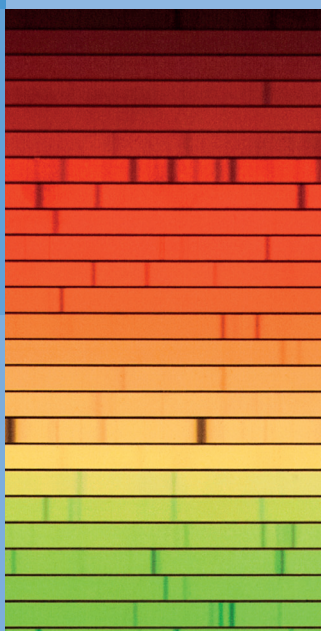












Gyűjtemény a

Fizika

emelt szintű oktatásához

CSAJÁGI SÁNDOR • DÉGEN CSABA
ELBLINGER FERENC • PÓDA LÁSZLÓ
SIMON PÉTER • URBÁN JÁNOS

Gyűjtemény a

FIZIKA

emelt szintű oktatásához

11–12.

OKTATÁSI HIVATAL

A tankönyv TKV/387-7/2022. engedélyszámon 2022. március 24-től 2027. augusztus 31-ig engedélyt kapott.

A tankönyv megfelel a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készült, 2020. 01. 31. után kiadott Kerettantervre épülő Fizika tantárgy érettségi követelményeinek.

A tankönyvvé nyilvántartási eljárásban közreműködő szakértő: Kondor László

Tananyagfejlesztők: Csajági Sándor, Dégen Csaba, Elblinger Ferenc, Póda László, Simon Péter, Urbán János

Szakmai lektor: dr. Fülöp Ferenc

Kerettantervi szakértő: dr. Ádám Péter

Felelős szerkesztő: Csajági Sándor

Szerkesztő: Lampert Csaba

Grafikák: Hegedűs-Egeresi Ilona Lilla, Szalóki Dezső

Tipográfia és fedélterv: Nagy Áron, Bánáti János

A tankönyvben szereplő kísérleti fotók elkészítéséért köszönetet mondunk Piláth Károlynak és Sánta Balázsnak.

© Oktatási Hivatal, 2022

ISBN 978-963-436-250-0

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök • Raktári szám: OH-FIZ1112E
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos • Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó
Grafikai szerkesztő: Nagy Áron • Nyomdai előkészítés: Banó Mária
Terjedelem: 52,02 (A/5) ív • A könyv tömege: 1020 gramm • 1. kiadás, 2022

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.
Nyomtatta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen
Felelős vezető: György Géza vezérigazgató
A nyomdai megrendelés törzsszáma:

magyar nyomdatermék
NYOMDA- ÉS PAPÍRIPARI SZÖVETSÉG

Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001. számú, „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült.

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Bevezetés

Miről lesz szó a Fizika 11–12. oktatásához szükséges emelt szintű gyűjteményben?

Az előző évfolyamok fizikaóráin a diákoknak lehetőségük volt megismerkedni különböző témakörökkel, melyeket ez a gyűjtemény is taglal, azonban jóval mélyrehatóbban és részletesebben. Ilyenek többek között a hullámtani jelenségek; az elektromosság; a generátorok és motorok; az atom szerkezete, fénykibocsátás, radioaktivitás; a Föld, a Naprendszer és a Világegyetem; a Föld jövője, megóvása vagy az űrkutatás eredményei és még sorolhatnánk.

Mivel gyűjteményünk fő célja az emelt szintű érettségire való felkészülés és felkészítés, ezeket és egyéb, már ismert témaköröket is tartalmaz. Vannak azonban olyanok is, amelyek témájukból adódóan a fizika iránt érdeklődő diákoknak nagyon izgalmasnak ígérkeznek. Ilyenek például a nukleáris fizika, a fizika az orvoslásban, a csillagok életútja vagy a kozmológia és a jelen kihívásai.

Kiadványunk tizenhat témakörből áll, az egyes témakörökben különböző számú témákat mutatunk be és elemzünk különféle megközelítésből. Az egyes témák szerkezete hasonló, ám az adott témából adódóan nem mindenképpen egyforma. A már korábban megszerzett ismereteket a téma elején található Emlékeztetőben találjuk, értelemszerűen a merőben új tananyagoknál ez a szakasz nem szerepel.

EMLÉKEZTETŐ

Az elektromos mező (erőtér)

Elektromosan töltött testek érintkezés nélkül fejtenek ki erőt egymásra. A töltések azonban nem közvetlenül, a semmin keresztül hatnak egymásra, hanem a köztük lévő **elektromos mező (elektromos erőtér)** közvetíti a hatást. Az elektromos mező a töltéssel rendelkező testek olyan környezete, amelyben az elektromos kölcsönhatás érvényesül. Két töltés közötti erőhatás így valósul meg: az egyik töltés elektromos mezőt hoz létre maga körül, ez a mező erőhatást fejt ki a másik töltésre.

A tananyag nem csupán új ismereteket és törvényszerűségeket tartalmaz, hanem törekszik a fizikai gondolkodásmód, a tudomány művelésének közvetlen megmutatására, fejlesztési területként megjelenítve a korunkat fokozottan érintő, illetve a mai fizikai kutatásokkal kapcsolatos tudományos vitát, támogatva a tudományos megismerési folyamat aktív tanulás és kísérletezés során történő élményszerű átélését.

Ehhez járulnak hozzá különböző típusú feladataink is, mint például a Kísérletek;

KÍSÉRLET

Az ábra szerinti, rúdelemmel működtetett áramkörben megfigyelhető, hogy az izzók fénye gyengébb, ha mindkettőt működtetjük, mint amikor csak egyet, annak ellenére, hogy mindkettő az elem feszültségét kapja. Az áramforrás feszültsége csökken, ha jobban terheljük, azaz amikor nagyobb áramot szolgáltat.



a Mérési feladatok;

MÉRÉSI FELADAT

Áramforrás jellemzőinek meghatározása

Feszültség- és árammérés segítségével határozzuk meg az áramforrás (szárazelem) jellemző adatait: belső ellenállását, elektromotoros erejét, rövidzárási áramát!

Szükséges eszközök: 4,5 V-os laposelem, vagy dobozba foglalt áramforrás két banánhüvely-kivezetéssel, feszültségmérő, árammérő, 10–20 Ω-os és 4–5 A-rel terhelhető tolóellenállás, kapcsoló, röpzsinórok, krokodilcsipesz.

Feladat: A csúszka helyzetét változtatva legalább

vagy a Kidolgozott feladatok.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Másfél órán át tartó elektrolízist végzünk krómiont tartalmazó, 10 Ω ellenállású elektrolitoldattal. Mennyi króm válik ki a katódon 12 V feszültség hatására?

MEGOLDÁS

Adatok:

A króm elektrokémiai egyenértéke: $k = 0{,}18 \frac{\text{mg}}{\text{C}}$

Az elektroliton átfolyó áram erőssége:

$U = 12\ \text{V}$

A Kiegészítő tananyagban – azon kívül, hogy újabb érdekességeket ismerhetünk meg a tudomány történetéből, illetve jeles képviselőinek munkásságáról –, bővebb ismereteket is szerezhetünk az emelt szintű érettségi vizsgához szükséges követelményekből.

Schwarzschild-sugár

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Azt a távolságot, ahol a szökési sebesség éppen a fénysebességgel egyezik meg, tehát a fénynek éppen annyi energiája van, hogy elkerülje a fekete lyuk gravitációs hatását, a fekete lyuk eseményhorizontjának sugarát **Schwarzschild-sugárnak** nevezzük. A Schwarzschild-sugár belsejéből semmi, még a fény sem tud kilépni, csak tovább utazik a fekete lyukban.

A pedagógus a fizikai ismereteket gyakran a gyakorlathoz kapcsolódó témákból kiindulva, a gyakorlatban megfigyelt, megfigyelhető jelenségek magyarázata során mutatja be. Ezt a célt segítik gyűjteményünk Alkalmazások elnevezésű szakaszai is, melyekben megismerhetjük, hogyan működnek a tanult ismeretek, elméletek a mindennapjainkban. Mindezt olyan konkrét, gyakorlati példák és szituációk segítségével mutatják be ezek a szakaszok, melyekkel a diákok nap mint nap találkoznak. Ez biztosítja számukra egyben a felfedezés örömét is, miszerint a tanórán elsajátított elméletek „megtestesülnek és érvényesülnek" a közvetlen környezetükben is.

ALKALMAZÁSOK

A radioizotópos termoelektromos generátor működési elve

A generátor (RTG) Seebeck-hatással közvetlenül elektromos árammá alakítja a radioaktív izotópok hőjét. Vegyünk két különböző fémet vagy félvezetőt, amelyek egyikét magas (T_2), míg a másikat alacsony (T_1) hőmérsékletű pontra kapcsoljuk. A két félvezetőt egy áramkörbe kapcsolva a félvezetők két pontja között elektromos feszültség jön létre.

Az űreszközöknél a magas hőmérsékletet (T_2) a radioaktív bomlás hője, míg az alacsony hőmérsékletet (T_1) az űr hidege biztosítja.

Az egyes témák végén a megszerzett ismeretek rögzülését az Ellenőrző kérdések biztosítják.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

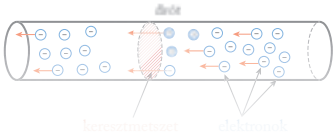
1. Mit értünk egy fogyasztó névleges feszültségén és névleges teljesítményén?
2. Mi a rövidzárlat?
3. Hogyan működik az olvadóbiztosíték?
4. A $P = I^2 \cdot R$ összefüggésből arra következtethetünk, hogy a P elektromos teljesítmény az R ellenállással egyenesen arányos. A $P = \frac{U^2}{R}$ összefüggésből meg arra, hogy fordítottan. Melyik a helyes következtetés?

Az egyes témákat egyesítő témakörök lényege tömören az Összefoglalásokban található, melyeket vizuális tartalmak is gazdagítanak.

Összefoglalás

Elektromos áram

Elektromos töltések tartós, rendezett mozgását, áramlását elektromos áramnak nevezzük.



Az elektromos áram fém vezetőben

Az elsajátított tananyag biztos ismeretét segítik elő a témakörök végén található Összefoglaló feladatok is, melyek Tesztkérdéseket, numerikus Feladatokat és Esszékérdéseket tartalmaznak.

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Egy 100 Ω-os ellenálláshuzalra 10 V egyenfeszültséget kapcsolunk. Mennyi töltés halad át a vezeték egy keresztmetszetén 1 perc alatt?
   A) 60 000 coulomb
   B) 600 coulomb
   C) 6 coulomb

Kiadványunk célja elsősorban a *Fizika emelt szintű érettségi vizsga* sikeres letételének elősegítése, azonban nem elhanyagolható szempont a diákok természettudományos szemléletének, műveltségének formálása és bővítése sem. Ehhez kívánnak sok sikert a gyűjtemény szerzői, lektorai és további alkotói.

Tartalom

Bevezetés ... 3

I. Elektromos mező ... 7
1. Elektromos állapot ... 8
2. Coulomb törvénye ... 11
3. Elektromos mező, térerősség, erővonalak ... 14
4. Feszültség, potenciál ... 18
5. Vezetők elektrosztatikus térben ... 23
6. Gravitációs és elektrosztatikus mező ... 28
Összefoglalás ... 32
Összefoglaló feladatok ... 34

II. Kondenzátorok, kapacitások ... 38
1. Kondenzátorok ... 39
2. Kondenzátorok energiája, kapcsolása ... 44
Összefoglalás ... 47
Összefoglaló feladatok ... 48

III. Egyenáramok ... 52
1. Az elektromos áram. Áramerősség. Hatások ... 53
2. Ohm törvénye ... 57
3. Az áram munkája, teljesítménye ... 61
4. Áramkörök ... 65
5. Áram és feszültségmérés, vegyi hatás, akkumulátorok, elemek ... 70
Összefoglalás ... 76
Összefoglaló feladatok ... 78

IV. Mágneses mező ... 84
1. A mágneses tér jellemzése ... 85
2. Az áram keltette mágneses tér ... 91
3. Töltött részecskék mozgása mágneses térben ... 96
Összefoglalás ... 101
Összefoglaló feladatok ... 102

V. Indukció, mágneses energia ... 106
1. Az indukált feszültség ... 107
2. Az indukált áram ... 112
Összefoglalás ... 119
Összefoglaló feladatok ... 120

VI. A váltakozó áram keletkezése, jellemzése ... 124
1. A váltakozó feszültség előállítása ... 125
2. A váltakozó áram hatásai, teljesítménye ... 127
3. A váltakozó áramú áramkör ... 130
4. A transzformátor ... 134
5. Váltakozó áramú generátorok és motorok ... 137
Összefoglalás ... 140
Összefoglaló feladatok ... 142

VII. Félvezetők ... 146
1. A félvezetők szerkezete, sajátvezetés, *n*-típusú és *p*-típusú adalékolás ... 147
2. Félvezető diódák, tranzisztorok ... 150
3. A félvezetők alkalmazásai ... 152
Összefoglalás ... 156
Összefoglaló feladatok ... 158

VIII. Hullámok, rezgőkör ... 160
1. Mechanikai hullámok leírása ... 161
2. Hullámtani jelenségek ... 164
3. Hangtan ... 169
4. Elektromágneses rezgés, hullám ... 175
5. Speciális relativitáselmélet ... 179
Összefoglalás ... 186
Összefoglaló feladatok ... 188

IX. Optika ... 192
1. Fénytani alapjelenségek ... 193
2. Optikai képalkotás ... 198
3. Hullámoptika ... 203
Összefoglalás ... 210
Összefoglaló feladatok ... 212

X. Atomfizika: foton és elektron ... 214
1. Az atomok kémiai jellemzői és az elektron ... 215
2. A fényelektromos jelenség ... 222
3. A fény kettős természete ... 229
4. A röntgensugárzás és tulajdonságai ... 233
Összefoglalás ... 238
Összefoglaló feladatok ... 240

XI. Az atommodellek 244
1. A korai atommodellek 245
2. A Bohr-modell 249
3. Az elektron kettős természete. Az elektronmikroszkóp 253
4. A kvantummechanikai atommodell 257
5. Az elektronszerkezet és a periódusos rendszer 260
Összefoglalás 263
Összefoglaló feladatok 265

XII. A radioaktivitás 268
1. Az atommag összetétele, magreakciók 269
2. A radioaktivitás 273
3. Bomlási sorok, radioaktív kormeghatározás 280
Összefoglalás 285
Összefoglaló feladatok 287

XIII. Nukleáris fizika 290
1. A maghasadás és a láncreakció 291
2. Az atomreaktor 294
3. A magfúzió 300
4. Sugáregészségügyi fogalmak és mérőműszerek 303
5. Sugárözönben élünk 307
6. Radioaktív izotópok ipari és tudományos alkalmazásai 312
7. Anyag és antianyag, kölcsönhatások 315
8. Az anyag építőkövei: a kvarkok (Kiegészítő anyag) 318
Összefoglalás 320
Összefoglaló feladatok 322

XIV. Fizika az orvoslásban 326
1. A röntgen- és gamma-sugárzás alkalmazásai 327
2. A radioaktív nyomjelzés és alkalmazásai 330
3. Radioaktív sugárzások orvosi alkalmazásai 333
4. Nem ionizáló sugárzások az orvoslásban 335
5. Képalkotó eljárások összehasonlítása (Kiegészítő anyag) 340
Összefoglalás 341
Összefoglaló feladatok 343

XV. Csillagok életútja 346
1. Csillagok születése és fejlődésük 347
2. Kis tömegű csillagok életútja 350
3. Nagy tömegű csillagok életútja 352
4. A csillagok néhány állapothatározója 356
5. Hertzsprung–Russell-diagram 358
6. Galaxisok, galaxishalmazok 361
Összefoglalás 366
Összefoglaló feladatok 369

XVI. Kozmológia és a jelen kihívásai 372
1. Vöröseltolódás a csillag fényében 373
2. Hubble-törvény 377
3. Ősrobbanás-elmélet 379
4. Az univerzum jövője 381
5. Az űrkutatás és eszközei 384
6. Bináris kettősök, exobolygók 388
Összefoglalás 392
Összefoglaló feladatok 394

Név- és tárgymutató 398

Fotók és ábrák forrásjegyzéke 402

I. Elektromos mező







1. Elektromos állapot

EMLÉKEZTETŐ

Elektromos állapot

Dörzsölés hatására, illetve testek szoros érintkezésekor sok anyag **elektromos állapotba** jön, feltöltődik. Ilyenkor apró testeket magához vonz, majd eltaszít.

Elektrosztatikus erő

Elektromos állapotba hozott testek között **elektrosztatikus erő** lép fel. Az elektrosztatikus erő lehet vonzó- vagy taszítóerő.

Két töltés közti elektrosztatikus erő nagysága függ a testek távolságától, és a távolság növelésével csökken. Az elektrosztatikus erő a testek érintkezése nélkül is hat, vagyis az üres téren keresztül is érvényesül.

Töltés

Az elektrosztatikus kölcsönhatás okozója az elektromos töltés. A töltést az elektromos tulajdonság mértékének tekintjük. Jele: Q, esetenként q.

Kétféle elektromos állapot, azaz kétféle töltés létezik: ezeket pozitívnak, illetve negatívnak nevezzük. A bőrrel dörzsölt üvegrúd töltését pozitívnak, a szőrmével dörzsölt műanyag rúdét negatívnak nevezzük. Az elektromos állapotot okozó töltés egyik testről átvihető a másikra; szoros érintkezéskor a testek egymást töltik fel. Az elektromos töltés előjeles mennyiség. Az azonos előjelű töltések között taszító, a különbözőek között vonzó elektrosztatikus erő lép fel. A semleges állapotú testeket mindkét töltés vonzza. Az elektromosan semleges testekben a kétféle töltés azonos mértékű, előjeles összegük nulla. Dörzsöléskor a kétféle töltést szétválasztjuk.

Töltésmegmaradás

Zárt anyagi rendszer összes elektromos töltése állandó. Ez a töltésmegmaradás törvénye.

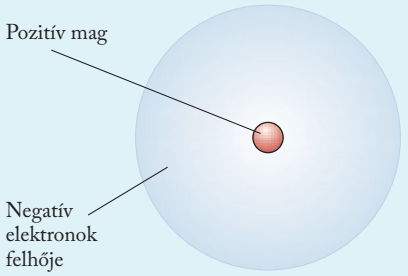
Vezetők, szigetelők

A vezetőkben a töltés egy része könnyen elmozdulhat. A szigetelőanyagokban gyakorlatilag nincsenek mozgóképes töltések.

Földelés

Egy fémtest azonnal elveszíti töltését, ha egy fémdróton keresztül összekötjük a földdel. Ilyenkor a töltését a földbe vezetjük. A jelenség neve: földelés. Ha el akarjuk kerülni egy fémes anyag elektrosztatikai feltöltődését, akkor leföldeljük.

Az elektromos állapot anyagszerkezeti magyarázata:



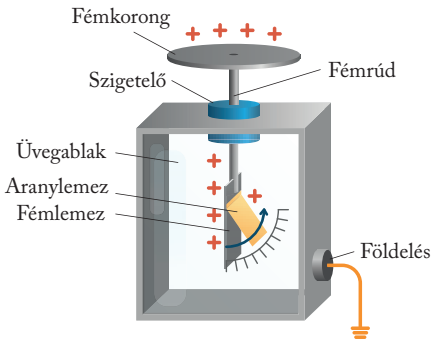
Egyszerű atommodell vázlatos rajza

Egy semleges atom elektronfelhőjét ugyanannyi elektron alkotja, amennyi a mag protonjainak a száma. Különböző anyagok elektronjai különböző mértékben kötődnek az atomhoz. Két eltérő tulajdonságú tárgy szoros érintkezésekor az elektronjait kevésbé kötő anyagról elektronok jutnak át a másikra. Tehát mind a pozitív, mind a negatív elektromos állapotot a negatív töltésű elektronok mozgása okozza, a pozitív töltésű részecskék helyhez kötöttek. A pozitív elektromos állapotot elektronhiány, a negatívat pedig elektrontöbblet okozza. Vezető anyagokban a pozitív töltésű fémionok helyhez kötöttek, az elektronok egy része pedig, mivel nincs az atommaghoz kötve, szabadon elmozdulhat a kristályrácsban.

Az elektroszkóp

Testek elektromos állapotát érzékszerveinkkel általában nem észleljük. Szerkeszthetők azonban olyan eszközök, amelyek segítségével az elektromos töltés kimutatható. Ilyen eszköz az elektroszkóp.

Az elektroszkópok az azonos előjelű töltések közti taszítóerő hatását felhasználva jelzik a töltés jelenlétét. Többféle elektroszkóp közül leggyakrabban a lemezes elektroszkóppal találkozhatunk. Üvegedénybe jól szigetelő dugón át fémrúd nyúlik be, ennek alsó végére két könnyű fémlemezke van erősítve. Ha a fémrúd kiálló végén lévő fémgömbhöz elektromosan töltött testet érintünk, a gömb átveszi ennek töltését. A lemezkék egynemű töltésűek



Elektroszkóp

lesznek, taszítják egymást, ezért szétágaznak. Egy másik fajta elektroszkópban egy vékony fémtű fordul el a töltés hatására. A hitelesített skálával ellátott elektroszkópot elektrométernek nevezzük. Ez nemcsak a töltés jelenlétének kimutatására, hanem mennyiségének mérésére is alkalmas eszköz. Az elektrométer lemezeinek kitérése arányos a taszítóerővel, illetve a rajtuk lévő elektromos töltéssel.

KÍSÉRLET

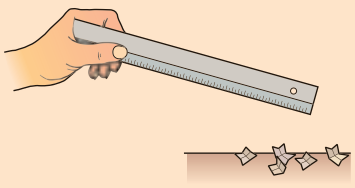
Dörzsöléssel negatívan feltöltött műanyag vonalzó elektrosztatikus vonzóerővel hat a gyengén megnyitott csapból folyó vízsugárra: jól láthatóan elhajlítja. Érdemes megismételni pozitívan feltöltött testtel is a kísérletet, és elgondolkodni a tapasztalt jelenségen.



Műanyag vonalzót dörzsölj meg száraz papírral vagy szőrmével!

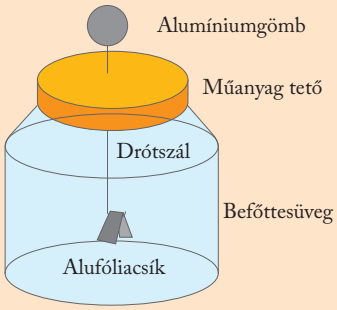
Közelítsd az így előkészített vonalzót az asztalon fekvő apró papírdarabokhoz!

Mit tapasztalsz?



Néhány centiméteres vattadarabokkal még látványosabb a jelenség.

Elektroszkóp házilag is készíthető:



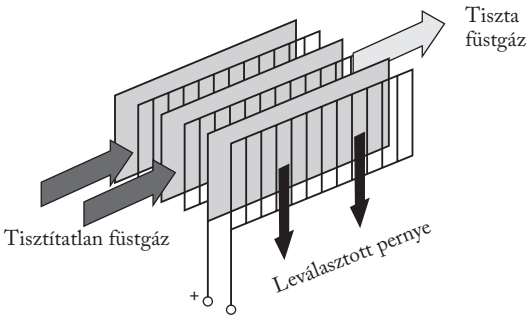
Elektromos állapot a mindennapokban

Elektromos jelenségek nemcsak a fizikaórán, hanem mindennapjainkban is jelentkeznek. Ismertek a légkör elektromos jelenségei. A felhőket állandó mozgásban lévő vízcseppek alkotják. A levegővel súrlódó vízcseppek elektromos állapotba kerülnek. A zivatarok idején keletkező villámokat a felhők elektromos töltése okozza. Hétköznapi helyzetekben gyakran tapasztaljuk az elektromos jelenségeket: műszálas pulóver levetésekor, fésülködéskor. A legtöbb ilyen jelenség azonban számunkra észrevétlenül zajlik. Töltésszétválasztás történik például a keringő vér és az érfalak között, járás közben a talpunk és a föld között, a guruló autó és az úttest között. A ceruzahegy és a papír is feltöltődik rajzolás közben. A töltésszétválasztást töltéskiegyenlítődés követi. Ez parányi szikra formájában is megtörténhet. Ez sokszor kellemetlen: például műanyag padlón gyaloglás után fémtárgy érintésekor vagy a feltöltődött autókarosszériához hozzáérve szúró érzést, gyenge áramütést érzünk. Gyúlékony gáz jelenlétében azonban ez az apró szikra veszélyes is lehet: könnyen feltöltődő műanyag kannába benzint önteni robbanásveszélyes! A feltöltődés elkerülésére vezető anyagot tartalmazó, úgynevezett antisztatikus bevonatokat alkalmaznak. Gumiabroncsok, ékszíjak anyagába elektromosan vezető anyagként kormot kevernek az elektrosztatikus feltöltődés megakadályozására. Elektronikus eszközökben és hálózatokban is okozhatnak kárt az elektrosztatikus feltöltődést követő jelenségek. Ez ellen általában földeléssel védekeznek.

Elektrosztatikus leválasztók

Hőerőművekben a szén elégetésekor keletkező füstgázt a szabadba történő kibocsátása előtt elektrosztatikus leválasztóval tisztítják. A gáz elektromos erőtéren halad keresztül, ahol a porrészecskék feltöltődnek és az ellentétes

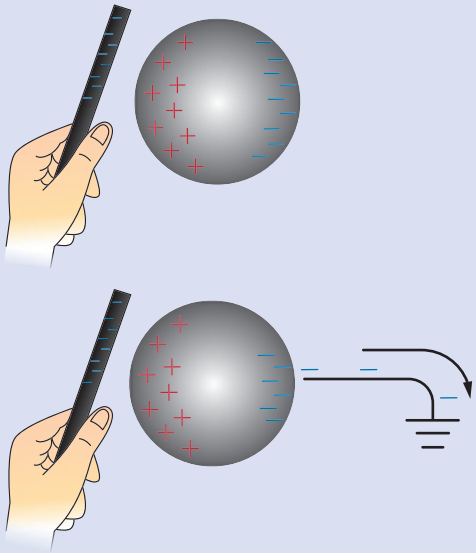
töltésű elektródok felületén lerakódnak, ahonnan időközönként el kell azokat távolítani. Ez az eljárás kis szemcseméretű, szilárd és cseppfolyós halmazállapotú részecskék leválasztására alkalmas módszer.



Elektrosztatikus porleválasztó

KIDOLGOZOTT FELADAT

Hogyan lehet egy töltetlen tárgyat feltölteni úgy, hogy a „töltőeszköz” (feltöltött rúd) nem érinti a töltőeszközt?



Negatívan töltött rudat töltetlen fémgömbhöz közelítünk. A rúdon lévő töltések a fém szabadon mozgó elektronjainak egy részét a gömb másik oldalára taszítják; a rúd közelében a negatív töltések maradnak. Ezután a gömböt leföldeljük (egy fémhuzallal a földdel kötjük össze), a rúd elektronjai a fémhuzalon át a földbe jutnak.

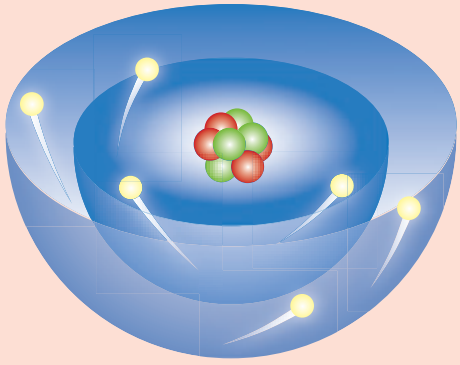
A földelés jelölése: 

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen kísérlettel igazolható az, hogy kétféle elektromos állapot létezik?
2. Mikor mondjuk egy testről, hogy elektromosan semleges?
3. Megváltozik-e a kezdetben semleges műanyag rúd tömege, ha szőrmével megdörzsölve töltést kap?
4. Ékszíjhajtás alkalmazásakor a forgódob felületét sokszor az ékszíjjal azonos anyagú bevonattal látják el. Mi lehet az eljárás célja?
5. Miért pattog, szikrázik a műszálas pulóver a levétele során, ha alatta pamutpólót hordunk, és miért nem szikrázik, ha a pulóver is pamutból van?
6. Műszálas anyagból készült textíliák elektromosan feltöltődve rövid idő alatt elszennyeződnek. Mi lehet ennek az oka?
7. Az elektrosztatikus kisülések általában ártalmatlanok. Az alábbi képen mégis védekeznek ellene. Mikor lehet veszélyes? Nézz utána, hogy milyen módszerekkel lehet védekezni az elektrosztatikus kisüléstől!



8. Nevezd meg az atomot alkotó részecskéket! A piros, illetve zöld színnel ábrázolt részecskék együtt mit alkotnak? A valóságban milyen a színük?



2. Coulomb törvénye

EMLÉKEZTETŐ

Elektromos töltés

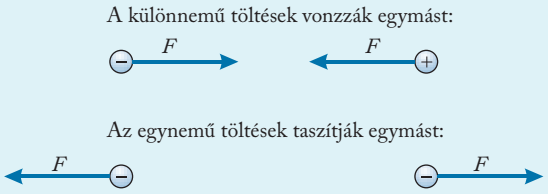
Ha egy jelenség leírásában egy test töltése fontos szerepet játszik, a kiterjedése azonban nem, akkor a ponttöltés fogalommal közelítjük. A gömb alakú, elektromosan töltött testet gyakran akkor is ponttöltésnek tekintjük, ha nagy kiterjedésű.

Az elektrosztatikus erőtörvény

Az elektromos töltések közötti erőhatások mennyiségi törvényét Coulomb francia fizikus állapította meg: Két pontszerű elektromos töltés között ható erő nagysága **egyenesen arányos a töltések szorzatával, és fordítottan arányos a távolságuk négyzetével**. Az erő (vektora) a két töltést összekötő egyenesen fekszik. Matematikai formulával felírva:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

A k arányossági tényező mértékegységgel rendelkező szám. Értéke függ a töltések közötti teret kitöltő közegtől. Ha az elektromos töltések különböző előjelűek, akkor vonzóerőt kapunk, ha egyező előjelűek, akkor taszítóerőt.



Egymást vonzó, illetve taszító töltések

A töltés mértékegysége

A Nemzetközi Mértékegységrendszerben (SI) a töltés mértékegységét coulombnak nevezzük, jele: C. Ha két, egymástól 1 méter távolságra levő gömb mindegyikének 1 coulomb nagyságú töltést adnánk, akkor ezek $9 \cdot 10^9$ newton erővel hatnának egymásra. Ezzel a töltésegységgel a Coulomb-törvényben szereplő k arányossági tényező értéke vákuumban:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

A $9 \cdot 10^9$ N nagyságú erő kb. 900 ezer tonna tömegű test súlya. Az 1 C töltés rendkívül nagy, nem fordul elő a mindennapi gyakorlatban. A dörzsöléssel előállított töltések milliomod coulombnyi (μC) nagyságrendűek.

A természetben előforduló legkisebb töltésmennyiséget elemi töltésnek nevezzük, értéke: $1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ C. Minden más töltésmennyiség ennek egész számú többszöröse. Elemi töltése van például az elektronnak és a protonnak.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Vékony szigetelőrúdra felfűzünk két 1 gramm tömegű gyöngyöt. Azonos előjelű, nagyságú töltéssel látjuk el, majd egymástól 1 m távolságról elengedjük őket.
a) Mekkora gyorsulással kezdenek mozogni?
b) Hogyan alakul a gyorsulásuk és a sebességük?

MEGOLDÁS

Adatok

$$Q_1 = Q_2 = 10^{-6}\ \text{C},\quad m_1 = m_2 = 10^{-3}\ \text{kg}$$

$a = ?$

a) A gyöngyökre egyenlő nagyságú taszítóerő hat:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(10^{-6}\ \text{C})^2}{(1\ \text{m})^2} = 9 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

A gyöngyök kezdő gyorsulása egyenlő tömegük miatt megegyezik:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{9 \cdot 10^{-3}\ \text{N}}{10^{-3}\ \text{kg}} = 9\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

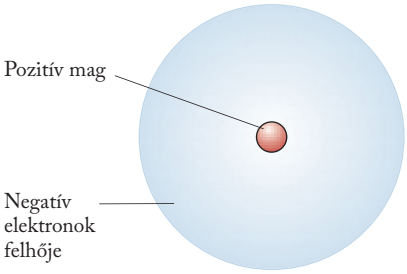
b) A gyöngyöket gyorsító Coulomb-erő a távolodás miatt csökken, ezért gyorsulásuk is csökken, sebességük pedig növekszik.

A vákuum permittivitása

A Coulomb-törvény következményeként felírható összefüggések, mint azt a későbbiekben látni fogjuk, egyszerűbb alakban adhatók meg, ha a k arányossági tényező helyett a vele egyenlő $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ tényezőt használjuk. Az ε_0 mennyiség a vákuum permittivitása: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$.

Polarizáció szigetelőkben

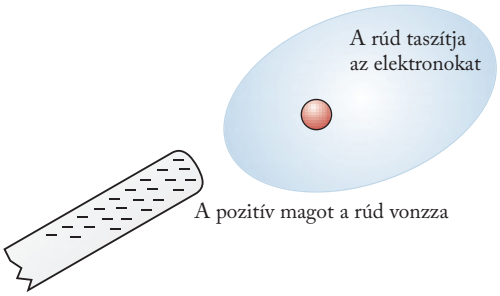
Az ellentétesen töltött testek közti vonzóerőt a Coulomb-törvénnyel kielégítően tudjuk magyarázni. Tapasztaljuk azonban, hogy a töltött műanyag rúd apró, töltetlen testeket (papírdarab, hajszál) is magához vonz. A jelenség oka az atomok polarizációja, amely az atomokban a külső elektromos töltés hatására következik be. Polarizáció hiányában az atommag körüli elektronfelhő közepe egybeesik az atommaggal.



Szimmetrikus töltéseloszlás az atomban

Elektromosan töltött műanyag rúddal közelítve következik be a polarizáció: az elektrosztatikus erők ellentétes iránya miatt a kétféle töltés centruma – a két pólus – elválik egymástól. Az elektronfelhő közepe távolabb kerül a rúdtól, mint a mag. Az elektrosztatikus erő nagysága Coulomb törvényének megfelelően távolságfüggő, ezért a közelebb lévő magra ható vonzás nagyobb lesz, mint a távolabbi elektronokra ható taszítás.

A pozitív töltésű üvegrúd hatására bekövetkező polarizáció is vonzóerőt eredményez.



A külső töltés aszimmetrikus töltéseloszlást okoz



Az apró papírdarabokat az elektromosan töltött műanyag rúd magához vonzza

KIDOLGOZOTT FELADAT

Két töltött, kis méretű fémgolyót erősítünk egy 100 méter hosszú, szigetelőanyagból készült zsinór két végére. A golyókra $+9 \cdot 10^{-6}$ C és $+10^{-6}$ C töltést viszünk.

a) Mekkora erő ébred a zsinórban?

b) A két fémgolyót – összekötésük megtartásával – összeérintjük, majd magukra hagyjuk. Mekkora lesz az egyes fémgolyók töltése a szétválásuk után, ha a két fémgolyó azonos sugarú?

c) Mekkora lesz ezután a zsinórban fellépő erő?

MEGOLDÁS

Adatok:

$Q_1 = 9 \cdot 10^{-6}$ C, $Q_2 = 10^{-6}$ C

$r = 100$ m

---

a) $F = ?$

b) $Q_1' = ?$, $Q_2' = ?$

c) $F = ?$

a) A zsinórban ébredő erő a golyók közti Coulomb-féle taszítóerőt egyenlíti ki, tehát azzal egyenlő:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{9 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{100^2\ \text{m}^2} =$$

$$= 8{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

b) A fémgolyókon lévő töltések kiegyenlítődnek, a golyók egyenlő sugara miatt azonos lesz a töltésük.

$$Q_1' = Q_2' = Q'$$

A töltésmegmaradás törvénye szerint a golyók összes töltése nem változik:

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' = 2Q'$$

Így:

$$Q' = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{9 \cdot 10^{-6}\ \text{C} + 10^{-6}\ \text{C}}{2} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

c) A zsinórban ébredő erő pedig:

$$F = k \cdot \frac{Q'^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-6}\ \text{C})^2}{100^2\ \text{m}^2} =$$

$$= 2{,}25 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

A változatlan távolságú és össztöltésű golyók közti elektrosztatikus erő csaknem háromszorosára nőtt.

ALKALMAZÁSOK

Az elektrosztatikus festés, más néven szinterezés az alumínium- és vastárgyak felületét egyenletes, vékony műanyag bevonattal látja el. Ellentétes előjelű töltést adnak a műanyag festékszemcséknek és a festendő fém munkadarabnak. Így a fém a Coulomb-féle vonzóerő segítségével magához vonzza a műanyag festékport. A megtapadt porfestéket ezután kemencében 160-200 °C-on ráolvasztják a fémfelületre.

Az elektrosztatikus festésnek több előnye is van a hagyományos, oldószeres festéssel szemben: jobban szabályozható a rétegvastagság, tartósabb bevonatot eredményez, továbbá ez az eljárás lényegesen környezetkímélőbb és olcsóbb.

Hasonló elven működik a mezőgazdaságban alkalmazott elektrosztatikus permetezés. Ennek alkalmazásakor is a Coulomb-féle vonzóerőt használják fel a permetezőszer növény felületén történő megtapadásának az elősegítésére.



ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. A Coulomb-féle erőtörvény a fizika ún. reciprok négyzetes törvényei közé tartozik. Mikor nevezünk egy törvényt így? A Coulomb-törvényen kívül milyen más reciprok négyzetes törvényt ismersz?

2. Két kis méretű fémgolyóra ellentétes előjelű, különböző nagyságú töltést viszünk. Melyik golyóra hat nagyobb elektrosztatikus erő, a nagyobb vagy a kisebb töltésűre?

3. Két elektromos töltésű golyó távolságát szigetelt eszközök segítségével megfelezzük. Hogyan változik a köztük fellépő elektrosztatikus erő nagysága?

4. Két golyót elektromosan feltöltünk. A párás levegő miatt rövid időn belül a töltésük felét elveszítik. Hogyan változik a köztük fellépő elektrosztatikus erő? (A golyók helyzetét eközben nem változtatjuk.)

5. Milyen erőhatást ad meg az $F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$ = összefüggés?

6. Két, egymástól d távolságra lévő párhuzamos fémlemezre $+Q$ és $-Q$ elektromos töltést viszünk. A lemezek között elektrosztatikus vonzóerő lép fel. Aki Coulomb törvényére hivatkozva az $F = k \cdot \frac{Q^2}{d^2}$ összefüggéssel gondolja kiszámítani az erő nagyságát, az téved. Mi kerülte el a figyelmét?

7. A töltés egysége egy korábban használt mértékrendszerben Benjamin Franklin amerikai tudós tiszteletére a franklin (Fr) volt. Határozd meg, hogy 1 Fr hány C, ha tudjuk, hogy két 1 Fr nagyságú töltés 1 cm távolságról 10^{-5} N nagyságú erővel taszítja egymást!

8. Két kis méretű, rögzített golyó töltése és tömege +1 μC és 1 mg, illetve + 2 μC és 2 mg. Távolságuk 1 cm.

a) Mekkora elektrosztatikus erő lép fel közöttük?

b) Mekkora gyorsulással indulnak el, ha a rögzítésüket megszüntetjük?

c) Milyen mozgást végeznek a rögzítés megszüntetése után?

d) Mit tudunk mondani a sebességük arányáról?

(A gravitációs erőtől tekintsünk el!)

9. Mekkora az elektrosztatikus vonzóerő egy hidrogénatom protonja és elektronja között? Hányszorosa ez a köztük fellépő gravitációs vonzóerőnek?

3. Elektromos mező, térerősség, erővonalak

EMLÉKEZTETŐ

Az elektromos mező (erőtér)

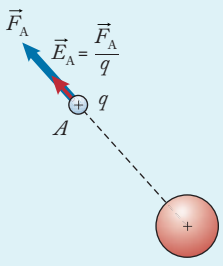
Elektromosan töltött testek érintkezés nélkül fejtenek ki erőt egymásra. A töltések azonban nem közvetlenül, a semmin keresztül hatnak egymásra, hanem a köztük lévő **elektromos mező (elektromos erőtér)** közvetíti a hatást. Az elektromos mező a töltéssel rendelkező testek olyan környezete, amelyben az elektromos kölcsönhatás érvényesül. Két töltés közötti erőhatás így valósul meg: az egyik töltés elektromos mezőt hoz létre maga körül, ez a mező erőhatást fejt ki a másik töltésre.

Az elektromos térerősség

A térerősség a tér pontjaihoz rendelt fizikai mennyiség, ami az elektromos mező erőkifejtő képességét jellemzi az adott pontban. A tér vizsgált A pontjában egy pozitív q mérőtöltést (próbatöltést) képzelünk el.

A próbatöltésre a mező – a q töltéstől függő nagyságú – $\vec{F}_A$ erőt fejt ki. Az $\vec{F}_A$ erő a q próbatöltés nagyságával egyenesen arányos, hányadosuk a q mérőtöltéstől független állandó, az $\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_A}{q}$ **elektromos térerősség**.

Az $\vec{E}_A$ térerősségvektor iránya megállapodás szerint megegyezik a pozitív töltésre ható erő irányával. Mértékegysége: $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$.



A térerősségvektor iránya megegyezik a pozitív töltésekre ható erő irányával

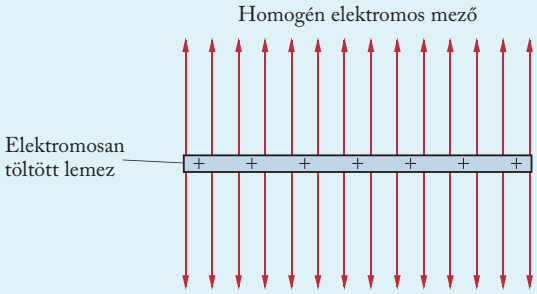
Elektromos mezőben lévő töltésre ható erő

Az elektromos mező egy adott A pontjába helyezett Q töltésre erőt fejt ki. Az F erő az adott pontbeli $\vec{E}_A$ térerősség ismeretében meghatározható:

- nagysága: $F = E_A \cdot Q$;
- hatásvonala az $\vec{E}_A$ vektorral párhuzamos;
- iránya pozitív Q töltés esetén az $\vec{E}_A$ vektoréval megegyező, negatív Q töltés esetén pedig ellentétes.

Homogén elektromos mező

Ha egy elektromos mező pontjaiban a térerősségvektorok azonos irányúak és nagyságúak, akkor a mezőt **homogén térnek** nevezzük. Töltött fémlemez a lemez mindkét oldalán homogén teret hoz létre, ellentett térerővektorokkal.



Homogén elektromos mező térerővektorai az elektromosan töltött lemez két oldalán

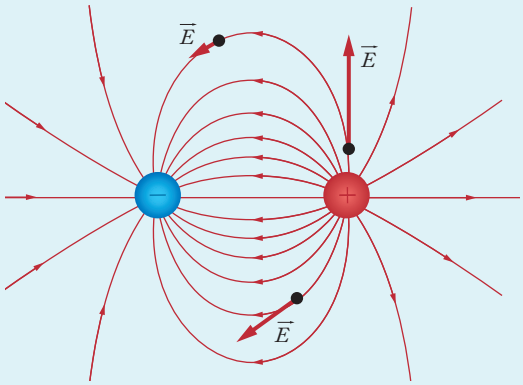
Az elektromos erővonalak

Az elektromos erővonalak az elektromos tér szerkezetét szemléltető képzeletbeli vonalak. Olyan görbék, amelyek érintői a görbék egyes pontjaiban a térerősségvektor hatásvonalával azonosak.

Elektromos mező erővonalképe a térerősség irányát és nagyságát is tartalmazza a következő módon:

- a mező egyes pontjaiban az adott pontbeli térerősségvektor egyenese a görbe érintője;
- az erővonalak sűrűsége a térerősség nagyságával arányos.

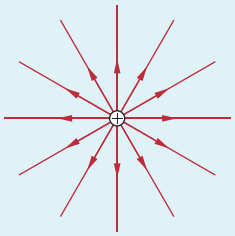
Az elektromos dipólus két azonos nagyságú, ellentétes előjelű ponttöltésből álló rendszer.



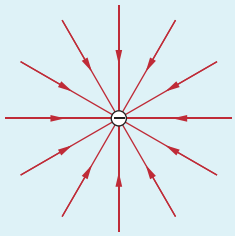
Elektromos dipólus által keltett mező erővonalai

Nyílheggyel jelöljük a térerősség irányát. Pozitív töltésről induló erővonalak negatív töltéseken vagy a végtelenben végződnek, a negatív töltésekre érkező erővonalak a pozitív töltésekről vagy a végtelenből indulnak.

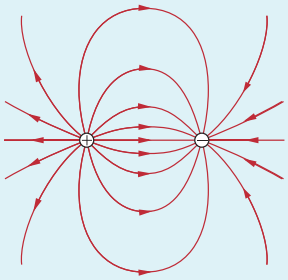
Az elektromos erővonalak sűrűsége a térerősségvektor nagyságával arányos. Ezért az erővonalakra merőleges egységnyi felületen keresztül annyi erővonalat képzelünk el, amennyi ott a térerősség mérőszáma.



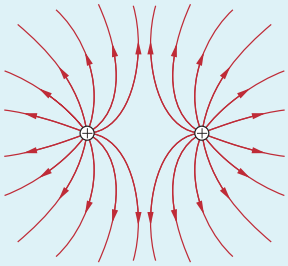
Pozitív ponttöltés mezőjének erővonalai



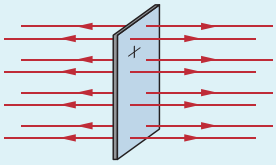
Negatív ponttöltés mezőjének erővonalai



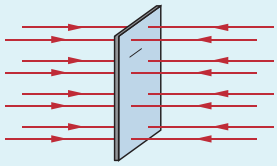
Dipólus erővonalai



Egyenlő nagyságú pozitív töltések erővonalai



Pozitívan töltött fémlemez által keltett mező erővonalai

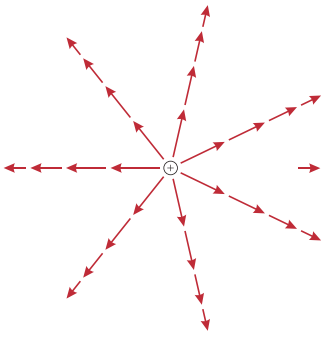


Negatívan töltött fémlemez által keltett mező erővonalai

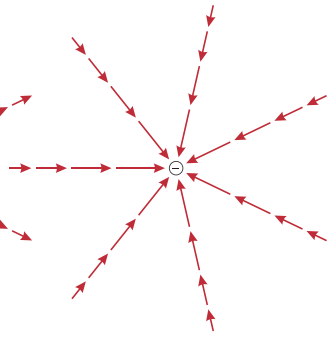
A képzeletbeli elektromos erővonalak bár képzeletbeliek, de kísérletileg megjeleníthetők. Elektromosan töltött fémtárgyakat étolajba szórt búzadaraszemek közelébe helyezünk. A búzadaraszemek az elektromos erővonalaknak megfelelő mintákat rajzolnak ki.

Ponttöltés mezője

Pontszerű töltés által létrehozott elektromos mező a ponttöltés tere. Ebben a térben a térerősségvektorok sugárirányúak. Pozitív előjelű töltés esetén kifelé, negatív töltés esetén befelé irányulnak.



Pontszerű pozitív Q töltés tere síkban ábrázolva



Pontszerű negatív Q töltés tere síkban ábrázolva

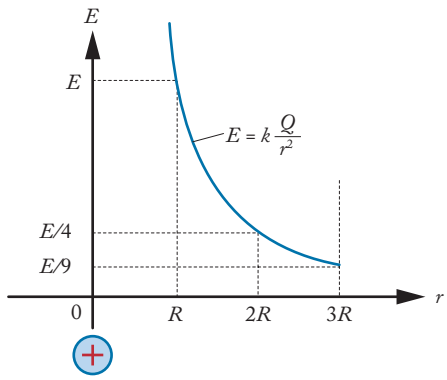
Ponttöltés mezőjének térerőssége

Meghatározzuk a térerősség nagyságát egy pontszerű Q töltéstől r távolságban lévő A pontban.

Helyezzünk gondolatban a mezőt keltő Q töltéstől r távolságba egy pozitív q próbatöltést!

Használjuk a térerősség definícióját $\left(E_A = \frac{F}{q}\right)$, és alkalmazzuk a Coulomb-törvényt: $E_A = \frac{F}{q} = \frac{k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = k \cdot \frac{Q}{r^2}$.

A Q ponttöltés által az A pontban keltett térerősség tehát a Q töltéssel egyenesen arányos, az A pontnak a töltéstől való r távolságának négyzetével pedig fordítottan arányos. Iránya és nagysága pontonként különböző, tehát a ponttöltés tere inhomogén.



Ponttöltés térerősségének távolságfüggése

KIDOLGOZOTT FELADAT

Ponttöltés mezőjében a teret keltő töltéstől 10 cm távolságra lévő A pontban az elektromos térerősség nagysága 3,6 $\frac{N}{C}$.

a) Mekkora a térerősség a töltéstől 30 cm távolságban lévő B pontban?

b) Hol lesz a térerősség 0,1 $\frac{N}{C}$-nál kisebb?

MEGOLDÁS

Adatok:

$r_A = 10$ cm, $E_A = 3{,}6 \frac{N}{C}$, $r_B = 30$ cm, $E_B = ?$

$E_C < 0{,}1 \frac{N}{C}$, $r_C = ?$

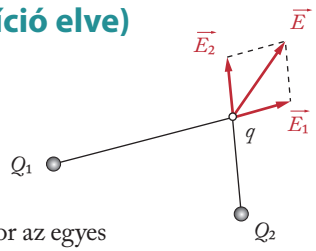
a) Az E térerősség ponttöltés terében a távolság négyzetével fordítottan arányos, ezért az A pontnál háromszor távolabbi B pontban 9-szer kisebb, vagyis

$$E_B = \frac{E_A}{9} = \frac{3{,}6 \frac{N}{C}}{9} = 0{,}4 \frac{N}{C}$$

b) A keresett C pontban a térerősség az A pontbelinek a 36-od része, vagy annál is kisebb, ezért a C pont legalább 6-szor távolabb van a ponttöltéstől, mint az A pont. $r_C \geq 60$ cm.

Két vagy több töltés elektromos tere (a szuperpozíció elve)

Két töltés (Q_1 és Q_2) által létrehozott elektromos mező esetén a tér egy adott pontjában az $\vec{E}$ elektromos térerősségvektor az egyes töltésektől külön-külön származó $\vec{E}_1$ és $\vec{E}_2$ térerősségek vektori összege: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.



Két töltéstől származó elektromos tér térerőssége

Több töltés esetén is így gondolkodunk: az egyes töltések egymástól függetlenül keltenek elektromos mezőt, és ezen összetevők adott pontbeli vektori összege adja az eredő térerősséget.

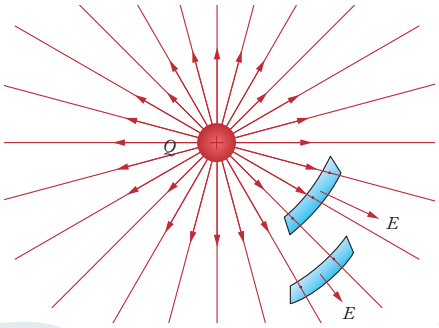
Ez a fizikai mennyiségek független összegződésének elve, a szuperpozíció elve.

Az elektromos fluxus

Fluxus: Ha az erővonalakra merőlegesen elhelyezett A felület pontjaiban a térerősség nagysága E, akkor a felület fluxusa: $\Psi = E \cdot A$. Megállapodás szerint az ilyen felület egységnyi nagyságú szeletén annyi erővonalat képzelünk áthaladni, amennyi ezen felületen az E térerősség mérőszáma.

Így a $\Psi = E \cdot A$ fluxus számértéke megegyezik a felületet döfő erővonalak számával.

Mértékegysége: $\frac{Nm^2}{C}$.



Az elektomos fluxus jelentése

KIDOLGOZOTT FELADAT

Homogén elektromos mezőben a függőlegesen felfelé mutató elektromos térerősség nagysága $10^4 \frac{N}{C}$.

a) Mekkora elektrosztatikus erő és mekkora nehézségi erő hat a mezőben lévő $10^4 \frac{N}{C}$ töltésű, 2 g tömegű fémgolyóra $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$?

b) Határozzuk meg a golyóra ható erők eredőjét és a fémgolyó gyorsulását!

c) Hogyan változtassuk meg az elektromos térerősség nagyságát ahhoz, hogy a golyó lebegjen?

MEGOLDÁS

Adatok:

$Q = 10^{-6}$ C

$E = 10^4 \frac{N}{C}$

$m = 2$ g $= 2 \cdot 10^{-3}$ kg

---

a) $F_C = ?$, $F_g = ?$, **b)** $F_e = ?$, $a = ?$, **c)** $E' = ?$

a) Az F_C elektrosztatikus erő a térerősségnek és a töltésnek a szorzata:

$F_C = E \cdot Q = 10^4 \frac{N}{C} \cdot 10^{-6}$ C $= 10^{-2}$ N.

Az F_g gravitációs erő a nehézségi gyorsulás és a tömeg szorzata:

$F_g = g \cdot m = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}$ kg $= 2 \cdot 10^{-2}$ N.

b) Mivel a térerősségvektor felfelé mutat, az F_C elektrosztatikus erő is. Így a golyóra ható erők eredőjének F_e nagysága az F_g és F_C különbsége:

$F_e = F_g - F_C = 2 \cdot 10^{-2}$ N $- 10^{-2}$ N $= 10^{-2}$ N. Iránya függőlegesen lefelé mutat.

A golyó gyorsulása Newton II. törvénye alapján

$a = \frac{F_e}{m} = \frac{10^{-2}\text{ N}}{2 \cdot 10^{-3}\text{ kg}} = 5 \frac{m}{s^2}$, iránya lefelé mutat.

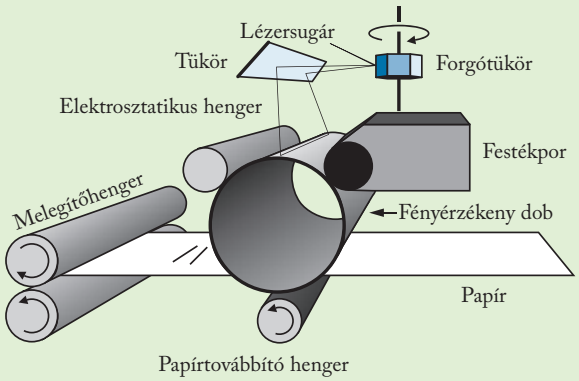
c) A golyó akkor lebeg, ha a gravitációs erőt kiegyenlíti az elektrosztatikus erő, tehát $F'_C = F_g$. Így $E' = \frac{F'_C}{Q} = \frac{2 \cdot 10^{-2}\text{ N}}{10^{-6}\text{ C}} = 2 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$.

Az elektromos térerősség nagyságát tehát a kétszeresére kell növelni.

ALKALMAZÁSOK

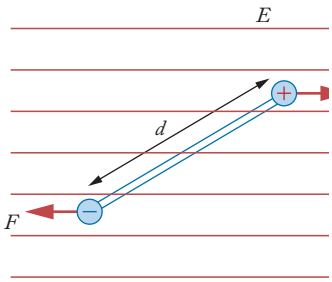
Elektrosztatika a lézernyomtatókban

A fénymásolók és nyomtatók működése felhasználja az elektromos feltöltés, vonzás és taszítás jelenségét. A lézernyomtatókban működés közben egy fémhenger forog. Ennek felületét igen vékony, elektrosztatikusan feltölthető organikus fotokonduktor (szerves fotovezető) borítja. A lézernyomtató a henger palástjára lézerfénnyel rávetíti a nyomtatandó szöveget vagy ábrát. A megvilágított pontok a fény hatására pozitív töltésűek lesznek. A berendezés gondoskodik arról, hogy a festékszemcsék negatív töltésűek legyenek, amelyeket a forgó henger palástjának pozitív töltésűvé vált pontjai magukhoz vonzanak. Így a henger felületén kialakul a nyomtatni kívánt pozitív kép. Ezt követően a henger még tovább fordul a papír felé. Itt a festékpor a nagy feszültség hatására átugrik a papírra. A papír ezután forró hengerek között halad el, ahol a festék ráolvad, és belepréselődik a papír felületébe. Végül a hengert egy szerkezet megtisztítja, hogy az egész folyamat elölről kezdődhessen.



Elektromos mező hatása dipólusokra a mikrohullámú sütőkben és az LCD kijelzőkben

Egy elektromos dipólus két egymástól d távolságra lévő, egyenlő nagyságú, ellentétes előjelű ($\pm Q$) töltésből áll. Homogén E elektromos mezőbe helyezve a két töltésre azonos nagyságú, de ellentétes irányú F erő, erőpár hat. Két azonos nagyságú, párhuzamos támadásvonalú, de ellentétes irányú erő eredője zéró, de eredő forgatónyomatéka nem nulla.



Dipólus homogén elektromos mezőben

A forgatónyomaték a térerősséggel párhuzamos helyzetbe igyekszik forgatni a dipólust. Ez a régóta ismert forgató hatás két elterjedt modern eszköz működésének középpontjában áll: a mikrohullámú sütőben és a folyadékkristályos kijelzőkben (LCD).

A mikrohullámú sütő nagyon gyorsan változó elektromos mezőt létesít: másodpercenként több milliárd alkalommal irányt vált. A mikrohullámú sütőbe helyezett ételben vagy italban lévő vízmolekulák apró, $6 \cdot 10^{-20}$ méretű elektromos dipólusok. Reagálnak a változó elektromos térre, megpróbálnak igazodni hozzá, de a tér olyan gyorsan visszafordul (általában körülbelül $2500 \cdot 10^6$ Hz gyakorisággal), hogy a vízmolekulák „lökdösődni” kezdenek, hőmozgásuk élénkül. A vízmolekulák által a mezőből nyert energia felmelegíti a környező élelmiszeranyagot. Meg lehet figyelni, hogy a mikrohullámú sütőbe helyezett élelmiszerek folyékony víz nélkül nem olvadnak ki könnyen. Ennek az az oka, hogy más molekulák, köztük a jégmolekulák „dipólusmomentuma” sokkal kisebb, mint a vízmolekuláké.

Nap mint nap találkozunk LCD-vel, folyadékkristályos kijelzővel: laptopokban, digitális órákban, síkképernyős TV-kben, mobiltelefonokban stb. Számos elektronikus eszköz folyadékkristályok segítségével jelenít meg alfanumerikus információkat. Hogyan működnek ezek? Normál folyadékban, például vízben, a dipólusmolekulák véletlenszerű irányultságúak. A folyadékkristályban lévők hajlamosak rendezetten sorba állni. Külső elektromos mező forgatja a folyadékkristályos dipólusok sorát. A bal hasábban lévő ábra azt mutatja be, hogyan használják ki ezt a hatást azáltal, hogy befolyásolják a két kis szegmens viselkedését, például „alfanumerikus kijelzőn”.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

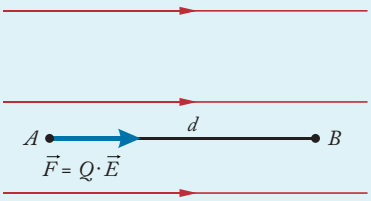
1. Mi kelti az elektromos mezőt, és az mire hat?
2. Ponttöltés mezőjében hol találhatók olyan pontok, amelyekben a térerősség nagysága ugyanakkora?
3. Ponttöltés felé közeledve, hogyan változik a térerősség nagysága?
4. Egy pozitívan töltött, nagy méretű fémlemez felé közeledve, hogyan változik a térerősség nagysága?
5. Milyen mezőt kelt egy nagy méretű, negatívan töltött sík fémlemez?

4. Feszültség, potenciál

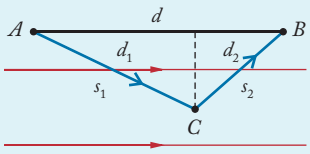
EMLÉKEZTETŐ

Az elektromos mező munkája

Az elektromos mező erőt fejt ki a töltésre. Ha a töltés ennek hatására elmozdul, akkor a mező munkát végez rajta. Ha E térerősségű, homogén mező mozgat Q töltést az erővonalakkal párhuzamos irányban $AB = d$ úton, akkor a mező munkája $W_{AB} = F \cdot d = Q \cdot E \cdot d$.



Az erővonalak irányában mozgatott töltés



Töltés mozgatása $\overrightarrow{AB}$ elmozdulással, kitérővel

Ha az elmozdulás A-ból B-be történik, bármilyen útvonalon, a munkavégzés akkor is ennyi: az útvonaltól független, csak a kezdő- és végponttól függ. Ez a megállapítás nemcsak homogén, hanem minden elektrosztatikus mezőben érvényes.

Azokat az erőtereket, amelyekben a munkavégzés nagysága csak a kezdő- és végponttól függ, konzervatív erőtereknek nevezzük.

A feszültség

Elektrosztatikus térben, rögzített A kezdő- és B végpont esetén, a mező által végzett W_{AB} munka független az útvonaltól. A mozgatott Q töltéstől viszont függ; egyenes arányosság van a két mennyiség között: $W_{AB} \sim Q$. Hányadosuk $\frac{W_{AB}}{Q}$ = állandó, a töltéstől és az útvonaltól is független, a mező AB pontpárjára jellemző mennyiség. Neve feszültség; a mező A pontjának a B ponthoz viszonyított feszültsége:

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$$

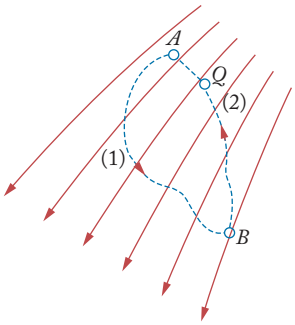
A feszültség mértékegysége: $\frac{\text{J}}{\text{C}}\left(\frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}\right)$, amit voltnak nevezünk. Jele: V.

Gyakran használt mértékegységek még: a megavolt (MV), a kilovolt (kV) és a millivolt (mV).

A feszültség munkavégzés szempontjából jellemzi a mezőt: mérőszáma a +1 C töltésen végzett munka mérőszámával egyenlő.

Konzervatív erőterek fogalma

Láttuk, hogy elektromos mezőben a munkavégzés csak a kezdő- és végponttól függ, az útvonaltól független. Az ilyen erőtereket **konzervatív erőtereknek** nevezzük.



A munkavégzés az (1) és (2) útvonalon egyenlő

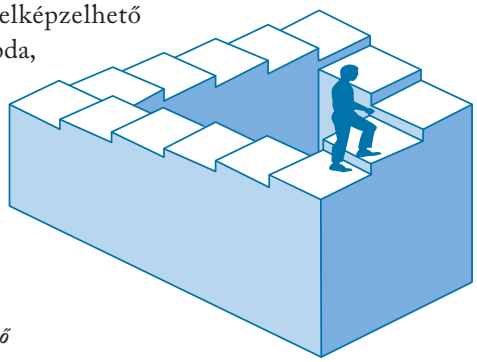
Adott A és B pont közti elmozdulás esetén minden útvonalon egyenlő: $W_{AB(1)} = W_{AB(2)}$.

Ha azt is tudjuk, hogy $W_{BA} = -W_{BA}$, akkor az A-B-A zárt útvonalon végzett munka nagysága nulla:

$$W_{ABA} = W_{AB} + W_{BA} = 0$$

Megjegyzés: A gravitációs mező is konzervatív; zárt görbe mentén végzett munkavégzés nagysága nulla.

Önmagába visszatérő lépcsővel csak trükkös rajzokon találkozhatunk. Ha létezne ilyen lépcső, akkor elképzelhető lenne egy labda,



Önmagába visszatérő lépcső

amely a lépcsőn megállás nélkül, növekvő sebességgel lefelé pattog, miközben időnként visszajut a kiindulási pontba. A gravitációs mező pozitív előjelű munkát végezne rajta egy zárt görbén.

Potenciál

Az elektrosztatikus mező munkájának hatására megváltozik a töltések elektromos helyzeti (potenciális) energiája. Ahogyan a mechanikai helyzeti energiát valamilyen rögzített – nulla energiájú – alapszinttől számítjuk, ugyanígy az elektromos mező minden pontjának feszültségét is egy rögzített nullponthoz viszonyítjuk.

A mező bármely *A* pontjának egy rögzített nullponthoz viszonyított U_{A0} feszültségét a mező *A* pontbeli potenciáljának nevezzük. A viszonyítási pontot gyakran a végtelenbe helyezzük.

Ez a potenciál az *A* ponthoz tartozó mennyiség, ezért U_{A0} helyett röviden U_A-val jelöljük. A nullpont potenciálja $U_0 = 0$. A potenciál mértékegysége a volt (V). A feszültség és a potenciál értelmezéséből következik, hogy a két pont közti elektromos feszültség egyenlő a két pont potenciáljának különbségével:

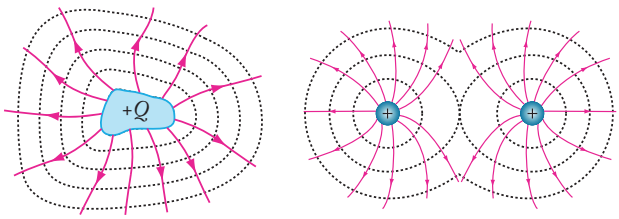
$$U_{AB} = U_A - U_B$$

A viszonyítási pontot a gyakorlatban általában a földfelszín valamely pontjába helyezzük. Elektromos berendezéseinket a jól vezető földdel összekötve, azok földpotenciálra kerülnek; ez a földelés.

Ekvipotenciális pontok, ekvipotenciális felületek

Ha az *A* és *B* pontok potenciálja egyenlő: $U_A = U_B$, akkor azt mondjuk, hogy *A* és *B* ekvipotenciális pontok. Ekvipotenciális pontok által alkotott alakzatok ekvipotenciális felületeket alkotnak.

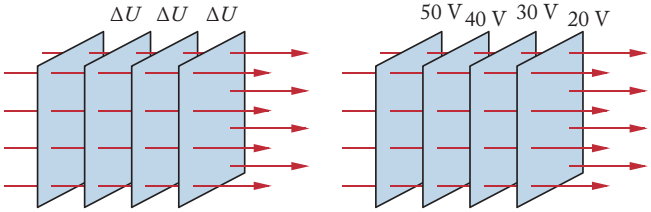
Az ekvipotenciális felület pontjai mentén történő töltésmozdulás esetén nem történik munkavégzés, ezért mondhatjuk, hogy az ekvipotenciális felület minden pontjában merőleges az adott ponton áthaladó erővonalra.



Az ekvipotenciális vonalak az azonos potenciálú pontokat kötik össze

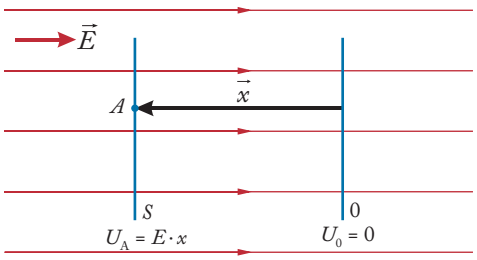
Homogén mező ekvipotenciális felületei és pontjainak potenciálja

Homogén mező ekvipotenciális felületei az erővonalakra merőleges, egymással párhuzamos síkok.



Homogén mező ekvipotenciális felületei

Legyen a homogén mező valamely O ekvipotenciális síkja 0 potenciálú. Ha ettől az O síktól a potenciálnövekedés irányában, vagyis az $\vec{E}$ térerősségvektorral ellentétesen, *x* távolságot elmozdulunk, olyan síkhoz érkezünk, amely sík tetszőleges *A* pontjának potenciálja: $U_A = E \cdot x$.



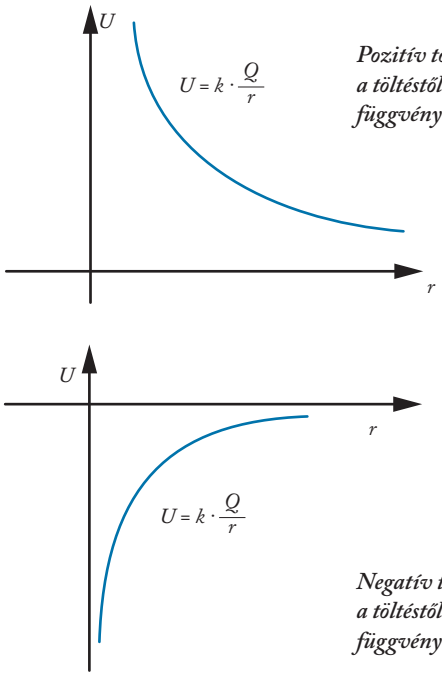
A térerősségvektorral ellentétes irányban növekszik a potenciál

Homogén térben, tetszőleges egyenes mentén a potenciál egyenletesen változik; az $\vec{E}$ vektorra merőleges irányokban állandó.

Ponttöltés terének potenciálja és ekvipotenciális felületei

Pozitív töltés által keltett térben a töltéstől távolodva csökken a potenciál. Itt nem részletezett levezetés eredményeként azt kapjuk, hogy ponttöltés terében a potenciál a távolsággal fordítottan arányos. Részletesebben: ha a végtelen távoli pont potenciálját tekintjük nullának, a *Q* töltéstől r_A távolságban lévő *A* pont potenciálja: $U_A = k\frac{Q}{r_A}$ (*k* a Coulomb-törvényben szereplő állandó).

Pozitív töltés terében a potenciál értéke mindenhol pozitív; a töltéstől távolodva $+\infty$-ről csökkenve közelít a végtelenben 0-hoz. Negatív töltés terében a potenciál értéke mindenhol negatív; a töltéstől távolodva $-\infty$-ről növekedve a végtelenben 0-hoz közelít.

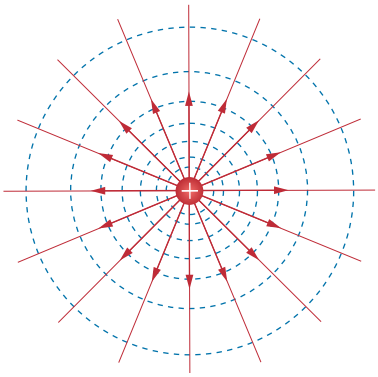


Pozitív töltés potenciálja a töltéstől való távolság függvényében

Negatív töltés potenciálja a töltéstől való távolság függvényében

Ponttöltés ekvipotenciális felületei

Az $U = k\frac{Q}{r}$ összefüggés szerint a potenciál U értéke akkor állandó, ha r állandó. Adott ponttól adott r távolságra lévő pontok egy r sugarú gömb felületét alkotják. Q ponttöltés terének ekvipotenciális felületei Q középpontú koncentrikus gömbök; az ilyen teret ezért gömbi erőtérnek is nevezik.



Ponttöltés terében az ekvipotenciális felületek, gömbök

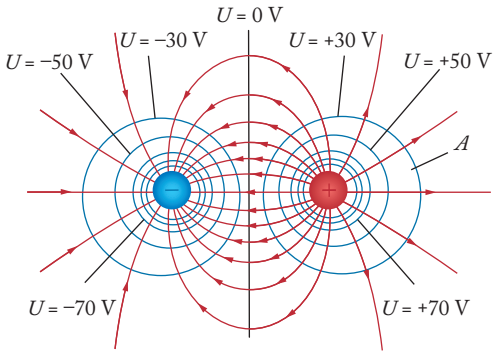
Két pont közötti feszültség homogén mezőben

Egy E térerősségű homogén elektromos mező A és B pontja közötti feszültség $U_{AB} = E \cdot d$, ahol d az $\overrightarrow{AB}$ vektor merőleges vetülete az erővonalakkal párhuzamos egyenesen.

A d érték egyben az A, illetve a B pontra illeszkedő, az erővonalakra merőleges – ekvipotenciális – síkok távolsága.

Dipólus ekvipotenciális felületei

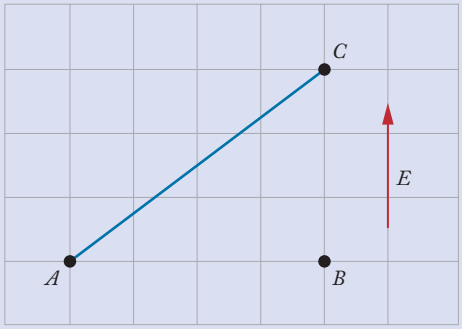
Zárt felületek, köztük a 0 V potenciálú sík.



Az ekvipotenciális felületek minden pontban merőlegesek az adott pontbeli térerősségvektorra

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az $E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ térerősségű homogén elektromos mező 10^{-4} J munkával egy $Q = 2\,\mu\text{C}$ nagyságú töltést A-ból C-be juttat az ábra szerint. Mekkora az AC távolság?



MEGOLDÁS

Adatok:

$E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$, $W = 10^{-4}$ J, $Q = 2\,\mu\text{C}$

$AC = ?$

A homogén elektromos mező munkáját a $W = F \cdot s$ összefüggés adja meg, ahol s a töltés térerősség-irányú elmozdulása (vagyis a BC távolság), F erő pedig $F = E \cdot Q$. Így $W = E \cdot Q \cdot s$, ebből $s = \frac{W}{E \cdot Q}$.

$$s = \frac{W}{E \cdot Q} = \frac{6 \cdot 10^{-4}\ \text{J}}{10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}} = 0{,}03\ \text{m} = 3\ \text{cm}.$$

Az ábra arányaiból $AB = 4$ cm, Pitagorasz tétele miatt pedig $AC = 5$ cm.

Két pont közötti feszültség ponttöltés erőterében

A Q ponttöltés terében az A és B pontok közötti U_{AB} feszültség a két pont U_A és U_B potenciáljának különbsége:

$$U_{AB} = U_A - U_B = k \cdot \frac{Q}{r_A} - k \cdot \frac{Q}{r_B} = k \cdot Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right),$$

ahol r_A, illetve r_B az A és B pontok távolsága a teret keltő Q töltéstől.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora a 10^{-9} C nagyságú ponttöltés által keltett mezőben a töltéstől 1 cm-re lévő A pont és a 9 cm-re lévő B pont között a feszültség?

MEGOLDÁS

$Q = 10^{-9}$ C, $r_A = 1$ cm, $r_B = 9$ cm

$U_{AB} = ?$

Ponttöltés terében

$$U_{AB} = k \cdot Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \text{ C} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \left(\frac{1}{10^{-2} \text{ m}} - \frac{1}{9 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \right) =$$

$$= 800 \text{ V}$$

Munkatétel az elektromos mezőben

Ha az elektromos mezőbe helyezett töltésre csak az elektrosztatikus erő hat, akkor a töltés gyorsuló mozgást végez. Mozogjon elektromos mezőben egy m tömegű, q töltésű anyagi pont, miközben a sebessége az A pontbeli v_A-ról a B pontbeli v_B-re változik. A munkatétel szerint a mező által végzett munka egyenlő a test mozgási energiájának megváltozásával: $W_{AB} = \Delta E_{kin}$.

Ha a mező munkájára a $W_{AB} = q \cdot U_{AB}$ összefüggést alkalmazzuk, és tudjuk hogy $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$, akkor azt kapjuk, hogy $q \cdot U_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$.

Az U_{AB} feszültség kiszámításának módja az elektromos mező szerkezetétől függ:

- E térerősségű homogén mezőben az $U_{AB} = E \cdot x_{AB}$,
- Q ponttöltés terében az $U_{AB} = k \cdot Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$ összefüggést alkalmazzuk.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy szigetelőanyagból készült, l hosszúságú, vékony, vízszintes pálca egyik végére egy $+Q$ töltésű, kicsiny fémgömböt rögzítünk. A pálcára, a Q töltéstől x távolságban felfűzünk egy $+q$ töltésű, m tömegű, súrlódás nélkül mozgó gyűrűt. A gyűrűt elengedjük.

a) Mekkora sebességgel hagyja el a gyűrű a pálcát?

b) Hogyan függ a kapott végsebesség a töltések nagyságától, valamint a kezdő- és végpont helyzetétől?

MEGOLDÁS

a) Ponttöltés mezőjében érvényes összefüggés szerint:

$$U_{AB} = k \cdot Q \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{l} \right) U_{AB}, \text{ így } W_{AB} = q \cdot U_{AB} = k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{l} \right)$$

A munkatételt alkalmazzuk:

$$\Delta E_{kin} = W_{AB}, \text{ vagyis } \frac{1}{2} m \cdot v^2 = k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{l} \right)$$

Ebből $v = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot Q \cdot q}{m} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{l} \right)}$

b) A Q és q töltések nagyságának hatása megegyezik, bármelyiket növelve, nagyobb végsebességet kapunk.

A kezdő x helyzet növelése a végsebességet csökkentő hatású, a pálca l hosszának növelése a végsebességet növelő hatású.

KÍSÉRLET

Ekvipotenciális vonalak kimérése elektromos térben

Eszközök:

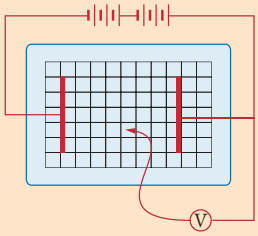
- egy körülbelül 10 cm × 20 cm alapterületű átlátszó tálca (üveg vagy műanyag);
- alumíniumból vagy rézből készült elektródák: 2 db egyenes pálca alakú és 2 db kis méretű, henger alakú elektróda;
- egy kb. 10 V-os feszültségforrás, például két darab sorosan kapcsolt laposelem;
- feszültségmérő műszer;
- röpzsinórok;
- a tálcával egyező méretű, négyzethálóval ellátott papírlapok.

MÉRÉS

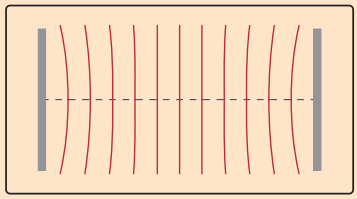
Helyezzünk a tálca alá egy négyzethálós papírlapot, töltsünk a tálcába néhány milliméter csapvizet, és helyezzük a tálcába az elektródákat! Készítsünk elő a tálca alatt lévő négyzethálós laphoz hasonló papírt, és erre rajzoljuk rá az elektródák pontos helyét!

Az elektródákra kapcsoljunk feszültséget! Csatlakoztassuk a feszültségmérő egyik pólusát az egyik elektródára! A műszer szabad vezetékét mártsuk a vízbe, és figyeljük a jelzett értéket! A feszültségmérőt mindig akkor olvassuk le, amikor a kijelzőn megjelenő számok megállapodnak!

Végezzük el a méréseket a négyzetháló osztáspontjaiban! Jegyezzük fel a mért adatokat a másik négyzethálós papír megfelelő pontjaiba!



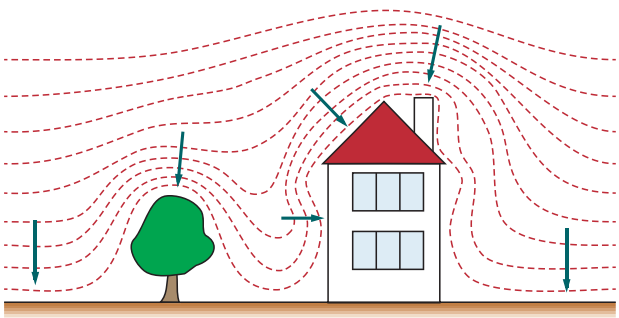
Ha az ábrának megfelelő, két hosszú párhuzamos elektródát használunk, akkor elektromos mezőt modellezünk. Az elektródákkal párhuzamos vonalak mentén mozgatva a szabad vezetéket azt tapasztaljuk, hogy a mért érték kis ingadozással azonos. Az azonos feszültségadatokhoz tartozó pontok ekvipotenciális vonalakat alkotnak. A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsünk vázlatrajzot a tér erővonalszerkezetéről! Az elektródák közötti tartomány középvonala mentén (az ábrán szaggatott vonal) a feszültség egyenletesen változik; a térerősség a vizsgált vonal mentén állandó. Ezt meg is határozhatjuk az $E = \frac{U}{d}$ összefüggés segítségével.



Megfelelő alakú elektródapárok alkalmazásával különböző fajtájú elektrosztatikus mezőket modellezhetünk.

Légköri elektromosság

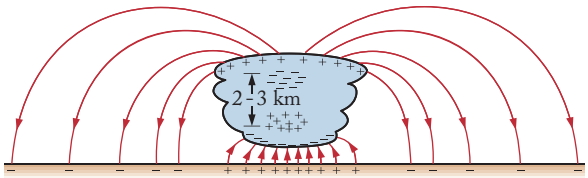
Mérések szerint a Föld légkörében olyan elektromos mező van, amelynek térerősségvektora merőlegesen lefelé mutat, az ekvipotenciális felületek vízszintesek. Épületek, fák közelében azonban ez az ábra szerint módosul. A légköri térerősség nagysága száraz időben, a földfelszín közelében kb. 100-130 $\frac{\text{V}}{\text{m}}$. Ezt az elektromos mezőt egy ma még nem minden részletében ismert töltésszétválasztó rendszer tartja fenn.



Elektrosztatikus erővonalak elhelyezkedése a földfelszín közelében

Villámok

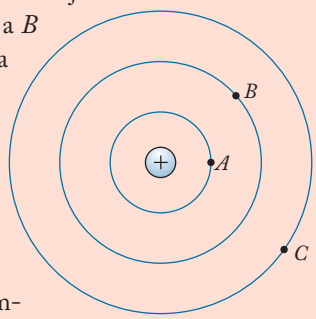
A villámlás oka a felhőkben bekövetkező töltésszétválasztás. Az ábra a zivatarfelhőkben (cumulonimbus) előforduló leggyakoribb töltéseloszlást mutatja. Érdekes, hogy a földfelszín feletti elektromos térerősség iránya a napsütötte és a felhőkkel borított területeken ellentétes. Viharfelhők alatt a térerősség $10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$ nél nagyobb. 10^5–$10^6\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$ érték fölött villámok képződnek a felhők és a föld, de akár két felhő között is. A villámot erős hanghatás (dörgés) kíséri.



Zivatarfelhők töltéseloszlása

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. **a)** Elektromos mező munkája mikor pozitív és mikor negatív pozitív töltés mozgatása esetén?
   b) És negatív töltés mozgatása esetén?
   c) Milyen irányú töltésmozgás esetén nulla az elektromos mező munkája?
2. Mondhatjuk-e, hogy a gravitációs mező konzervatív?
3. Mennyi a munkavégzés konzervatív mezőkben akkor, ha a kezdő- és végpont megegyezik?
4. Az ábrán látható koncentrikus körök sugara R, $2R$ és $3R$. Az A pont potenciálja $U_{AB} = 90$ V. Mekkora a B és C ponté? Mekkora sugarú – az előzőekkel koncentrikus – körön van az az X pont, melynek potenciálja $U_X = 1$ V?



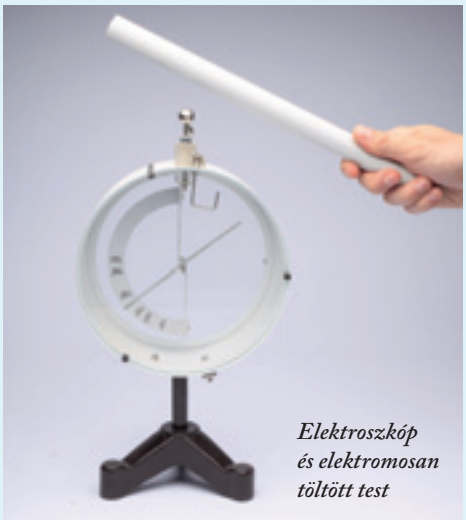
5. Mekkora a feszültség egy 180 cm magas ember feje búbja és talpa között, ha a légköri elektromosság térerőssége 170 V/m? Az $U = E \cdot d$ összefüggés alkalmazásával 300 V értéket kapunk. Értékeld ezt a számítást!

5. Vezetők elektrosztatikus térben

EMLÉKEZTETŐ

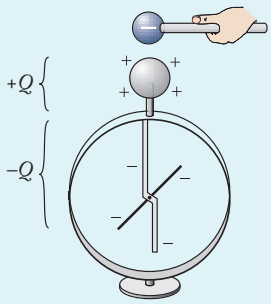
Az elektromos megosztás

Töltetlen elektroszkóp gömbjének közelébe töltéssel rendelkező test hatására az elektroszkóp töltött állapotot jelez, noha össztöltése továbbra is nulla.



Elektroszkóp és elektromosan töltött test

A mutatóval összeköttetésben lévő fém alkatrészek egyenletes töltéseloszlása megszűnt; a különböző előjelű töltések szétváltak. A jelenséget elektromos töltésmegosztásnak nevezzük.



A külső K_+ töltés mezője szétválasztja a semleges fém töltéseit

Semleges vezető elektromos mezőben

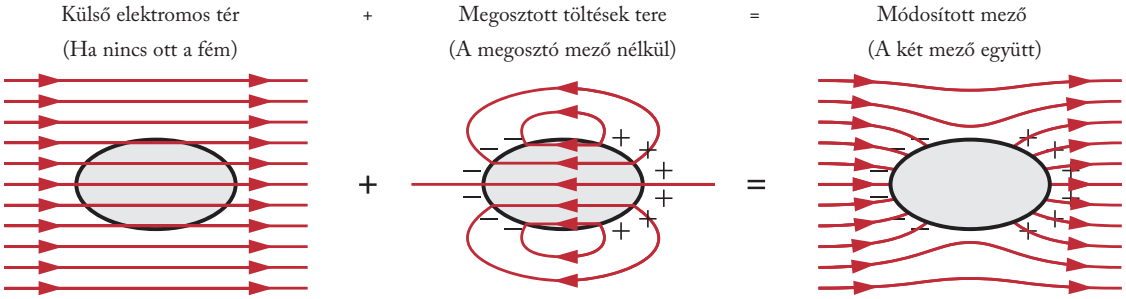
Egy töltetlen vezetőt (fémtestet) elektromos mezőbe helyezünk. A fémtest töltéseit a külső, úgynevezett megosztó elektromos mező a test felületére hajtja. A töltések mozgása addig tart, amíg ennek oka, az elektromos térerősség meg nem szűnik. A nagyon rövid idő alatt beálló állandósult állapotban tehát **a térerősség nulla a fém belsejében**. A felületre kihajtott megosztott töltések mezője kioltja a megosztó mezőt.

Ez azt is jelenti, hogy a fém belsejében lévő töltésre nem hat erő, így ha ez a töltés mozogna, akkor a mező nem végezne rajta munkát. Ezért a fém belsejében lévő pontok közt nincs feszültség, azaz **a fém belsejének minden pontja ekvipotenciális, vagyis azonos potenciálú**.

A vezetőn kívüli térrészben is két mező összegződik: a megosztott töltések mezője módosítja az eredeti mező erővonalrendszerét. A kialakuló eredő tér erővonalai a fém felületén lévő töltésekbe futnak be, illetve onnan indulnak, mindig merőlegesen a fém felületére. (Ha nem így lenne, akkor a térerősségnek lenne a felülettel párhuzamos komponense, ez a töltést elmozdítaná, tehát nem lenne nyugalomban.) Tudjuk, hogy az erővonalakra merőleges felületek ekvipotenciálisak, tehát a **fémfelület minden pontja azonos potenciálú**.

Összefoglalva: A külső elektromos mező a töltetlen vezetőben olyan töltésátrendeződést eredményez, aminek hatására:

- a fém belsejében a térerősség nulla;
- a potenciál a fém egész térfogatában és a felületén is állandó;
- a vezetőből kilépő és oda befutó elektromos erővonalak merőlegesek a felületre.

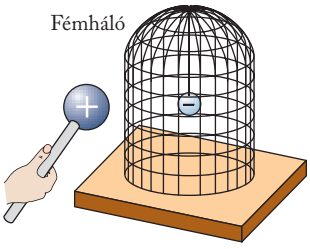


A külső és a megosztott töltések által keltett térerősség a fém belsejében ellentétesen egyenlő, itt a két mező kioltja egymást. Ha a fémet erősebb elektromos mezőbe helyezzük, akkor az erősebb elektromos mező sűrűbb erővonalai a fém felületére több töltést hajtanak ki; a két mező a fém belsejében ekkor is kioltja egymást

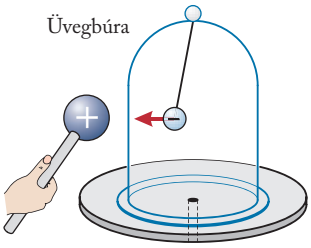
Elektromos árnyékolás

Előző megállapításainkból következik, hogy fémhálóval vagy fémburkolattal beburkolt, zárt térrészbe külső elektrosztatikus mező nem hatol be.

A jelenség meggyőző bemutatása fémháló segítségével, az úgynevezett Faraday-kalitkával történik.



A fémburkolat kizárja a külső mezőt



Szigetelővel burkolt, zárt térrész: nincs árnyékolva

KÍSÉRLET

1. KÍSÉRLET Vegyük körbe fémből készült hálóval, Faraday-kalitkával a habszivacs ingát! Közelítsünk feltöltött műanyag rúddal az ingához a kalitkán belül és kívül!



Faraday-kalitka. A habszivacs inga megérzi a töltött műanyag rúd által keltett mezőt



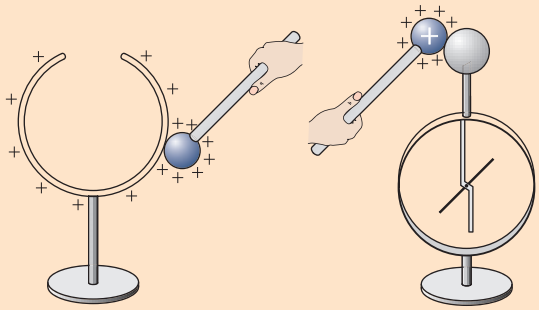
Az inga nem tér ki: a Faraday-kalitka kívülre rekeszti a külső elektromos mezőt

TAPASZTALAT

Ha a kalitkán belül közelítünk a feltöltött műanyag rúddal az ingához, az inga kileng. A rúd által keltett elektromos mező hatása eljut az ingához. A kalitkán kívülre helyezett rúdra az inga nem reagál akkor sem, ha nagyon közel vannak egymáshoz. A kívülről érkező erővonalak a kalitka felületén átrendezett töltéseken végződnek, nem jutnak át a fémhálón.

Az előzőekben töltetlen vezetőt helyeztünk elektromos mezőbe. Most a vezetőt feltöltjük, és a felvitt többlettöltések elhelyezkedését vizsgáljuk.

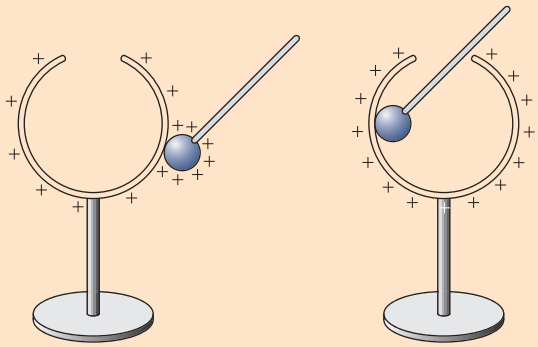
2. KÍSÉRLET Egy szigetelt talpra állított, kis nyílással ellátott fémedényt elektromosan feltöltünk. Az edényre vitt töltést megpróbáljuk adagonként átvinni egy elektroszkóp gömbjére. Ezért először egy szigetelt nyéllel ellátott fémgömböt hozzáérintünk az edény falához, majd az elektroszkóp gömbjéhez.



A fémre vitt töltések a külső falról elvihetők

TAPASZTALAT

Az elektroszkóp csak akkor jelez töltést, illetve töltésnövekedést, ha az edény külső faláról visszük át a töltést. Nem jelez akkor, ha a belső fallal próbálkozunk. Arra kell gondolnunk, hogy a többlettöltések a vezető külső falán helyezkednek el.



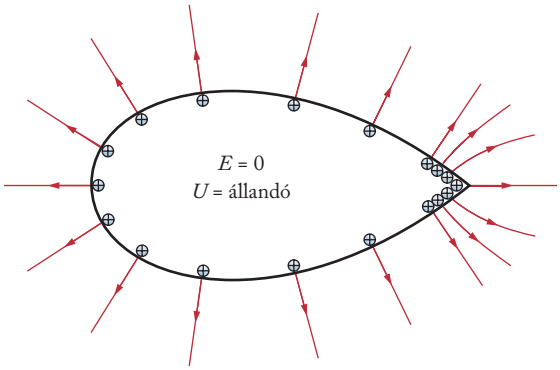
A belső falon nincsenek többlettöltések

KÖVETKEZTETÉS A KÍSÉRLETEKBŐL

A vezetőre vitt többlettöltés a vezető külső, domború felületén helyezkedik el. A térerősség a vezető belsejében zérus, a vezető külső felületén pedig a felületre merőleges. Ha nem így lenne, akkor a szabad elektronok a fém belsejében, illetve a felületén elmozdulnának, azaz nem lennének nyugalomban. Ugyanígy igazolhatjuk azt is, hogy ha a vezetőn lévő töltések nyugalomban vannak, akkor a vezető pontjaiban a potenciál mindenhol ugyanakkora.

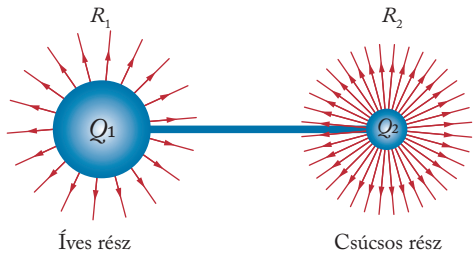
A töltések eloszlása a felület mentén, a csúcshatás

A feltöltött fémtesteken a töltések a vezető külső felületén helyezkednek el. Felületi eloszlásuk azonban nem egyenletes. A hegyes csúcsokon nagyobb a töltéssűrűség és így a térerősség is, mint a nagyobb görbületi sugarú helyeken. A jelenség neve: csúcshatás.



Csúcs közelében sűrűbbek az erővonalak

Magyarázat: a fenti változó görbületű testet modellezzük két különböző sugarú ($R_1 > R_2$), fémhuzallal összekötött elektromosan töltött gömbbel!



Azonos potenciálú ponttöltésekből kiinduló erővonalak

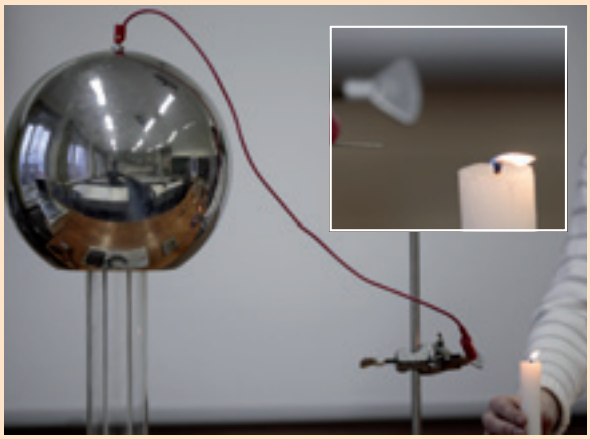
- A hegyes csúcsok R_2 görbületi sugara kisebb, mint a „simább" részek R_1 sugara.
- A feltöltött fémtest pontjai ekvipotenciális pontok, $k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2}$, ebből $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$.
- A gömbölyű részek A felülete a sugár négyzetével arányos: $A \sim R^2$.
- A felületegységre jutó $D = \frac{Q}{A_2}$ töltések aránya: $\frac{D_1}{D_2} = \frac{Q_1 / A_1}{Q_2 / A_2} = \frac{R_2}{R_1}$, vagyis a töltéssűrűség a görbületi sugárral fordítottan arányos:

  hegyes csúcs ⇒ kis sugár ⇒ nagy töltéssűrűség ⇒ nagyobb térerősség.

A csúcshatást látványos kísérletekkel lehet bemutatni.

KÍSÉRLET

Helyezzünk egy hegyes csúccsal rendelkező vezető csúcsának közelébe égő gyertyát! Töltsük fel erősen szalaggenerátorral a vezetőt!



TAPASZTALAT

Azt tapasztaljuk, hogy a lángot a csúcstól elinduló légáram, az elektromos szél elhajlítja, esetleg el is fújja.

KÖVETKEZTETÉS

A például pozitívan töltött hegyes csúcs közelében az erős elektromos tér hatására a levegő molekulái polarizálódnak. Ezeket a csúcs lassan magához vonzza, majd az érintkezés miatt pozitív töltésűvé váló részecskéket a csúcs irányában nagy sebességgel eltaszítja. Az eltaszított részecskék árama, az elektromos szél lobogtatja a gyertya lángját.

Elektromos Segner-kerék

Az elektromos Segner-kerék forgásba jön, ha szalaggenerátorral feltöltjük. Gondoljuk végig, miért forog a Segner-kerék! A levegő polarizált molekuláit a hegyes csúcs beszippantja, majd eltaszítja. A beszippantás a tér minden irányából történik, az eltaszítás viszont határozottan a csúcs hegyének irányában. Ennek a taszítóerőnek az ellenereje forgatja meg a Segner-kereket.



Elektromos Segner-kerék semleges, illetve feltöltött generátoron

ALKALMAZÁSOK

Elektromos árnyékolás a mindennapokban

Ha egy berendezést meg akarunk védeni a külső elektromos mezőktől, akkor többnyire földelt fémburkolattal vesszük körül, azaz árnyékoljuk. Árnyékolással védik a villámcsapástól a lőszerraktárakat, a repülőgépek és a gépkocsik utasait. Villámláskor az autó és a repülőgép fémkarosszériája is Faraday-kalitkaként működik: a külső elektromos erőtér nem jut át rajta. Sűrű fémhálóval védik a mikrofonok és a rádiók vezetékeit az elektromos zavaroktól.



KIDOLGOZOTT FELADAT

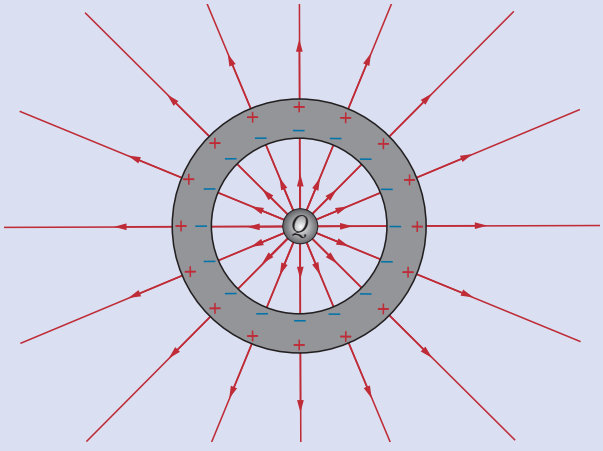
Üreges, töltelen fémgömbbe, a középpontba pontszerű töltést juttatunk. Vizsgáljuk meg a létrejövő töltéseloszlást és a kialakuló elektromos mező erővonalrendszerét
- a gömbhéjon belül,
- a gömbhéj falában,
- a gömbön kívül!

MEGOLDÁS

A gömbhéjon belül ponttöltés erővonalrendszere alakul ki.

A gömbhéjon belül a térerősség nulla, nincsenek erővonalak.

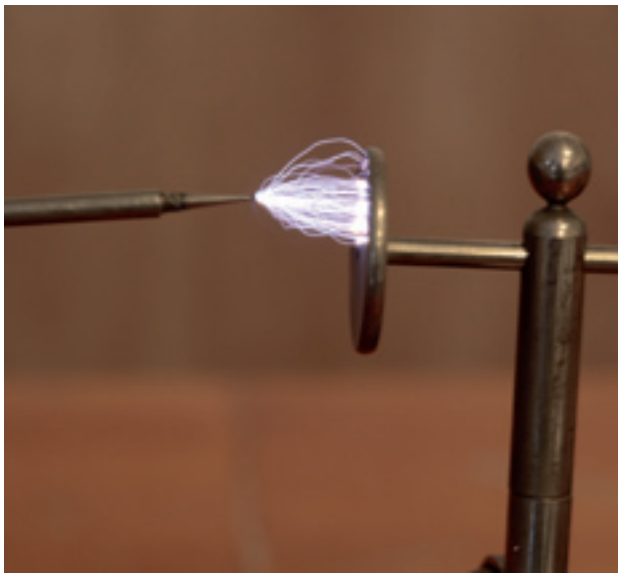
A gömbön kívüli erővonalrendszert a gömbhéj külső felületén lévő pozitív töltések hozzák létre. Ez a mező éppen olyan, mintha nem venné körül gömbhéj a ponttöltést.



A Faraday-kalitka tehát nem engedi be a külső elektromos teret az üregbe, de az üreg belsejében keltett mezőt kiengedi. Árnyékoló hatása csak kívülről befelé „működik", fordítva nem.

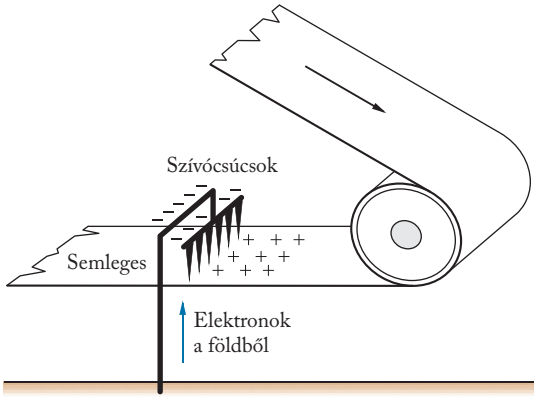
Csúcshatás a gyakorlatban

A csúccsal rendelkező testek könnyen elveszítik a töltésüket. Hegyes csúcsok vagy vékony vezetékek környékén gyakran létrejön elektromos kisülés. Szikrakisülés jön létre, ha a térerősség egy bizonyos értéket meghalad. Normálállapotú, száraz levegőben $10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ nagyságrendű térerősség okoz szikrakisülést. A csúccsal ellátott semleges vezető például egy pozitív töltés megosztó hatására negatív töltést nyer, amelynek egy része az elektromos szélben eltávozik. Így az eredetileg semleges vezetőn pozitív töltés marad vissza. Az elektromos széllel távozó negatív töltések a megosztó pozitív töltésű testet részben semlegesítik. A látszat tehát az, hogy a csúcs elszívta a megosztó töltés egy részét. A jelenség a csúcsok szívóhatása, amely például a villámhárítókon és a Van de Graaff-generátoron nyer alkalmazást.



Töltéssel rendelkező fémcsúcs közelében keletkező szikrakisülés

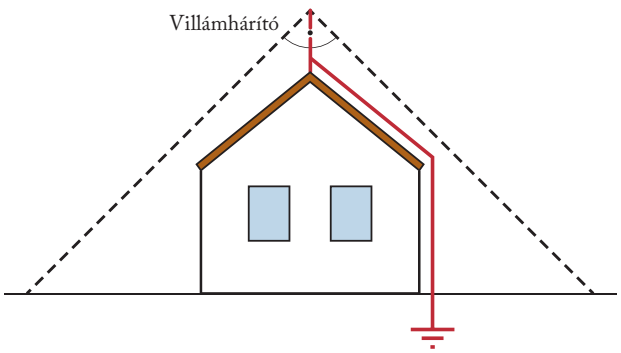
Szíjmeghajtáskor a súrlódás miatt felgyűlt töltéseket szívják el egy leföldelt fémfésűvel.



Balesetveszélyes szikrakisülések megelőzése töltést elszívó csúcsok alkalmazásával

Villámhárító

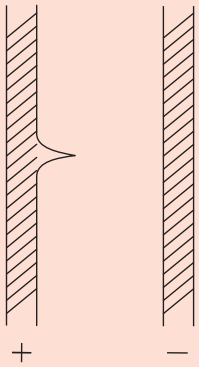
Benjamin Franklin 1747-ben azt tapasztalta, hogy a csúcsos testek és az elektromos szikrák kölcsönhatásba lépnek egymással. Megfigyelése nyomán megszületett a villámhárító. A villámhárítókat úgy építik meg, hogy a védendő házzal, épülettel érintkező, az épület legmagasabb pontja fölé nyúló „acéltűt" szerelnek. Az acéltűt vastag fémdróttal kötik össze, amelyet levezetnek a földbe. A villámhárítót össze kell kötni az épülethez csatlakozó fémrészekkel, például az esőcsatornával. A villámhárítónak kettős szerepe van. Egyfelől a villámcsapást kívánjuk megelőzni használatával. A zivatarfelhő megosztó hatása a földből töltéseket emel az épületbe. Ez a folyamat – az épület és a felhő közti feszültség növelésével – megteremti a kisülés, azaz a villámlás lehetőségét. A villámhárító csúcsán a már említett szívóhatás miatt töltés áramlik ki, csökkentve az épület és a felhő közti feszültséget. Egy villámhárító nemcsak az adott épületet védi, hanem egy olyan kúpfelület alatti teret, mely alapkörének sugara körülbelül akkora, mint a villámhárító rúd magassága. A villámhárító másik funkciója az, hogy az épületet megvédje egy esetlegesen mégis bekövetkező villámcsapás negatív hatásaitól. A villámhárító rúdja – vezeték lévén – a legkisebb ellenállású út a töltések számára, így azok biztosan a villámhárítón, nem pedig az épületen keresztül jutnak le a talajba.



A villámhárító és az általa védett terület

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

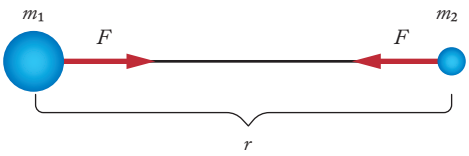
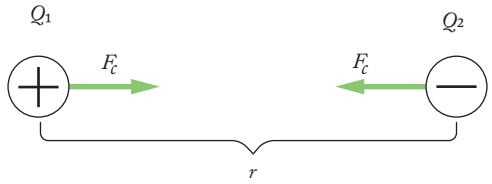
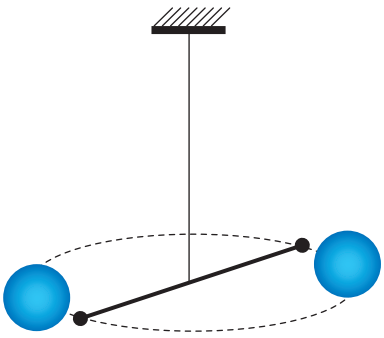
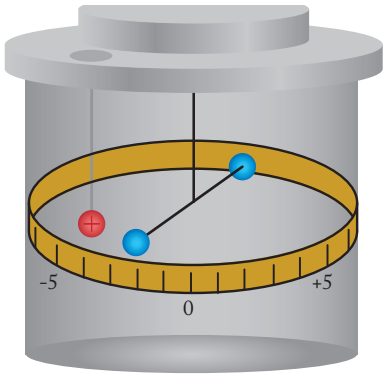
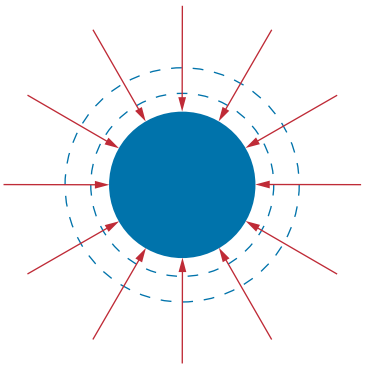
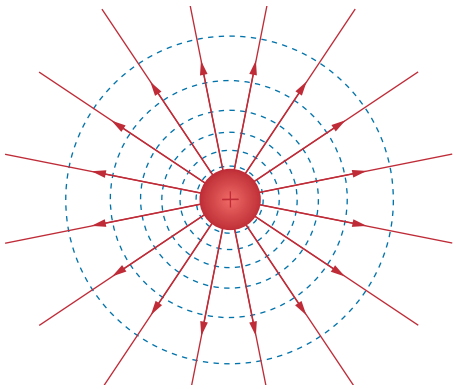
1. Egy elektroszkóp mutatója kitért, miután gömbjéhez megdörzsölt üvegrudat érintettünk. Ezután egy megdörzsölt műanyag rúddal közelítünk a gömbhöz, de nem érünk hozzá. Hogyan változik a mutató helyzete?
2. A töltetlen elektroszkóp mutatója kitér, ha fémgömbjéhez feltöltött műanyag rudat érintünk. Mi történik, ha a műanyag rudat ismételt megdörzsölés után közelítjük az elektroszkóp fémgömbjéhez?
3. Miért nyújt villámvédelmet a fém karosszériájú autó?
4. A Faraday-kalitkán belül elhelyezkedő habszivacs inga nem „érzi meg" a kalitkán kívül lévő feltöltött műanyag rúd által keltett elektromos mezőt. Működik-e az árnyékolás a másik irányban is; vagyis mi történik, ha az inga és a műanyag rúd helyét felcseréljük?
5. Működne-e az elektromos Segner-kerék vákuumban?
6. Rajzoljuk le párhuzamos, $+Q$ és $-Q$ töltéssel rendelkező fémlemezek esetén a töltések elrendeződését, a lemezek közötti elektromos mező erővonalait és ekvipotenciális felületeit!
   Az egyik töltött fémlemezen az ábra szerint a másik lemez felé mutató csúcs található.

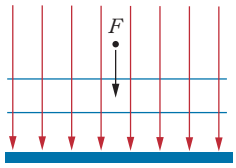
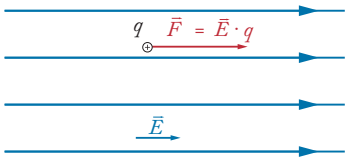
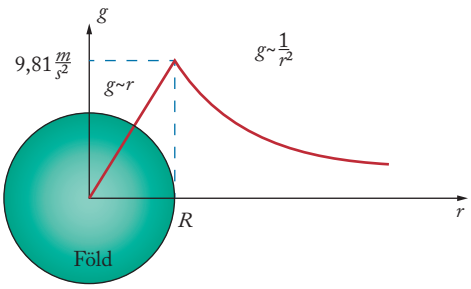
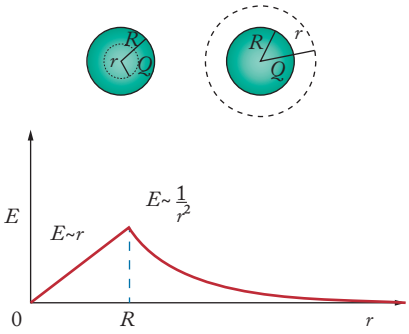
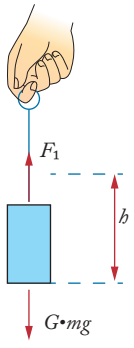
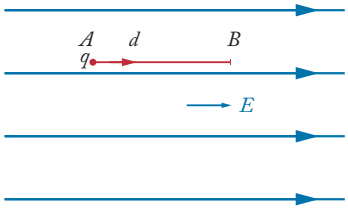


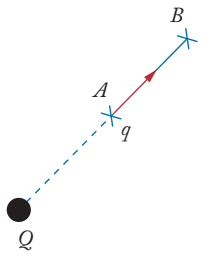
   Vázoljuk ebben az esetben is a töltések elrendeződését, a lemezek közötti elektromos mező erővonalait és ekvipotenciális felületeit!

6. A gravitációs és az elektrosztatikus mező

A gravitációs és az elektrosztatikus erőtörvény matematikai alakjának szerkezete azonos. Érdemes összefoglalni és összehasonlítani a két mezőt leíró fizikai mennyiségeket és összefüggéseket.

Gravitációs mező	Elektrosztatikus mező
Tömeg kelti, tömegre hat	Töltés kelti, töltésre hat
Csak egyféle tömeg van; csak vonzóerő lép fel	Pozitív és negatív töltés létezik; vonzó- és taszítóerő
Newton tömegvonzási erőtörvénye  $F = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	Coulomb-féle erőtörvény  $F_C = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
Kimutatása Cavendish-féle torziós ingával 	Kimutatása Coulomb torziós ingájával 
Gravitációs erővonalak tömegpontból sugárirányban indulnak ki. Az ekvipotenciális felületek gömbök. 	Elektromos erővonalak töltésből sugárirányban indulnak ki. Az ekvipotenciális felületek gömbök. 

Gravitációs térerősség (= nehézségi gyorsulás)	Elektromos térerősség
Tömegre hat $g = \frac{F_g}{m}$ SI-egysége: $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$	Töltésre hat $E = \frac{F}{q}$ SI-egysége: $\frac{\text{N}}{\text{C}}$
Erőhatás homogén gravitációs térben $F = m \cdot g$ 	Erőhatás homogén elektromos mezőben $F = q \cdot E$ 
Térerősség pontszerű M tömeg terében $g = f \cdot \frac{M}{r^2}$	Térerősség Q ponttöltés terében $E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$
A g alakulása a Föld középpontjától távolodva (homogén Földet feltételezve)  A g értéke a Föld középpontjától a felszínéig lineárisan nő, efölött reciprok négyzetesen csökken.	Homogén töltéseloszlású szigetelt gömb által keltett térerősség a gömbön belül és kívül  A térerősség a gömb középpontjától a felszínéig lineárisan nő, a gömbön kívül reciprok négyzetesen csökken.
Munkavégzés homogén gravitációs mezőben	**Munkavégzés homogén elektromos mezőben**
Munkavégzés homogén gravitációs mezőben, ha g állandónak tekinthető $W_{AB} = m \cdot g \cdot h$ 	Munkavégzés homogén elektromos mezőben $W_{AB} = q \cdot E \cdot d$ 

Gravitációs potenciál	Elektromos potenciál
M tömegű test gravitációs terében a középponttól r távolságra lévő pont gravitációs potenciálja: $U_{pot} = -f \cdot \frac{M}{r}$ (A mezőt keltő tömegtől távolodva növekszik a potenciál; mindenhol negatív, a végtelenben nulla.) Gravitációs energia: $U_{pot} = m \cdot U_{pot} = -f \cdot \frac{M \cdot m}{r}$	Q ponttöltés terében a töltéstől r távolságra lévő pont potenciálja: $U = k \cdot \frac{Q}{r}$ Ponttöltés potenciális energiája: a Q ponttöltés elektrosztatikai mezőjének U potenciálú pontjába vitt q ponttöltés potenciális energiája: $E_{pot} = q \cdot U_{pot} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$
Munkavégzés gravitációs mezőben	**Munkavégzés ponttöltés keltette mezőben**
Munkavégzés, ha g változik a magassággal: $W_{AB} = f \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$ M a Föld tömege, m a mozgatott tömeg 	Q ponttöltés terében q töltés mozgatásakor végzett munka: $W_{AB} = k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$ 

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Hosszú, szigetelt fémpálcán nagy (végtelennek tekinthető) távolságból v_0 kezdősebességgel elindítunk egy m tömegű, $+q$ töltésű részecskét, a pálca másik végén lévő rögzített $+Q$ töltés felé. Milyen mozgást végez a meglökött töltés? Mennyire közelíti meg a rögzített töltést? Mi történik ezután?

MEGOLDÁS

A meglökött töltés növekvő mértékben lassuló mozgást végez, majd megáll.

A végtelen távoli pontban a potenciális energia nulla; itt a kinetikus energia $E_{mozg} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$.

A két töltés legkisebb távolsága legyen x_0. Ekkor a potenciális energia $E_{pot} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{x_0}$, a kinetikus energia nulla, hiszen itt a q töltés áll.

A két energia egyenlő: $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = k \cdot \frac{Q \cdot q}{x_0}$.

Ebből $x_0 = \frac{2 k \cdot Q \cdot q}{m \cdot v_0^2}$.

A megállás után a q töltés elindul visszafelé, növekvő sebességgel, csökkenő gyorsulással.

A végtelenben a sebessége ismét v_0 lesz.

2. FELADAT Ha egy képzeletbeli kísérletben átfúrjuk a Földet Budapest és Új-Zéland között, akkor az aknába beugró utazó mennyi idő alatt jut át a világ másik végére?

MEGOLDÁS

Az előző összehasonlító táblázat szerint homogén tömegeloszlású Földet feltételezve, a g nehézségi gyorsulás értéke a Föld középpontjától való távolsággal arányosan változik nulláról $g_0 \approx 9{,}81 \frac{m}{s^2}$-re.

Az utast mozgató $m \cdot g(x)$ erő a középponttól való távolsággal arányos, mintha $D \cdot x$ rugóerő lenne. Ilyen erő hatására a testek harmonikus rezgőmozgást végeznek, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ periódusidővel. Így a Budapest és Új-Zéland közötti utazás éppen fél periódus ideig, $T = \pi\sqrt{\frac{m}{D}}$-ig tartana, feltéve, hogy az utast az alagút túloldali végén elkapják, hogy ne essen vissza.

A D meghatározása:
A Föld felszínén $x = R_{\text{Föld}}$ és $g = g_0$.
Így $m \cdot g_0 = D \cdot R$, és $D = \frac{m \cdot g_0}{R}$.

Az utazási idő:

$$T = \pi\sqrt{\frac{m}{D}} = \pi\sqrt{\frac{m \cdot R}{m \cdot g_0}} = \pi\sqrt{\frac{R}{g_0}} = \pi\sqrt{\frac{6400 \cdot 10^3\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} =$$

$= 2530\ \text{s} \approx 42\ \text{min}.$

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

KIDOLGOZOTT FELADAT

Tanulságos lehet a szökési sebességek összehasonlítása.

a) Határozzuk meg, hogy a felszínről indulva mekkora kezdősebességgel lehet egy M tömegű, R sugarú égitesttől elszakadni! (2. kozmikus sebesség, szökési sebesség)

b) Határozzuk meg, hogy egy rögzített pontszerű $+Q$ töltéstől R távolságra elhelyezett m tömegű, $-q$ töltésű részecskének mekkora a szökési sebessége! (Mekkora kezdősebességet kell adni ahhoz, hogy a végtelenbe távozzon?)

MEGOLDÁS

a) Az égitest felszínén a gravitációs potenciális energia:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot U_{\text{pot}} = -\gamma \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

Az induló kinetikus energia $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$. A végtelenben mindkét energia 0.

Így $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{R}$, amiből $v_0 = \sqrt{\frac{2\gamma \cdot M}{R}}$.

b) A rendszer kezdeti potenciális energiája:

$$E_{\text{pot}} = -k\frac{Q \cdot q}{R}$$

Az induló kinetikus energia $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$. A végtelenben mindkét energia 0.

Így $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = k\frac{Q \cdot q}{R}$. Ebből $v_0 = \sqrt{\frac{2k \cdot Q \cdot q}{R \cdot m}}$.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Töltse ki a táblázat üres mezőit a gravitációs és elektrosztatikus mező megfelelő fizikai mennyiségeivel, illetve összefüggéseivel! (pl. tömeg → töltés)

tömeg	
	E elektromos térerősség
$f = m \cdot g$	
$f = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$	
	$U = k \cdot \frac{Q}{r}$

2. Az elektromos mező Faraday-kalitkával leárnyékolható. Leárnyékolható a gravitációs mező hatása?

3. Miben különbözik a táblázatban található homogén töltéseloszlású szigetelt gömb által keltett térerősség a töltött fémgömb által keltett mező térerősségétől?

4. A 2. mintapélda végeredményét hasonlítsa össze a Föld felszínén érvényes I. kozmikus sebességgel történő utazási idővel! Érdemes kiszámítani, meglepő eredményt fog kapni.

Összefoglalás

Elektrosztatika

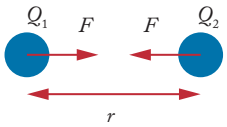
Az elektrosztatikus mezőt nyugvó töltések hozzák létre.

Coulomb törvénye

Két pontszerű Q töltés között fellépő erőhatás:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

ahol $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}$.



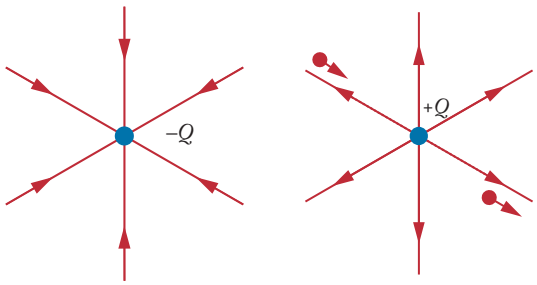
Elektromos mező

Q töltésre ható F erő és a Q töltés hányadosa az E elektromos térerősség.

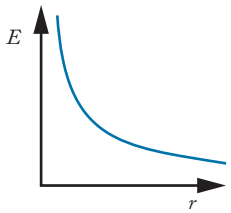
$$E = \frac{F}{Q}$$

Mértékegysége: $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Ponttöltés elektromos tere



Elektromos térerősség



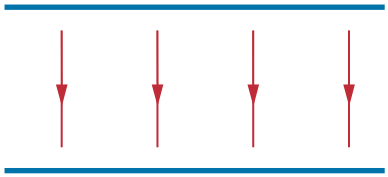
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Homogén elektromos mező

Homogén elektromos térerősség

Homogén elektromos mező jön létre, ha az egymással párhuzamos fegyverzetekre feszültséget kapcsolunk.

A két lemez közötti összes pontban fennáll $E = \frac{U}{d}$.

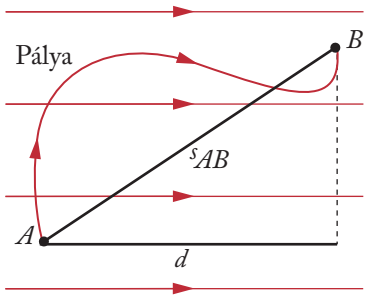


Elektromos feszültség

Az elektromos feszültség a mező q próbatöltésen végzett munkájának és a q próbatöltés nagyságának hányadosa.

$U = \frac{W}{q}$, mértékegysége $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$

Az elektromos mező két pontja közötti feszültség független a két pont közötti útvonaltól. Az elektrosztatikus mező konzervatív mező.



Elektromos potenciál

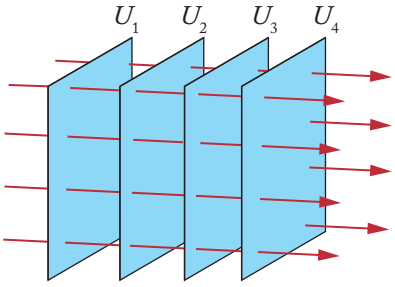
Valamely közös ponthoz (0 ponthoz) viszonyított feszültséget potenciálnak nevezzük.

Feszültség = potenciálkülönbség.

A Q ponttöltés terében a töltéstől r távolságra lévő pont potenciálja:

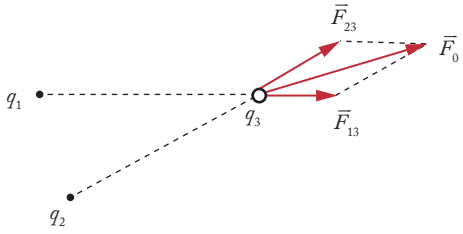
$$U = k \cdot \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

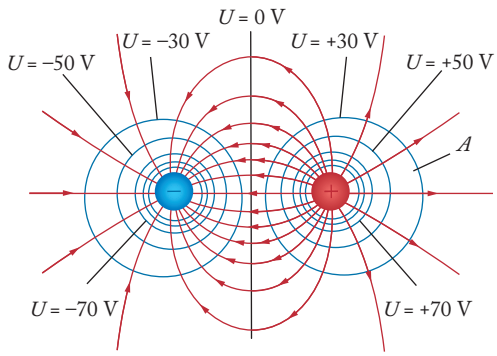
Az ekvipotenciális pontok által alkotott felületek az ekvipotenciális felületek. Homogén mező ekvipotenciális felületei az erővonalakra merőleges, egymással párhuzamos síkok.



Szuperpozíció elve

Minden töltés a másiktól függetlenül létrehozza a maga elektromos mezejét, az eredő elektromos tér az egyes elektromos terek térerősségeinek a vektori összege.



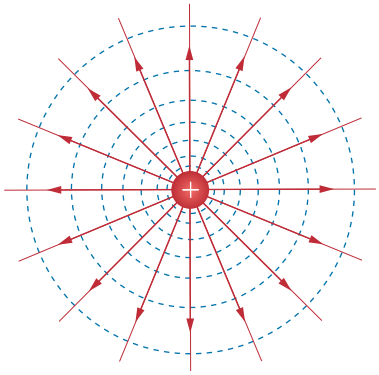


Dipólus elektromos erővonalai és ekvipotenciális felületei

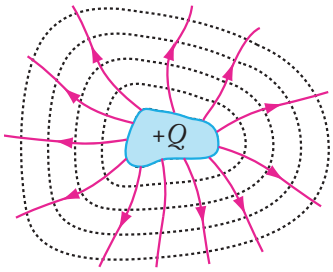
Gravitációs és elektromos mező összehasonlítása

	Gravitációs mező	Elektromos mező
Kölcsönható erő	$F_g = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$F_{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
Térerősség	$g = \gamma \cdot \frac{M}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$
Potenciál	$U_{pot} = -\gamma \cdot \frac{M}{r}$	$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$

Ponttöltés mezőjében az ekvipotenciális felületek koncentrikus gömbfelületek.



Egy adott ponton áthaladó erővonal merőleges az adott pontot tartalmazó ekvipotenciális felületre



Zárt ekvipotenciális felületek alakulnak ki egy elektromosan töltött test körül. A elektromos erővonalak az ekvipotenciális felületek minden pontjára merőlegesek

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Az alábbi állítások egy pozitív töltéssel ellátott tömör fémhengerre vonatkoznak. Melyik HAMIS közülük?
A) A fém belsejében a térerősség nulla.
B) Az elektromos erővonalak a fém felülete mentén mindenhol a felületre merőleges irányban indulnak.
C) A fém felületén a térerősség mindenütt azonos nagyságú.
D) A fém minden pontja azonos potenciálú.

2. Összeérintünk, majd szétválasztunk két azonos méretű fémgolyót, *A*-t és *B*-t. Töltésük az összeérintés előtt: az *A* golyóé: +20 nC, a *B* golyóé: –50 nC. Mekkora lesz a töltésük a szétválasztásuk után?
A) *A* golyó: –30 nC; *B* golyó: –30 nC.
B) *A* golyó: –20 nC; *B* golyó: +50 nC.
C) *A* golyó: –15 nC; *B* golyó: –15 nC.
D) *A* golyó: –50 nC; *B* golyó: +20 nC.

3. (Emelt szintű érettségi feladat, 2007)
Két pontszerű kicsiny test lebeg egymástól *R* távolságban a világűrben. Mindkettőn elektromos töltés van, melyeknek nagysága akkora, hogy a testek közti gravitációs vonzást éppen kiegyenlíti a Coulomb-taszítás. Ekkor a két testet 2 *R* távolságra húzzuk szét egymástól, majd kezdősebesség nélkül elengedjük. Mi történik?
A) A két test visszatér kiinduló helyzetébe.
B) Mozdulatlanul lebegnek tovább 2 *R* távolságban.
C) Gyorsulva távolodnak egymástól.

4. Egy *Q* ponttöltés terében az *A* pontbeli térerősség E_0, a potenciál U_0. Mekkora a *B* pontbeli térerősség és potenciál?
A) E_0, illetve U_0.
B) $2\,E_0$, illetve $2\,U_0$.
C) $\frac{E_0}{2}$, illetve $\frac{U_0}{2}$.
D) $\frac{E_0}{4}$, illetve $\frac{U_0}{2}$.

5. Homogén elektromos mezőben gyorsítunk egy hidrogéniont és egy deutériumiont, azonos hosszúságú úton. Melyiknek lesz nagyobb sebessége, illetve mozgási energiája?
A) Azonos lesz a sebességük és a mozgási energiájuk.
B) A deutériumionnak lesz nagyobb sebessége és mozgási energiája.
C) A hidrogénionnak lesz nagyobb sebessége és mozgási energiája.
D) A hidrogénionnak lesz nagyobb sebessége, a mozgási energiájuk azonos lesz.

6. Két szabadon mozgó, azonos nagyságú, negatív $q = -4\ \mu C$ ponttöltést egy, a töltéseket összekötő szakasz felezőpontjába helyezett pozitív *Q* ponttöltés tart egyensúlyban. Mekkora a *Q* töltés nagysága?
A) 1 μC.
B) 2 μC.
C) 3 μC.
D) 4 μC.

7. Két rögzített, azonos nagyságú, negatív $q = -4\ \mu C$ töltés között, a töltéseket összekötő szakasz felezőpontjában, egy *Q* töltés van egyensúlyban. Mekkora a *Q* töltés?
A) +1 μC.
B) +2 μC.
C) Bármekkora.
D) +4 μC.

8. Melyik az elektromos mező erővonalaira vonatkozó állítások közül a HAMIS?
A) Az elektromos mezőbe helyezett töltés ezek mentén mozog.
B) Az elektromos mezőbe helyezett töltésre az erővonalakkal párhuzamos irányú erő hat.
C) Az elektromos mezőbe helyezett töltés az erővonalakkal párhuzamosan gyorsul.

9. Melyik állítás IGAZ a homogén elektromos mezőre?
A) Minden pontjában azonos a potenciál.
B) Minden pontjában azonos a térerősség.
C) Minden pontjában azonos a térerősség és a potenciál.

10. Egy rögzített $+Q$ ponttöltés által keltett mezőbe a töltéstől r távolságra elhelyezünk és magára hagyunk egy $+q$ töltéssel rendelkező részecskét. Milyen mozgást fog végezni?

A) Egyenletesen növekvő sebességgel távolodik a Q töltéstől.

B) Egyenletes körmozgást végez a Q töltés körül r sugarú körpályán.

C) Növekvő sebességű, csökkenő gyorsulású mozgással távolodik a Q töltéstől.

D) Egy ideig távolodik, majd megáll és visszatér a kiindulási pontba.

11. $\vec{E}$ térerősségű homogén elektromos mezőben elhelyezünk és magára hagyunk egy $-q$ töltéssel rendelkező részecskét. Milyen mozgást fog végezni?

A) Egyenletesen növekvő sebességgel mozog az $\vec{E}$ vektor irányában.

B) Egyenletesen növekvő sebességgel mozog az $\vec{E}$ vektorral ellentétes irányban.

C) Növekvő sebességgel mozog az $\vec{E}$ vektorra merőleges irányban.

D) Állva marad, mert a homogén mező csak a pozitív töltésekre hat.

FELADATOK

1. Két azonos sugarú, azonos nagyságú pozitív töltéssel ellátott, kicsiny fémgolyót hosszú, igen vékony fonál köt össze. Az egyik golyó töltését 40%-kal megnöveljük. Hány százalékkal nő az összekötő fonálban ébredő erő, ha az összekötő fonál

a) szigetelőanyagból készült?

b) fém?

2. Elektrosztatikus festékszórás alkalmazásakor a szórópisztoly és a festett felület között elektromos mezőt létesítenek. A szórópisztolyból kilépő porlasztott festékrészecskék porlasztáskor elektromosan feltöltődnek, és az ellentétes töltésű munkadarab felületére csapódva egyenletes vékony bevonatot biztosítanak. Számítsuk ki, hogy egy $2 \cdot 10^{-6}$ C töltéssel rendelkező, 0,1 g tömegű festékrészecske, amely a porlasztópisztolyból 10 m/s sebességgel repül ki, mekkora sebességgel csapódik a festendő felületre! A gyorsítófeszültség 60 kV.

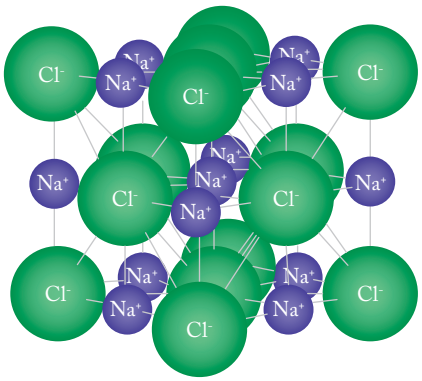
3. Két azonos méretű, párhuzamos fémlemezre egyenlő nagyságú, de különböző előjelű töltést viszünk. A szuperpozíció elvét alkalmazva vizsgáljuk meg az eredő elektromos mezőt a lemezeken kívüli és a lemezek közötti térrészben!

4. Egy 0,3 mm átmérőjű horgászzsinór hossza 100 m, teherbírása 100 N. A kifeszített zsinór két végére erősített fémgömbökre azonos Q töltést viszünk.

a) Legfeljebb mekkora lehet Q, ha a zsinór nem szakad el?

b) Növelni akarjuk a felerősíthető Q töltést, ezért a horgászzsinór teherbírását megsokszorozzuk: 10 egyenlő részre vágjuk, és a darabokból kötelet fonunk. Ezzel 10-szeresre nőtt a teherbírása. Ennek végeire erősítjük a töltött gömböket. Mennyire sikeres az ötletünk?

5. A kősó- (NaCl-) kristályban az ellentétes töltésű nátrium- (Na^+) és klorid- (Cl^-) ionokat az elektrosztatikus erő tartja össze. A rácsállandó két szomszédos ion egymástól való távolsága. A NaCl esetében kb. $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. Mekkora a két ion között fellépő Coulomb-féle vonzóerő?

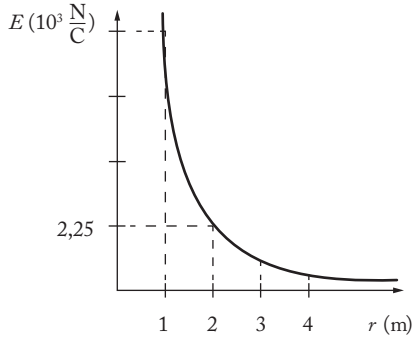


6. Egy Q ponttöltés által keltett elektromos mezőben az E elektromos térerősség nagyságát ábrázoltuk a töltéstől való r távolság függvényében.

a) Határozzuk meg a Q töltés nagyságát!

b) Mekkora a térerősség a töltéstől 3 m távolságban?

c) Hol vannak azok a pontok, amelyekben a térerősség nagysága $9 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$?



7. **a)** Mennyi egy Q ponttöltéstől R távolságban lévő pontban az elektromos térerősség nagysága? Használjuk a Coulomb-törvényben megismert k arányossági tényező helyett a $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$-t!

b) A Q ponttöltés mint középpont körül vegyünk egy R sugarú gömbfelületet! Milyen helyzetűek a töltésből kiinduló erővonalak a gömbfelülethez képest? Mennyi a gömbfelületen áthaladó összes erővonal? (A gömb felszínképlete: $A = 4\,R^2\pi$.)

c) Hogyan függ a gömbfelületen áthaladó erővonalak száma a gömb sugarától?

d) Vegyünk fel a Q ponttöltés körül egy tetszőleges alakú zárt felületet! Hány erővonal halad át ezen a felületen?

e) Két darab $+Q$ töltést tartalmazó felületen hány erővonal halad át?

f) Ha megállapodás szerint egy zárt felületből kifelé jövő erővonalak számát pozitív előjellel, a befelé haladókét negatív előjellel vesszük figyelembe, akkor mennyi egy elektromos dipólust körülvevő felületen áthaladó erővonalak előjeles összege?

g) Általánosítsuk az eddigieket: mitől függ egy zárt felületet döfő erővonalak előjeles összege?

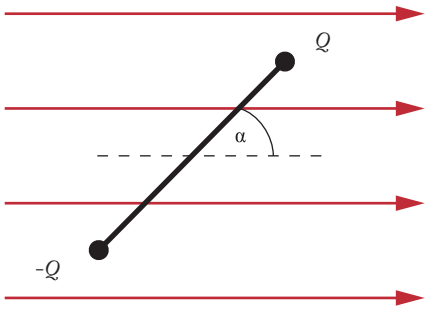
8. Egy hosszú egyenes vezetőre töltést viszünk. Milyen erővonalszerkezete van a keletkezett elektromos mezőnek?

9. Üreges, töltetlen fémgömb középpontjába pontszerű töltést juttatunk.

a) Ábrázoljuk a térerősség nagyságát a gömb középpontjától való távolság függvényében!

b) Hogyan alakul az erővonalrendszer a gömbhéjon belül, a gömbhéj falában és a gömbön kívül, ha a ponttöltést az üregen belül máshova helyezzük?

10. (Emelt szintű érettségi feladat, 2011)
Egy 10 cm hosszúságú szigetelőrúd két végére egy-egy pontszerű, Q, illetve $-Q$ töltést helyezünk. A rudat homogén E elektrosztatikus térbe helyezzük az ábra szerint, és elengedjük.



$Q = 10^{-5}$ C, $E = 10\ \frac{\text{kv}}{\text{m}}$, $\alpha = 45°$.

a) Mekkora az elkészített rúdra ható erő? Merre mozdul el a rúd tömegközéppontja?

b) Mekkora a rúdra ható (a rúd tömegközéppontjára vonatkozó) forgatónyomaték?

Mi történik a rúddal, miután elengedtük?

11. Egy sci-fi filmötlet: Egy rejtélyes ellenséges hatalom arra készül, hogy megszünteti a Föld és a Hold közötti gravitációt, vagyis elveszi az emberiségtől a Holdat. A Hold megmentésére zseniális terv születik: megfelelő elektronmennyiséget kell a Földről a Holdra juttatni. Annyit, hogy a megszűnt gravitációt az ellentétes töltésűvé váló Föld és Hold között fellépő elektrosztatikus vonzóerő pótolja. Hány kg elektront kellene a Holdra szállítani, hogy a terv megvalósuljon?

12. Mekkora lesz a matematikai inga lengésideje, ha az l hosszúságú fonálra erősített m tömegű testre pozitív q töltést viszünk, és az inga függőlegesen felfelé mutató E térerősségű elektromos mezőben leng?

13. Egy szigetelőanyagból készült l hosszúságú fonálra m tömegű, elektromosan töltött fémgolyót erősítünk. A fonálingát vízszintes irányú, E nagyságú homogén elektromos mezőbe helyezzük.

a) Mekkora a golyó töltése, ha az inga egyensúlyi helyzetében 45°-os szöget zár be a függőlegessel?

b) Milyen jellegű ez az egyensúlyi helyzet?

c) Ebből a helyzetéből kicsit kitérítve, majd magára hagyva, a fémgolyó harmonikus rezgéseket végez. Mekkora frekvenciával?

14. Egy 10 cm hosszú üvegből készült kisülési csőre 250 V feszültséget kapcsolunk.

a) Mekkora a térerősség a csőben?

b) Mekkora erő hat a csőben lévő elektronra?

c) Mennyi idő alatt teszi meg az elektron a két elektróda közti távolságot, ha feltételezzük, hogy ütközés nélkül halad végig a csövön?

15. Egy $q = 10^{-6}$ C töltésű részecske az x–y koordinátasíkon homogén elektromos mezőben mozogva az A pontból a B pontba jut. A pontok koordinátái $A(-6$ cm; 3 cm) és B (4 cm; 2 cm). A térerősség az y tengely pozitív irányával megegyező, $E = 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$ nagyságú.

a) Határozzuk meg a részecskére ható elektrosztatikus erő nagyságát és irányát!

b) Mennyi munkát végez az elektromos tér, miközben a részecske az A pontból a B pontba jut?

c) Határozzuk meg az A és B pont közötti feszültséget!

16. Egy $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C töltésű részecske az x–y koordinátasíkon az origóban lévő $Q = 5 \cdot 10^{-6}$ C ponttöltés erőterében mozogva az A pontból a B pontba jut. A pontok koordinátái: A(–4 cm; 3 cm), B(10 cm; 0 cm).

a) Határozzuk meg a részecskére ható elektromos erő nagyságát a megadott két pontban!

b) Határozzuk meg az A és B pont közötti feszültséget!

c) Mennyi munkát kell végeznünk, miközben a részecskét az A pontból a B pontba juttatjuk?

17. A 10^{-8} C nagyságú ponttöltés terében mekkora lehet a távolsága két olyan pontnak, melyek potenciálja $U_1 = 10$ V, $U_2 = 90$ V?

18. Egy $Q = 5 \cdot 10^{-7}$ C töltésű rögzített részecskétől $x_0 = 50$ cm távolságban lévő A pontból elengedünk egy $m = 0{,}1$ mg tömegű, $q = 10^{-9}$ C töltésű részecskét. (A gravitáció hatását hanyagoljuk el.)

a) Mennyi lesz a részecske sebessége $x = 10$ cm-es út megtétele után?

b) Mekkora kezdősebességet kell adni a részecskének ahhoz, hogy ne térjen vissza?

19. Két azonos $Q = 2 \cdot 10^{-6}$ C töltést helyezünk el egy 2 m hosszúságú szakasz A és B végpontjában. Mekkora és milyen irányú a térerősség

a) az AB szakasz F felezőpontjában?

b) a töltéseket összekötő egyenesnek az AB szakaszon kívüli, az A ponttól 1 m távolságra lévő P pontjában?

c) az AB szakasz felezőmerőlegesének az F ponttól 1 m távolságra lévő X pontjában?

20. Két azonos sugarú töltött fémgolyó töltése $Q_1 = 10^{-6}$ C és $Q_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ C, távolságuk 30 cm.
Mekkora a köztük fellépő elektrosztatikus erő? A két fémgolyót szigetelőanyagból készült eszközök segítségével összeérintjük, majd ismét 30 cm-re távolítjuk. Mekkora lesz az egyes fémgolyók töltése a szétválasztás után? Mekkora lesz most az elektrosztatikus erő nagysága?
Oldjuk meg a feladatot $Q_2 = -3 \cdot 10^{-6}$ C adattal is! (A többi adat változatlan.)

21. Két azonos sugarú, azonos nagyságú pozitív töltéssel ellátott, kicsiny fémgolyót hosszú, igen vékony fonál köt össze. Az egyik golyó töltését megduplázzuk. Hányszorosára nő az összekötő fonálban ébredő erő, ha a fonál

a) szigetelőanyagból készült;

b) fémhuzalból készült?

ESSZÉKÉRDÉSEK

A gravitációs tér és a sztatikus elektromos mező összehasonlítása

Az alábbi szempontok szerint végezze el az összehasonlítást!

a) Mi hozza létre a kétféle mezőt, és mire hat?

b) A két erőhatás hasonlósága, különbsége. Gravitációs erőtörvény és a Coulomb-féle erőtörvény.

c) Erővonalrendszer, térerősség, ekvipotenciális felületek elektromos és gravitációs mezőben.

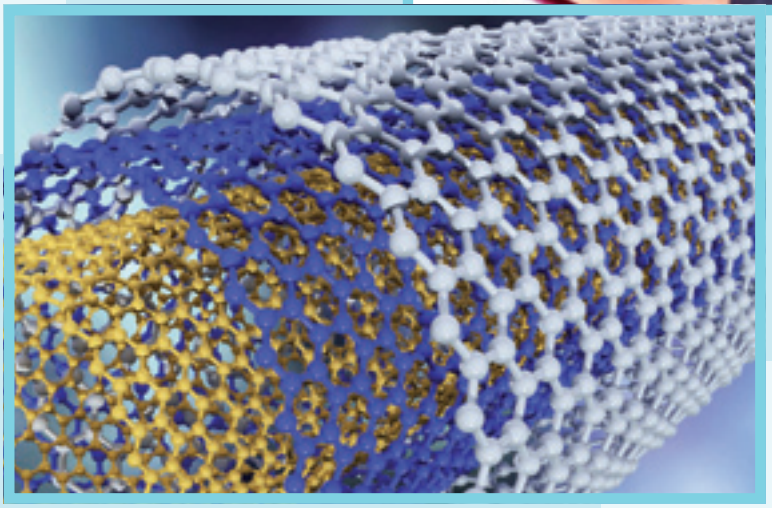
d) Munkavégzés zárt vonalú pályán a kétféle mezőben.

e) Hasonlítsa össze a H atomban a proton és az elektron között fellépő gravitációs és elektromos erők nagyságrendjét! (A szükséges adatokat keresse ki a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok*ból!)

II. Kondenzátorok, kapacitások





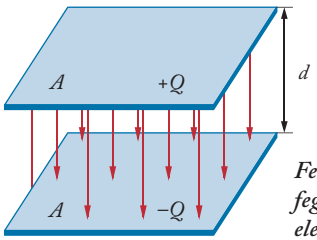


1. Kondenzátorok

A **kondenzátorok** (sűrítők) olyan áramköri eszközök, amelyek képesek – méretükhöz képest – **nagy töltésmennyiséget** befogadni és intenzív **elektromos mezőt** létrehozni. Egyenáramú áramkörökben energiatárolásra, a lüktető egyenfeszültség simítására, elektromos zajok, zavarok szűrésére használjuk. Váltóáramú áramkörökben elsősorban frekvenciaszűrésre alkalmazzuk.

Legegyszerűbb fajtájuk a **síkkondenzátor**, amely egymástól elszigetelt két párhuzamos fémlemezből áll. A lemezeket **fegyverzetnek** is nevezzük. A kondenzátor a lemezeire kapcsolt U feszültség hatására feltöltődik. Amikor röviden azt mondjuk, hogy a kondenzátor töltése Q, akkor ez pontosan azt jelenti, hogy feltöltött kondenzátor fegyverzetein egyenlő nagyságú, ellentétes előjelű töltés található ($+Q$ és $-Q$).

A lemezek közötti térben homogén E elektromos mező ébred.



Feltöltött síkkondenzátor fegyverzetei közötti homogén elektromos mező



Gyakorlatban használt kondenzátorok

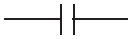
Kapacitás

Mérések alapján a kondenzátorra kapcsolt U feszültség egyenesen arányos a fegyverzetek Q töltésével, hányadosuk tehát állandó. Ez az állandó a kondenzátor töltéstároló képességére jellemző fizikai mennyiség, a C kapacitás:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Mértékegysége a farad, melynek jele: F. A farad nagy egység; a gyakorlatban a töredékei fordulnak elő:
1 μF = 10^{-6} F, 1 nF = 10^{-9} F, 1 pF = 10^{-12} F.

Akkor nagy egy kondenzátor kapacitása, ha viszonylag nagy töltést nem túl nagy feszültség mellett képes tárolni.

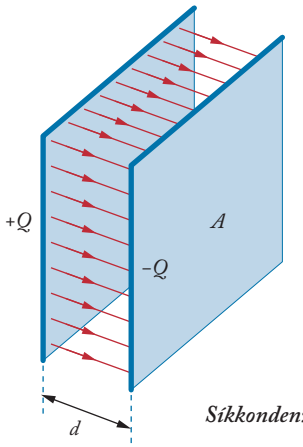
A kondenzátor jele áramköri rajzokban: 

Síkkondenzátor kapacitása, elektromos mezője

A síkkondenzátor kapacitása a lemezek A felületével egyenesen, a lemezek d távolságával fordítottan arányos:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

(ε_0 a vákuum permittivitása, értéke $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ $\frac{\text{As}}{\text{Vm}}$).



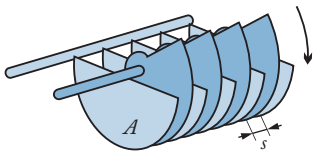
Síkkondenzátor

A kondenzátorlemezek közötti homogén mező térerőssége:

$$E = \frac{U}{d}.$$

Változtatható kapacitású kondenzátor

A forgókondenzátor változtatható kapacitású kondenzátor.



Forgókondenzátor

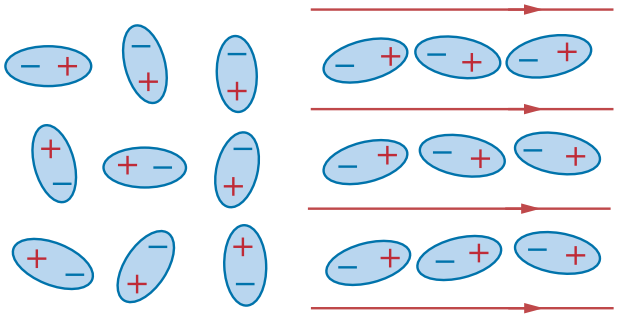
A váltakozva elhelyezkedő álló-, illetve forgórészlemezek (fémesen) egymáshoz vannak erősítve. A forgórész elforgatásával a két lemezcsoport átfedése, így a kondenzátor kapacitása változik. Ilyen forgókondenzátorokat már csak régebben gyártott rádiókban találhatunk. A rádió állomáskereső gombja működtette a kondenzátor forgórészét. Manapság már varicap nevű félvezető diódákat használnak helyette; ennek kapacitását mozgó alkatrész nélkül, a rákapcsolt feszültséggel lehet változtatni.

Szigetelőanyag viselkedése elektromos mezőben

A szigetelőket két csoportba sorolhatjuk.

A **poláros dielektrikumok** molekulái dipólusok; a pozitív és negatív töltések középpontja nem esik egybe. Az **apoláros molekulák** pozitív és negatív töltésközéppontja egybeesik. Az ábra a két csoport molekuláinak elhelyezkedését érzékelteti elektromos tér nélküli helyzetben és elektromos tér jelenlétében.

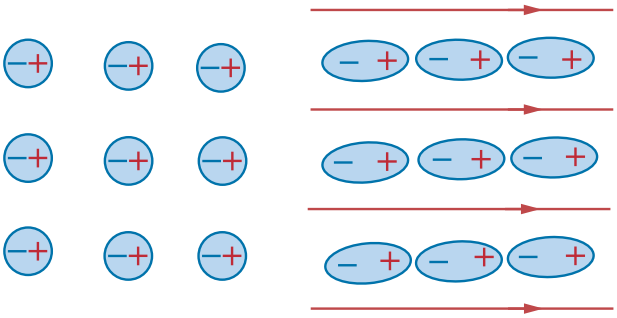
Poláros szigetelőanyag külső elektromos tér nélkül, illetve külső elektromos térben



A dipólusok véletlenszerűen helyezkednek el

A dipólusok az erőtér irányában rendeződnek

Nem poláros szigetelőanyag külső elektromos tér nélkül, illetve külső elektromos térben



A pozitív és negatív töltés középpontja egybeesik

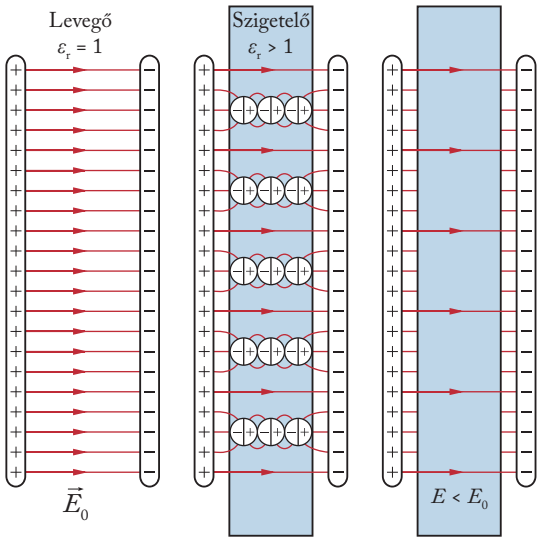
A pozitív és negatív töltés középpontja szétválik

Kondenzátorok szigetelőanyaggal (dielektrikummal)

A technikai alkalmazásokban a kondenzátorlemezek közé szigetelőanyagot helyeznek. Ennek következtében nagyobb a kondenzátor kapacitása és átütési feszültsége (ld. később).

A dielektrikum hatására bekövetkező kapacitásnövekedés belátását az alábbi gondolatkísérlet segíti:

Töltsünk fel egy kondenzátort, melynek lemezei között levegő van! Ezután kapcsoljuk le a feltöltő feszültségforrásról. Lekapcsoláskor a kondenzátor töltése nem változik. A kondenzátor lemezei közé helyezzünk szigetelőanyagot!



Az ábrán látható esetben állandó a lemezek töltése

A szigetelőanyag molekulái a feltöltött kondenzátor elektromos mezőjének hatására az erővonalak irányában láncba rendeződnek. A szigetelőanyag belsejében a dipólusok ellentétes előjelű pólusai egymás hatását semlegesítik. A láncvégeken, vagyis a szigetelőanyag felületein megjelenő ún. **polarizációs töltések** a kondenzátor terével ellentétes mezőt keltenek. Így a szigetelőbe belépve lecsökken a térerősség, mert a pozitív lemezről induló erővonalak egy része a szigetelőanyag felületén megjelenő negatív töltéseken végződik, csak a többi erővonal halad át a szigetelőn. A térerősség az erővonal-sűrűséggel arányos, tehát a szigetelőben lecsökken a térerősség ($E < E_0$).

A lemezek közötti $U = E \cdot d$ feszültség is lecsökken, ezért nő a kondenzátor $C = \frac{Q}{U}$ kapacitása.

A szigetelőanyag kapacitásnövelő képességét egy dimenzió nélküli számmal, az adott anyagra jellemző ε_r relatív **permittivitással** fejezzük ki. Gázok esetében $\varepsilon_r < 1$, a többi szigetelőnél $\varepsilon_r > 1$.

A megnőtt kapacitást a $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$ összefüggéssel számítjuk ki.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy 5 μF kapacitású síkkondenzátort feszültségforrásra kapcsolunk. Hogyan változik a kapacitása, feszültsége és töltése, ha a lemezei közé egy $\varepsilon_r = 5$ relatív permittivitású csillámlapot helyezünk?

MEGOLDÁS

A kondenzátor feszültsége a feltöltő feszültségforrásával megegyező, tehát nem változik.

A kapacitása a $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$ összefüggésnek megfelelően az 5-szörösére nő.

A töltése a $Q = C \cdot U$ összefüggésből adódóan az 5-szörösére nő. A többlettöltés a tápegységből származik, hiszen a kondenzátorral való összeköttetése megmaradt.

2. FELADAT Egy 5 μF kapacitású síkkondenzátort feszültségforrásra kapcsolunk, majd a töltő áramkörtől elszigeteljük. Hogyan változik a kapacitása, feszültsége és töltése, ha a lemezei közé egy $\varepsilon_r = 5$ relatív permittivitású csillámlapot helyezünk?

MEGOLDÁS

A kondenzátor feszültsége a feltöltő feszültségforrásával megegyező, tehát nem változik.

A kapacitása a $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$ összefüggésnek megfelelően az 5-szörösére nő.

A feszültsége az $U = \frac{Q}{C}$ összefüggés szerint az 5-ödére csökken.

Átütési szilárdság (feszültség)

Kondenzátoroknak a kapacitáson kívül fontos elektromos adata a rákapcsolható maximális feszültség. Ez az érték a fegyverzetek távolságától és a köztük lévő közeg átütési szilárdságától függ. A megengedettnél nagyobb feszültség esetén a szigetelőanyag molekulái már nemcsak polarizálódnak, hanem elektronok szakadnak ki belőlük, amelyek a feszültség hatására elmozdulnak, vagyis a szigetelőanyag bizonyos mértékig vezetővé válik; a kondenzátor „átüt”.

Néhány szigetelőanyag átütési szilárdsága:

Anyag	Levegő	Száraz papír	Üveg	Olajjal átitatott papír	Ebonit
Átütési szilárdság (kV/cm)	30	110	120	220	300

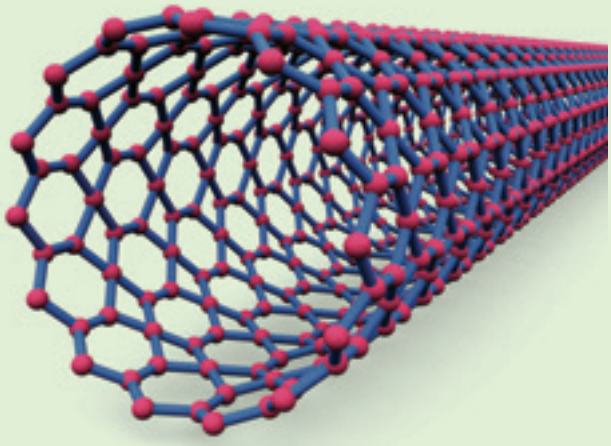
ALKALMAZÁSOK

Kondenzátor található a rádiókészülékek áramkörében, a mobiltelefonban, a számítógépben, alaplapokban, töltőben, tápegységben, a fénycsövek gyújtószerkezetében.

A fényképezőgép akkumulátora néhány másodperc alatt feltölti a fényképezőgép vakujában lévő kondenzátort, majd fényképezéskor a kondenzátor teljes töltése szinte azonnal a vakuba kerül. Ez teszi lehetővé, hogy a fényképezőgép vakuja egy nagyon rövid ideig nagyon világos legyen.

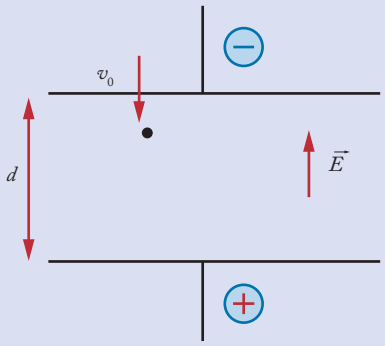
Szuperkondenzátorok

A hagyományos kondenzátorok kapacitását nagyságrendekkel felülmúlja a szuperkondenzátoroké: néhány faradtól több ezer faradig. A tárolt energia is a hagyományos kondenzátorokénak sokszorosa. A szuperkondenzátorok aktív szenet tartalmaznak, mely rendkívül porózus, így nagy felülettel rendelkezve egy hatalmas elektródát alkot. Lökésszerű terhelések energiaellátására, nagy teljesítményű motorok (kamionok, villanymozdonyok) indításakor használják. Energiatakarékos járművekben is alkalmazzák, a fékenergia tárolására. A jövőben alternatívája, illetve kiegészítője lehet az akkumulátoroknak. Újabban szén nanocsövekből felépülő szuperkondenzátorokkal is kísérleteznek. A szén nanocső egy nagyon kis átmérőjű egyenes henger, amelynek falát szénatomok alkotják. A nanocső az emberi hajszálnak csupán harmincezrede, hossza pedig szélességének százezerszerese, így azonos térfogaton sokkal nagyobb aktív felületet biztosítanak, mint a korábbi megoldások.



KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy $U = 500$ V feszültségű kondenzátor vízszintes helyzetű lemezeinek távolsága $d = 2$ cm. A negatív töltésű lemezen készített nyíláson v_0 függőlegesen lefelé belövünk egy $q = 10^{-5}$ C töltésű, $m = 10^{-4}$ kg tömegű részecskét. Mekkora a kezdősebesség, ha a töltés az elektromos mező ellenében eljut a szemközti lemezre? (A gravitáció hatását hagyjuk figyelmen kívül!)



MEGOLDÁS

A lemezek közötti elektromos mező fékezi a pozitív töltést. Határesetben éppen d út megtétele után fékeződik le.

A térerősség nagysága:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{500\ \text{V}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 2{,}5 \cdot 10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

A fékezőerő:

$$F = E \cdot q = 2{,}5 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10^{-5}\ \text{C} = 2{,}5 \cdot 10^{-1}\ \text{N}$$

A lassulás nagysága:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-1}\ \text{N}}{10^{-4}\ \text{kg}} = 2500\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Nulla végsebességű mozgás esetén érvényes összefüggés:

$$v_0 = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \cdot 2500\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

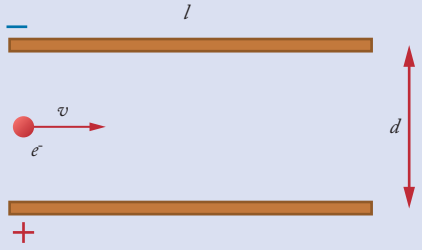
MEGOLDÁS (MUNKATÉTETTEL)

A részecske $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_0^2$ mozgási energiáját az elektrosztatikus erő $W = U \cdot q$ munkája emészti fel: $\frac{1}{2} m v_0^2 = U \cdot q$.

Ebből $v_0 = \sqrt{\frac{2\,U \cdot q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\ \text{V} \cdot 10^{-5}\ \text{C}}{10^{-4}\ \text{kg}}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ebből a megoldásból kiderül, hogy a végeredmény nem függ a lemezek közti d távolságtól.

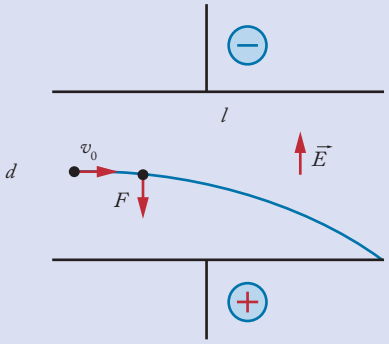
2. FELADAT Egy kondenzátor lemezei közé a lemezekkel párhuzamos irányú kezdősebességgel, középen belövünk egy elektront. Mekkora legyen az elektron kezdősebessége, hogy ütközés nélkül hagyja el a lemezek közötti térrészt? Adottak a kondenzátor méretei: $l = 4$ cm, $d = 0{,}5$ cm. A kondenzátorra kapcsolt feszültség: $U = 100$ V.



MEGOLDÁS

Az elektron a lemezekkel párhuzamos x irányban egyenletesen mozog, mert nem hat rá x irányú erő. A lemezekre merőleges irányban gyorsuló mozgást végez a pozitív lemez irányában, a lemezek közötti elektromos mező hatására.

Ütközésmentes határesetben éppen annyi idő alatt tesz meg vízszintesen l utat, mint függőlegesen $\frac{d}{2}$ utat.



A lemezek közötti E térerősség nagysága:

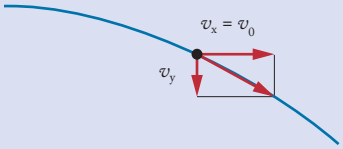
$$E = \frac{U}{d} = \frac{100\ \text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 2 \cdot 10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Az elektronra ható F erőt a lemezek közötti E térerősség és az elektron e töltésének szorzata adja:

$$F = E \cdot e = 2 \cdot 10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}} 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 3{,}2 \cdot 10^{-15}\ \text{N}$$

Az elektron függőleges gyorsulását Newton 2. törvényéből kapjuk:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-15}\ \text{N}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 3{,}5 \cdot 10^{15}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Az x irányú sebesség nem változik, az y irányú egyenletesen nő

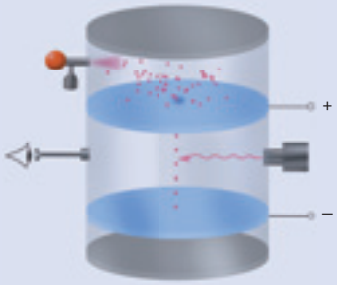
Az *y* irányú gyorsuló mozgásra a négyzetes útfüggvényt alkalmazzuk: $y = \frac{a}{2}t^2$. Esetünkben: $\frac{d}{2} = \frac{a}{2}t_0^2$. Ebből:

$$t_0 = \sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{3{,}5 \cdot 10^{15}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}19 \cdot 10^{-9}\ \text{s}.$$

Az egyenletes $v_x = v_0$ sebességű vízszintes mozgás ideje:

Ebből: $v_0 = \frac{l}{t_0} = \frac{4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{1{,}19 \cdot 10^{-9}\ \text{s}} = 3{,}36 \cdot 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3. FELADAT Az elektron töltésének első pontos meghatározását 1909 és 1917 között az amerikai Robert Millikan végezte el oly módon, hogy kicsiny feltöltött olajcseppecskéket függőleges homogén elektromos mezőbe juttatott. Ha az elektromos erőtér éppen kiegyenlíti a gravitációs erőt, akkor a csepp lebeg.



Vízszintes kondenzátorlemezek távolsága 12 cm, a lemezek közti feszültség 600 V. A lemezek közti térben $1{,}2 \cdot 10^{-14}$ kg tömegű olajcsepp lebeg. Mekkora az olajcsepp töltése? Hányszorosa ez az elemi töltésnek? A nehézségi gyorsulás értéke $9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

MEGOLDÁS

A *q* töltésű cseppre ható erők kiegyenlítik egymást:

$$m \cdot g = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot q$$

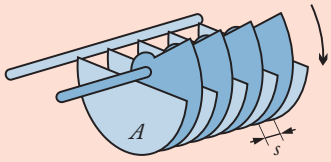
Ebből $q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-14}\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{600\ \text{V}} =$

$= 2{,}35 \cdot 10^{-17}\ \text{C}$

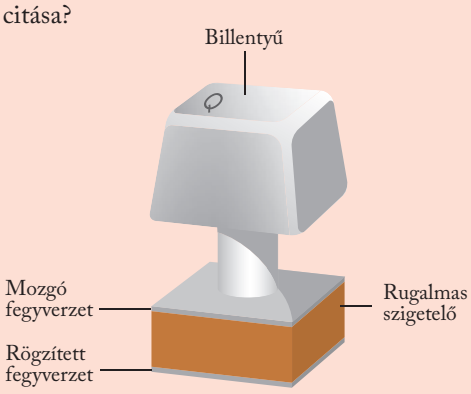
Ez az elemi töltés $\frac{2{,}35 \cdot 10^{-17}\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 147$-szerese.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen elrendezésű egy síkkondenzátor?
2. Hogyan függ a síkkondenzátor kapacitása a rákapcsolt feszültségtől?
3. Hogyan változik a forgókondenzátor kapacitása a forgórésznek az ábra szerinti irányban történő forgatása esetén?



4. Számítógépek billentyűzetének egyik fajtája a kapacitív billentyűzet. A billentyű megnyomásakor egy kondenzátor mozgó fegyverzete közeledik az állóhoz. Hogyan változik ilyenkor a kondenzátor kapacitása?



Kapacitív billentyűzet billentyűje

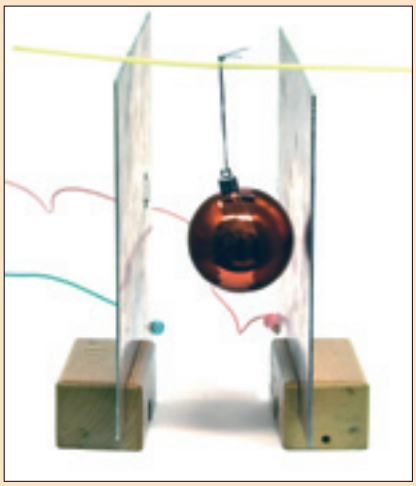
5. Ha a dielektrikum hatását magyarázó gondolatkísérlet kondenzátorának erővonalszámát a valósággal arányosnak gondoljuk, mennyi lehet az alkalmazott szigetelőanyag relatív permittivitása?
6. Hogyan változik egy síkkondenzátor kapacitása a lemezek távolítása esetén?

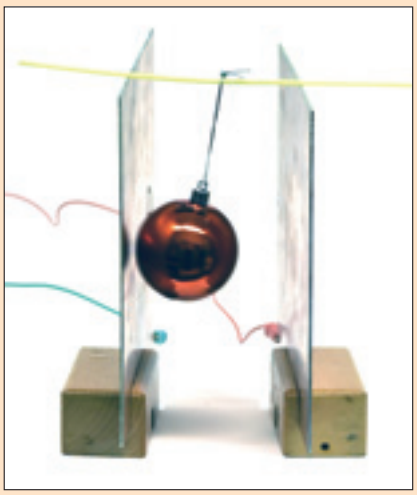
2. Kondenzátorok energiája, kapcsolása

A feltöltött kondenzátor energiája

KÍSÉRLET

Nagy méretű, feltöltött kondenzátor lemezei közé lógassunk könnyű, például alufóliából gyúrt kis méretű golyót!





TAPASZTALAT

A fémgolyó pattogni kezd a lemezek között. Ezért kapta ez a kísérlet az „elektromos harang” elnevezést. A pattogás rövid idő után lassul, majd leáll. A golyó folyamatosan töltéseket szállít a lemezek között mindaddig, amíg azok töltése ki nem egyenlítődik.

KÖVETKEZTETÉS

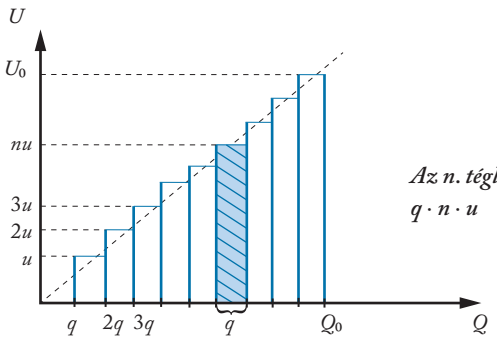
A golyót az elektromos mező hozza mozgásba. A jelenség energiaviszonyait elemezve arra kell gondolnunk, hogy a golyó mozgási energiája az elektromos mező energiájából származik (majd hang és súrlódás formájában távozik a rendszerből).

Tehát: a feltöltött kondenzátornak van energiája.

Kondenzátor feltöltése

Egy gondolatkísérletben egy töltetlen kondenzátor egyik lemezére, a másik lemez leföldelése után, azonos q adagokban összesen Q_0 töltést viszünk. A kondenzátor lemezei között a felvitt töltéssel arányosan U_0-ig növekvő feszültség keletkezik. Minden egyes töltésadag felvitelével azonos u értékkel nő a lemezek közti feszültség; az n-ik q adag felvitele $n \cdot u$ feszültségű kondenzátorra történik.

Ez egyben azt is jelenti, hogy az egymást követő töltésadagolást egyre erősebb elektromos mező ellenében végezzük, ami egyre nagyobb munkavégzést igényel. Az n-ik töltésadag felvitelekor végzett munka – a $W = Q \cdot U$ összefüggésnek megfelelően – $q \cdot n \cdot u$. Ez az érték az ábra szerinti q és $n \cdot u$ oldalú téglalap területével egyezik meg. A teljes Q_0 töltés és U_0 feszültség eléréséig végzett munka az egyes téglalapok területének összege, ami a Q_0 és U_0 befogójú derékszögű háromszög területe: $W = \frac{1}{2} Q_0 \cdot U_0$. Ez egyben a feltöltött kondenzátor energiája.



Az U feszültségű, Q töltéssel rendelkező, C kapacitású kondenzátor lemezei közötti elektromos mező energiája a következő alakokban adható meg:

$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$. (A három alak közti kapcsolatot a $Q = C \cdot U$ összefüggés adja.)

A kondenzátor energiája a lemezek közötti tér energiája; ezért mondjuk, hogy az elektromos mező energiát hordoz.

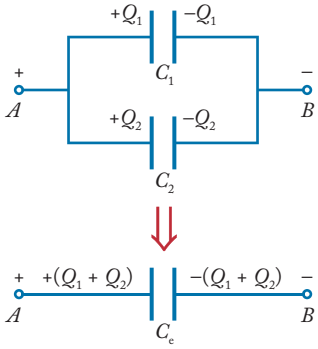
Kondenzátorok kapcsolása

Eredő kapacitás

Több kondenzátort tartalmazó kapcsolásokkal végzett számításokat segíti, ha az adott kondenzátorokat helyettesíthetjük egyetlen kondenzátorral. Ennek az elképzelt kondenzátornak a kapacitása a helyettesített kondenzátorok **eredő kapacitása**.

Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása

Ha két kondenzátort az ábrának megfelelően kapcsolunk egymáshoz, párhuzamos kapcsolásról beszélünk.



Két párhuzamosan kapcsolt kondenzátor helyettesítése egyetlen kondenzátorral

Látható, hogy a kondenzátorokat közös A és B pontok közé kapcsoltuk, tehát feszültségük közös: $U_1 \equiv U_2 \equiv U_{AB}$.

A kapcsolás összes tárolt Q töltése a két töltés összege: $Q = Q_1 + Q_2$.

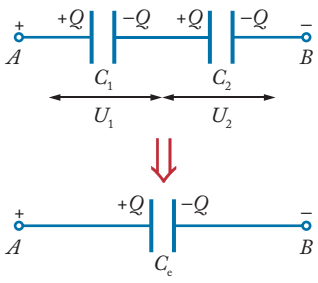
Ha egy kondenzátor ugyanekkora U_{AB} feszültség hatására ugyanekkora $Q = Q_1 + Q_2$ töltésű lenne, akkor egymaga helyettesítené a két kondenzátort. Ezen – elképzelt – kondenzátor C_e kapacitását a kapcsolás eredő kapacitásának nevezzük. Az eredő kapacitás meghatározható C_1 és C_2 segítségével: $C_e = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{Q_1 + Q_2}{U_{AB}} = \frac{Q_1}{U_{AB}} + \frac{Q_2}{U_{AB}} = C_1 + C_2$

Tehát $C_e = C_1 + C_2$.

Szavakkal: **párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok kapacitása összeadódik**. Az eredő kapacitás mindig nagyobb, mint bármelyik részkapacitás. Ha n számú azonos C kapacitású kondenzátort kapcsolunk párhuzamosan, akkor az eredő kapacitás: $C_e = n \cdot C$.

Soros kapcsolás

Két kondenzátornak az ábra szerinti kapcsolását soros kapcsolásnak nevezzük.



Sorosan kapcsolt kondenzátorok helyettesítése egyetlen kondenzátorral

A soros kapcsolás fontos jellemzője, hogy a fegyverzeteken azonos nagyságú Q töltés van, ez egyben a kapcsolás által tárolt összes töltés. Az előzőhöz hasonlóan bevezetett C_e eredő kapacitással a kapcsolás teljes feszültsége:

$U_{AB} = \frac{Q}{C_e}$

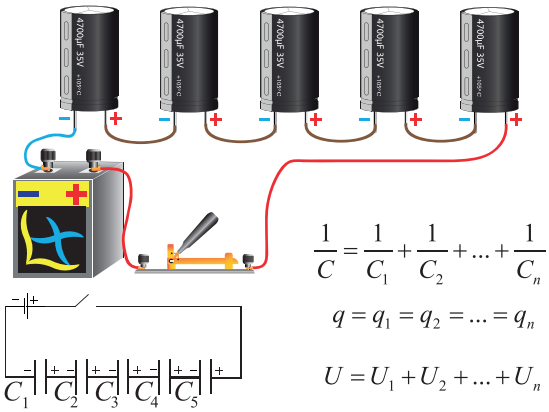
A teljes feszültség az U_1 és U_2 részfeszültségek összege:

$U_{AB} = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$

Így $\frac{Q}{C_e} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$, ebből pedig $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

Sorosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitásának reciproka az egyes részkapacitások reciprokának összege. Az eredő kapacitás mindig kisebb, mint bármelyik részkapacitás.

Két kondenzátor esetén az eredő kapacitásra az előző összefüggésből a $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ összefüggést kapjuk. n számú azonos C kapacitás eredője: $C_e = \frac{C}{n}$.



Kondenzátorok soros kapcsolása elektromos áramkörben, és az akkumulátor paramétereit jellemző fizikai összefüggések

KIDOLGOZOTT FELADAT

A villanófény (vaku) működésének alapja egy nagy kapacitású, feltöltött kondenzátor, amely a fényképezés pillanatában a villanócsövön keresztül kisül; energiája fény és hő alakjában jelenik meg. Egy 350 V feszültségre töltött vaku kondenzátora 100 J energiát tárol.

a) Hány μF a kapacitása?

b) Mennyi az eredő kapacitás és az egyes kondenzátorok töltése, illetve feszültsége, ha $C_1 = 2$ μF és $C_2 = 3$ μF kapacitású kondenzátorokat az első esetben sorba, míg a második esetben párhuzamosan kapcsolunk 120 V feszültségre?

MEGOLDÁS

Adatok:

$C_1 = 2$ μF, $C_2 = 3$ μF, $U = 120$ V

$C_e = ?$, $Q_1 = ?$, $Q_2 = ?$, $U_1 = ?$, $U_2 = ?$

a) Soros kapcsolás esetén:

$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2\ \mu F \cdot 3\ \mu F}{2\ \mu F + 3\ \mu F} = 1{,}2\ \mu F$

A kondenzátorok töltése megegyezik, és ez egyenlő a kapcsolás összes töltésével:

$Q_1 = Q_2 = C_e \cdot U = 1{,}2\ \mu\text{F} \cdot 120\ \text{V} = 144\ \mu\text{C} = 1{,}44 \cdot 10^{-4}\ \text{C}$

A kondenzátorok feszültsége:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-4}\ \text{C}}{2 \cdot 10^{-6}\ \text{F}} = 72\ \text{V}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-4}\ \text{C}}{3 \cdot 10^{-6}\ \text{F}} = 48\ \text{V}$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetén:

$C_e = C_1 + C_2 = 2\ \mu\text{F} + 3\ \mu\text{F} = 5\ \mu\text{F}$

A kondenzátorok feszültsége egyenlő a kapcsolás feszültségével: $U_1 = U_2 = U = 120$ V.

A kondenzátorok töltése:

$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \cdot 120\ \text{V} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{C}$

$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \cdot 120\ \text{V} = 3{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{C}$

KIDOLGOZOTT FELADAT

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Egy kondenzátor lemezeinek nagysága A, távolsága x_1. Q töltést viszünk a lemezekre. Ezután a feltöltő akkumulátorral való kapcsolatot megszüntetve, a lemezek közti vonzóerő ellenében, távolságukat x_2-re növeljük.
a) Mennyi munkát végzünk a lemezek távolításakor?
b) Számítsuk ki a lemezek közti vonzóerő nagyságát!

MEGOLDÁS

Felhasználjuk, hogy a kondenzátor energiája: $E = \frac{Q^2}{2C}$, kapacitása: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{x}$.

a) A lemezek távolításakor végzett munka növeli a kondenzátor energiáját.

$$W = E_2 - E_1 = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}(x_2 - x_1)$$

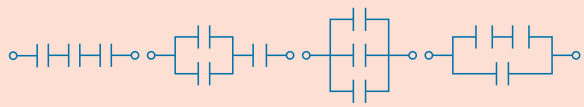
b) A lemezek közti távolságot 0-ról x-re növelve a munkavégzés: $W = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} x$

Felhasználva, hogy a vonzóerő nagysága állandó:

$$F = \frac{W}{x} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mennyi az eredő kapacitása n db azonos C kapacitású
a) párhuzamosan,
b) sorosan kapcsolt kondenzátornak?



A) *B)* *C)* *D)*

2. Az ábrán látható kapcsolásokban minden kondenzátor kapacitása C. Mekkora az egyes esetekben az eredő kapacitás?

3. Párhuzamosan kapcsolunk C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorokat. Mennyi lesz a kondenzátorok Q_1 és Q_2 töltésének az aránya?

4. Sorosan kapcsolunk C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorokat. Mennyi lesz a kondenzátorok U_1 és U_2 feszültségének az aránya?

5. Egy kezdetben töltetlen, C kapacitású kondenzátor egyik lemezét leföldeljük, a másikra azonos kis Δq adagokban töltést viszünk.
Hogyan változik a kondenzátor lemezek közötti feszültsége?
Ábrázoljuk a kondenzátor U feszültségét a rávitt Q töltés függvényében!
Fejezzük ki U-val és Q-val a kapott grafikon alatti területet!
Mi ennek a területnek a fizikai jelentése?

6. A kondenzátor energiájára kapott egyik összefüggés $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$; egy másik: $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$.
Az elsőből gondolhatunk arra, hogy a kondenzátor energiája a kapacitással egyenesen arányos, a másodikból pedig arra, hogy fordítottan. Oldjuk fel az ellentmondást!

Összefoglalás

Kapacitás

A kapacitás a kondenzátoron felhalmozódó Q töltés és a két fegyverzet közötti U feszültség hányadosa, a kondenzátort jellemző fizikai mennyiség.

$C = \frac{Q}{U}$, mértékegysége: 1 F = 1 $\frac{\text{C}}{\text{V}}$

Kondenzátor energiája

Két Q töltésű, U feszültségre töltött, párhuzamos fegyverzet között tárolt elektromos energia:

$$E = \frac{1}{2} \cdot CU^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU,$$

ahol:
C a kondenzátor kapacitása,
U a fegyverzetek közötti feszültség,
Q a kondenzátor fegyverzetein felhalmozódó töltésmennyiség.

Energiasűrűség:

$$\rho_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot E^2,$$

ahol: E a kondenzátor fegyverzetei között kialakult elektromos térerősség.

A kondenzátor fegyverzetei között elektromos mező épül ki, mely elektromos energiát tárol.

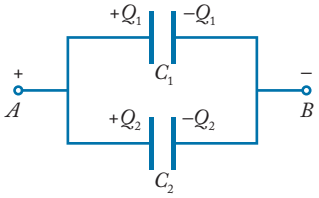
$$\text{E} = \frac{1}{2} Q \cdot U$$

Kondenzátorok kapcsolása

Párhuzamos kapcsolás

$Q = Q_1 + Q_2$,

$C_e = C_1 + C_2$.

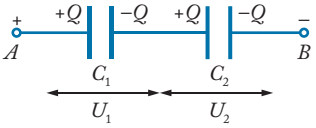


n db C kapacitású kondenzátorra:

$C_n = n \cdot C$, $Q' = \frac{Q}{n}$

Soros kapcsolás

$U = U_1 + U_2$, $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$



n db C kapacitású kondenzátor esetén:

$C_e = \frac{C}{n'}$, $U' = \frac{U}{n}$

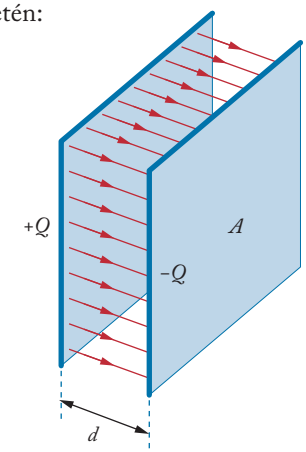
Kondenzátor kapacitása

Párhuzamos fegyverzetek esetén:

Kapacitás: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d'}$,

ahol:
A a fegyverzetek területe,
d a fegyverzetek távolsága,
ε_0: dielektromos állandó,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$



Dielektrikumok a kondenzátorban

Ha a kondenzátorra töltés kerül, akkor a fegyverzetek között elektromos mező épül ki.

A szigetelőkben a részecskék dipólusokká válnak, dipólusláncok jönnek létre, amelyek csökkentik az E_0 elektromos mező nagyságát. Így csökken a kondenzátor feltöltéséhez szükséges potenciálkülönbség, a kapacitás pedig nő. A kondenzátor kapacitásnövelő képességét relatív dielektromos állandónak nevezzük. Jele: ε_r.

A kapacitás: $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$

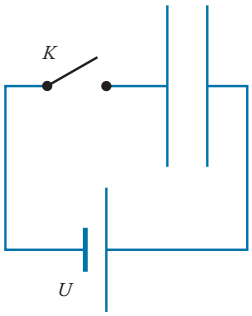
A szigetelőben: $E = E_0 - E_1$,

ahol:
E_0 a kondenzátorfegyverzetek közötti elektromos tér nagysága,
E_1 a dipólusláncok által létrehozott elektromos tér.

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. (Emelt szintű érettségi feladat, 2007)
Egy síkkondenzátort a K kapcsoló zárásával U feszültségre töltünk. Valamivel később a kondenzátor lemezeit távolabb húzzuk egymástól. Azt tapasztaljuk, hogy eközben a lemezek közti E térerősség állandó maradt. Zárva volt-e ekkor még a kapcsoló?



A) Nem, a kapcsoló már nyitva volt.
B) Igen, a kapcsoló még zárva volt.
C) A fentiekből nem lehet eldönteni.

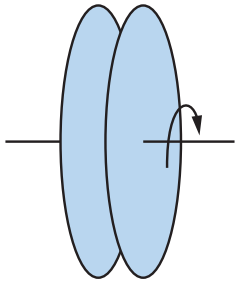
2. Válassza ki az IGAZ állítást!
A) A feltöltött kondenzátor lemezei közötti térerősség a pozitív lemeztől távolodva egyenletesen csökken.
B) A feltöltött kondenzátor lemezei közötti térerősség nagysága állandó.
C) A kondenzátor kapacitása a lemezek távolításakor növekszik.
D) A kondenzátor kapacitása a $C \cdot U = Q$ összefüggésnek megfelelően a kondenzátor Q töltésével egyenesen arányosan nő.

3. Lehet-e egy síkkondenzátor energiáját változtatni anélkül, hogy a töltését vagy a lemezek méretét változtatnánk?
A) Csak a lemezek távolításával lehet.
B) Csak a lemezek közelítésével lehet.
C) A lemezek távolságának változtatásával lehet.
D) Nem lehet.



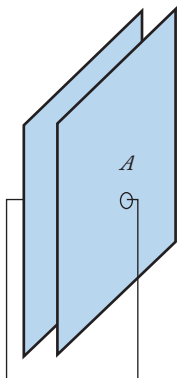
4. Egy feszültségforrásra kötött síkkondenzátor lemezeit lassan távolítjuk egymástól.
Hogyan változik a kondenzátor kapacitása?
A) Nem változik.
B) Csökken.
C) Nő.

5. (Emelt szintű érettségi feladat, 2007)
Egy kondenzátor két párhuzamos, kör alakú lemezből áll. Hogyan változik a kapacitása, ha az egyik lemezt a tengelye körül 60 fokkal elforgatjuk? A tengely merőleges a lemezek síkjára. A kondenzátor kezdeti kapacitása C, a forgatás utáni C'.



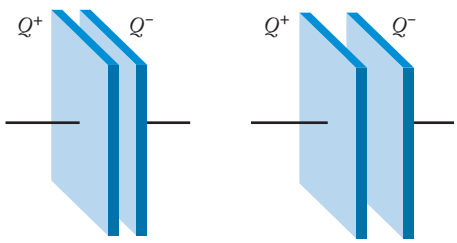
A) $C' = C \sin 60°$.
B) $C' = C \cos 60°$.
C) $C' = C$.

6. Egy kondenzátor négyzet alakú lemezeinek egyikét a lemezek középpontján átmenő tengely körül forgatjuk. Hogyan változik a kondenzátor kapacitása?



A) Nem változik, mert a lemezek nagyága állandó.
B) Folyamatosan nő.
C) Folyamatosan csökken.
D) 45 fokos periódussal váltakozik.

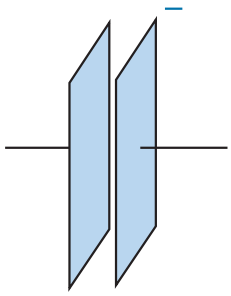
7. Egy feltöltött és a feszültségforrásról leválasztott kondenzátor fegyverzeteit kismértékben eltávolítjuk egymástól. Hogyan változik a kondenzátor térerőssége és energiája?



A) A térerősség csökken, az energia változatlan marad.
B) A térerősség és az energia változatlan marad.
C) A térerősség csökken, az energia nő.
D) A térerősség változatlan marad, az energia nő.

8. (Emelt szintű érettségi feladat, 2012)
Hogyan változik meg egy síkkondenzátor kapacitása, ha a lemezei közé teljes vastagságában vaslapot tolunk?
A) Körülbelül a felére csökken.
B) Körülbelül a kétszeresére nő.
C) Nullára csökken.
D) Nem változik.

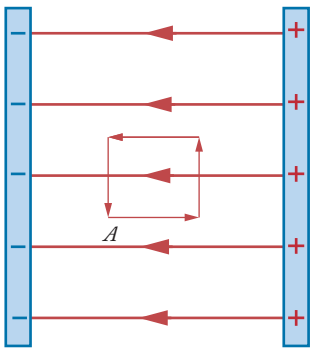
9. Két, szigetelőnyéllel ellátott, nagy kiterjedésű fémlapot ellentétes előjelű, azonos nagyságú töltéssel töltöttünk fel. A lemezek az ábra szerint helyezkednek el. A két fémlapot távolítjuk egymástól. Hogyan változik a két fémlemez között a feszültség?



A) Csökken.
B) Nő.
C) Nem változik.

10. Egy kondenzátor $E = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ térerősségű homogén elektromos mezőjében egy $Q = 10^{-6}$ C nagyságú töltést mozgatunk körbe az ábra szerint. Mekkora az elektromos mező munkája az 5 cm oldalhosszúságú négyzet kerülete mentén?

A) 20 J.
B) 40 J.
C) 0 J.
D) –20 J.



11. (Emelt szintű érettségi feladat, 2018)
Egy feltöltött kondenzátort egy ellenálláson át kisütünk. Az ellenálláson átfolyó áram erőssége a kezdő pillanatban I_0. Ezt követően változik-e az áram erőssége a kisülés végéig, és ha igen, hogyan?

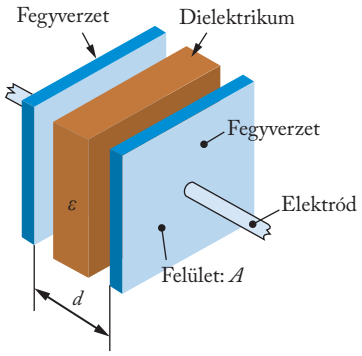
A) Növekszik.
B) Csökken.
C) Állandó marad.

FELADATOK

1. Egy alapvető fizikai állandó a vákuum permittivitása. A manapság elterjedten használt SI-mértékegységrendszerben $8{,}8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$. Egy régen használt mértékegységrendszerben $\varepsilon_0 = 1$, mértékegység nélküli szám. Ebben a rendszerben a hosszúság egysége a cm. Mi a kapacitás mértékegysége ebben a rendszerben?

2. Számítsuk ki két, egymástól 1 mm-re lévő, 1 cm² felületű, egymással párhuzamos lemez által alkotott kondenzátor kapacitását!

3. Egy 50 μF kapacitású síkkondenzátort 12 V-os feszültségforrás pólusaival kötünk össze. A kondenzátort ezután a töltő áramkörtől elszigeteljük, és a lemezek közé egy $\varepsilon_r = 10$ relatív permittivitású szigetelőanyagot helyezünk. Hogyan változik a kondenzátor kapacitása, feszültsége, töltése és energiája?

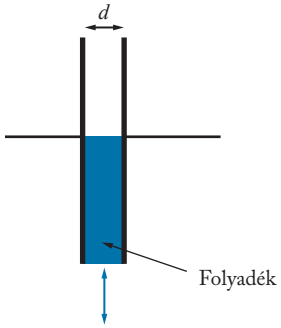


4. Egy kondenzátor lemezei között egy ε_r relatív permittivitású csillámlap található. A kondenzátort feltöltjük, majd a töltő áramkörtől elszigeteljük. Mekkora munkával tudjuk a lemezek közül a csillámlemezt kihúzni? Adjunk erőtani magyarázatot a jelenségre!

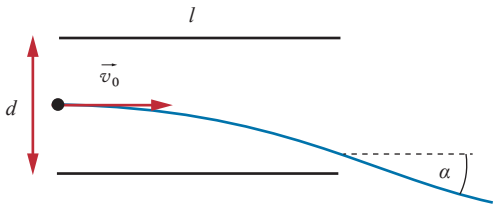
5. Érdekes megoldás folyadékszint mérésére a kapacitív szintmérő ábra szerinti elrendezése. Egy síkkondenzátor lemezei között ε_{r2} relatív permittivitású folyadék, efölött pedig levegő van. Folyadék nélkül 6 pF a kondenzátor kapacitása.

a) Hogyan változik a kapacitás a folyadékszint csökkenésekor?
b) Mekkora a kapacitása a kondenzátornak, ha tele van folyadékkal?
c) Mekkora a kondenzátor kapacitása, ha az ábrának megfelelően félig tölti ki folyadék?

A folyadék permittivitása $\varepsilon_{r2} = 2$.



6. Síkkondenzátor vízszintes lemezeinek távolsága d, hossza l. A lemezek közé vízszintes irányban, v_0 sebességgel belövünk egy $+q$ töltésű, m tömegű részecskét az ábra szerint.



Határozzuk meg a kondenzátor feszültségét, ha tudjuk, hogy a részecske a vízszintessel α szöget bezáró irányban lép ki a lemezek közül! (A nehézségi gyorsulás hatásától tekintsünk el!)

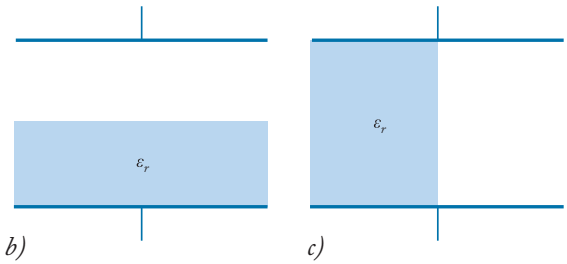
7. Akkumulátor segítségével feltöltünk egy kondenzátort. Ezután az akkumulátorral való kapcsolatot megszüntetve, szigetelt eszközökkel a lemezeket távolítani kezdjük egymástól. Hogyan változik a kondenzátor
a) kapacitása;
b) töltése;
c) lemezei közötti térerősség;
d) lemezei közötti vonzóerő;
e) energiája?

8. Egy kondenzátor lemezeinek nagysága A, távolsága x_1. Q töltést viszünk a lemezekre. Ezután a feltöltő akkumulátorral való kapcsolatot megszüntetve, a lemezek közti vonzóerő ellenében, távolságukat x_2-re növeljük. Mennyi munkát végzünk a lemezek távolításakor?

9. Egy kondenzátor töltése Q, lemezeinek nagysága A, távolságuk d. Számítsuk ki a lemezek közötti vonzóerő nagyságát!

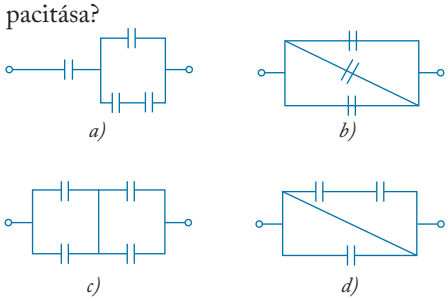
10. Akkumulátor segítségével feltöltünk egy kondenzátort. Ezután az akkumulátorral való kapcsolat megszüntetése nélkül a lemezeket távolítani kezdjük egymástól. Hogyan változik a kondenzátor
a) feszültsége;
b) kapacitása;
c) töltése;
d) lemezei közötti térerősség;
e) lemezei közötti vonzóerő;
f) energiája?
g) Elemezzük a folyamatot munkavégzés és energia szempontjából!

11. Hányszorosára növeli egy kondenzátor kapacitását az $\varepsilon_r = 5$ relatív permittivitású szigetelőanyag, ha az a kondenzátorlemezek közötti teret
a) teljesen kitölti?
b) félig tölti ki a *b)* ábrán látható módon?
c) félig tölti ki a *c)* ábrán látható módon?

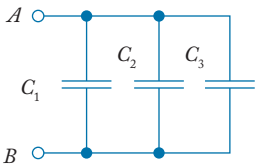


b) *c)*

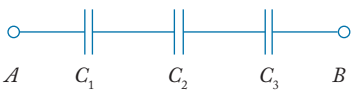
12. Az ábra szerinti kapcsolásokban minden kondenzátor C kapacitású. Mennyi az egyes kapcsolások eredő kapacitása?


a) *b)* *c)* *d)*

13. Számítsuk ki az ábra szerinti kapcsolások eredő kapacitását, ha
a) $C_1 = C_2 = C_3 = 30$ nF,
b) $C_1 = 500$ nF, $C_2 = 200$ nF, $C_3 = 100$ nF!



14. Számítsuk ki az ábra szerinti kapcsolások eredő kapacitását, ha
a) $C_1 = C_2 = C_3 = 30$ nF,
b) $C_1 = 500$ nF, $C_2 = 200$ nF, $C_3 = 100$ nF!



15. A 2 μF és 3 μF kapacitású sorosan kapcsolt kondenzátorok két végpontjára 200 V feszültséget kapcsolunk. Mekkora az egyes kondenzátorok feszültsége?

16. Az előző feladat általánosítása: A C_1 és C_2 kapacitású, sorosan kapcsolt kondenzátorok két végpontjára U feszültséget kapcsolunk.
Mekkora az egyes kondenzátorok feszültsége?
Mekkora az egyes kondenzátorok feszültségének aránya?

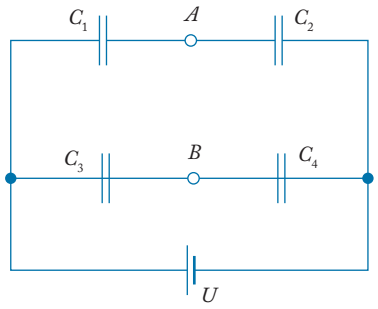
Az eredő kapacitás: $C_e = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

A két kondenzátor töltése egyenlő:

$$Q_1 = Q_2 = C_e \cdot U = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot U.$$

17. Két kondenzátort sorosan kapcsolunk. A $C_1 = 2$ μF kapacitásúra maximum 300 V, a $C_2 = 3$ μF kapacitásúra maximum 500 V feszültség adható. Tudva, hogy a sorosan kötött kondenzátorok feszültsége összeadódik, kapcsolhatunk-e rájuk 300 V + 500 V = 800 V feszültséget? Ha nem, akkor mekkorát?

18. Az ábra szerinti kapcsolásban a kapacitások: $C_1 = 2$ nF, $C_2 = 3$ nF, $C_3 = C_4 = 6$ nF. A telep feszültsége 120 V. Mekkora feszültség mérhető az *A* és *B* pontok között?



19. Két azonos kapacitású, sorba kapcsolt kondenzátorra egy 60 V-os feszültségforrást kötünk.
Az egyik kondenzátor lemezei közti térbe egy $\varepsilon = 4$ relatív permittivitású szigetelőanyagot helyezünk. Hogyan változik meg a kondenzátorok feszültsége?

20. Egy 100 V-ra töltött 2 μF-os és egy 200 V-ra töltött 3 μF-os kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk úgy, hogy az egynemű töltéseket tároló fegyverzeteket kötjük össze. Mekkora a kondenzátorok közös feszültsége?

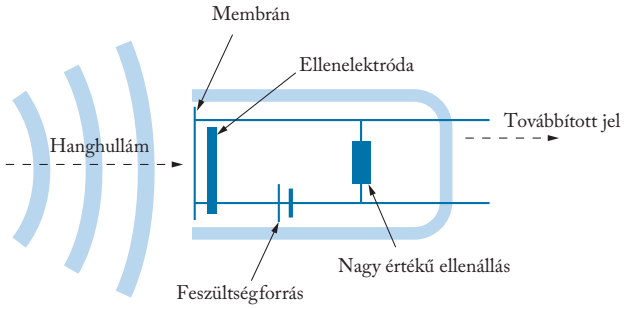
ESSZÉKÉRDÉSEK

1. Síkkondenzátor

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2013)
Ismertesse a síkkondenzátor felépítését! Ismertesse a kondenzátor kapacitásának fogalmát, adja meg a síkkondenzátor kapacitásának kiszámítási módját! Említsen két példát a kondenzátorok gyakorlati alkalmazására! Mutassa be a síkkondenzátor lemezei között lévő szigetelőanyag kapacitásmódosító hatását, és magyarázza meg azt! Írja fel a feltöltött síkkondenzátor energiáját! Ismertesse a kondenzátor viselkedését egyen-, illetve váltóáramú áramkörben! Mutassa be a változtatható kapacitású kondenzátor szerepét a rezgőkörben!

2. Kondenzátormikrofon

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2020)
A kondenzátormikrofon egy elektroakusztikus jelátalakító, amely a hangot megfelelő elektromos jellé alakítja. A kondenzátormikrofon lényegében egy néhány mikron vastag, elektromosan vezető membránból és egy, szorosan a membrán mögé helyezett, attól elektromosan – levegővel – elszigetelt fémlemezből (ellenelektróda) áll. Technikailag ez az elrendezés egy levegővel „töltött" lemezkondenzátor, amelynek kapacitása körülbelül 20–100 pF. A kondenzátormikrofon kapacitása a lemez *A* területétől és a kondenzátorlemezek *d* távolságától függ. A beérkező hanghullámok nyomásingadozása miatt a membrán rezegni kezd, ami megváltoztatja a membrán és a fémlemez közötti *d* távolságot, és ezáltal a kondenzátor kapacitását. Mivel a kondenzátorlemezek állandó feszültségre vannak kötve, a kapacitás változása miatt töltések indulnak az áramkörben. Az áramlökések a nagy értékű (több 10 kΩ-os) ellenálláson feszültségingadozást hoznak létre. Ezt a jelet az erősítő, majd a hangfalak felé továbbítják.



a) Ismertesse, hogy egy síkkondenzátor mely tulajdonságai hogyan határozzák meg annak kapacitását!
b) Mutassa be, milyen elektromos mező jön létre a töltött síkkondenzátor lemezei között! A kondenzátor mely geometriai tulajdonságai hogyan befolyásolják a kialakult elektromos mező térerősségének nagyságát?
c) Indokolja meg, hogy nagyobb felületű membránok esetén miért lehet érzékenyebb a mikrofon ugyanolyan hangerő (azaz ugyanakkora hanghullám által keltett légnyomásváltozás) esetén!
d) Egy $f = 1$ kHz frekvenciájú hang esetében egy félperiódusnyi idő alatt kb. 25 pC töltés áramlik át a 10 kΩ-os ellenálláson. Körülbelül mekkora feszültségű jelet mérhetünk ennek következtében?

III. Egyenáramok





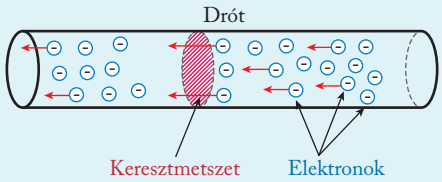


1. Az elektromos áram. Áramerősség. Hatások

EMLÉKEZTETŐ

Elektromos áram

Elektromos töltések tartós, rendezett mozgását, áramlását elektromos áramnak nevezzük.



Az elektromos áram fém vezetőben

Áramerősség

Az elektromos áram erőssége – röviden: áramerősség – a vezető valamely keresztmetszetén áthaladó Q töltésnek és az áthaladás t idejének hányadosa. Jele: I.

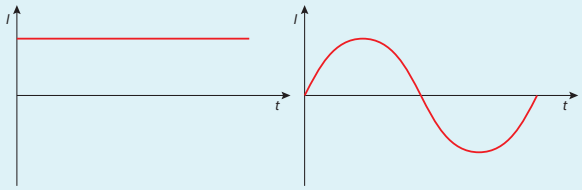
Matematikai formulával: $I = \frac{Q}{t}$.

Az áramerősség mértékegységének neve: amper. Jele: A.

Kitekintés: Az áramerősséget definiáló összefüggést átalakítva – $Q = I \cdot t$ – arra juthatunk, hogy 1 C = 1 As, illetve 3600 C = 1 Ah. Az amperóra (Ah) töltésmennyiség az akkumulátorok jellemző adata, kapacitása.

Egyenáram, váltakozó áram

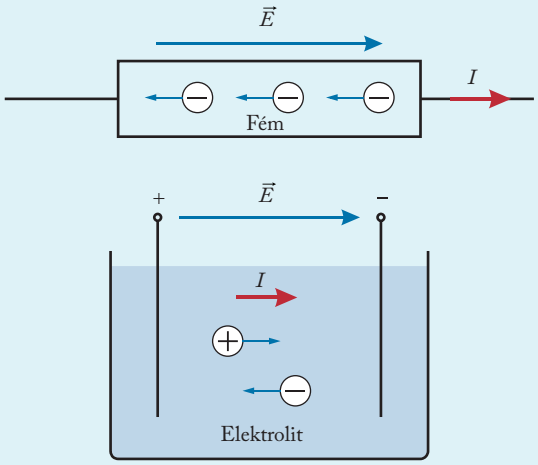
Ha az áramerősség időben nem változik, akkor egyenáramról beszélünk; ha változik, akkor változó áramról. A hálózati feszültség által létrehozott áramot váltakozó áramnak nevezzük.



Egyenáram és váltakozó áram diagramja

Az áram iránya

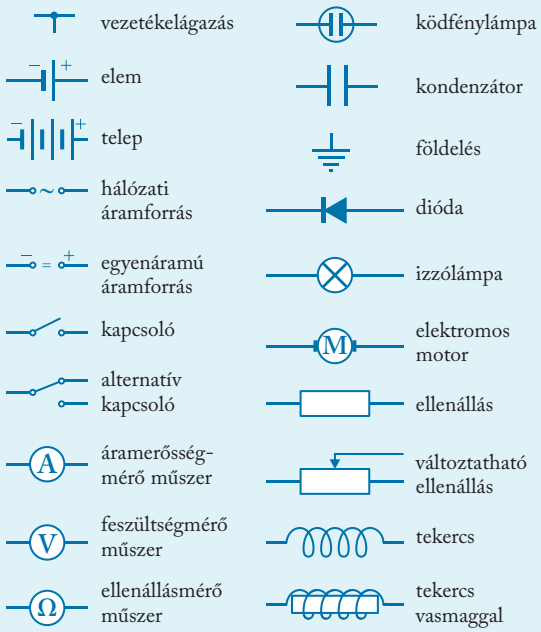
Az elektromos áram irányát a vezetőben lévő pozitív töltéshordozók mozgásának az irányával definiálják. Ez egyben a potenciálcsökkenés iránya is. Ez az egyezményes áramirány a pozitív töltések mozgásának irányával egyezik meg. A fémes vezetőkben – ahol mindig a negatív töltések (elektronok) áramlanak – a töltések mozgásának valóságos iránya ellentétes az egyezményes áramiránnyal. Elektrolitokban (áramot vezető folyadékokban) mindkét előjelű töltés mozog.



A térerősségvektor iránya és az áramirány a pozitív töltések mozgásirányával egyezik meg

Áramkörök

Elektromos áramot áramkörben hozunk létre. Ennek fő részei a feszültségforrás, a vezető és a fogyasztó. Az áramköröket áramköri vagy kapcsolási rajzokon ábrázoljuk. Az áramköri rajzokon az egyes áramköri elemeket szimbólumok ábrázolják.



Az áramköri alkatrészek szimbóluma és neve

Az áram keletkezésének oka

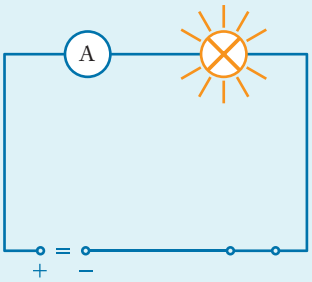
A töltéseket az elektromos tér mozgatja, az elektromos teret pedig jellemezhetjük a feszültséggel. Így azt is mondhatjuk, hogy **az elektromos áram létrejöttének oka az elektromos feszültség**.

Az áram hatásai

– Vegyi hatás: vízbontás, akkumulátorok töltése;
– Hőhatás: elektromos melegítőkben használjuk. Az izzók által kibocsátott fény is a hőhatás következménye;
– Fényhatás: szikrakisülésekkor (pl. villámlás), használjuk világításra is a fénycsövekben;
– Mágneses hatás alapján működnek az elektromos gépek, az analóg (mutatós) árammérő műszerek;
– Biológiai (élettani) hatás:
károsító következmények: áramütéses balesetek,
kedvező élettani hatások: fizikoterápiás kezelések.

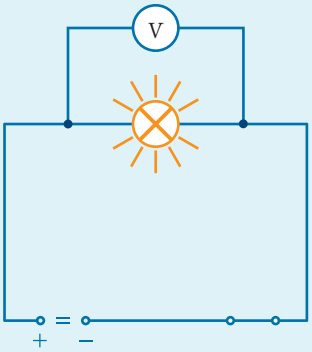
Áramerősség-mérő és feszültségmérő az áramkörben

Az áramerősség-mérő műszert elágazás nélkül kötjük az áramkörbe, ezért az izzón átfolyó áram erősségét méri (soros kapcsolás).



Az izzó árama átfolyik a műszeren is – soros kapcsolás

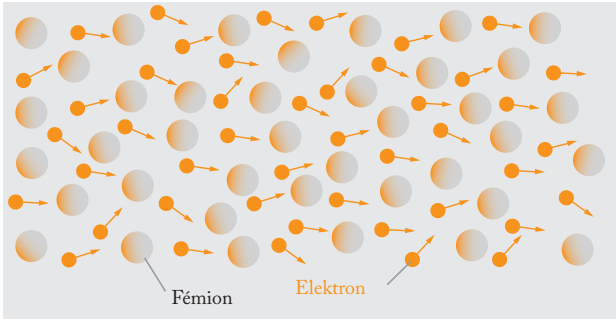
A feszültség két ponthoz tartozó mennyiség, ezért a feszültségmérő műszert arra a két pontra csatlakoztatjuk, amelyek között a feszültséget mérni akarjuk. Az áramköri rajzon látható elrendezésre azt mondjuk, hogy a feszültségmérő műszert és az izzót párhuzamosan kapcsoltuk.



A műszer az izzó feszültségét méri – párhuzamos kapcsolás

Elektronok áramlási sebessége a vezetőben

A vezetési elektronok egy vezetőben rendezetlen mozgást végeznek. Elektromos tér hatására ehhez a rendezetlen mozgáshoz egy egyirányú, kis sebességű, haladó mozgás adódik hozzá (ld. 1. Kidolgozott feladat). Az elektronok átlagos sebességét, mely külső elektromos tér hatására jön létre, sodródási sebességnek nevezzük.



Elektronok sodródása elektromos tér hatására

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT 1 mm átmérőjű ezüsthuzalon 1 óra alatt 47 C töltés halad át.

a) Számítsuk ki a térfogategységre jutó szabad töltéshordozók számát atomonként egy vezetési elektront feltételezve!
b) Mekkora a huzalban folyó áram erőssége?
c) Mekkora az elektronok vándorlási sebessége?

MEGOLDÁS

Adatok:
$d = 1\ \text{mm},\ t = 1\ \text{h} = 3600\ \text{s},\ Q = 47\ \text{C}$

a) $n = ?$, **b)** $I = ?$, **c)** $v = ?$

a) Mólnyi mennyiség atomjainak száma az Avogadro-szám: $N_A = 6 \cdot 10^{23}\ \frac{6 \cdot 10^{23}}{\text{mol}}$.
Mólnyi mennyiség térfogata: $\frac{M}{\varrho}$.

A térfogategységre jutó atomok száma:

$$n = \frac{N_A \cdot \varrho}{M} = \frac{6 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}} \cdot 10\,500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0{,}108\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} =$$

$$= 5{,}8 \cdot 10^{28}\ \frac{1}{\text{m}^3}$$

Az atomonkénti egy vezetési elektron miatt ez egyben a térfogategységre jutó szabad töltéshordozók száma is.

b) A huzalban folyó áram erőssége:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{47\ \text{C}}{3600\ \text{s}} = 13\ \text{mA}$$

c) A vezető keresztmetszete:

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{(10^{-3}\ \text{m})^2\pi}{4} = 7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$$

Az A keresztmetszetű vezeték s hosszúságú darabjában $A \cdot s \cdot n$ darab vezetési elektron mozog. Így a vezetékben folyó áram: $I = \frac{Q}{t} = \frac{A \cdot s \cdot n \cdot e}{t} = A \cdot \bar{v} \cdot n \cdot e$

Ebből az elektronok átlagos sebessége:

$$\bar{v} = \frac{I}{A \cdot n \cdot e} = \frac{13 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}{7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2 \cdot 5{,}8 \cdot 10^{28}\ \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} =$$

$$= 1{,}78 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6{,}4\ \frac{\text{mm}}{\text{h}}$$

2. FELADAT A kinetikus gázelmélet szerint egy részecske átlagos mozgási energiája az abszolút hőmérséklettel arányos, az $E_{\text{mozg}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{3}{2} k \cdot T$. összefüggés szerint. Alkalmazzuk ezt az összefüggést a fémek elektronjainak hőmozgásból származó sebességének kiszámítására! Vessük össze a kapott eredményt az 1. Kidolgozott feladat **c)** részének végeredményével!

MEGOLDÁS

Adatok:
A hőmérséklet legyen szobahőmérséklet, $T = 300$ K.
Az elektron tömege: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
A Boltzmann-állandó: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$v = ?$

Az elektronok mozgási energiája:

$$E_{\text{mozg}} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} k \cdot T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3\,kT}{m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300\ \text{K}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} =$$

$$= 1{,}17 \cdot 10^{5}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az elektronok rendezett sodródási sebessége, az ún. v_d driftsebesség $10^{-4}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10^{-6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ közötti érték, a rendezetlen hőmozgásból származó sebesség ennél 9-től 11-ig nagyságrenddel nagyobb. Az elektronok bolyongása ebből a két mozgásból tevődik össze.

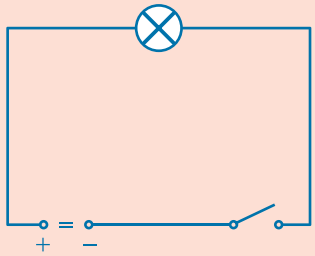
Megjegyzés: Az elektromos áram hatása az áramkör vezetékeiben a fénysebességhez nagyon közeli sebességgel halad. Ha a lámpát felkapcsoljuk, az eredményt azonnal észleljük. Ehhez képest az elektronok sebessége meghökkentően alacsony (lásd 2. Kidolgozott feladat).

Hasonlítható az elektronáram a vízvezetékben áramló vízhez. A kerti csap megnyitásakor a víz nagyon gyorsan kibuggyan a locsolócső végén. A víz áramlási sebessége a csőben azonban ennél jóval kisebb: amíg egy vízcsepp a vízművektől hozzánk érkezik, addig esetleg több nap is eltelik. Ugyanígy: az elektronok sebessége a vezetékben meglepően kicsi. 0,2 A erősségű áram esetén – például a zsebizzót a zsebteleppel összekötő huzalokban – kb. 5 cm/óra.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Nézzen utána, mekkora a következő eszközök áramfelvétele!
Kvarcóra; tévékészülék működés közben és „stand by" üzemmódban; gépkocsi fényszórója; elektromos roller (segway); robbanómotoros autó indítómotorja; elektromos autó áramfelvétele az akkumulátorból.

2. Az ábra egy áramforrásból, kapcsolóból, vezetékekből és izzólámpából álló egyszerű áramkör kapcsolási rajza.



Készítse el a kapcsolás bővített változatait!

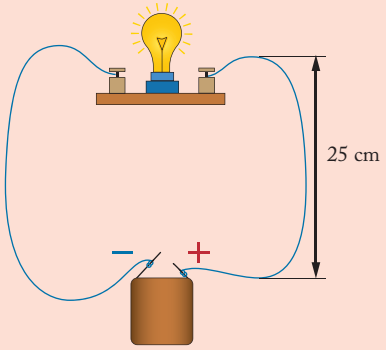
a) Izzót működtető áramkörben mérjük az izzón átfolyó áram erősségét és az izzó feszültségét!

b) Kétkapcsolós ÉS kapcsolás: az izzó akkor világítson, ha a két kapcsoló mindegyike zárva van!

c) Kétkapcsolós VAGY kapcsolás: az izzó akkor világítson, ha a két kapcsoló közül legalább az egyik zárva van!

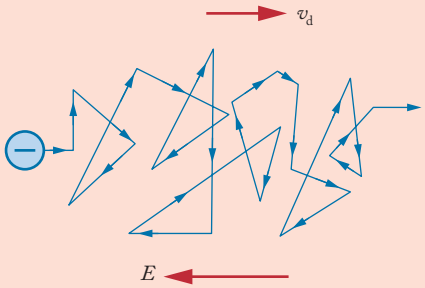
d) Alternatív kapcsolás: két kapcsolót tartalmazó áramkörben a kapcsolók bármelyikének működtetése az izzó aktuális állapotának megváltozását eredményezze! Azaz ha nem világít, bármelyik kapcsolóval be lehet kapcsolni, ha pedig világít, akkor bármelyikkel ki lehet kapcsolni. (Használjunk alternatív kapcsolókat!)

3. Zsebteleppel működtetett izzón 0,2 A erősségű áram folyik. Az elektronok sebessége a vezetékben 5 cm óránként. A zsebtelep élettartama ekkora áramerősség esetén kb. 10 óra. Ha a telep és izzó távolsága 25 cm, hány „kört” tesz meg az áramkörben egy adott elektron a telep élettartama alatt?



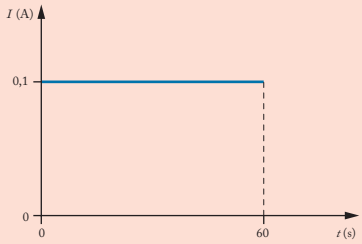
4. Számítsa ki, hogy az 1. Kidolgozott feladat szerinti 13 mA áramerősség esetén mennyi idő alatt halad át a huzal valamely keresztmetszetén Avogadro-számnyi elektron!

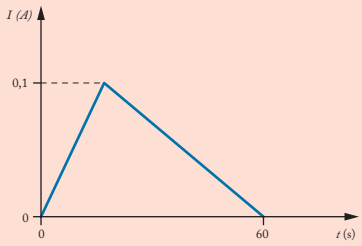
5. Az 1. Kidolgozott feladatban összehasonlítottuk a vezetési elektronok mozgásának kétféle sebességét.



A rajz egy v_d sodródási sebességgel haladó elektron pályáját mutatja.
Miért ellentétes a v_d sodródási sebesség vektora az $\vec{E}$ elektromos térerősségvektorral?
Mennyire tekinthető arányosnak az ábrázolás?
Mik lehetnek az elektron pályájának töréspontjai?

6. Mennyi töltés áramlik át a vezető keresztmetszetén 1 perc alatt, az ábrák szerint folyó áram esetén?



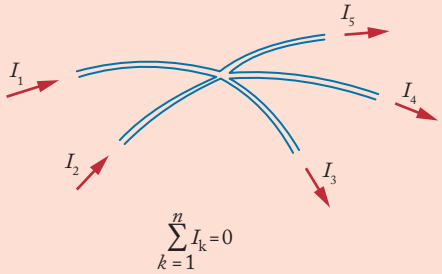


7. Modern mobiltelefonunk akkumulátorának kapacitása kiemelkedően magas: 4000 mAh. A gyorstöltő töltési áramerőssége nagy: 1000 mA.
Két napig mértük és feljegyeztük a telefon üzemmódjait, töltési idejét és a kijelzőn megjelenő töltöttségi szintet. Ezekből az adatokból határozzuk meg a telefon áramfelvételét a beszélgetések alatt és készenléti állapotban! (Feltételezzük, hogy kikapcsolt állapotban nincs áramfelvétel.)



	Töltöttségi szint reggel	Beszélgetési idő	Készenléti állapot	Töltési idő	Töltöttségi szint este
1. nap	45%	1 óra	20 óra	0,5 óra	55%
2. nap	55%	2 óra	20 óra	0 óra	52%

8. Egy összetett áramkör csomópontjában öt vezeték csatlakozik egymáshoz. A „befelé” folyó áramok erőssége I_1 = 20 mA és I_2 = 40 mA.
Mekkora a „kifelé” folyó áramok erőssége, ha tudjuk, hogy $I_3 = I_4 = I_5$?

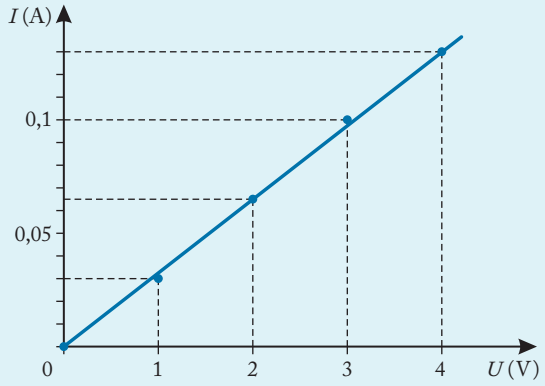


2. Ohm törvénye

EMLÉKEZTETŐ

Ohm törvénye

Egy vezetőn átfolyó I áram erőssége egyenesen arányos a vezetőre kapcsolt U feszültséggel. A két mennyiség $\frac{U}{I}$ hányadosa adott vezetőnél állandó. Ez az állandó a vezető ellenállása, betűjele: R. $R = \frac{U}{I}$. Az ellenállás mértékegységének neve: ohm. Jele: Ω (görög nagy ómega).



Az összetartozó feszültség–áramerősség értékpárok adott fogyasztó esetén

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy gépkocsi fényszóróizzójának ellenállása 4 ohm. Mennyi áram folyik benne?

A gépkocsi világításának áramköreit 12 V feszültség táplálja.

MEGOLDÁS

Adatok:

$R = 4\ \Omega$, $U = 12\ \text{V}$

$I = ?$

Ohm törvénye szerint $I = \frac{U}{R} = \frac{12\ \text{V}}{4\ \Omega} = 3\ \text{A}$.

Az izzón 3 A erősségű áram folyik.

Az ellenállás szó két jelentése

1. Fizikai mennyiséget jelöl:
Az elektromos vezető két pontjára kapcsolt U feszültség és a vezetőn áthaladó I áram erősségének a hányadosaként értelmezett fizikai mennyiség. Jele: R.

2. Áramköri alkatrész neve:
Feladata, hogy megfelelő mértékű elektromos ellenállást biztosítson egy áramkör adott részén.



Áramköri alkatrész

A fémes vezető *R* ellenállása

– egyenesen arányos a vezető l hosszával;
– fordítottan arányos a vezető A keresztmetszetével;
– függ a vezető anyagi minőségétől.

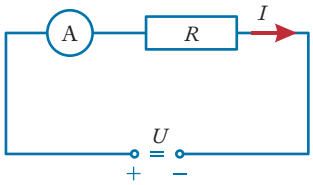
$R = \varrho \cdot \frac{l}{A}$, ahol ϱ a vezető anyagára jellemző arányossági tényező, a fajlagos ellenállás, mértékegysége: $\Omega \cdot \text{m}$.

Megjegyzés: Áramköri számításokban az egyes áramköri elemeket összekötő vezetékek ellenállását elhanyagoljuk.

Ohm törvényének kétféle értelmezése

Áramkörök elemzésekor nélkülözhetetlen eszköz Ohm törvénye. Kétféle gondolatmenetben használhatjuk:

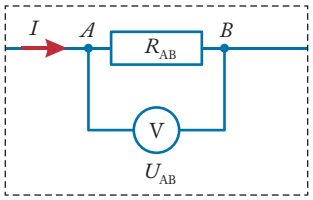
1. Ha egy R ellenállásra U feszültséget kapcsolunk, akkor az ellenálláson $I = \frac{U}{R}$ erősségű áram folyik. Itt az ok a feszültség, az okozat az áram. Ez a fizikailag helyes ok-okozati viszony.



$U \Rightarrow I \quad I = \frac{U}{R}$

Az ellenálláson azért folyik áram, mert feszültséget kapcsoltunk rá

2. Ha egy áramkör valamely részletében egy ellenálláson áram folyik át, és keressük az ellenállásra jutó feszültséget, sokszor célszerű a fizikailag helyes ok-okozati vi-



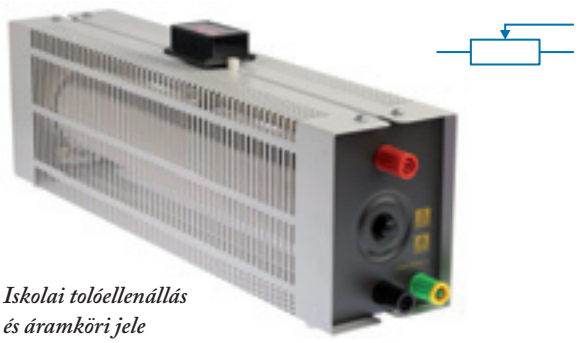
$I \Rightarrow U \quad U_{AB} = I \cdot R_{AB}$

Az ellenálláson feszültség mérhető, mert áram folyik át rajta

szonyt megfordítva következtetni, mintha az áram lenne az ok és a feszültség az okozat. Ilyenkor így fogalmazunk: ha egy R ellenálláson I áram folyik, akkor az ellenálláson $U = I \cdot R$ nagyságú feszültség esik.

Változtatható ellenállás

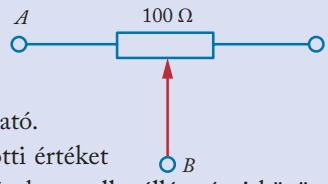
Áramkörökben megfelelő áramerősség beállítására szolgálnak a változtatható ellenállások. Egy csúszka mozgatásával változtatjuk az ellenállást, ezért tolóellenállás a nevük.



Iskolai tolóellenállás és áramköri jele

KIDOLGOZOTT FELADAT

A csúszó érintkező mozgatásával az A és B pontok közötti R_{AB} ellenállás változtatható.



a) Milyen határok közötti értéket vesz fel R_{AB}, ha a csúszka az ellenállás végei között bárhova beállítható?

b) Ha az A és B pontokra $U_{AB} = 24$ V feszültséget kapcsolunk, milyen határok között változik az A és B pontok közötti áram erőssége?

MEGOLDÁS

a) A csúszka bal oldali véghelyzetében az A és B pontokat elhanyagolható ellenállású vezeték köti össze; ilyenkor $R_{AB} = 0$.
A csúszka jobb oldali véghelyzetében $R_{AB} = 100\ \Omega$.

b) A csúszka jobb oldali szélső helyzetében az áramerősség Ohm törvénye szerint: $I = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{24\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}24\ \text{A}$.

A bal oldali helyzetben az R_{AB} ellenállás nulla. Az ilyen helyzetre azt mondjuk, hogy az A és B pontok rövidre vannak zárva. Ilyenkor az áramerősség igen nagyra, elvileg végtelen nagyra nőhet (zárlati áramerősség). A gyakorlatban ilyenkor az történik, hogy a vezeték erősen felmelegszik, el is éghet. A nagyon nagy áramerősséget korlátozza az, hogy a feszültségforrás – felépítésétől függően – csak véges nagyságú áramot tud kibocsátani.

Az erős felmelegedés által kialakuló helyzetet előzzük meg az áramkörbe épített biztosítékkal, ami egy kritikus áramérték felett megszakítja az áramkört.

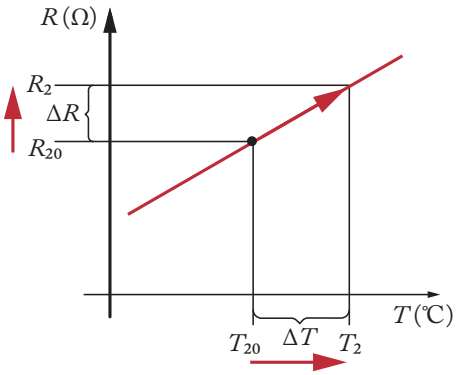
Az ellenállás hőmérsékletfüggése

Melegítés hatására a fémek ellenállása növekszik. A $T_{20} = 20$ °C hőmérsékleten mérhető R_{20} értékű ellenállás ΔT hőmérséklet-növekedés hatására ΔR értékkel megnő: $R_2 = R_{20} + \Delta R$.

Az ellenállás-növekedés ΔR mértéke – nem túl nagy hőmérsékleti tartományban – arányos az R_{20} ellenállással és a ΔT hőmérséklet-növekedéssel. Függ az ellenálláshuzal anyagától is, amit az α hőmérsékleti együtthatóval veszünk figyelembe.

Így: $\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot (T_2 - T_{20})$. Fémek hőmérsékleti együtthatójának nagyságrendje 10^{-3}.

A volfrámé például megközelítőleg $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$; így egy volfrámszál ellenállása kb. 50%-kal megnő, ha a hőmérséklete 20 °C-ról 120 °C-ra nő.



Az ellenállás hőmérsékletfüggése

A vezető anyagok egy másik csoportjának (grafit, félvezetők, elektrolitok) ellenállása a hőmérséklet növekedésével csökken. Ezek az anyagok meleg állapotban jobban vezetnek.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy digitális multiméter elektromos ellenállás mérésére is alkalmas. Segítségével megmértük egy volfrámszálas izzó ellenállását szobahőmérsékleten: 40 Ω. Ezután hálózati (230 V-os) áramkörbe kapcsolva megmértük az izzón átfolyó áram erősségét: 430 mA.

Ebből a két egyszerű mérésből és a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadványban található adatok segítségével kiszámítható a bekapcsolt izzószál hőmérséklete. Hogyan? Mennyi az izzószál hőmérséklete üzemi állapotban?

MEGOLDÁS

Adatok:

$R_{20} = 40\ \Omega,\ U = 230\ \text{V},\ I = 430\ \text{mA}$

A volfrám hőfoktényezője, az előző kiadvány táblázatából: $\alpha = 4{,}8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$.

A bekapcsolt izzó ellenállása a mért áramerősség-adatból: $R = \frac{U}{I} = \frac{230\ \text{V}}{0{,}43\ \Omega} = 535\ \Omega$.

Így $\Delta R = 535\ \Omega - 40\ \Omega = 495\ \Omega$.

A $\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot (T_2 - T_{20})$ összefüggést alkalmazva:

$495\ \Omega = 4{,}8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}\ 40\ \Omega \cdot \Delta T$. Ebből $\Delta T = 2580\ \text{K}$.

Az izzószál üzemi hőfoka kb. 2600 °C.

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A fajlagos ellenállás SI-mértékegysége – $\Omega \cdot \text{m}$ – helyett a gyakorlatban sokszor az $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ mértékegységet használják. Szemléletesebb: számértéke megadja, hogy az 1 m hosszú, 1 mm^2 keresztmetszetű vezetőnek hány ohm az ellenállása.

A jól vezető fémek fajlagos ellenállása kb. $10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$, a nedves földé pár száz $\Omega \cdot \text{m}$, a jó szigetelőké $10^{-5} – 10^{-6}\ \Omega \cdot \text{m}$ nagyságrendű. A gyakorlatban legelterjedtebb vezető anyagok, a réz és az alumínium fajlagos ellenállása:

$\varrho_{\text{Cu}} = 0{,}0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, $\varrho_{\text{Al}} = 0{,}027 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

Azt, hogy a testek mennyire jó vezetők, az elektromos vezetőképességgel jellemezzük, melynek jele: G. Az elektromos vezetőképesség az ellenállás reciproka: $G = \frac{1}{R}$, mértékegysége az ohm reciproka: a siemens, jele: S.

ALKALMAZÁSOK

Hazugságvizsgáló és fázisceruza

Az emberi szervezet elektromos vezetőnek tekinthető. Ellenállásának mértéke nagyon különböző lehet, sok tényező befolyásolja: a bőr nedvessége, életkor, izgalom. A nedves bőrű ember ellenállása 1-2 kΩ, a száraz bőrűé az 1000 kΩ-ot is eléri. (Váltóárammal szemben az ellenállás jóval kisebb.) Egyazon személy esetén ellenállás-csökkenés következik be a tenyér izzadása miatt, például izgalom esetén. Ezt a jelenséget alkalmazzák a gyakorlatban a hazugságvizsgáló készülékeknél.

Az emberi test áramvezetése a fázisceruza használatakor is megjelenik. A hálózati feszültséggel működő áramköröket az áramforrással az úgynevezett fázis- és a nullvezeték köti össze. A fázisvezeték megkereséséhez fázisceruzát használunk: hegyét a vizsgált vezetékhez érintjük, miközben egyik ujjunkat a szigetelt nyélen lévő érintkezőn tartjuk. A fázisvezeték érintésekor világít a szerszámba beépített kis méretű ködfénylámpa, mert áramköre a testünkön keresztül záródik. Ha az érintkezőt elengedjük, akkor a ködfénylámpa kialszik. A fázisceruza használatakor az emberi szervezeten igen kis áram folyik át, mert a ködfénylámpával sorba van kapcsolva egy 1 MΩ-os ellenállás.

A fázisceruzákat napjainkban érintés nélküli fázis-keresők váltják fel.

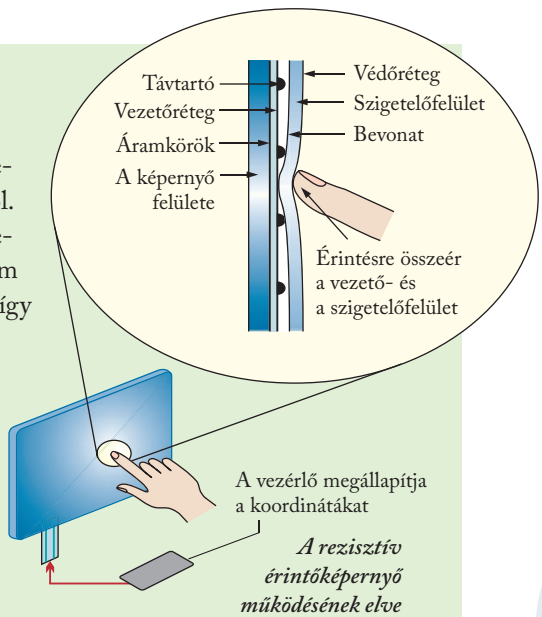
ALKALMAZÁSOK

Az érintőképernyő működése

A két gyakori típus a rezisztív és a kapacitív érintőképernyő:

a) A rezisztív képernyők két egymástól elkülönülő rétegből állnak, amelyeket vagy légrés, vagy nagyon kis pontokból álló háló választ el egymástól. Használatukkor a két réteget valamilyen módon összenyomjuk, az érintkezésük határozza meg az érintés helyének koordinátáit. Használatukhoz nem kell speciális eszköz. Az ilyen képernyők nagy felbontásúak is lehetnek, és így nagyon pontos kezelést tesznek lehetővé.

b) A kapacitív képernyők felső rétege egy elektromos töltést érzékelni képes réteg. Előnye, hogy jól használható az emberi bőrben felhalmozódó töltés érzékelésére, így az ilyen képernyőket nem kell nyomni, hanem egyszerűen érinteni. Ez egy nagyon dinamikusan, természetes mozdulatokkal használható felületet eredményez. Az érintés pontos helyét a sarkokban elhelyezett érzékelők határozzák meg, ebből számítják ki ennek koordinátáit.



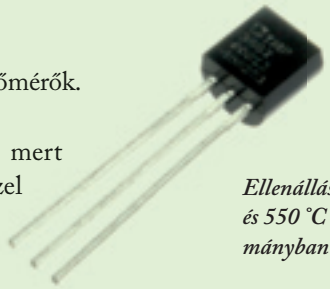
A rezisztív érintőképernyő működésének elve

ALKALMAZÁSOK

Ellenállás-hőmérők

Az úgynevezett kontakthőmérők egyik fajtáját alkotják az ellenállás-hőmérők. Működési elvük az ellenállás hőmérsékletfüggésén alapul.

A fémek közül elsősorban a platinát használják érzékelőként, mert viszonylag nagy hőmérsékleti intervallumban (–190 °C – 630 °C) közel lineáris a karakterisztikája.

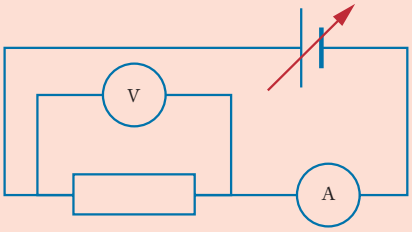


Ellenállás-hőmérő –40 °C és 550 °C közötti tartományban

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Egy változtatható feszültségű áramforrással táplált áramkörben ugyanazzal a fogyasztóval végeztünk el hat mérést. Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

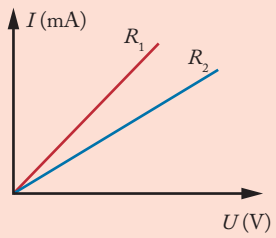
Mérés	1.	2.	3.	4.	5.	6.
U (V)	12	6				24
I (mA)	80		60	120	45	
R (Ω)						



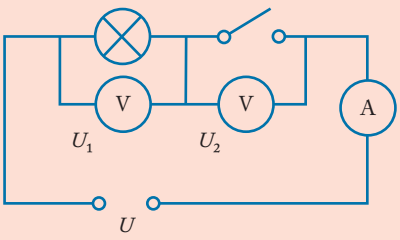
2. Az ábra szerinti diagramok egy 20 ohm és egy 30 ohm ellenállású fogyasztóval végzett méréssorozat alapján készültek.

a) Melyik a 20 ohmos, és melyik a 30 ohmos ellenállás?

b) Rajzolja be a diagramba egy 15 ohmos és egy 60 ohmos ellenállásnak megfelelő egyenest! Milyen fizikai jelentése van az egyenesek meredekségének?



3. Mit mutatnak az ábrán feltüntetett a 18 V-os áramforrást és 60 Ω-os izzót tartalmazó áramkörbe kapcsolt, ideálisnak tekinthető műszerek a kapcsoló nyitott és zárt helyzetében?



4. Egy fémhuzal hossza rugalmas erő hatására 10%-kal megnőtt. Hogyan változott az ellenállása? (Feltételezzük, hogy a sűrűsége nem változik.)

5. Számítsuk ki az alábbiakat!

a) Mekkora az ellenállása egy 1 km hosszú és 2 mm átmérőjű rézvezetéknek?

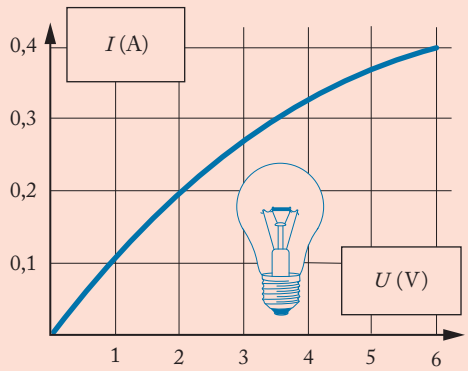
b) Mekkora az átmérője az 1 km hosszú, 1 Ω ellenállású rézvezetéknek?

c) Milyen hosszúságú az 1 kΩ-os 1 mm² keresztmetszetű króm-nikkel huzal?

6. Egy 10 Ω ellenállású huzalt 10 egyenlő hosszúságú részre vágunk, és a huzaldarabokból 10 eres vezetéket sodrunk. Mekkora az így kapott vezeték ellenállása?

7. Egy tanya és a legközelebbi falu közti elektromos távvezetéket alumíniumról rézre cserélik. Hogyan változik meg a vezeték tömege, ha az a feltétel, hogy az ellenállása ne változzék? A szükséges adatokat a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* megfelelő táblázataiból keressük ki!

8. Az ábrán látható grafikon egy izzón átfolyó áram erősségét mutatja az izzóra kapcsolt feszültség függvényében. A diagram az Ohm törvénye szerinti egyenes aránytól eltérő összefüggést mutat. Mennyi az izzó ellenállása a 0–1 V, és mennyi az 5–6 V mérési tartományban? Mi lehet a változás oka?

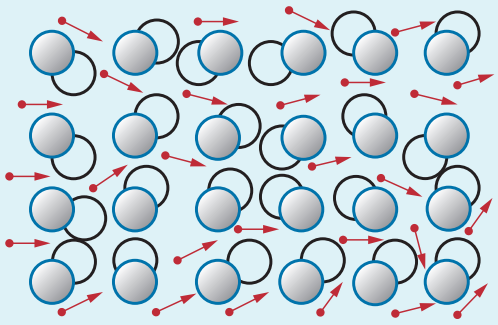


3. Az áram munkája, teljesítménye

EMLÉKEZTETŐ

Az áram hőhatása, a Joule-hő

Fémekben az áramot létrehozó, mozgó, szabad elektronok rugalmatlan ütközések során fémionoknak adnak át energiát, így a fém felmelegszik. Áramjárta fém belsejében atomi szinten a következő folyamatok zajlanak:
- az elektromos mező erőt fejt ki a fém töltött részecskéire;
- a szabad elektronokat ez az erő gyorsítja;
- az áramló elektronok ütköznek a helyhez kötött fémionokkal;
- a fémionok élénkebb rezgőmozgást végeznek;
- megnő a mozgási energiájuk.



A fémionok nagyobb mozgási energiáját makroszkopikus szinten a fém melegedéseként érzékeljük.

A fémnek átadott energiát Joule-hőnek nevezzük.

A Joule-hő nagysága

Egy vezetőszakaszon leadott energia egyenesen arányos a vezető R ellenállásával, az I áramerősség négyzetével és az eltelt t idővel: $W = I^2 \cdot R \cdot t$.

Ohm törvényének alkalmazásával az összefüggésnek különböző alakjait használhatjuk:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Az áram teljesítménye

A teljesítmény a munkavégzés sebessége, így az elektromos teljesítmény:

$$P = \frac{W}{t} = I^2 \cdot R = U \cdot I = \frac{U^2}{R}.$$

A kilowattóra (kWh)

A munka mértékegysége a J (joule). A $W = U \cdot I \cdot t$ szerint a mértékegységekre felírható: $\mathrm{J} = \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$.

A gyakorlatban – és a villanyszámlán – használt mértékegység a kWh (kilowattóra):

$1\ \mathrm{kWh} = 10^3\ \mathrm{Wh} = 10^3\ \mathrm{W} \cdot 3600\ \mathrm{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$.

KIDOLGOZOTT FELADAT

a) Mekkora az üzemi ellenállása a háztartásokban használt hagyományos 60 W teljesítményű izzónak?

b) Mennyi fogyasztástöbbletet és költséget okoz, ha ezt az izzót egy olvasólámpában 6 órán keresztül égve hagyjuk? 38 Ft/kWh áramárral számoljunk!

MEGOLDÁS

a) A háztartásokban 230 V feszültségű hálózat működik.

A $P = \frac{U^2}{R}$ összefüggésből $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\ \mathrm{V})^2}{60\ \mathrm{W}} \approx 880\ \Omega$.

b) A 60 W-os izzó 6 óra alatt $6\ \mathrm{h} \cdot 60\ \mathrm{W} = 360\ \mathrm{Wh} = 0{,}36\ \mathrm{kWh}$ elektromos energiát fogyaszt.

Ennek ára: $0{,}36 \cdot 38\ \mathrm{Ft} \approx 14\ \mathrm{Ft}$.

Fogyasztók teljesítménye és a névleges teljesítmény

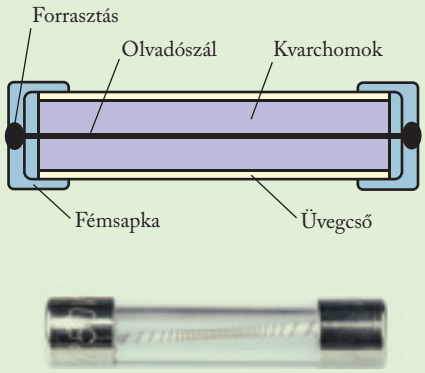
Érdemes tisztázni, hogy a fogyasztó maga nem végez munkát, így teljesítménye sincs. Amikor az egyszerűség kedvéért a fogyasztó teljesítményét említjük, mindig az átfolyó áram teljesítményére gondolunk.

A fogyasztó fizikai jellemzője az ellenállás, míg a feszültség, áramerősség, teljesítmény függ az adott kapcsolástól is. Az áram hőhatásán alapuló eszközökön (vasaló, hajszárító, vízmelegítő) feltüntetik a névleges feszültséget és teljesítményt. A névleges feszültség az a feszültség, amelyre az adott eszközt méretezték. Névleges teljesítményt névleges feszültségű áramkörben ad le az eszköz; kisebb feszültség alkalmazása esetén a névlegesnél kisebb teljesítménnyel működik. A megengedettnél nagyobb feszültség, illetve áramfelvétel hatására az elektromos berendezések károsodhatnak, tönkremehetnek; a vezetékek túlmelegedése tüzet okozhat.

ALKALMAZÁSOK

Olvadóbiztosítékok és mágneses megszakítók

A megengedettnél nagyobb áramerősség balesetveszélyes. Ennek elkerülésére az áramkörökben biztosítékokat alkalmazunk. Az olvadóbiztosíték olvadószála a megengedettnél nagyobb áram hatására megolvad, és megszakítja az áramkört. A lakások áramköreinek védelmét ma már főleg elektromágneses megszakítók biztosítják.



Olvadóbiztosíték



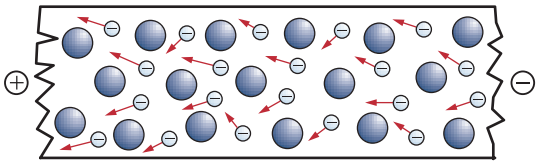
Autók áramkörét védő késes biztosítékok



Elektromágneses megszakító

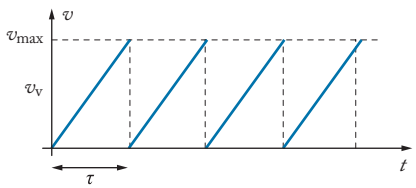
Az áram hőhatásának mikroszkopikus magyarázata

A fémes vezetőkben folyó áramot a fém szabad elektronjainak rendezett mozgása jelenti. Az elektronok mozgásuk közben az áramot létrehozó elektromos mezővel és a fémrács helyhez kötött (rezgőmozgást végző) ionjaival kerülnek kölcsönhatásba. Az elektronok az elektromos mező hatására felgyorsulnak, majd a fémrács ionjaival rugalmatlanul ütközve lelassulnak, a következő ütközésig pedig ismét gyorsulnak.



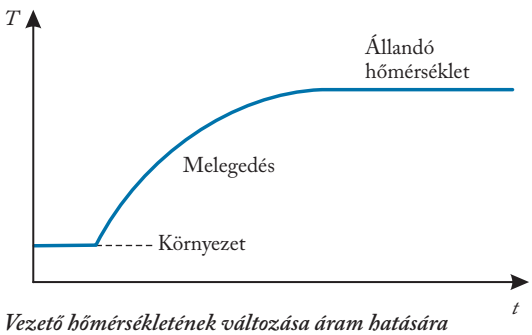
Az elektronok mozgása fémrácsban, elektromos tér hatására

A vezető mentén az elektronok átlagsebessége az elektromos mező gyorsítóhatása ellenére sem növekszik. Állandó vándorlási sebességgel haladnak végig a vezetőn. Ezt a fémrács ionjaival történő gyakori ütközések okozzák.



Az elektronok sebességének időbeli alakulása az ütközések között

Két ütközés között az elektron állandó gyorsulással mozog, és t ütközési idő alatt egyenletes gyorsulással eléri a v_{max} maximális sebességet. A v_v átlagos vándorlási sebesség a v_{max} sebesség és a közvetlenül az ütközés utáni zérus sebesség átlaga: $v_v = \frac{v_{max}}{2}$. Ütközéskor az ionok az elektronokat lelassítják, ugyanekkor az elektronok az ionokat élénkebb rezgésbe hozzák. A mező munkája közvetlenül az elektron mozgási energiáját növeli, de ez az energia az ütközések alkalmával átadódik a fém atomjainak. A mező munkája teljes egészében a fogyasztó belső energiáját növeli, azaz melegíti a vezetőt. A vezető ezáltal a környezeténél magasabb, de egy idő után állandósult hőmérsékletű lesz. A felvett energiát hő formájában leadja a környezetének.



Vezető hőmérsékletének változása áram hatására

A Joule-hő formulája

Az előzőekben leírt gondolatmenet matematikailag is követhető: A fogyasztóra kapcsolt U feszültség miatt folyó I áram Δt idő alatt $q = I \cdot \Delta t$ töltést szállít. Az elektrosztatikában tanultuk, hogy az elektromos mező munkája $W = U \cdot q$. Ez a munka az elektronok mozgási energiáját növeli. Az

elektronok átlagsebessége azonban a fémionokkal történő ütközések miatt állandó. Ezért azt mondhatjuk, hogy az elektromos mező által végzett munka teljes egészében átadódik a fém atomjainak. A két összefüggésből az elektromos mező munkájára a $W = U \cdot I \cdot \Delta t$ összefüggést kapjuk.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A 2,5 mm² keresztmetszetű szigetelt rézvezeték legnagyobb megengedhető terhelése 20 A. Mennyi hő fejlődik a huzal egységnyi térfogatában másodpercenként ekkora terhelés esetén?

MEGOLDÁS

Adatok:
$A = 2{,}5\ \text{mm}^2$, $I = 20\ \text{A}$, $1{,}69 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$

$Q' = ?$

Az A keresztmetszetű, l hosszúságú huzal térfogata: $V = A \cdot l$. Az A keresztmetszetű, l hosszúságú, r fajlagos ellenállású vezeték ellenállása $R = \varrho \frac{l}{A}$.

Így a térfogategységre eső $\frac{P}{V}$ teljesítmény:

$$Q' = \frac{P}{V} = \frac{I^2 \cdot R}{A \cdot l} = \frac{I^2 \cdot \varrho \frac{l}{A}}{A \cdot l} = I^2 \cdot \frac{\varrho}{A}$$

Behelyettesítve:

$$Q' = \frac{P}{V} = (20\ \text{A})^2 \cdot \frac{1{,}69 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}}{(2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{m})^2} = 1{,}08 \cdot 10^6\ \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

Megjegyzés: Ha ilyen vékony vezetéken 20 A áramot engedünk át, akkor a vezeték jelentős mértékben melegszik. Egy köbméter rézből négyszáz kilométer ilyen vezeték készülhet, és ez az irdatlan hossz magyarázza a hatalmas, $1{,}08 \cdot 10^6\ \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$ fűtőteljesítményt.

Rövidzárlat

A **rövidre zárás**, vagy **rövidzárlat** olyan állapot, amikor két adott áramköri pont közötti összeköttetés ellenállása elhanyagolható nagyságú: $R \approx 0$.

Ez a helyzet előállhat szándékosan létrehozva, általában rövid ideig, egy áramköri mérés elvégzésekor. Ilyenkor **rövidre zárást** mondunk.

Nem szándékolt, sőt kerülendő azonban a **rövidzárlat**. Rövidzárlat keletkezik, ha például egy asztali lámpához vezető kettős huzal szigetelése egy helyen megsérül, és a két csupasz vezeték itt érintkezik. Az érintkezési helyen nyílik egy „rövidebb” út az áram számára. A nagyon kis ellenállás miatt nagy áram (**rövidzárlati áram**) keletkezik, melynek hőhatása tüzet okozhat.

Fogyasztásmérés

A háztartások elektromosenergia-fogyasztását elektromos-fogyasztás-mérők mérik kWh (kilowattóra) mértékegységben. A Bláthy Ottó Titusz (1860–1939) magyar mérnök által tervezett fogyasztásmérőt a Ganz-gyár 1889-ben kezdte gyártani.



Hagyományos elektromos-fogyasztás-mérő

A mai készülékek ennek továbbfejlesztett változatai. Meghatározott időközönként leolvassuk a számlapjáról a fogyasztást kilowattórában. A villanyóra tehát nem a pillanatnyi fogyasztást adja meg, hanem összegzi azt. Egy adott időszak fogyasztását az időszak elején és végén leolvasott értékek különbsége adja.

Napjainkban terjednek az ún. okosmérők: segítségükkel a fogyasztó követheti, hogy mennyi energiát használt fel – vagy táplált vissza a hálózatba háztartási méretű kiserőmű (napelemek) üzemeltetése esetén –, továbbá képes távolról kommunikálni az energiaszolgáltatóval. Ezáltal a mérő személyes leolvasása is feleslegessé válik.

Elektromos eszközök a háztartásokban

Háztartási eszköz	Jellemző teljesítmény
Izzó (ledes)	12–15 W
Klíma	2500–3500 W
Mosógép	1500–2500 W
Mikrohullámú sütő	600–2500 W
Hűtőszekrény	60–80 W
Fagyasztó	80–100 W
Porszívó	700–1500 W
Elektromos vízmelegítő	1800–2000 W
Kenyérpirító	800–1000 W
Villanytűzhely	4500–5000 W

Néhány háztartási eszköz jellemző teljesítménye

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Ha egy fogyasztó feszültségét növeljük, akkor a $W = \frac{U^2}{R} \cdot t$ összefüggésnek megfelelően nő az általa – adott idő alatt – elfogyasztott elektromos energia is.

a) Hány százalékkal nő a fogyasztás, ha a feszültségnövekedés 4,5%-os?

b) 1999-ben a hálózati feszültség értékét 220 V-ról 230 V-ra változtatták, ez éppen 4,5%-os növelés. A villanyszámlákon megjelenő fogyasztás százalékos növekedése azonban lényegesen elmaradt az előző kérdésre adott – helyes – válasz értékétől. Miért?

MEGOLDÁS

a) Az eredeti fogyasztás $W_1 = \frac{U_1^2}{R} \cdot t$.

A 4,5%-kal megnövelt feszültség melletti fogyasztás adott idő alatt: $W_2 = \frac{U_2^2}{R} \cdot t$.

Beírva a 4,5%-kal megemelt $U_2 = 1{,}045\ U_1$ feszültségértéket:

$$W_2 = \frac{(1{,}045\ U_1)^2}{R} \cdot t = \frac{1{,}09\ U_1^2}{R} = 1{,}09\ W_1.$$

Tehát adott ellenállás fogyasztása adott idő alatt 4,5%-os feszültségnövekedés esetén 9%-kal nő.

b) A hálózati feszültség 4,5%-os növelése nem okozott a fentiek alapján esetleg várt 9%-os fogyasztásnövekedést. Az előbb feltételeztük, hogy azonos ideig használjuk a megemelt feszültségű hálózatot. A felhasznált elektromos energiának melegítésre (fűtés, vasalás, vízmelegítés) fordított hányada nem változik. Az elektromos vízmelegítő például hamarabb éri el a beállított hőfokot, és akkor automatikusan kikapcsol. Tehát rövidebb ideig üzemel magasabb feszültség esetén. A háztartási fogyasztás jelentős részét éppen a melegítő készülékek adják.

2. FELADAT Az *A* jelű és *B* jelű huzal anyaga és hosszúsága azonos, de az *A* keresztmetszete kétszerese a *B* keresztmetszetének.

a) A két huzalt párhuzamosan kapcsoljuk egy feszültségforrásra. Melyiken keletkezik több hő?

b) És ha sorosan kötjük őket?

MEGOLDÁS

A huzalok hossza egyenlő, így a keresztmetszetek aránya miatt $\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$.

a) Párhuzamos kapcsoláskor közös a feszültség. Így a huzalok teljesítményének aránya

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{U^2}{R_A}}{\frac{U^2}{R_B}} = \frac{R_B}{R_A} = 2$$

Az *A* jelű huzalon kétszer akkora hő fejlődik, mint a *B* jelűn.

b) Soros kapcsoláskor közös az áramerősség. Így a huzalok teljesítményének aránya

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{I^2 \cdot R_A}{I^2 \cdot R_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$

Soros kapcsoláskor a *B* huzalon fejlődik több hő.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit értünk egy fogyasztó névleges feszültségén és névleges teljesítményén?
2. Mi a rövidzárlat?
3. Hogyan működik az olvadóbiztosíték?
4. A $P = I^2 \cdot R$ összefüggésből arra következtethetünk, hogy a P elektromos teljesítmény az R ellenállással egyenesen arányos. A $P = \frac{U^2}{R}$ összefüggésből meg arra, hogy fordítottan. Melyik a helyes következtetés?
5. Az elektromos fűtőeszközben és a hozzá csatlakozó vezetékben ugyanakkora áram folyik. A vezeték mégsem melegszik fel ugyanúgy, mint a fűtőeszköz. Miért?
6. Az erőművektől a fogyasztóig nagyfeszültségű távvezetékeken juttatják el az elektromos energiát. A $P = U \cdot I$ összefüggés szerint lehetne úgy is, hogy kis feszültséget és nagy áramerősséget alkalmaznak. Miért nem így történik?

4. Áramkörök

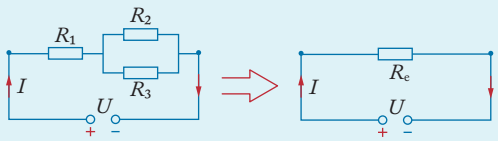
EMLÉKEZTETŐ

Az eredő ellenállás

Áramköri számítások végzésekor szükség van arra, hogy egymással összekapcsolt két vagy több fogyasztót egyetlen fogyasztóval helyettesítsünk úgy, hogy a hálózat többi részén ennek hatására változás ne történjen. A helyettesítő fogyasztó neve: eredő ellenállás.

Legtöbbször egész áramkör eredő ellenállását számítjuk ki. Ilyenkor a „helyettesítés” azt jelenti, hogy a valóságos és az elképzelt áramkörben ugyanakkora feszültség hatására ugyanakkora áram folyik.

Az eredő ellenállás jele többnyire R_e.



Áramkör eredő ellenállása

Soros kapcsolás

Ha egy kapcsolásban két vagy több áramköri elem úgy kapcsolódik egymáshoz, hogy egy-egy elem vége mindig össze van kötve a következő elem kezdetével, soros kapcsolásról beszélünk.



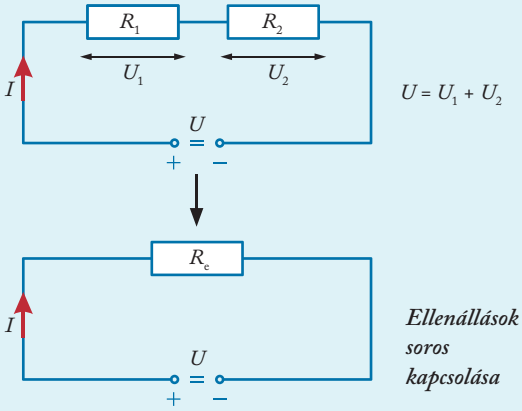
Ellenállások soros kapcsolása

Soros kapcsolás tulajdonságai

A fogyasztókon ugyanaz az áram folyik át, megegyezik: $I_1 = I_2 = I$.

A két fogyasztó között nincs elágazás, az egyiken átfolyó áram átfolyik a másikon is.

A fogyasztók feszültségeinek összege egyenlő az áramforrás feszültségével: $U = U_1 + U_2$.



Ellenállások soros kapcsolása

A soros kapcsolás eredő ellenállása egyenlő a részellenállások összegével: $R_e = R_1 + R_2$.

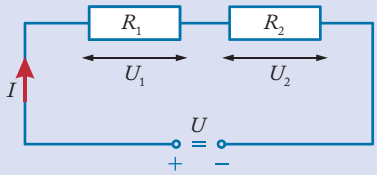
Több sorosan kapcsolt ellenállás esetén is igaz: a részellenállások összeadódnak: $R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$

Az eredő ellenállás nagyobb minden részellenállásnál. Minden újabb ellenállás soros beiktatása növeli az eredő ellenállást.

Ha n db azonos R ellenállást kapcsolunk sorosan, akkor az eredő ellenállás: $R_e = n \cdot R \cdot R_e = n \cdot R$.

KIDOLGOZOTT FELADAT

24 V-os feszültségforrásra sorosan kapcsolunk egy 20 ohm és egy 30 ohm ellenállású fogyasztót.



a) Milyen erősségű áram folyik az egyes fogyasztókon?
b) Mekkora az egyes ellenállások sarkain a feszültség?

MEGOLDÁS

$U = 24\ \text{V},\ R_1 = 20\ \Omega,\ R_2 = 30\ \Omega$

$I = ?,\ U_1 = ?,\ U_2 = ?$

a) Az áramkör eredő ellenállása:

$R_e = R_1 + R_2 = 20\ \Omega + 30\ \Omega = 50\ \Omega$

Az egyes ellenállások árama közös:

$$I_1 = I_2 = I = \frac{U}{R_e} = \frac{24\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}48\ \text{A}$$

b) Az egyes ellenállásokra jutó feszültségeket Ohm törvénye adja:

$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}48\ \text{A} \cdot 20\ \Omega = 9{,}6\ \text{V}$, illetve
$U_2 = I \cdot R_2 = 0{,}48\ \text{A} \cdot 30\ \Omega = 14{,}4\ \text{V}$.

Érdemes meggyőződni arról, hogy a két részfeszültség összege kiadja a telep feszültségét:
$U_1 + U_2 = 9{,}6\ \text{V} + 14{,}4\ \text{V} = 24\ \text{V}$.

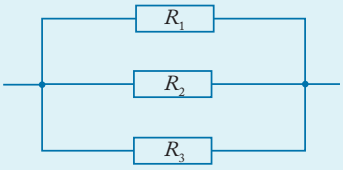
Hasznos lehet megnézni a két részfeszültség arányát is:
$\frac{U_1}{U_2} = \frac{9{,}6\ \text{V}}{14{,}4\ \text{V}} = \frac{2}{3}$. Ez éppen a két ellenállás arányával egyezik meg: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{20\ \Omega}{30\ \Omega} = \frac{2}{3}$.

Ez az észrevétel általánosan is igaz: sorosan kapcsolt ellenállásokra eső feszültségek aránya egyenlő az ellenállások arányával: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

Másként fogalmazva: ugyanakkora erősségű áramot nagyobb ellenálláson nagyobb feszültség hajt át.

Párhuzamos kapcsolás

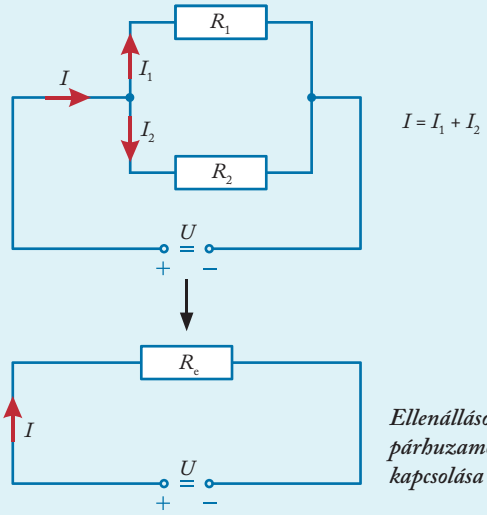
Ha egy kapcsolásban két vagy több áramköri elem mindkét vége össze van kötve egymással, akkor ezen elemek párhuzamos kapcsolásáról beszélünk.



A párhuzamos kapcsolás tulajdonságai

A fogyasztók azonos U feszültségű pontokra csatlakoznak, feszültségük közös: $U_1 = U_2 = U$.

A főág áramerőssége egyenlő a mellékágak áramerősségének összegével: $I = I_1 + I_2$.



Ellenállások párhuzamos kapcsolása

A párhuzamos kapcsolás eredő ellenállásának reciproka egyenlő a részellenállások reciprokának összegével: $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Ebből: $R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Kettőnél több párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén is igaz, hogy az eredő ellenállásának reciproka egyenlő a részellenállások reciprokának összegével:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

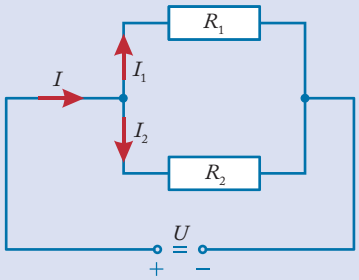
Az eredő ellenállás kisebb minden egyes részellenállásnál. Minden egyes újabb ellenállás párhuzamos beiktatása egy új utat nyit az áramnak, tehát csökkenti az eredő ellenállást.

Ha n db azonos R ellenállást kapcsolunk párhuzamosan, akkor az eredő ellenállás nagysága: $R_e = \frac{R}{n}$.

Megjegyzés: Az $\frac{1}{R}$ mennyiséget a fogyasztó vezetőképességének nevezzük, így azt mondhatjuk, hogy a párhuzamosan kapcsolt fogyasztók vezetőképessége összeadódik.

KIDOLGOZOTT FELADAT

24 V-os feszültségforrásra párhuzamosan kapcsolunk egy 20 ohm és egy 30 ohm ellenállású fogyasztót.



a) Milyen erősségű áram folyik az egyes fogyasztókon?
b) Milyen erősségű áram folyik a főágban?

MEGOLDÁS

$U = 24\ \text{V},\ R_1 = 20\ \Omega,\ R_2 = 30\ \Omega$

$I_1 = ?,\ I_2 = ?,\ I = ?$

a) Az egyes ellenállások feszültsége közös, $U = 24$ V. A rajtuk átfolyó áram erőssége Ohm törvénye segítségével:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{24\ \text{V}}{20\ \Omega} = 1{,}2\ \text{A}, \text{ illetve } I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{24\ \text{V}}{30\ \Omega} = 0{,}8\ \text{A}.$$

b) A főág áramának erőssége a két mellékág áramerősségének összege:

$$I = I_1 + I_2 = 1{,}2\ \text{A} + 0{,}8\ \text{A} = 2\ \text{A}.$$

A főág áramerősségét az eredő ellenállás kiszámításával is meghatározhatjuk:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30}\ \Omega = 12\ \Omega.$$

A főág áramának erőssége: $I_1 = \frac{U}{R_e} = \frac{24\ \text{V}}{12\ \Omega} = 2\ \text{A}$.

Vizsgáljuk meg a két mellékág áramerősségének hányadosát!

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1{,}2\ \text{A}}{0{,}8\ \text{A}} = \frac{3}{2}$

Ez éppen a két ellenállás arányának reciproka: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$.

Általánosságban is igaz: Párhuzamosan kapcsolt ellenállásokon átfolyó áramerősségek nagysága fordítottan arányos az ellenállásokkal: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$.

Másképpen ugyanez: adott feszültség kisebb ellenálláson nagyobb áramot hajt át.

A replusz művelet

Ha két párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredőjét akarjuk kiszámítani, akkor érdemes használnunk a villamosmérnöki gyakorlatban elterjedt ún. replusz műveletet.

Jelölése: $A \times B$, és így mondjuk: „A replusz B”.

Jelentése: $A \times B = \frac{A \cdot B}{A + B}$.

Párhuzamosan kapcsolt R_1 és R_2 ellenállások eredője tehát röviden „R_1 replusz R_2” . Leírva: $R_e = R_1 \times R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

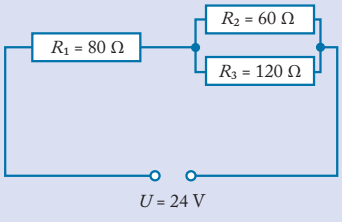
Megjegyzés: Három párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén az eredő ellenállás kiszámításakor az $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ összefüggésből $R_e = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1, R_2 + R_2, R_3 + R_1, R_3}$ adódik.

Összetett hálózatok

A gyakorlatban a soros és a párhuzamos kapcsolásnál összetettebb kapcsolású ellenállás-hálózatok is szerepelnek. Ezek általában visszavezethetők a soros és a párhuzamos kapcsolások kombinációira. Ilyenkor az eredő ellenállás fogalmát az áramkör egy-egy részletére alkalmazva kiszámítjuk a részeredőket. Ezek eredője adja a teljes áramkör eredő ellenállását.

KIDOLGOZOTT FELADAT

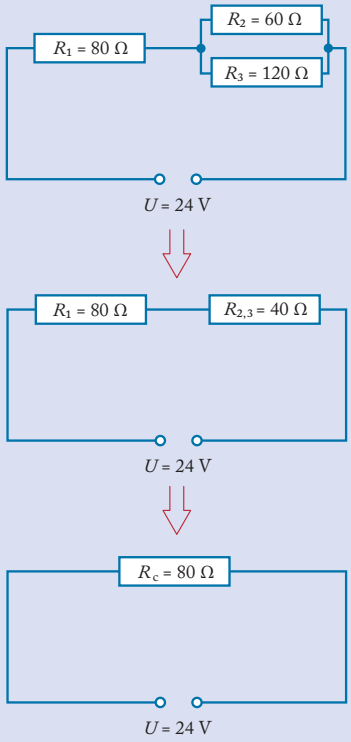
1. FELADAT Határozzuk meg az ábra szerinti áramkörben az egyes ellenállások feszültségét és áramát!



MEGOLDÁS

$U = 24\ \text{V},\ R_1 = 80\ \Omega,\ R_2 = 60\ \Omega,\ R_3 = 120\ \Omega$

$I_1 = ?,\ I_2 = ?,\ I_3 = ?,\ U_1 = ?,\ U_2 = ?,\ U_3 = ?$



Az R_2 és R_3 ellenállások párhuzamos eredője:

$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{60 \cdot 120}{60 + 120}\ \Omega = 40\ \Omega.$

Ezzel a képzeletbeli $R_{2,3}$ ellenállással sorosan kapcsoltuk az R_1 ellenállást. Így az áramkör eredő ellenállása:

$R_e = R_1 + R_{2,3} = 80\ \Omega + 40\ \Omega = 120\ \Omega.$

A főág árama, ami egyben az R_1 ellenálláson átfolyó I_1 áram:

$I_1 = \frac{U}{R_e} = \frac{24\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A}.$

Az R_1 ellenálláson eső feszültség:

$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0{,}2\ \text{A} \cdot 80\ \Omega = 16\ \text{V}.$

A képzeletbeli $R_{2,3}$ ellenálláson eső $U_{2,3}$ feszültség az R_2 és R_3 ellenállások közös feszültsége:

$U_{2,3} = U_2 = U_3 = I \cdot R_{2,3} = 0{,}2\ \text{A} \cdot 40\ \Omega = 8\ \text{V}.$

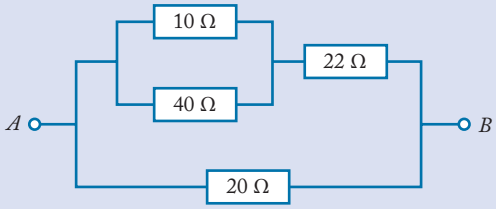
Az R_2 és R_3 ellenállások árama:

$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{8\ \text{V}}{60\ \Omega} = 0{,}133\ \text{A}$ és

$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{8\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0{,}067\ \text{A}.$

KIDOLGOZOTT FELADAT

2. FELADAT Határozzuk meg az ábrán feltüntetett *A* és *B* pontok közötti eredő ellenállást!



MEGOLDÁS

$R_1 = 10\ \Omega,\ R_2 = 40\ \Omega,\ R_3 = 22\ \Omega,\ R_4 = 20\ \Omega,$

$R_e = ?$

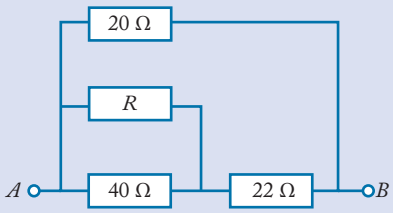
A párhuzamosan kapcsolt $R_1 = 10\ \Omega$-os és $R_2 = 40\ \Omega$-os ellenállás eredője:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40}\ \Omega = 8\ \Omega.$$

Az $R_{1,2}$ részeredővel sorosan kapcsolt $R_3 = 22\ \Omega$-os ellenállás eredője: $8\ \Omega + 22\ \Omega = 30\ \Omega$. A $30\ \Omega$-os részeredő és a vele párhuzamos $R_4 = 20\ \Omega$ ellenállás eredője az egész kapcsolás eredő ellenállása:

$$R_{AB} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20}\ \Omega = 12\ \Omega.$$

3. FELADAT Mekkora az *R* ellenállás értéke, ha az ábrán látható kapcsolásban az *A*–*B* pontok között 12 Ω ellenállást mérhetünk?



MEGOLDÁS

Az alsó három (az *R*, a 40 ohm és a 22 ohm) ellenállás eredője legyen *X*. Így a kapcsolás 12 Ω-os eredője az *X* és 20 Ω-os ellenállások párhuzamos eredője:

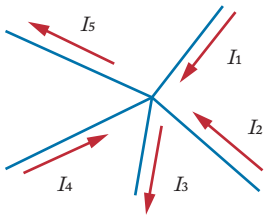
$$\frac{1}{12\ \Omega} = \frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{X}$$

Ebből $\frac{1}{X} = \frac{1}{12\ \Omega} - \frac{1}{20\ \Omega} = \frac{2}{60\ \Omega}$. Így $X = 30\ \Omega$. Ez az $X = 30\ \Omega$ a párhuzamos 40 Ω és *R*, valamint a velük soros 22 Ω eredője. Tehát: $30\ \Omega = \frac{40\ \Omega \cdot R}{40\ \Omega + R} + 22\ \Omega$. Az egyenletet megoldva $R = 10\ \Omega$ értéket kapunk.

Áramköri számítások hasznos eszköze Kirchhoff első és második törvénye.

Kirchhoff I. törvénye (csomóponti törvény)

Egy áramkör elágazási pontjába – csomópontjába – befolyó áramok erősségének összege egyenlő az onnan kifolyó áramok erősségének összegével.



Kirchhoff I. törvénye

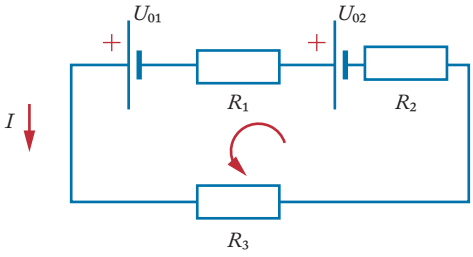
Az ábra szerinti esetben: $I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$.

Röviden: $\sum I_{be} = \sum I_{ki}$.

Kirchhoff II. törvénye (huroktörvény)

Egy hálózatban jelöljünk ki egy áramköri ágakból álló zárt vonalat (hurkot). Ha választunk egy tetszőleges körüljárási irányt, akkor az egyes vezetékszakaszok *IR* feszültségeinek összege egyenlő a hurokban lévő esetleges áramforrások U_0 feszültségeinek összegével: $\sum I \cdot R = \sum U_0$.

Az ábra szerinti esetben: $I \cdot R_1 + I \cdot R_3 = I \cdot R_2 = U_{01} + U_{02}$.

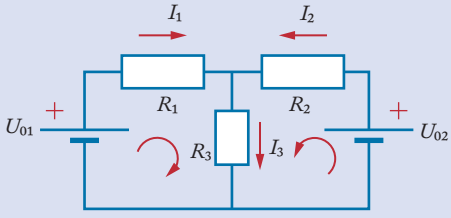


Kirchhoff II. törvénye

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az ábra szerinti áramkörben $U_{01} = 14$ V, $U_{02} = 17$ V, $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$.

Határozzuk meg az egyes ellenállásokon átfolyó áram erősségét!



MEGOLDÁS

Az egyes áramerősségeket az ábra szerint jelöljük. A három ismeretlenre felírunk három egyenletet:

Csomóponti törvény a három ellenállás közti csomópontra:

$I_1 + I_2 = I_3 \ldots$ (1)

A bal oldali és a jobb oldali hurokra a huroktörvény:

$I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = U_{0,1}$, (2)

és

$I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = U_{0,2}$. (3)

Numerikusan, mértékegységek nélkül:

$I_1 + I_2 = I_3$ (1)

$50 \cdot I_1 + 30 \cdot I_3 = 14$ (2)

$40 \cdot I_2 + 30 \cdot I_3 = 17$ (3)

(1) $\Rightarrow$ (2)-be és (3)-ba:

$50 \cdot I_1 + 30 \cdot (I_1 + I_2) = 14$ (2)

$40 \cdot I_2 + 30 \cdot (I_1 + I_2) = 17$ (3)

$80 \cdot I_1 + 30 \cdot I_2 = 14$

$30 \cdot I_1 + 70 \cdot I_2 = 17$

Ebből: $I_1 = 0{,}1$ A, $I_2 = 0{,}2$ A, $I_3 = 0{,}3$ A.

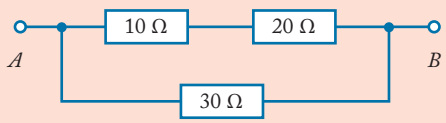
Megjegyzés: Kirchhoff törvényei nélkül nehezen boldogultunk volna; a három ellenállás kapcsolása nem soros és nem párhuzamos.

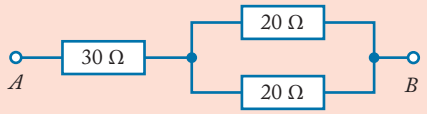
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

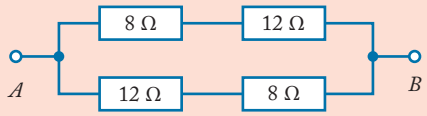
1. Mekkora az eredő ellenállás, ha 5 db 50 Ω-os ellenállást
a) sorba kapcsolunk?
b) párhuzamosan kapcsolunk?

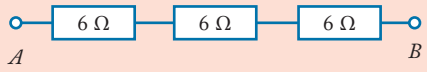
2. Ha otthonunkban bekapcsolunk egy kenyérpirítót, hogyan változik a lakás elektromos hálózatának eredő ellenállása?

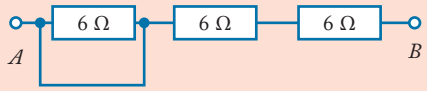
3. Igyekezzen fejben kiszámítani az *A* és *B* pontok közötti R_{AB} eredő ellenállást az egyes esetekben:

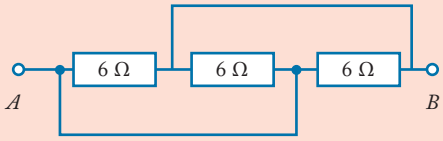




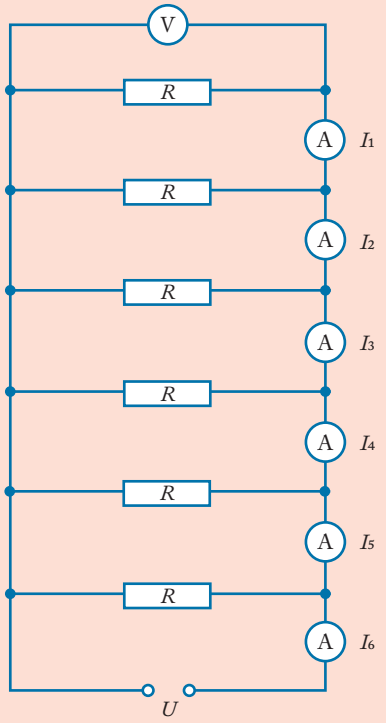








4. Az ábrán látható áramkörben minden ellenállás 12 kΩ, az áramforrás feszültsége 240 V.
Válaszoljon a kérdésekre! Próbálja fejben kiszámítani!
a) Mennyi a kapcsolás eredő ellenállása?
b) Mennyi a voltmérő által jelzett érték?
c) Mekkorák az ampermérők által jelzett értékek (I_1, I_2, I_3, …)?
d) Ha három fogyasztót kiiktatunk, akkor mekkora értéket mutat a voltmérő, illetve a 6. ampermérő?



5. Áram- és feszültségmérés, vegyi hatás, akkumulátorok, elemek

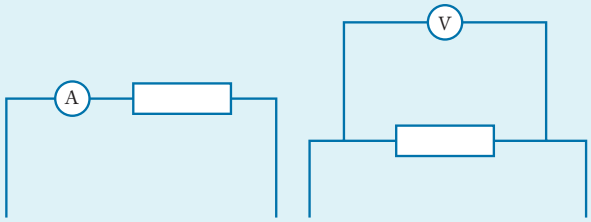
EMLÉKEZTETŐ

Áram- és feszültségmérés

Egy fogyasztón átfolyó áram erősségét a fogyasztóval sorosan kapcsolt árammérő műszerrel mérjük. A jó árammérő műszer ellenállása igen kicsi, az ideális műszer nulla ellenállású lenne.

Régebbi műszerekkel végzett mérés esetén a méréshatár váltását a műszerrel párhuzamosan kapcsolt, ún. söntellenállásokkal biztosítjuk.

Manapság az áramerősséget digitális műszerekkel mérjük, melyek automatikus méréshatárváltásra is alkalmasak.



Áramerősség-mérés *Feszültségmérés*

A feszültséget mindig két pont között értelmezzük; a feszültségmérő műszert ezért párhuzamosan kapcsoljuk a vizsgálandó fogyasztóval. A jó feszültségmérő ellenállása igen nagy, az ideálisé végtelen.

A feszültségmérő méréshatárát régebbi műszereknél a műszerrel sorosan kapcsolt előtét-ellenállásokkal változtatták.

Ma egyre inkább a számkijelzéses műszerek vannak forgalomban; ezeken egyszerűbb a mért mennyiség leolvasása, mint a hagyományos mutatós műszereken, és jobban közelítik az ideális mérőműszer fogalmát, mint az analóg, mutatós készülékek.

Áramvezetés folyadékokban

A folyadékok között vannak szigetelők: a desztillált víz, az alkohol, az olaj nem vezeti az áramot. Ha azonban vízben valamilyen sót oldunk fel, az oldat vezetővé válik. Áramot vezető folyadékok az elektrolitok, vagyis pozitív és negatív ionokat tartalmazó oldatok: bázisok, savak, sók vizes oldatai.

Elektrolízis

Az áram be- és kivezetésére szolgáló elektródák elektrolitba merülnek. Az áramforrás pozitív sarkához kötött elektróda az anód, a negatívhoz kötött a katód. Áramvezetéskor a pozitív ionok (más néven kationok) a katód felé, a negatív ionok (anionok) az anód felé vándorolnak. A megfelelő elektródon az anionok elektront adnak le, a kationok elektront vesznek fel, semlegesítődnek és kiválnak. A jelenség neve: **elektrolízis**. Törvényeinek felfedezése **Faraday** nevéhez fűződik.

Faraday elektrolízisre vonatkozó törvényei:

1. Az elektródokon kiváló anyag m tömege arányos az átáramló Q töltésmennyiséggel: $m \sim Q$. Az I erősségű árammal t ideig végzett elektrolízis esetén $m = k \cdot I \cdot t$. A k arányossági tényező a kiváló anyag elektrokémiai egyenértéke.

2. 1 molnyi 1 vegyértékű anyag kiválasztásához 96 500 C töltésmennyiség szükséges.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Másfél órán át tartó elektrolízist végzünk krómiont tartalmazó, 10 Ω ellenállású elektrolitoldattal. Mennyi króm válik ki a katódon 12 V feszültség hatására?

MEGOLDÁS

Adatok:

A króm elektrokémiai egyenértéke: $k = 0{,}18 \frac{\text{mg}}{\text{C}}$

Az elektroliton átfolyó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_b} = \frac{12\ \text{V}}{10\ \Omega} = 1{,}2\ \text{A}$$

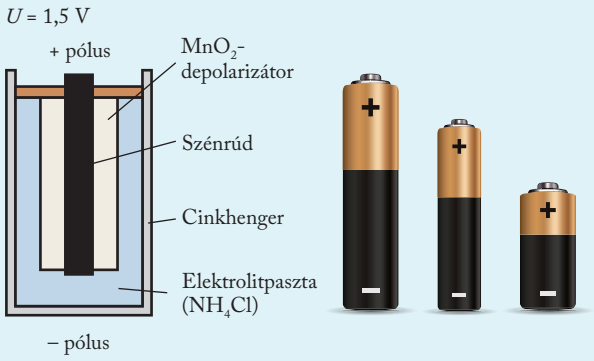
A katódon kiváló króm tömege:

$$m = k \cdot I \cdot t = 0{,}18 \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 1{,}2\ \text{A} \cdot 1{,}5 \cdot 3600\ \text{s} = 1{,}17\ \text{g}.$$

Galvánelemek

Ha két különböző fém mindegyike a saját ionjait tartalmazó elektrolitoldatba merül, akkor – a fémek különböző oldódási sebessége miatt – köztük feszültség jön létre. Ez a galvánelemek működésének alapja. A galvánelemekben a kémiai kötési energia rovására elektromos mező épül fel: a töltések térbeli szétválásával a pozitív töltés magasabb elektromos potenciálú helyre kerül. A galvánelemek feszültsége az elemet alkotó elektródok és az elektrolit anyagától függ, méretüktől nem. A különféle rúdelemek (pl. a ceruzaelem vagy a góliátelem) felépítése ugyanolyan, ezért egyformán

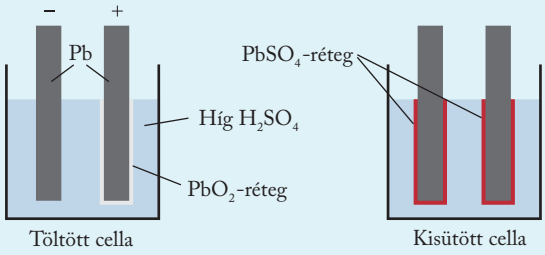
1,5 V feszültségűek. Manapság főleg ezüst-, lítium-, alkálielemeket használunk.



Szárazelem (rúdelem) szerkezete

Akkumulátorok

Az akkumulátorok reverzibilisen, azaz megfordíthatóan működő galvánelemek. Kisütésüknél (használatuknál) kémiai energia alakul át elektromos energiává, töltésüknél pedig fordítva: az elektromos energia kémiai energiává alakul.



Ólomakkumulátor

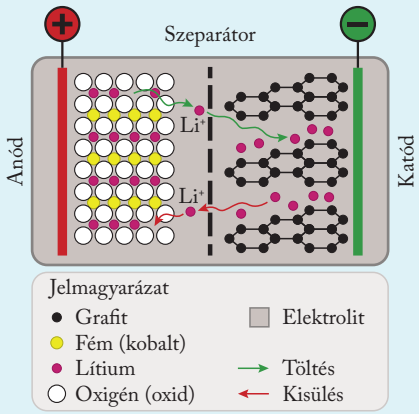
Az akkumulátor elektromos jellemzője a kapacitás; azt a töltésmennyiséget jelenti, amelyet a teljesen feltöltött akkumulátor kisütésekor szolgáltatni képes. A kapacitást amperórában (Ah) adják meg. A gépjárművekben használt ólomakkumulátorok elektrolitja desztillált vízzel hígított, maró hatású kénsav. Használatuk elővigyázatosságot igényel. Az akkumulátor anyaga erősen környezetszennyező. A tönkrement akkumulátorokat a kijelölt gyűjtőhelyekre kell szállítani!

Lítiumion-akkumulátorok

A lítiumion-akkumulátorok elektrolitja lítiumtartalmú oldat. Az akkumulátor töltésekor a lítiumionok a negatív elektródához, kisütéskor pedig a pozitív elektródához vándorolnak.

A lítiumion-akkumulátorok jellemzői a korábbi akkumulátorfajtákkal összehasonlítva:

– A nagyobb energiasűrűség miatt kisebb súlyú akkumulátorok készíthetők azonos kapacitás mellett. Ezért kedveltek elektromos járművekben (drón, roller, kerékpár, autó) és kéziszerszámokban. (A lítium a legkönnyebb fém.)
– Egy nagyságrenddel kisebb **belső ellenállásuk** miatt nagyobb teljesítmény leadására képesek.
– Nem igényelnek rendszeres kisütést, ezért praktikusak ritkábban használt barkácsgépekben is.
– Nagy (3,5–4 V) a cellafeszültségük.
– Alacsony az önkisülésük, ezért a feltöltött akkumulátor hosszabb ideig tartja meg töltöttségét.
– Nincs szükség formázótöltésre.
– Nagyon kevés mérgező anyagot tartalmaznak.



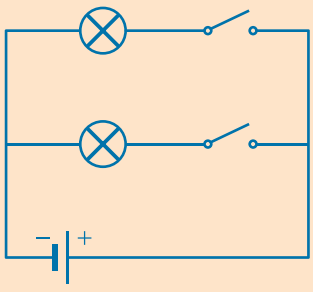
Lítiumion-akkumulátor töltéskor, illetve kisütéskor

A teljes áramkör modellezése

Kapocsfeszültség, belső ellenállás

KÍSÉRLET

Az ábra szerinti, rúdelemmel működtetett áramkörben megfigyelhető, hogy az izzók fénye gyengébb, ha mindkettőt működtetjük, mint amikor csak egyet, annak ellenére, hogy mindkettő az elem feszültségét kapja. Az áramforrás feszültsége csökken, ha jobban terheljük, azaz amikor nagyobb áramot szolgáltat.

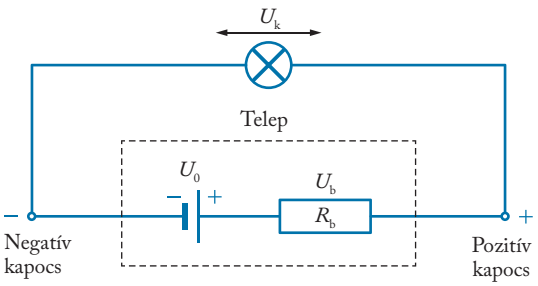


Az elemekre, akkumulátorokra jellemző, hogy feszültségük többé-kevésbé függ a terhelésüktől. Az áramerősség növekedésekor az áramforrás kivezetésein (kapcsain) mérhető kapocsfeszültség csökken. A jelenség oka, hogy az áramforráson belül is folyik áram, és az áramforrás saját, belső ellenállásán is esik feszültség.

Megjegyzés: Az elektromos hálózat és az elektronikus tápegységek másként működnek.

Terhelt áramforrás

A terhelt áramkör ábra szerinti modelljén szaggatott vonal jelzi az áramforrás fizikai határait.



Belső ellenállással rendelkező telep modellezése

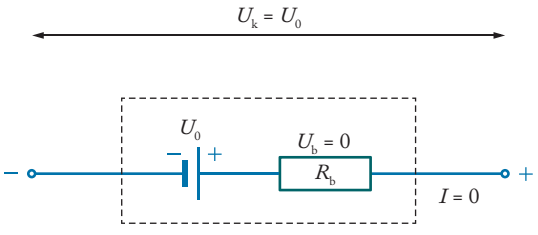
A telep belsejében elképzelünk egy állandó U_0 értékű feszültségforrást, és egy ettől elkülönülő R_b ún. belső ellenállást. Az U_0 értéket üresjárási feszültségnek vagy elektromotoros erőnek nevezzük.

Az áramforrást a kapcsain keresztül kötjük a külső R_k ellenállású fogyasztóhoz. A külső és belső ellenálláson ugyanaz az áram folyik át, ezért ellenállásuk összeadódik. Az áram kiszámítása a teljes áramkörre vonatkozó Ohm-törvény alapján: $I = \frac{U_0}{R_k + R_b}$.

A kifejezést átalakítva $U_0 = I \cdot R_k + I \cdot R_b$ alakhoz jutunk. Itt $I \cdot R_k = U_k$ a telep kapcsain mérhető ún. kapocsfeszültség; $I \cdot R_b = U_b$ a belső ellenálláson eső belső feszültség. Így a telep U_0 elektromotoros ereje a külső ellenálláson eső U_k és a belső ellenálláson eső U_b feszültségre oszlik: $U_0 = U_k + U_b$.

Fogyasztó nélküli, terheletlen áramforrás (üresjárat)

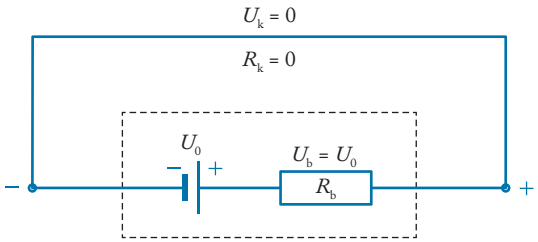
A terheletlen áramforráson át nem folyik áram, $I = 0$. A belső ellenálláson nem esik feszültség ($U_b = 0$), így a kapocsfeszültség egyenlő az elektromotoros erővel: $U_0 = U_k$.



Terheletlen áramforrás

Rövidzárlati állapot

Ha az áramforrás sarkait elhanyagolható ellenállású vezetővel (rövid ideig!) összekötjük, akkor ún. rövidzárlatot idézünk elő. Ilyenkor a kapocsfeszültség 0, az áramforrás árama pedig az áramforrásból nyerhető legnagyobb áram, az ún. **rövidzárlati áram**: $I_{max} = \frac{U_0}{R_b}$.





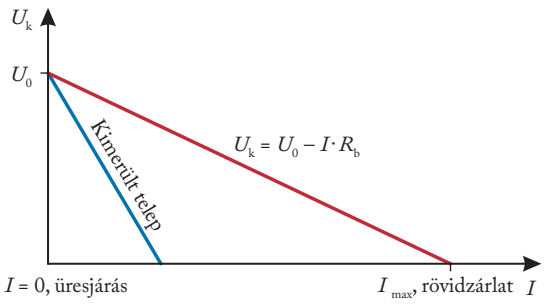
Rövidzárási áram mérése

Áramkörben a rövidzárlat kerülendő, mert túlterhelést jelent az áramforrásnak; erősen fölmelegszik, tönkremehet. A nagy áram a hálózat vezetékeit fölhevítve tüzet is okozhat.

A kapocsfeszültség-áram kapcsolat

Az $U_0 = U_k + U_b$ és az $U_b = I \cdot R_b$ összefüggésből kapjuk az $U_k = U_0 - I \cdot R_b$ összefüggést.

Vizsgáljuk meg a **kapocsfeszültséget** az áram függvényében az $U_k - I$ diagramon az összefüggés szerint!



Az U_k kapocsfeszültség az I terhelőáram függvényében

– A grafikon U_0-ból indul, ez az üresjárati állapot.
– Az egyenes negatív meredekségű, vagyis a telep feszültsége a terhelés növelésével csökken. A negatív meredekség értéke R_b, a telep belső ellenállása, mely a használat során növekszik, ezért a kimerült telep egyre kevésbé terhelhető.
– A legnagyobb áramerősséghez zérus kapocsfeszültség ($U_k = 0$) tartozik, tehát $I_{max} = \frac{U_0}{R_b}$. Ez a rövidzárlat állapota.

Az előző diagram és összefüggések bonyolult kémiai folyamatokat olyan modellel egyszerűsítenek, mely szerint a kimerülő telep belső ellenállása növekszik, elektromotoros ereje változatlan. A valóságban a kimerülő elem elektromotoros ereje csökken, a belső ellenállása nő.

A belső ellenállás kísérleti meghatározásakor az előző diagram pontjaiból meghatározott egyenes meredekségét számítjuk ki. Az új zsebtelep 0,1 Ω körüli belső ellenállása a használat során 100 Ω nagyságrendűre is megnőhet.

KIDOLGOZOTT FELADAT

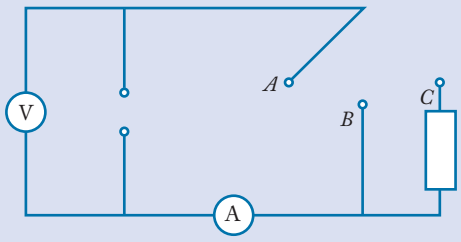
1. FELADAT Milyen erősségű áram folyik át a 36 Ω ellenállású fogyasztón, ha a 9 V feszültségű áramforrás
a) belső ellenállása elhanyagolható?
b) belső ellenállása 2 Ω?

MEGOLDÁS

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{9\ \text{V}}{36\ \Omega} 0{,}25\ \text{A}$

b) $I = \frac{U_0}{R + r} = \frac{9\ \text{V}}{36\ \Omega + 0{,}225\ \Omega} = 0{,}9\ \text{A}$

2. FELADAT Egy áramkörbe háromállású kapcsolót iktattunk az ábra szerint.



Mekkora értékeket mutat az ideálisnak tekinthető feszültség- és árammérő műszer a kapcsoló *A*, *B* és *C* helyzetében? Az áramforrás elektromotoros ereje 36 V, belső ellenállása 4 Ω, a külső ellenállás 32 Ω. Töltsük ki a táblázatot! Hogyan nevezzük az *A*, illetve *B* helyzetnek megfelelő állapotot?

MEGOLDÁS

Ohm törvényét felhasználva:

	A	B	C
Feszültségmérő	36 V	0 V	32 V
Áramerősség-mérő	0 A	9 A	1 A

Az *A* állapot üresjárás, a *B* állapot rövidzárlat.

3. FELADAT Feszültségforrás kapocsfeszültsége 8,9 V, ha a terhelőáram értéke 100 mA. Ha a terhelés 200 mA-re nő, akkor a kapocsfeszültség 8,8 V-ra csökken. Mekkora a telep elektromotoros ereje és belső ellenállása? Mekkora a rövidzárlati áram?

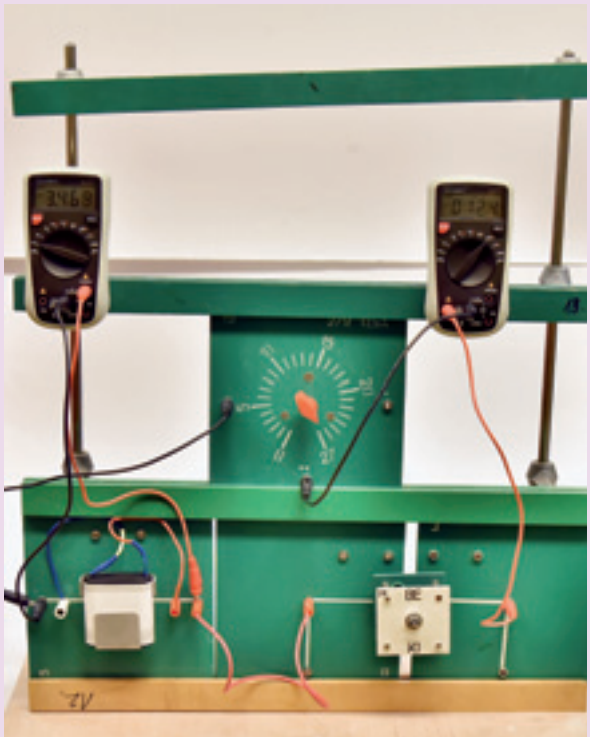
MEGOLDÁS

A kapocsfeszültség függése a terhelőáramtól:
$U_k = U_0 - I \cdot R_b$. Esetünkben: $8{,}9\ \text{V} = U_0 - 0{,}1 \cdot R_b$,
illetve $8{,}8\ \text{V} = U_0 - 0{,}2 \cdot R_b$.
Az egyenletrendszer megoldása:
$U_0 = 9\ \text{V}$ és $R_b = 1\ \Omega$.

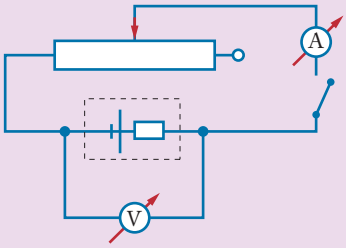
MÉRÉSI FELADAT

Áramforrás jellemzőinek meghatározása

Feszültség- és árammérés segítségével határozzuk meg az áramforrás (szárazelem) jellemző adatait: belső ellenállását, elektromotoros erejét, rövidzárási áramát!



Szükséges eszközök: 4,5 V-os laposelem, vagy dobozba foglalt áramforrás két banánhüvely-kivezetéssel, feszültségmérő, árammérő, 10–20 Ω-os és 4–5 A-rel terhelhető tolóellenállás, kapcsoló, röpzsinórok, krokodilcsipesz.



Feladat: A csúszka helyzetét változtatva legalább négy pontban olvassuk le az áram és a kapocsfeszültség összetartozó értékeit! A mérési adatokat foglaljuk táblázatba, majd ábrázoljuk feszültség-áram grafikonon! A grafikon alapján határozzuk meg a telep jellemző adatait!

Telepek kapcsolása

Az elektromos készülék működéséhez szükséges feszültséget általában rúdelemek soros kapcsolásával érjük el: az egyik elem pozitív pólusát a következő elem negatív pólusához kötjük. Sorosan kapcsolt telepek feszültsége összeadódik. A 4,5 V-os zsebtelepben (laposelemben) 3 db 1,5 V feszültségű elemet, gépjárművek 12 V-os akkumulátorában 6 db 2 V-os cellát kapcsolnak sorosan. A telepek soros kapcsolásakor a belső ellenállások is sorosan kapcsolódnak, tehát összeadódnak.



Telepek soros kapcsolása

Azonos elektromotoros erejű elemek párhuzamos kapcsolását az azonos pólusok összekapcsolásával lehetne elérni. Ilyenkor a kapott telep feszültsége megegyezik az egyes elemek feszültségével. Mivel a belső ellenállások is párhuzamosan kapcsolódnak, az eredő belső ellenállás az egyes ellenállásoknál kisebb lesz. **A gyakorlatban azonban elemeket nem kapcsolunk párhuzamosan.** Nincs két teljesen azonos elektromotoros erejű elem, ezért a nagyobb feszültségű töltené a másikat, végül lemerítenék egymást. Ha egy készülék működése nagyobb áramerősséget igényel, akkor nagyobb elemet, akkumulátort terveznek bele (a tárolt energia kb. a térfogattal arányos). Ezért van például 1,5 V-os mini ceruza- (AAA), ceruza- (AA), bébi- (C), illetve góliátelem (D).

KIDOLGOZOTT FELADAT

Milyen elektromotoros erejű és belső ellenállású telepet kapunk, ha 4 db 1,5 V feszültségű, 0,4 Ω belső ellenállású elemet sorba kapcsolunk? Mekkora az egyes telepek rövidzárási árama?

MEGOLDÁS

Sorba kapcsolt elemek elektromotoros ereje és belső ellenállása is összeadódik: 6 V-os 1,6 Ω belső ellenállású telepet kapunk. A telep rövidzárási árama ezek hányadosa: 3,75 A.

ALKALMAZÁSOK

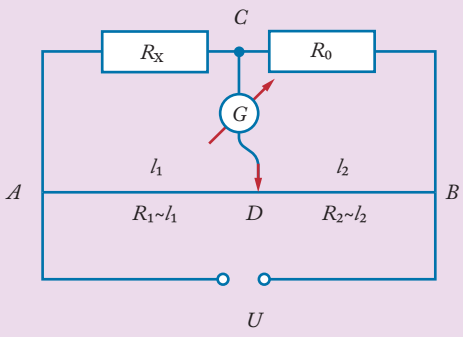
A napelem

A napelem olyan eszköz, amely a fényt közvetlenül elektromos energiává alakítja, a később tanulandó fényelektromos jelenség segítségével. A napelem teljesítménye függ annak típusától, méretétől, a fénysugárzás intenzitásától és hullámhosszától, valamint beesési szögétől. Anyaguk általában félvezető (szilícium).

MÉRÉSI FELADAT

Ellenállásmérés Wheatstone-híddal

A **Wheatstone-hidas** kapcsolásban igen pontosan lehet ellenállást mérni. Az ábra szerinti kapcsolás a meghatározandó R_x ellenállásból, az ismert R_0 ellenállásból, az egyenletes keresztmetszetű l hosszúságú A–B mérőhuzalból, az igen érzékeny G áramerősség-mérő műszerből (galvanométerből) és feszültségforrásból áll.



Wheatstone-hidas ellenállásmérés

A mérés során a galvanométerhez csatlakozó hajlékony vezeték végét addig csúsztatjuk az A–B mérődróton, amíg a műszert tartalmazó C–D ág – a híd – árammentes nem lesz. Ez az ún. kiegyenlített helyzet. Mivel a C–D árammentes, a C és D pontok azonos potenciálúak, az A és C pontok közti $U_{AC} = I_2 \cdot R_x$ feszültség egyenlő az $U_{AD} = I_1 \cdot R_1$ feszültséggel.

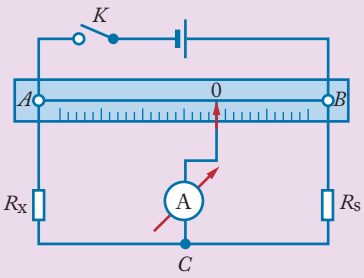
Ugyanígy: az $U_{BC} = I_2 \cdot R_0$ feszültség egyenlő az $U_{BD} = I_1 \cdot R_2$ feszültséggel. Az áramerősségeket kiiktatva, és felhasználva a mérőhuzalszakaszok l_1 és l_2 hosszát:

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Az ismeretlen R_x ellenállás a kiegyenlített helyzethez tartozó l_1 és l_2 hosszakat megmérve meghatározható.

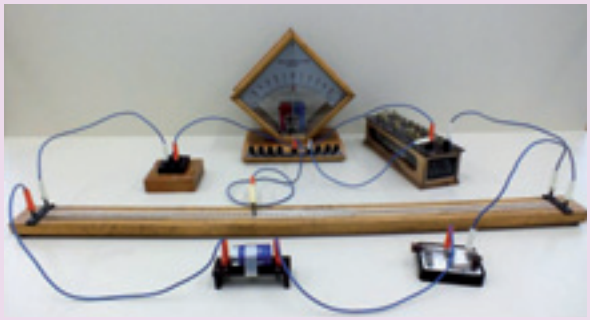
Izzószál hideg ellenállásának meghatározása

Mérjük meg zseblámpaizzó volfrámból készült izzószálának ellenállását Wheatstone-híddal!



A mérés kapcsolási rajza

Szükséges eszközök: Zseblámpaizzó (3,5 V, 0,2 A) foglalatban, 3 db különböző értékű ellenállás, megadva az ellenállások névleges értékét (ajánlott ellenállásértékek: ≈ 100 Ω, ≈ 50 Ω, ≈ 5 Ω), 1 m hosszú ellenálláshuzal (≈ 11 Ω/m), két végén kialakított elektromos csatlakozóval, cm-skálával ellátott deszkalapra kifeszítve, 1,5 V-os góliátelem, Morse-kapcsoló, röpzsinórok, árammérő deprezműszer (forgótekercses, állandó mágnesű árammérő).



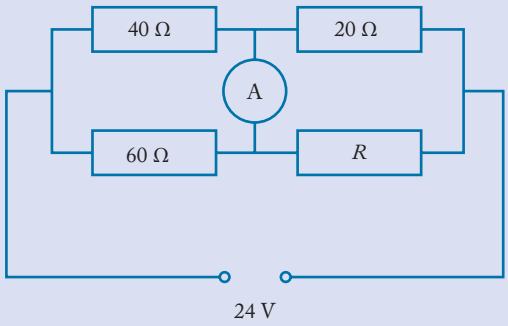
Izzószál ellenállásának meghatározása Wheastone-híddal

A zsebizzót kössük az R_x mérendő ellenállás helyére, az ismert értékű ellenállásokat rendre az R_s segédellenállás helyére! A csúszka megfelelő pozicionálásával egyensúlyozzuk ki a hidat, és mérjük le a csúszka helyzetét az egyenes vezető egyik végpontjától mérve! Ezt ismételjük meg több segédellenállás alkalmazásával!

A mérési adatokat foglaljuk táblázatba, és számítsuk ki minden mérés esetén az izzószál ellenállásának értékét!

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az ábra szerinti mérőhidas kapcsolásban az ampermérőn nem folyik áram.



a) Mekkora az ismeretlen ellenállás?
b) Mekkora a főágban folyó áram erőssége?

MEGOLDÁS

a) A kiegyenlített Wheatstone-féle mérőhídban az ampermérőn nem folyik áram.

Ekkor $\frac{R}{20\ \Omega} = \frac{60\ \Omega}{40\ \Omega}$. Ebből $R = 30\ \Omega$.

b) A kapcsolás eredő ellenállása:

$$R_e = \frac{90\ \Omega \cdot 60\ \Omega}{90\ \Omega + 60\ \Omega} = 36\ \Omega$$

Így a főágban folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{24\ \text{V}}{36\ \Omega} = 0{,}67\ \text{A}$$

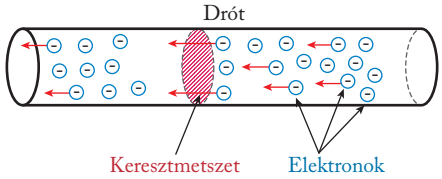
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért a kis ellenállású műszer jó ampermérő, és miért a nagy ellenállású a jó voltmérő?
2. Mit nevezünk áramforrás üresjáratának?
3. Mekkora egy áramforrás rövidzárlati áramerőssége?
4. Hogyan változik egy galvánelem belső ellenállása használat során?
5. Sorba kapcsolunk két egyforma paraméterekkel bíró elemet. Mekkora a kapott telep elektromotoros ereje, belső ellenállása és rövidzárlati árama?
6. Nagyobb terhelőáram esetén hogyan alakul egy elem kapocsfeszültsége?
7. Wheatstone-hidas ellenállásmérést végzünk. Az ismert ellenállás $R_0 = 40\ \Omega$. A híd kiegyenlített helyzetében a csúszka az 1 m hosszú ellenálláshuzal bal oldali (a Mérési feladat első ábrája szerinti A) végétől 20 cm távolságra van. Mekkora az ismeretlen ellenállás?

Összefoglalás

Elektromos áram

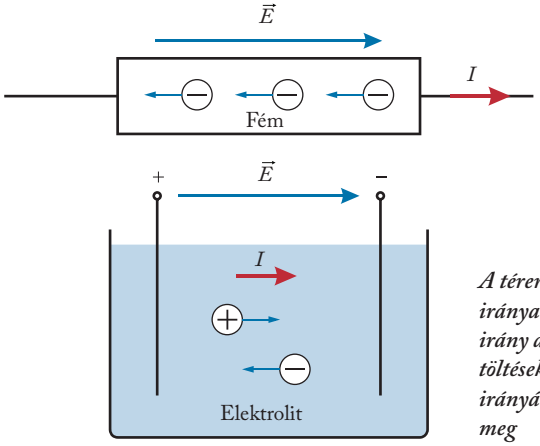
Elektromos töltések tartós, rendezett mozgását, áramlását elektromos áramnak nevezzük.



Az elektromos áram fém vezetőben

Áramerősség

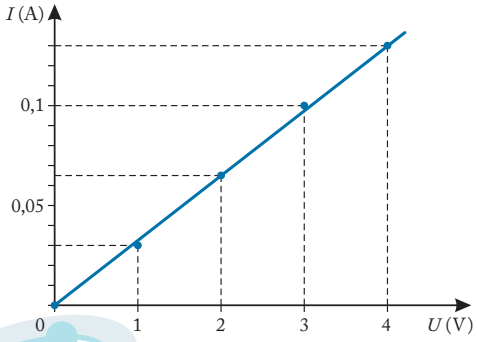
Az I elektromos áram erőssége a vezető valamely keresztmetszetén áthaladó Q töltésnek és az áthaladás t idejének hányadosa. $I = \frac{Q}{t}$



A térerősségvektor iránya és az áramirány a pozitív töltések mozgásirányával egyezik meg

Ohm törvénye

Egy vezetőn átfolyó I áram erőssége egyenesen arányos a vezetőre kapcsolt U feszültséggel. A két mennyiség $\frac{U}{I}$ hányadosa adott vezetőnél állandó. Ez az állandó a vezető R ellenállása: $R = \frac{U}{I}$. A vezető ellenállása a fajlagos ellenállással kifejezve: $R = \varrho \frac{l}{A}$.



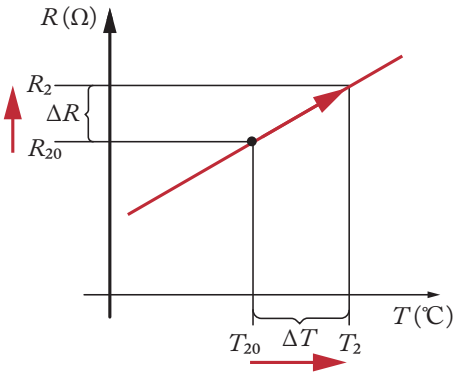
Az összetartozó feszültség–áramerősség értékpárok adott fogyasztó esetén

Az ellenállás hőmérsékletfüggése

Melegítés hatására a fémek ellenállása növekszik. A $T_{20} = 20\ ^\circ\text{C}$ hőmérsékleten mérhető R_{20} értékű ellenállás ΔT hőmérséklet-növekedés hatására ΔR értékkel megnő:

$R_2 = R_{20} + \Delta R$

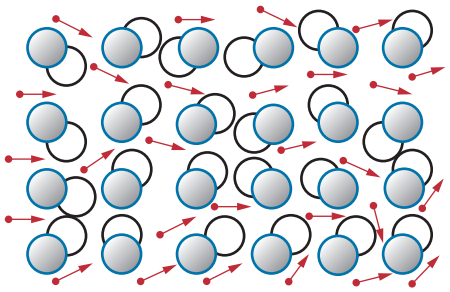
A növekmény: $\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot (T_2 - T_{20})$.



Az ellenállás hőmérsékletfüggése

Az áram hőhatása, a Joule-hő

Fémekben az áramot létrehozó, mozgó, szabad elektronok rugalmatlan ütközés során a fémionoknak adnak át energiát, így a fém felmelegszik.



A fémionok elektronokkal ütköznek; rezgőmozgásuk intenzívebbé válik

A fémionok nagyobb mozgási energiáját a fém melegedéseként érzékeljük.

A Joule-hő nagysága

Egy vezetőszakaszon leadott energia egyenesen arányos a vezető R ellenállásával, az I áramerősség négyzetével és az eltelt t idővel:

$V = I^2 \cdot R \cdot t = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$

Az áram teljesítménye

A teljesítmény a munkavégzés sebessége, így az elektromos teljesítmény: $P = \frac{W}{t} = I^2 \cdot R = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$.

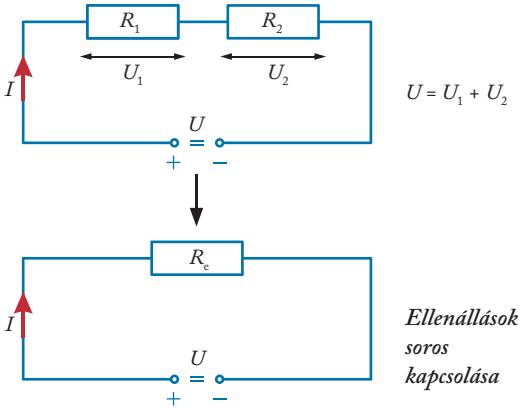
Ellenállások kapcsolása

Soros kapcsolás és tulajdonságai

A fogyasztókon ugyanaz az áram folyik át, tehát megegyezik: $I_1 = I_2 = I$.

A két fogyasztó között nincs elágazás, az egyiken átfolyó áram átfolyik a másikon is.

A fogyasztók feszültségeinek összege egyenlő az áramforrás feszültségével: $U = U_1 + U_2$.



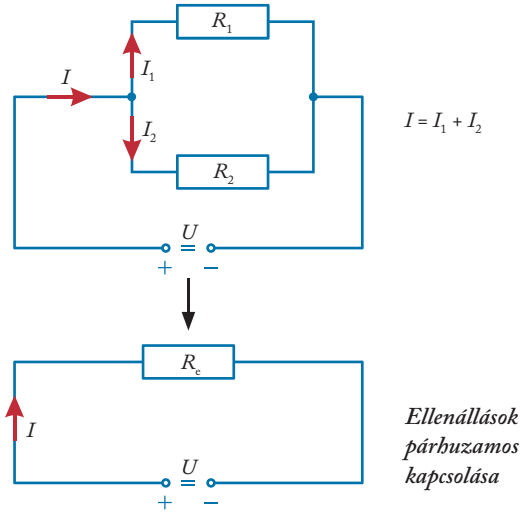
Ellenállások soros kapcsolása

A soros kapcsolás eredő ellenállása egyenlő a részellenállások összegével: $R_e = R_1 + R_2$.

Kettőnél több sorosan kapcsolt ellenállás esetén is igaz, hogy az eredő ellenállás egyenlő az egyes részellenállások összegével: $R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$

Párhuzamos kapcsolás és tulajdonságai

A fogyasztók azonos U feszültségű pontokra csatlakoznak, feszültségük közös: $U_1 = U_2 = U$.



Ellenállások párhuzamos kapcsolása

A főág áramerőssége egyenlő a mellékágak áramerősségének összegével: $I = I_1 + I_2$.

A párhuzamos kapcsolás eredő ellenállásának reciproka egyenlő a részellenállások reciprokának összegével:

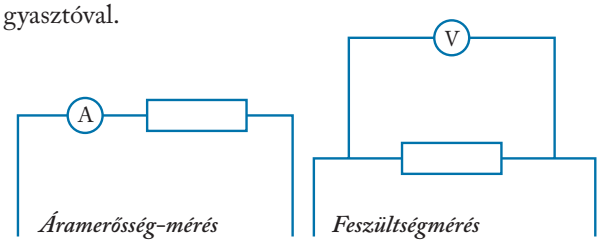
$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Ebből: $R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Kettőnél több párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén is igaz, hogy az eredő ellenállásának reciproka egyenlő a részellenállások reciprokának összegével:

$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$

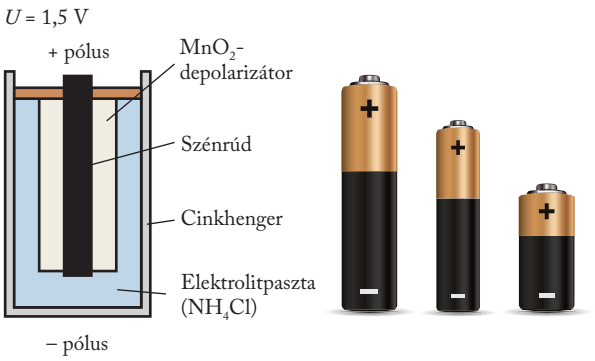
Áramerősség- és feszültségmérés

Egy fogyasztón átfolyó áram erősségét a fogyasztóval sorosan kapcsolt árammérő műszerrel mérjük. A feszültséget mindig két pont között értelmezzük; a feszültségmérő műszert ezért párhuzamosan kapcsoljuk a vizsgálandó fogyasztóval.



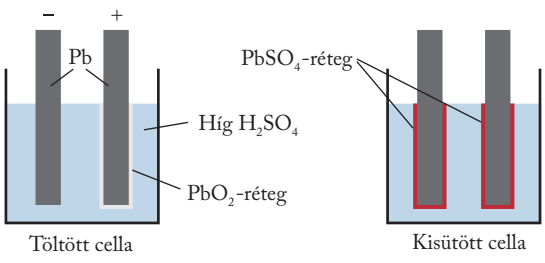
Áramerősség-mérés *Feszültségmérés*

Galvánelemek



Szárazelem (rúdelem) szerkezete

Akkumulátorok



Ólomakkumulátor

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Egy 100 Ω-os ellenálláshuzalra 10 V egyenfeszültséget kapcsolunk. Mennyi töltés halad át a vezeték egy keresztmetszetén 1 óra alatt?
A) 60 000 coulomb.
B) 360 coulomb.
C) 6 coulomb.
D) 0,06 coulomb.

2. Egy vékony üvegcső bizonyos mennyiségű higannyal van tele. A csőben lévő higanyszál két vége között az ellenállás 1 Ω. Ezt a higanyt áttöltjük egy feleakkora átmérőjű csőbe. Mekkora lesz a higany ellenállása ebben csőben?
A) 2 Ω.
B) 4 Ω.
C) 8 Ω.
D) 16 Ω.

3. Egy kapcsolásban két fogyasztót kapcsoltunk sorba. Jelölje meg a HAMIS állítást! A kapcsolás eredő ellenállása
A) nagyobb a nagyobb fogyasztó ellenállásánál.
B) a két ellenállás számtani közepe.
C) az egyik ellenállás kétszerese.

4. Egy kapcsolásban két párhuzamosan kapcsolt fogyasztó található. Jelölje meg az igaz állítást! A kapcsolás eredő ellenállása
A) nagyobb a nagyobb fogyasztó ellenállásánál.
B) a két ellenállás számtani közepe.
C) lehet az egyik ellenállás fele.

5. Két különböző ellenállású fogyasztót sorosan kapcsolunk. Melyik fogyasztónak nagyobb a teljesítménye? Melyik a JÓ válasz?
A) A kisebb ellenállásnak nagyobb a teljesítménye, mert a kisebb ellenálláson nagyobb áram folyik.
B) Egyenlő a két ellenállás teljesítménye, mivel ugyanakkora áram folyik át rajtuk.
C) A nagyobb ellenállásnak nagyobb a teljesítménye, mert soros kapcsolás esetén nagyobb ellenálláson nagyobb a feszültség.
D) A nagyobb ellenállásnak nagyobb a teljesítménye, mert nagyobb ellenállásnak mindig nagyobb a teljesítménye.

6. Két különböző ellenállású fogyasztót párhuzamosan kapcsolunk. Melyik fogyasztónak nagyobb a teljesítménye? Melyik a JÓ válasz és indoklás?
A) A kisebb ellenállásnak nagyobb a teljesítménye, mert a kisebb ellenálláson nagyobb áram folyik.
B) Egyenlő a két ellenállás teljesítménye, mivel ugyanakkora a feszültségük.
C) A nagyobb ellenállásnak nagyobb a teljesítménye, mert nagyobb ellenállásnak mindig nagyobb a teljesítménye.

7. Egy fogyasztó kikapcsolásakor hogyan változik meg egy elektromos hálózat főágában folyó áram erőssége?
A) Az áramerősség nő, mert az újabb fogyasztó kikapcsolásakor az eredő ellenállás csökken.
B) Az áramerősség nem változik, mert az áramszolgáltató által leadott teljesítmény és áramerősség a hálózatban állandó.
C) Az áramerősség növekszik, mert az újabb fogyasztó kikapcsolásakor az eredő ellenállás nő.
D) Az áramerősség csökken, mert az újabb fogyasztó kikapcsolásakor az eredő ellenállás nő.

8. Egy áramkör két párhuzamosan kapcsolt ellenállás huzala azonos anyagú, de különböző hosszúságú és keresztmetszetű. Melyikben fejlődik több hő, ha feszültséget kapcsolunk a vezeték két végére? Jelöljük meg a HELYES választ!
A) A kisebb keresztmetszetű részben fejlődik több hő, mert egy vékonyabb vezeték mindig jobban melegszik, mint egy vastag.
B) A hosszabb részben fejlődik több hő, mert annak nagyobb az ellenállása.
C) A hosszúság- és keresztmetszetarányok ismerete nélkül a kérdés nem válaszolható meg.
D) A két részben ugyanannyi hő fejlődik, mert azonos az anyaguk.

9. Sorosan kapcsolt izzók egyike kiég. Hogyan változik a másik izzó fényereje (teljesítménye), ha az áramforrás belső ellenállása nulla?
A) Nem változik.
B) Csökken.
C) Nő.
D) A másik izzó rögtön kialszik.

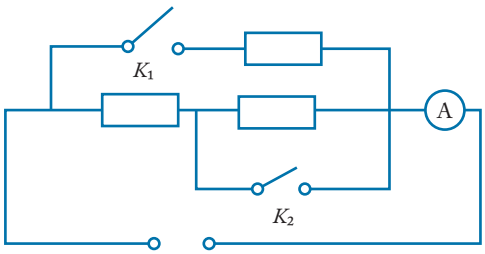
10. Több párhuzamosan kapcsolt izzók egyike kiég. Hogyan változik a többi izzó fényereje (teljesítménye), ha az áramforrás belső ellenállása nem nulla?

A) Nem változik.
B) Csökken.
C) Nő.
D) A többi izzó is rögtön kiég.

11. Az amper- és voltmérő műszerekre vonatkozó állítások közül keressük meg az IGAZ állítást!

A) Mindkét műszer akkor mér pontosan, ha kicsi az ellenállása.
B) Mindkét műszer akkor mér pontosan, ha nagy az ellenállása.
C) Akkor mérnek pontosabban, ha az ampermérő ellenállása kicsi, a voltmérőé nagy.
D) Akkor mérnek pontosabban, ha a voltmérő ellenállása kicsi, az ampermérőé nagy.

12. Az ábra szerinti áramkörbe épített kapcsolók zárásakor változik a műszer által jelzett áramerősség. Válasszuk ki az IGAZ állításokat!

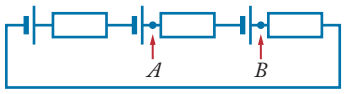


A) Bármely kapcsoló zárása esetén nő az áramerősség.
B) Az áramkörben mindenképpen folyik áram, melynek erőssége nem függ a kapcsolók helyzetétől.
C) Legerősebb áram akkor folyik, amikor mindkét kapcsoló zárt állapotban van.
D) Az 1. kapcsoló bekapcsol egy ellenállást, a 2. kiiktat egyet.

13. Áramforrásra vonatkozó állítások közül válasszuk ki az IGAZ állításokat!!

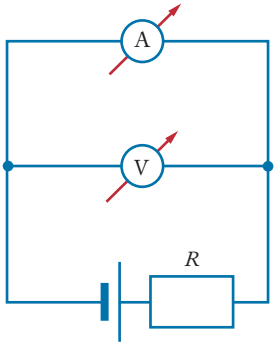
A) Az áramforrás kapcsainak rövidre zárása esetén a kapocsfeszültség nulla.
B) Ha növeljük egy áramforrás terhelését (áramát), akkor a kapocsfeszültség is nő.
C) Terheletlen áramforrás sarkain az üresjárási feszültséget mérhetjük.
D) Sorosan kapcsolt áramforrások belső ellenállása összeadódik.

14. (Emelt szintű érettségi feladat, 2015)
Három, elhanyagolható belső ellenállású, 1,5 V elektromotoros erejű elemet kapcsolunk sorosan három egyforma ellenállással az ábrán látható módon. Mekkora a feszültség az *A* és *B* pontok között?



A) 0 V
B) 1,5 V
C) 4,5 V

15. Az ábra szerinti kapcsolásban a voltmérő valamekkora *U* feszültséget, az ampermérő valamekkora *I* áramerősséget mutat. Mit ad meg az $\frac{U}{I}$ hányados?

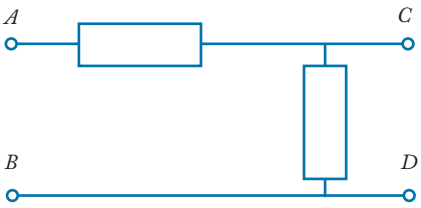


A) A voltmérő ellenállását.
B) Az ampermérő ellenállását.
C) Az *R* ellenállás értékét.

16. Ideális (nagyon nagy ellenállású) feszültségmérőt kapcsolunk egy telepre. Közelítőleg milyen jellemző feszültséget mutat a műszer?

A) A telep elektromotoros erejét.
B) A telep belső ellenállásán eső feszültséget.
C) A telep rövidzárási feszültségét.

17. (Emelt szintű érettségi feladat, 2018)
Az ábrán látható áramkörben az *A* és *B* pontok közé feszültséget kapcsolunk. Ekkor a *C* és *D* pontok közé kapcsolt ideális feszültségmérő műszer $\frac{U}{2}$ feszültséget mutat. Mit mutatna a műszer, ha azt felcserélnénk a feszültségforrással?



A) 2 *U* feszültséget.
B) *U* feszültséget.
C) 0 V feszültséget.
D) $\frac{U}{2}$ feszültséget.

FELADATOK

1. Parkoláskor bekapcsolva felejtett világítás miatt könnyen lemerülhet a gépkocsi akkumulátora.

a) Mennyi idő alatt merül le a 12 V-os 55 Ah-s akkumulátor, ha tudjuk, hogy egy helyzetjelző 5 W, egy tompított fényszóró 55 W teljesítményű? (4 db helyzetjelző és 2 db tompított fényszóró van.)

A lemerült akkumulátorú autó motorjának beindítása bebikázással történhet: két hosszú elektromos kábellel („bikakábellel") összekötjük a lemerült akkumulátort egy járó motorú autó akkumulátorával. A bikakábelben folyó áram erőssége 200 A is lehet.

b) Számítsuk ki, hogy az 50 mm^2 keresztmetszetű rézkábelben – atomonként egy vezetési elektront feltételezve – mennyi az elektronok rendezett mozgásának sebessége!

c) Mennyi utat tesznek meg az elektronok egy 5 másodpercig tartó bebikázás alatt?

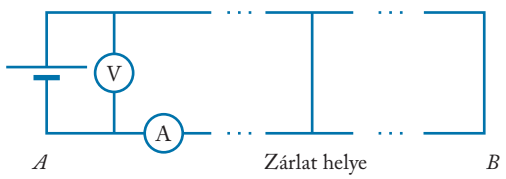
Ezzel a sebességgel 5 másodperc alatt másfél milliméter utat tesznek meg az elektronok.

2. Egy telefon akkumulátorának kapacitása 500 mAh. A töltési áram értékét a töltőn feltüntették: 150 mA. A telefon tulajdonosa két napig figyelte és regisztrálta a telefon üzemmódját.

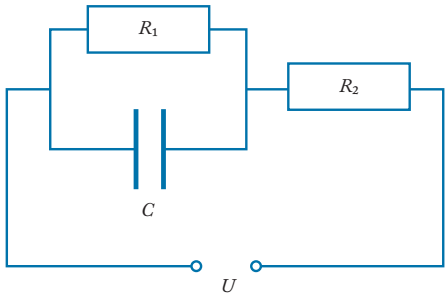
	Töltöttségi szint reggel	Beszélgetés (óra)	Készenlét (óra)	Töltési idő (óra)	Töltöttségi szint este
1. nap	84%	1	20	1	94%
2. nap	94%	2	10	0,6	96%

A táblázat adataiból kiszámítható, hogy beszélgetéskor, illetve készenléti üzemmódban mennyi a készülék áramfelvétele. (Kikapcsolt állapotban az áramfelvétel elhanyagolható.)

3. Az *A* és *B* pont között kétvezetékes, 0,5 mm^2 keresztmetszetű szigetelt rézkábel létesít hírközlő vonalat. A 18 km hosszú vonal egy pontján a szigetelés meghibásodása miatt rövidzárlat történt. A teljes vonal vizsgálata hosszadalmas és költséges lenne, ezért a hiba helyének behatárolása céljából az *A* pontban elvégzik az ábra szerinti mérést. A voltmérő 12 V feszültséget, az árammérő 45 mA-t mutat. Az *A*-tól milyen távolságra történt a meghibásodás? A hiba elhárítása után mit mutat az ampermérő?



4. Az ábrán vázolt áramkörben U = 36 V, R_1 = 300 Ω, R_2 = 600 Ω, C = 500 μF. Mekkora a kondenzátor töltése?

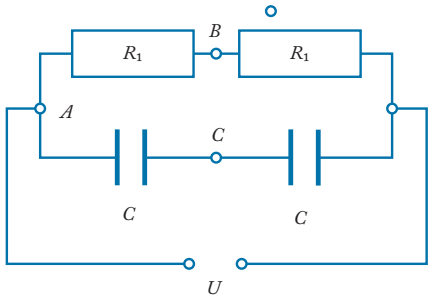


5. Mekkora a feszültség

a) *A* és *B;*

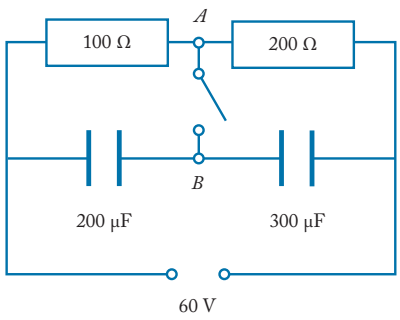
b) *A* és *C;*

c) *B* és *C* pontok között, ha a kapocsfeszültség U = 120 V?

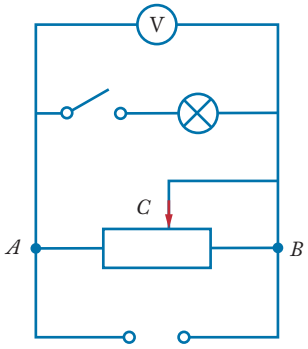


6. a) Mekkora a feszültség *A* és *B* pontok között az ábra szerinti áramkörben?

b) Zárjuk a kapcsolót. Mennyi töltés halad át rajta?



7. A fizikaszakkör tagjai egy gépkocsi helyzetjelző lámpájával kísérleteznek. Az izzó adatai: $\frac{12\ \text{V}}{4\ \text{W}}$. Csak egy 24 V feszültséget szolgáltató áramforrás áll rendelkezésükre, ezért egy 80 Ω ellenállású feszültségosztó potenciométert is igénybe vettek az áramkör összeállításánál. Az izzó névleges feszültsége az áramforrás feszültségének éppen a fele, ezért a C csúszkát középső helyzetbe tolva a voltmérő segítségével beállították az U_{AC} = 12 V feszültséget. Az izzó áramkörének zárásakor meghökkenve tapasztalták, hogy az izzó igen gyengén világít, a feszültségmérő pedig az addigi 12 V-nál lényegesen kisebb feszültséget mutat.



a) Mekkora feszültséget mutatott a feszültségmérő, és mennyi volt az izzó teljesítménye a kapcsoló zárása után?

b) Hova helyezzék át a *C* csúszkát ahhoz, hogy az izzó névleges teljesítményén üzemeljen?

8. Nagy tisztaságú, ún. négykilences, vagyis 99,99% tisztaságú alumíniumot timföldből elektrolízissel állítanak elő, több lépcsőben. Egy ilyen lépésben kis feszültséget: 9 V, de igen nagy áramerősséget: 36 kA, használnak. Hány kg alumínium válik ki egy elektrolizálókádban 24 óra alatt a fenti eljárás során? Számítsuk ki, hogy ebben a folyamatban 1 kg alumínium előállításához mennyi villamos energiát használnak!

9. Két fogyasztó ellenállása 20 Ω és 30 Ω. Mennyi az egyes fogyasztók teljesítményének aránya, ha a fogyasztókat

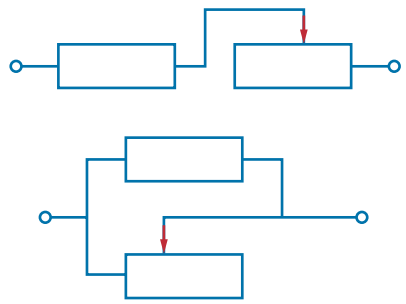
a) sorosan,

b) párhuzamosan kapcsoltuk ugyanarra az $U = 150$ V feszültségű áramforrásra?

c) Mennyi a két kapcsolás összes teljesítményének aránya?

10. Két ellenállást sorosan kapcsolva az eredő 75 Ω, párhuzamosan kapcsolva 12 Ω. Mekkorák az ellenállások?

11. Egy 60 Ω-os állandó és egy 15 Ω-tól 90 Ω-ig változtatható tolóellenállást kapcsolunk az ábra szerinti áramkörökben. Milyen határok között lehet változtatni az *A* és *B* pontok közötti ellenállást?



12. Két fogyasztó közül az egyik 2 kΩ ellenállású és 20 W névleges teljesítményű, a másik 3 kΩ-os és 120 W névleges teljesítményű.

a) Határozzuk meg az egyes fogyasztók névleges feszültségét és áramerősségét!

b) Mekkora feszültséget kapcsolhatunk a rendszer sarkaira, ha a két fogyasztót sorosan kapcsoljuk?

c) Mekkora áram folyhat át a rendszeren, ha a két fogyasztót párhuzamosan kapcsoljuk?

13. 45 V elektromotoros erejű áramforrás belső ellenállása 3 Ω. Ha az R_1, illetve R_2 ellenállásokat sorosan kapcsoljuk az áramforrásra, akkor 1,5 A, ha párhuzamosan, akkor 5 A áram folyik. Számítsuk ki R_1 és R_2 értékét!

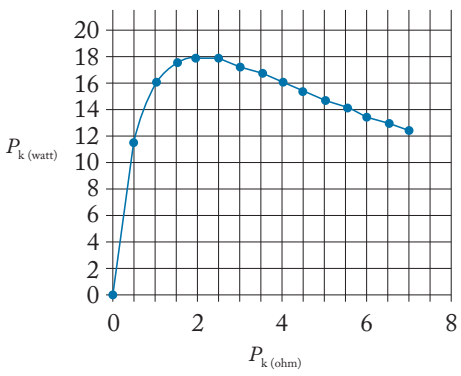
14. Feszültségforrás kapocsfeszültsége 35 V, ha a terhelőáram értéke 200 mA. Ha a terhelés 400 mA-re nő, akkor a kapocsfeszültség 34 V-ra csökken. Mekkora a telep elektromotoros ereje és belső ellenállása? Mekkora a rövidzárlati áram?

15. Egy elemet vizsgálva digitális mérőműszerrel végeztünk két mérést, erről készültek a fényképek. Milyen méréseket mutatnak a fotók? Mennyi a telep belső ellenállása?





16. (Emelt szintű érettségi feladat, 2007)
Egy belső ellenállással is rendelkező feszültségforrásra különböző nagyságú külső ellenállásokat kapcsolunk. Mérjük a külső ellenállás elektromos teljesítményét. A mérési eredményeket a grafikon tartalmazza.

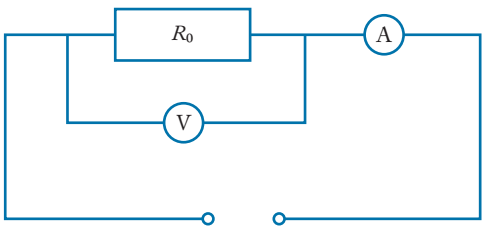


a) Mekkora a feszültségforrás elektromotoros ereje?
b) Mekkora a feszültségforrás belső ellenállása?
c) Mekkora a zárlati áram erőssége?

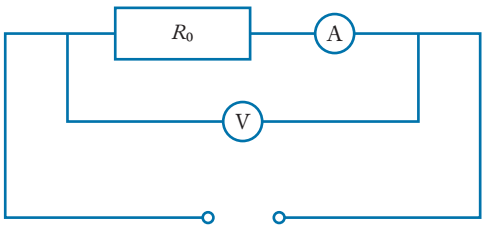
17. Két párhuzamosan kapcsolt 40 Ω ellenállású izzó egyike kiég. Hogyan és hány százalékkal változik a másik izzó fényereje (teljesítménye), ha az áramforrás elektromotoros ereje 24 V, belső ellenállása 4 Ω?

18. Feszültség- és áramerősség-mérésre visszavezetett ellenállásmérést végzünk. Az ábrán látható *A* vagy *B* jelű áramkört állíthatjuk össze. Ideális mérőműszerek (végtelen belső ellenállású voltmérő és nulla ellenállású ampermérő) esetén a két kapcsolás mérési eredményei nem különböznek. Most azonban egy 5 Ω ellenállású árammérőt és egy 1000 Ω ellenállású feszültségmérőt használunk. Mit mutatnak a műszerek az egyes áramkörökben? A feszültségforrás mindkét esetben 18 V-os.

Számítsuk ki mindkét kapcsolás esetén, hogy a mért adatokból számított $R = \frac{U}{I}$ érték mekkora relatív hibával adja meg az R_0 ellenállás értékét! A mért ellenállás legyen először $R_0 = 15\ \Omega$, másodszor $R_0 = 600\ \Omega$, vagyis összesen négy mérést végzünk. Számítás után töltsük ki a lenti táblázatot! Vonjuk le a következtetést a táblázatok elemzése után!



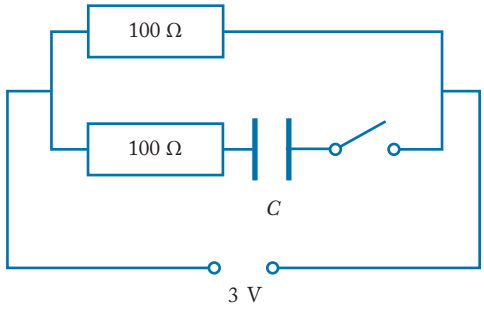
A áramkör



B áramkör

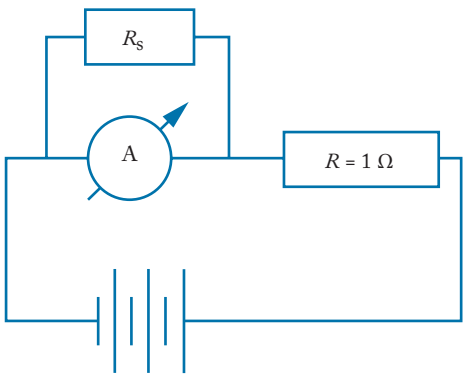
$R_0 = \Omega$	*A* áramkör	*B* áramkör
A voltmérő értékei		
Az ampermérő értékei		
A számított ellenállás: $R = \frac{U}{I}$		
A relatív hiba: $\frac{\lvert R - R_0 \rvert}{R_0}$		

19. Mekkora az egyes ellenállásokon átfolyó áram erőssége
a) nyitott kapcsoló esetén?
b) közvetlenül a kapcsoló zárása után?
c) hosszú idővel a kapcsoló zárása után?



20. Egy gépkocsi akkumulátora 6 db sorba kapcsolt egyforma cellából áll. Az akkumulátor üresjárási feszültsége (elektromotoros ereje) 13,2 V. Ha az akkumulátor terhelése 54 W, akkor a kapocsfeszültség 10,8 V-ra csökken. Mekkora egy-egy cella belső ellenállása? Mekkora az akkumulátor rövidzárási árama?

21. Egy 1 ohmos ellenállást 4 voltos egyenfeszültségre kapcsolunk. Szeretnénk az ellenálláson átfolyó áram erősségét megmérni, de csak egy 1 amperes méréshatárú, 0,01 ohm ellenállású árammérő műszerünk van. Ezért az ábra szerint beiktatunk az áramkörbe egy, a műszerrel párhuzamosan kötött ellenállást (sönt), amivel a méréshatárt 5-szörösére növeljük. (A feszültségforrásnak nincs belső ellenállása)



Az ampermérővel párhuzamosan kapcsoljuk a söntellenállást

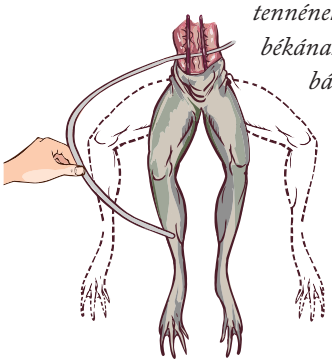
a) Mekkora lehet a kapcsolásban a söntön átfolyó áram maximális értéke? Mekkora söntellenállás értéke?
b) Számítsuk ki, hogy mennyivel változtatja meg az 1 ohmos ellenálláson átfolyó áram erősségét a mérőműszer és a sönt beiktatása ahhoz az állapothoz képest, amikor csak az ellenállás van a telepre kapcsolva! Hány ezrelék pontatlanságot okoz a műszer és a sönt beiktatása az áramkörbe?

ESSZÉKÉRDÉSEK

A zsebtelepek jellemzői, soros kapcsolásuk

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2013)

Galvani Aloisius bolognai tudós orvos, midőn valamely békának a boncolásában foglalatoskodék 1791-ben, és ugyanabban a szobában mások mennyköves próbákat tennének, vette először észre, hogy a békának az ina, midőn ő késsel véle bánna és a mennyköves láncbul mely össze volt a késsel kötve valaki mennykő szikrát húzna ki, azon szempillanatban nagy görcs összehúzódást mutatott.



(*Varga Márton:* A gyönyörű természet tudománya *– Nagyvárad, 1808*)

Ismertesse az alábbi, a telepek működésével kapcsolatos fogalmakat: a telep belső feszültsége vagy elektromotoros ereje, a telep belső ellenállása, a külső vagy terhelő ellenállás, feszültségesés a belső ellenálláson, kapocsfeszültség, rövidzárási áram!

Írja le, hogyan függ egy adott elektromotoros erejű és belső ellenállású telep kapocsfeszültsége a telepet terhelő ellenállástól!

Adja meg a kapocsfeszültséget a terhelő áram erősségének függvényében egy adott telep esetére! Értelmezze az üresjárási feszültség és a rövidzárási áram fogalmát!

Mutassa be a telep által leadott és a telep belső ellenállására eső teljesítményt! Értelmezze a telep hatásfokát! Ismertesse, hogyan alakul az eredő elektromotoros erő, az eredő belső ellenállás és a rövidzárási áram, ha egyforma telepeket sorba kapcsolunk!

Vezetés, szigetelés, egyenáramú ellenállás

Ismertesse az elektromos vezetés és szigetelés fogalmát! Ismertesse Ohm törvényét! Mutassa be, milyen tényezők befolyásolják egy hosszú, egyenes vezető egyenáramú ellenállását!

A bemutatott összefüggésből következtessen párhuzamosan összefogott és sorosan összeillesztett, azonos anyagú és méretű, szigeteletlen drótdarabok eredő ellenállására!

Adja meg általánosan az egyenáramú ellenállások soros és párhuzamos kapcsolásának összefüggéseit!

Adja meg és értelmezze az ideális áram- és feszültségmérő műszer áramkörbe való bekapcsolásának módját, belső ellenállását!

A szélkeréktől a hajszárítóig

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2008)

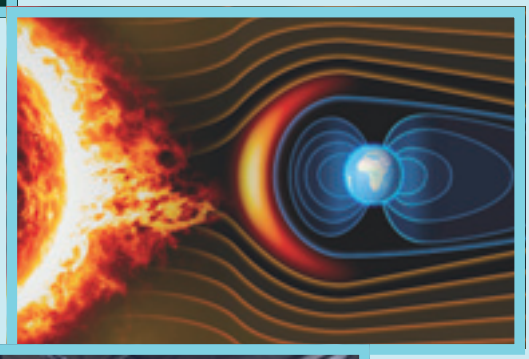
Az egykori szélmalmok mai utódai a szélkerekek. Segítségükkel a szél energiája háztartási gépeinket működteti; például a hajszárítót, amely meleg levegőt fúj nedves hajunkra.

Milyen lépések során jutunk el a szélkeréktől a hajszárítóig? Ismertesse a szélkerék áramtermelésének mechanizmusát, a nyert energia tárolásának és szállításának módját! Hogyan csökkentik a szállítási veszteségeket? Mi az elektromos energia mechanikai energiává történő alakításának mechanizmusa a hajszárítóban? Hogyan fűtik a hajszárító levegőjét? Mik a szélkerékkel való energiaátalakítás előnyei a hőerőművihez képest? Mik a szélkerék hátrányai?



IV. Mágneses mező





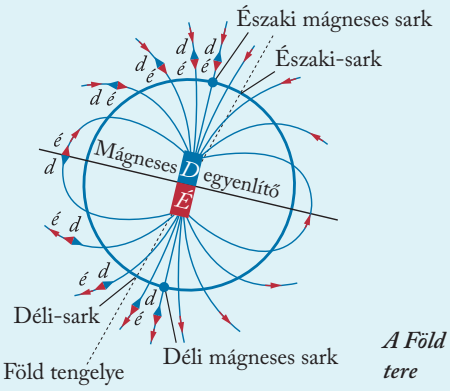


1. A mágneses tér jellemzése

EMLÉKEZTETŐ

Eddigi tanulmányaink során mágneses jelenségeket leginkább mágnesércek, röviden mágnesek kölcsönhatásakor tapasztaltunk. A mágnesek kölcsönhatásakor vonzás, taszítás figyelhető meg, a legerősebb hatás helyét **mágneses pólusoknak** nevezzük. Az **iránytű**, ami egy könnyű és könnyen forgó kis mágnesrúd vagy mágnestű, a tapasztalatok szerint észak–déli irányba fordul be, ha közelében egyéb mágnesek nem zavarják mozgását. Az így beállt iránytű észak felé mutató pólusa az északi pólus, az ellentétes helyzetű pedig a déli pólus. A mágnesek **azonos pólusai taszítják, ellentétes pólusai vonzzák egymást**. A mágnesek széttörésével, darabolásával minden egyes résznek szintén van északi és déli pólusa, tehát a pólusokat szétválasztani nem lehet. **Nem létezik egypólusú mágnes.** A mágnesek közelében a vastárgyak is mágnesként viselkednek, ez a **mágneses megosztás** jelensége. Sőt, a vastárgy a mágnes elvétele után is megőrzi némileg a mágneses tulajdonságát, a vas mágnesezhető.

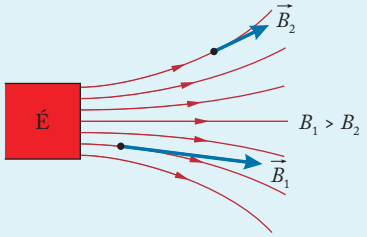
A mágneses jelenségeket a mágnesek körül lévő **mágneses mezővel** értelmeztük. A mágneses mező a belehelyezett másik mágnesre vagy vastárgyra fejti ki hatását. A **Földnek is van mágneses mezője**, amely körbeveszi azt, és a benne lévő iránytűket beforgatja észak–déli irányba. A mágneses mező jelenlétét tehát iránytűvel, vasreszelékkel lehet kimutatni.



A Föld mágneses tere

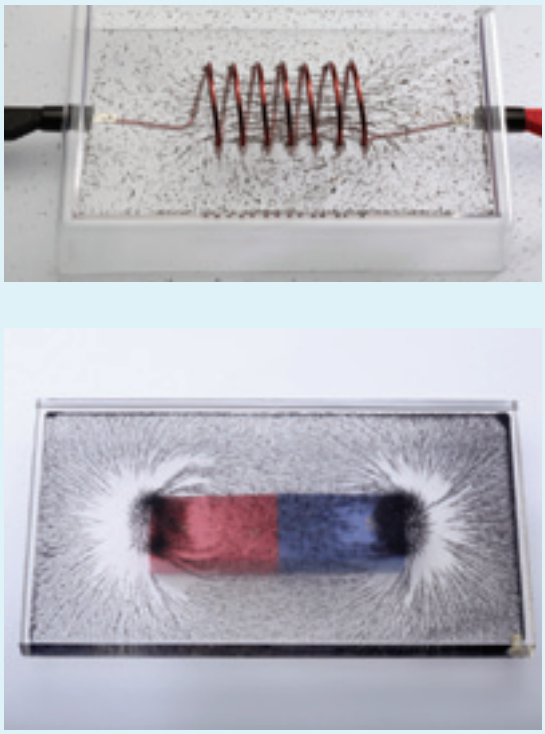
A mágneses mező hatását a **mágneses indukcióvektorral** tudjuk megadni. A mágneses indukcióvektor nagysága a mágneses mező egy adott pontjába helyezett próbamágnest vagy magnetométert érő forgató hatás mértékét mutatja, míg iránya a próbamágnes vagy magnetométer északi pólusa felé mutat. A mágneses indukcióvektor jele B, mértékegysége $\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$, azaz 1 T (tesla).

A mágneses mezőt **mágneses erővonalakkal**, más néven B-vonalakkal szemléltethetjük. Az adott pontban áthaladó erővonal érintőjének iránya mutatja a mágneses indukcióvektor irányát, míg az adott pont környezetében megrajzolt erővonalak sűrűsége mutatja a mágneses indukcióvektor nagyságát, a mágneses mező erősségét.



Mágneses indukcióvektor felrajzolása mágneses indukcióvonalak segítségével

Oersted felfedezése volt, hogy áramjárta vezeték környezetében is tapasztalt mágneses jelenségeket, az **áramjárta vezeték maga körül mágneses mezőt kelt**. A felfedezést Ampère továbbgondolta, és rájött, hogy egy áramjárta feltekercselt vezeték, azaz egy egyenes tekercs körül éppen olyan mágneses mező alakul ki, mint egy rúdmágnes körül. Az áramjárta tekercset **elektromágnesnek** nevezzük.



Elektromágnes és mágnesrúd mágneses mezője

Mágneses alapjelenségek

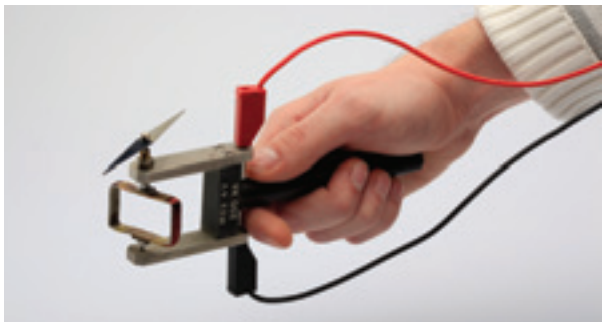
Ebben a témakörben az **állandó (permanens) mágnesekkel** vagy „egyenáram” által létrehozott mágneses mezőt vizsgáljuk, amelynek **hatása időben állandó**.

Mielőtt részletesebben is megismerkedünk az időben állandó mágneses mező, vagy másképpen a magnetosztatikus tér tulajdonságaival, érdemes összehasonlítanunk a mágneses alapjelenségeket az elektrosztatikus alapjelenségekkel. Ezt az alábbi táblázatban követhetjük nyomon:

Elektrosztatikus alapjelenségek	Mágneses alapjelenségek
A jelenséget elektromos töltések okozzák.	A jelenséget mágnesek vagy elektromos áramok okozzák.
Kétféle elektromos töltés létezik: pozitív és negatív.	Kétféle mágneses pólus létezik: északi és déli.
Azonos elektromos töltések taszítják, különbözőek vonzzák egymást.	Azonos mágneses pólusok taszítják, különbözőek vonzzák egymást.
Léteznek önálló elektromos töltések.	Nem létezik egypólusú mágnes.
Az elektromos töltést elektromos mező veszi körül.	A mágnest és az áramjárta vezetéket mágneses mező veszi körül.
Elektromos mezőbe kerülő vezető anyagokban elektromos megosztás jön létre.	Mágneses mezőbe kerülő vastartalmú anyagokban mágneses megosztás jön létre.

Látható, hogy sok hasonlóság mellett van néhány, de lényeges különbség is. Vizsgáljuk meg most alaposabban ezt a mágneses teret! A mágneses tér feltérképezésére apró iránytűt, vasreszeléket használhatunk, de ha pontos méréseket is szeretnénk készíteni, akkor magnetométert kell használnunk. **Magnetométer** lehet egy kis méretű, sokmenetes, lapos áramjárta tekercs, amely a felfüggesztésén könnyen el tud fordulni. A lapos tekercsre ható forgatónyomaték mértéke arányos a mágneses tér erősségével.

A magnetométerekkel a **mágneses indukcióvektor (*B*)** nagyságát és irányát is megállapíthatjuk. A mérési eredményekből pedig a mágneses tér szerkezetére következtethetünk, amit azután **mágneses erővonalakkal** (*B*-vonalakkal) szemléltetni is tudunk. A vizsgálatok az elektrosztatikus térhez csak részben hasonló eredményre vezettek.



Magnetométer

ALKALMAZÁSOK

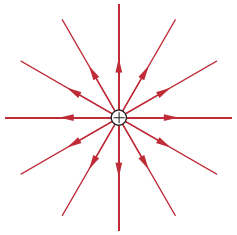
Magnetométer

Az okostelefonokban is van magnetométer, itt azonban azt használják ki, hogy ha egy vezető (vagy félvezető) lapocskába áramot vezetünk, akkor mágneses térben a lapocskában lévő delokalizált elektronokra Lorentz-erő hat, ami a lapocska oldallapja felé tereli az elektronokat, így az oldallap és a vele ellentétes oldallap között feszültség alakul ki. Ennek a feszültségnek a mértéke arányos a mágneses tér erősségével.

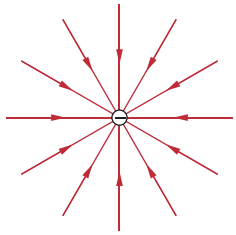
A mágneses tér szerkezete

Hasonlítsuk össze a két tér szerkezetét!
A legfőbb különbség, hogy míg az elektrosztatikus tér forrásai a töltések, tehát az elektromos erővonalak mindig a pozitív töltésből indulnak és a negatív töltésbe érkeznek, addig a mágneses erővonalak mindig önmagukba záródó vonalak, nincsenek forrásai.

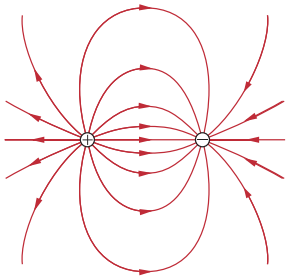
Ezek az erővonalábrák hasonlítanak a víz áramlásához. A pozitív töltés, mint valami szökőkút (forrás), ontja ma-



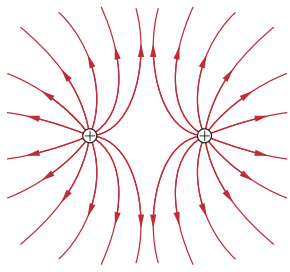
Pozitív ponttöltés mezőjének erővonalai



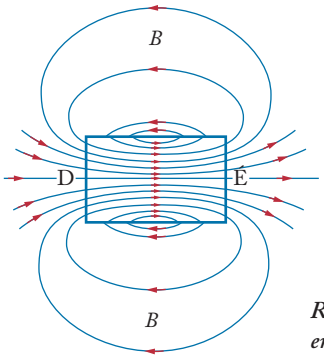
Negatív ponttöltés mezőjének erővonalai



Dipólus erővonalai



Egyenlő nagyságú pozitív töltések erővonalai

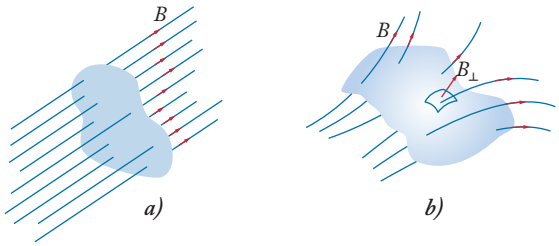


Rúdmágnes mágneses erővonalai

gából az erővonalakat, a negatív töltés, mint egy nyelő vagy lefolyó, magába fogadja azokat. A mágneses mező szerkezete ezzel szemben más, az erővonalai körbe haladnak, mint az örvénylő víz. Ezzel a hasonlattal élve mondjuk azt, hogy **az elektrosztatikus tér forrásos, de örvénymentes, míg a mágneses tér forrásmentes, de örvényes.**

A mágneses fluxus

Az előbb említett, áramló víz hasonlata adta a következő fogalom elnevezését is. Helyezzünk el a mágneses tér egy adott pontján egy kis képzeletbeli lapot. Mennyi *B*-vonal szeli át a lapocskát? Ez a lapocska méretétől és az erővonalak sűrűségétől függ.



A mágneses fluxus értelmezése a) homogén mágneses mezőben, amikor az erővonalak a felületet merőlegesen szelik át, és b) inhomogén mágneses mezőben, amikor az erővonalak nem merőlegesen szelik át a felületet

Az *A* felületet átszelő mágneses teret jellemző mennyiség neve mágneses fluxus (fluxus magyarul áramlást jelent). A mágneses fluxus szemléletesen az *A* felületet átszelő erővonalak számának felel meg. A mágneses fluxus jele a *Φ* (görög fí nagybetű). Ha az erővonalak merőlegesek az *A* felületre, akkor a fluxus meghatározása: *Φ* = *B* · *A*, ahol *B* a felület helyén mért mágneses indukcióvektor nagysága.

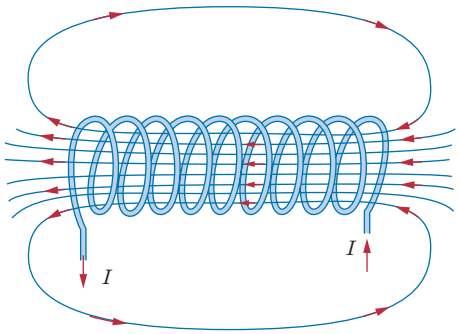
Mivel az is fontos, hogy az erővonalak a felületet melyik irányból szelik át, ezért a mágneses fluxus előjeles mennyiség. Ha az erővonalak az *A* felületre nem merőlegesek, akkor a fluxus értékét úgy számítjuk ki, hogy *B*-nek csak a felületre merőleges komponensét szorozzuk a felülettel. Ha a felület különböző pontjaiban nem azonos a mágneses indukcióvektor nagysága, akkor bontsuk fel a felületet olyan kis felületelemekre, amelyeknél a *B* értéke azonos, határozzuk meg a felületelemek fluxusát külön-külön, majd adjuk össze ezeket az elemi fluxusokat.

A mágneses fluxus mértékegysége $1\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2 = 1\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}\cdot\mathrm{m}^2 =$ $= 1\,\mathrm{Vs}$, amit Wilhelm Weber (1804–1891) német fizikus tiszteletére 1 webernek (1 Wb) neveznek.

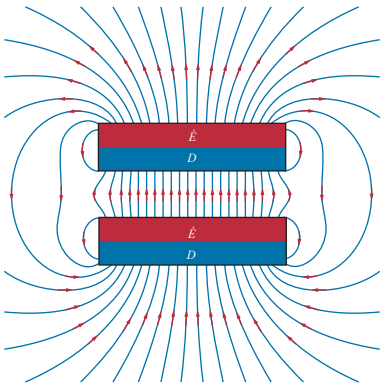
A mágneses tér forrásmentességét a mágneses fluxus segítségével is megfogalmazhatjuk: egy tetszőlegesen választott zárt felület mágneses fluxusa nulla, hiszen a felületbe behatoló erővonalak mindegyike önmagába záródó vonal, így azok a zárt felületből valamely részén kitörnek.

Néhány jellegzetes mágneses tér

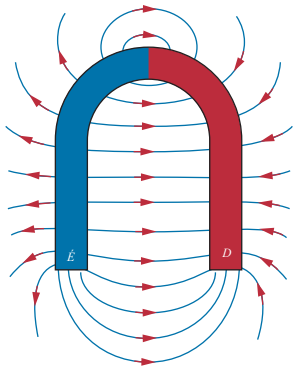
1. Korábbi tanulmányainkból már tudjuk, hogy az áramjárta tekercs belsejében szinte tökéletes **homogén mágneses tér** alakul ki. **A homogén mágneses tér minden egyes pontjában a mágneses indukcióvektor nagysága és iránya is megegyezik, a *B*-vonalak egyenletes sűrűséggel elhelyezkedő egyenes vonalak.** Jó közelítéssel homogén mágneses tér alakul ki a patkómágnes két szára közötti térben, illetve két ellentétes, egymáshoz igen közel lévő mágneses pólus között is. Egyszerűsége miatt a legtöbb feladatban homogén mágneses térrel találkozunk.



Egyenes tekercs mágneses mezője



Két mágneskorong mágneses erővonalai



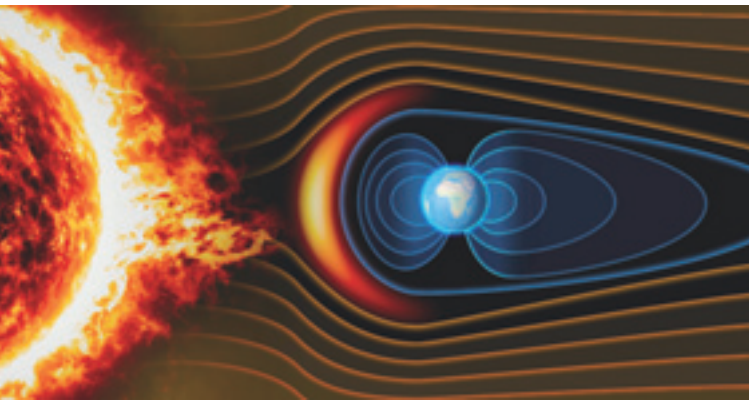
Patkómágnes mágneses tere

2. A **Föld mágneses tere** hasonlít egy rúdmágnes mágneses teréhez. Az elképzelések szerint a Föld forgó, olvadt magja kelti a Föld belsejében a mágneses teret, ami a felszín felett még legalább 60 ezer km magasságban is jelen van. Ezt nevezzük magnetoszférának. A **magnetoszféra** szerkezete a napszél hatása miatt aszimmetrikus, a Nap felőli oldalon kissé belapult, míg az ellentétes oldalon hosszan elnyúlik.

A földfelszín közelében a mágneses indukcióvektor iránya és nagysága is helyről helyre változik, értékét 0,03 mT és 0,06 mT között mérhetjük, a pólusoknál a legerősebb. Ne feledjük, hogy az Északi-sark közelében a mágneses déli pólus található! A mágneses indukcióvektor irányának a földrajzi északtól való eltérülését **mágneses elhajlásnak** (deklinációnak), a vízszintestől való eltérését **mágneses lehajlásnak** (inklinációnak) nevezik.

Magyarországon a mágneses deklináció értéke (2020-ban) +5°, ami keleti irányú eltérést jelent, a mágneses inklináció 63°. A mágneses indukcióvektor nagyságát és irányát a Föld felszínén, számos helyen megmérték, és kiderült, hogy értékük időben nem állandó. A Föld mágneses pólusai a sarkok közelében véletlenszerűen vándorolnak (a két pólus egymástól függetlenül), ennek okát még nem ismerjük pontosan. A Föld egyes helyein kiugró eltéréseket mértek, ezek a **mágneses anomáliák**, amik a felszín alatti hatalmas vasérctelepek miatt alakulnak ki. A napszél hatására időnként rövid ideig tartó, de jelentős változás áll be a magnetoszférában, ezt hívjuk **mágneses viharnak**.

A Föld történetében már többször, legutóbb 780 ezer éve történt úgynevezett pólusváltás, amikor a mágneses tér pólusai felcserélődnek. Napjainkban a mágneses tér erősségének határozott gyengülését tapasztalják a kutatók, ami akár egy közelgő pólusváltás előjele is lehet.



A Föld mágneses tere, a magnetoszféra

3. A **pulzárok** és magnetárok olyan neutroncsillagok, amelyek a világegyetem legerősebb mágneses terével rendelkeznek. A mágneses mező akár több 10 GT nagyságú is lehet a pólusoknál, szemben a Földön előállított legnagyobb mágneses tér nagyságával, ami nem éri el a 100 T értéket. Gyorsan forgó objektumok, forgási idejük pár másodperc. Az erős mágneses tér hatására a közeli égitestek anyagát a csillag befogja, és a becsapódáskor röntgensugárzás keletkezik, amit a csillagászok pulzáló erősséggel érzékelnek.

A mágneses tér és az anyag kölcsönhatása

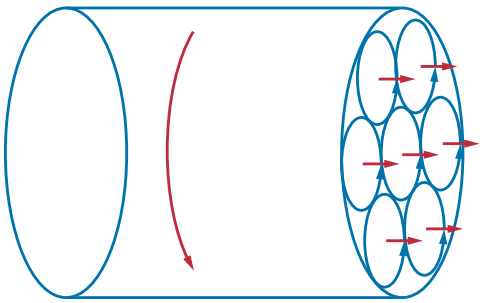
Ha erős mágneses térbe anyagot helyezünk, akkor a mágneses tér erőssége az anyagban megváltozik az eredeti értékéhez képest. A legtöbb anyag csak nagyon kis mértékben, alig 1 ezrelékkel növeli vagy csökkenti a tér erősségét. Ha növeli, **paramágneses**, ha csökkenti, **diamágneses anyagnak** nevezzük. A **ferromágneses anyagok**, ilyenek a vas, a kobalt és a nikkel, valamint ötvözeteik, egyrészt jelentős mértékben növelik a mágneses tér erősségét, másrészt a mágneses teret megszüntetve megtartják mágneses hatásukat, mágnessé válnak.

A **relatív permeabilitás (μ_r)** megmutatja, hogy a mágneses indukcióvektor nagysága hányszor nagyobb, ha a teret vákuum helyett az adott anyag tölti ki. Napjainkban a legjobban mágnesezhető ötvözetek a neodínium-vas-bór mágnesek, ezek mágneses tere a pólusoknál eléri az 1,3–1,4 T értéket.

A **lágyvas** olyan vasötvözet, amely ugyan jelentősen növeli a külső mágneses tér értékét, de a külső mágneses tér megszűntével nem tartja meg mágneses hatását.

A mágneses anyagok anyagszerkezeti magyarázata

Miért mágnes a mágnes? Ampère elmélete szerint az anyag apró részecskéiben, az atomokban és molekulákban **atomi köráramok** lehetnek, így minden részecske egy mikroszkopikus mágnes, iránytű. A magyarázat ennél jóval bonyolultabb, de fogadjuk el azt az egyszerűbb elképzelést, hogy az elektronok atommag körüli keringése adja az atomi köráramokat. Ezzel megmagyarázhatjuk az anyagok mágneses viselkedését. A hőmozgás, azaz a részecskék rendezetlen mozgása miatt ezek az apró iránytűk minden irányban szinte egyforma számban mutatnak, így az eredő mágneses tér nulla. Külső mágneses tér hatására az atomi iránytűk valamelyest rendeződnek, de a tér hiányában újra rendezetlen halmazt alkotnak. A ferromágneses anyagok kristályszerkezete azonban a rendeződést „képes” fenntartani, a tér megszűnte után is rendezett irányban állnak az atomi mágnesek, amiknek eredője nagy mágneses teret eredményez.



Atomi köráramok az anyagokban

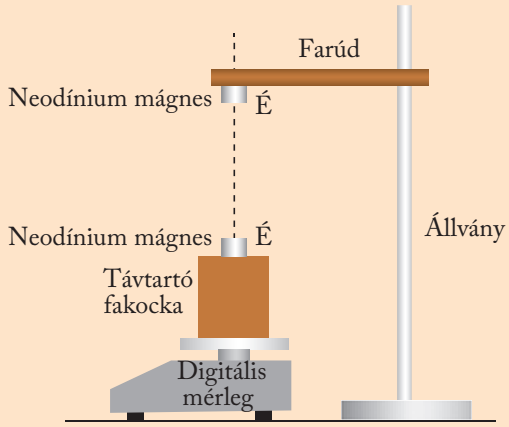
Ezzel az elképzeléssel az is magyarázható, hogy a ferromágneses anyagok egy rájuk jellemző, úgynevezett **Curie-hőmérsékleten** paramágnesessé válnak. Ez azért lehet, mert az egyre intenzívebb hőmozgás kimozdítja a rendben sorakozó atomi mágneseket

KÍSÉRLET

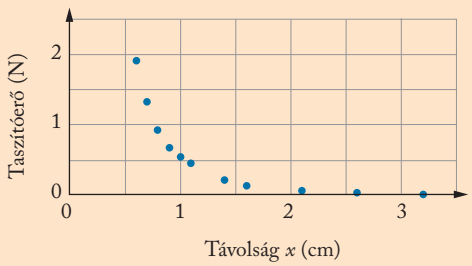
Határozzuk meg két neodínium mágnes között ható mágneses erő nagyságát a pólusok közt mért távolság függvényében! Egy digitális mérlegre helyezzünk egy nagyobb fakockát, majd ennek tetejére rögzítsünk egy neodínium mágnest. A fakocka biztonsági távolságot tart az erős mágnes és az elektronikus mérleg között. Ezután állítsuk a mérleget nullára! Fa kémcsőfogóhoz rögzítsük a másik mágnest úgy, hogy a két mágnes egymást taszítsa! A mágneseket célszerű szigetelőszalaggal jól rögzíteni, mert nagy taszítóerők is felléphetnek.

Kezdjük el közelíteni a két mágnest, és olvassuk le különböző távolságokban a mérleg által mutatott értékeket, majd abból számítsunk taszítóerőt!

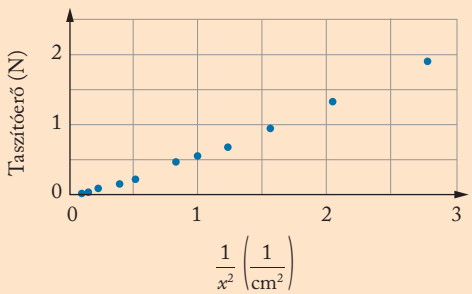
Az egyik mérés során a következő méréssort kaptuk:



Távolság x (cm)	3,2	2,6	2,1	1,6	1,4	1,1	1	0,9	0,8	0,7	0,6
Jelzett tömeg m (g)	1	3	6	13	21	45	54	67	93	133	191
Taszítóerő $F = mg$ (N)	0,01	0,03	0,06	0,13	0,21	0,45	0,54	0,67	0,93	1,33	1,91



A grafikon hasonlít a Coulomb-törvény grafikonjára, abban az erő a távolság négyzetével fordítottan arányos. Nézzük meg, hogy a mágneseknél is teljesül-e ez! Ábrázoljuk a taszítóerőt a távolság négyzetének reciproka függvényében:



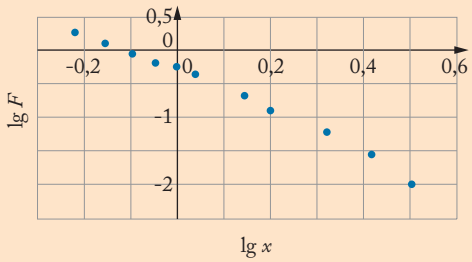
Látható, hogy a grafikon közel áll az egyeneshez, de mégsem egyenes.

Ha feltételezzük, hogy a taszítóerő a távolság valamely hatványával fordítottan arányos, akkor a kapcsolatot így is felírhatjuk:

$$F = K \cdot \frac{1}{x^n} = K \cdot x^{-n},$$

ahol K az arányossági tényező, és n a keresett kitevő. Az n megtalálásához vegyük az egyenlet mindkét oldalának logaritmusát:

$$\lg F = -n \cdot \lg x + \lg K.$$



Tehát ha a taszítóerő és távolság logaritmusát ábrázoljuk, akkor a grafikon egy olyan egyenesre illeszkedik, melynek meredeksége $-n$.

Ez a grafikon azt mutatja, hogy jó közelítéssel $-n = -3$, tehát mérésünkkel azt állapítottuk meg, hogy a neodínium mágnesek taszítóereje jó közelítéssel a távolság harmadik hatványával fordítottan arányos.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Mágneses gyerekjáték a következő: egy farúdon könnyen mozgó mágnesgyűrűket helyezünk el. Három, azonos fizikai tulajdonságú mágnesgyűrűt úgy húzunk fel a rúdra, hogy a szomszédosak taszítsák egymást.

a) Rajzoljuk meg vázlatosan a mágneses tér erővonal-szerkezetét!

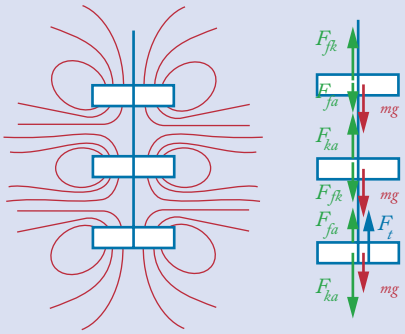
b) Mit mondhatunk a fatalpat nyomó erő nagyságáról, ha a mágnesgyűrűk tömege 35 g?

c) Hasonlítsuk össze a mágnesek közötti két légrés szélességét!



MEGOLDÁS

a) A *B*-vonalak helyzetét az alábbi metszeti ábra (bal oldali) mutatja:



b) A mágnesekre ható erők a jobb oldali ábrán láthatók. Mindhárom mágnes nehézségi ereje 0,35 N, a felső és középső mágnesek, valamint a középső és az alsó mágnesek közti taszítóerőt F_{fk}, illetve F_{ka}, a felső és az alsó mágnesek közti vonzóerőt F_{fa} jellel láttuk el.

A felső mágnes egyensúlyi feltétele: $F_{fa} + 0{,}35\ \text{N} = F_{fk}$.

A középső mágnes egyensúlyi feltétele:

$F_{fk} + 0{,}35\ \text{N} = F_{ka}$.

Az alsó mágnes egyensúlyi feltétele:

$F_{ka} + 0{,}35\ \text{N} = F_{fa} + F_{tartó}$.

A három egyenletet összeadva: $1{,}05\ \text{N} = F_{tartó}$.

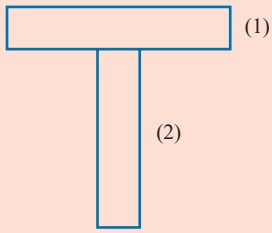
A mágneses erők nem növelik a rendszer súlyát (belső erők)!

Gondoljunk bele, ha a szomszédos mágnesek vonzanák egymást, és egy tömbbé állna a három mágnes, akkor is ugyanannyi, 1,05 N lenne a súlya!

c) A középső mágnesre felírt egyenletből következik, hogy $F_{fk} < F_{ka}$. Mivel a mágnesek egyformák, ezért a mágneses taszítóerő csak úgy lehet nagyobb, ha közelebb van egymáshoz a két azonos pólus. Tehát az alsó légrés keskenyebb, a felső szélesebb.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Két, külsőleg egyforma fémhasáb az ábra szerint T alakban összetapad. Az egyik lágyvas, a másik felmágnesezett acél. Melyik lehet a lágyvas?



2. Alumínium süteményes dobozba zárunk egy kis acélgolyót. Egy erős neodínium mágnessel közelítünk kívülről a doboz falához. Elmozdul a golyó? Ha igen, merre? Ha nem, miért nem?

3. Milyen irányba mutatnak a *B*-vonalak a rúdmágnes belsejében?

4. Homogén mágneses mezőben egy vékony körlapot forgatunk az átmérője körül. Eközben a körlapon a mágneses fluxus értéke nem változik. Milyen irányban áll a forgástengely?

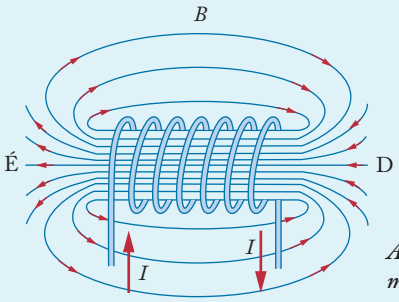
5. Egy téglatest alakú rúdmágnes két egybevágó, téglatest alakú darabra tört, melyeket megpróbáltunk visszailleszteni eredeti pozíciójukba, és azt tapasztaltuk, hogy a két darab vonzza egymást.
Egy másik, az előzővel teljesen egyforma rúdmágnes szintén eltört két egybevágó, téglatest alakú darabra. Amikor ezeket akartuk az eredeti pozíciójukba újra összeilleszteni, azok taszították egymást. Hogyan magyarázható a két eltérő hatás?

6. Készítenek-e lágyvasból iránytűt? Miért?

7. Egy patkómágnes U alakú anyagában a szokásos, két végén lévő É és D pólus mellett a kanyarulatánál még egy É és D pólus is kialakult egy mágnesezés folyamán. Hogyan helyezkednek el ezek a pólusok az U alakú mágnesen? Hogyan néz ki ennek a furcsa patkómágnesnek a mágneses erővonal-szerkezete?

2. Az áram keltette mágneses tér

EMLÉKEZTETŐ



Áramjárta tekercs mágneses erővonalai

Az áramjárta egyenes tekercs belsejében **homogén mágneses mező** alakul ki. A tekercs által létrehozott mágneses mező itt a legerősebb, a mágneses indukcióvektor nagyságát a következőképpen határozhatjuk meg:

$$B_{tek} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

ahol N a tekercs menetszáma, I a vezetékben folyó áram áramerőssége, l a tekercs hossza és μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása.

Értéke: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \approx 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Ha a tekercs belsejébe vastartalmú anyagot teszünk, akkor a homogén mágneses mező erőssége:

$$B_{tek} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

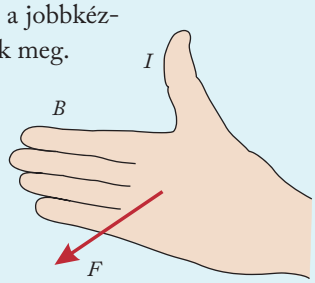
ahol μ_r a tekercsbe helyezett vastartalmú anyag mágneses permeabilitása.

Ha mágneses mezőbe áramjárta vezetéket helyezünk, akkor a mező a kölcsönhatás következtében a vezetékre erőt fejt ki, amit **Lorentz-erőnek** nevezünk. Ha az áramjárta vezeték a homogén mágneses mező irányára merőleges helyzetű, akkor a Lorentz-erő nagysága:

$$F_L = I \cdot B \cdot l,$$

ahol I a vezetékben folyó áram áramerőssége, B a homogén mágneses mező mágneses indukcióvektorának nagysága, és l a B-vonalakra merőleges vezeték mágneses mezőben lévő hossza.

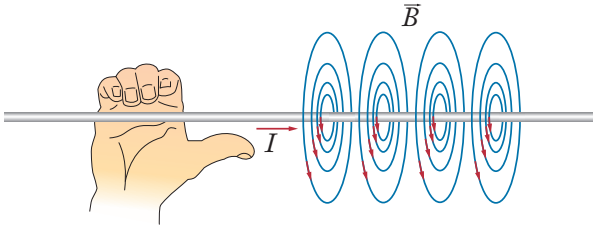
A Lorentz-erő iránya merőleges mind a B-vonalakra, mind a vezetékre, irányát a jobbkéz-szabály szerint határozzuk meg.



A Lorentz-erőt megállapító jobbkéz-szabály

Mágneses tér egyenes vezeték körül

A mágneses tér jellemzése után most fordítsuk figyelmünket a mágneses tér keltésére. Ha elfogadjuk Ampère elméletét, akkor azt mondhatjuk, hogy az állandó mágneses teret áramok (elektromos áramok és atomi köráramok) keltik. Ennek az ok-okozati kapcsolatnak szeretnénk megtalálni az összefüggéseit. Kezdjük Oersted felfedezésével, az áramjárta egyenes vezeték mágneses terével.



Áramjárta egyenes vezeték körül kialakuló mágneses erővonalak, és azok irányát megállapító jobbkéz-szabály

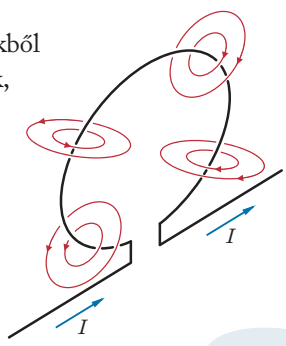
Vasreszelékkel kimutatható, magnetométerrel pontosan meg is mérhető, hogy a mágneses indukcióvektor nagysága a vezetéktől távolodva arányosan csökken, iránya merőleges mind a vezetékre, mind a vizsgált pontot a vezetékkel merőlegesen összekötő egyenesre. Szemléletesen: egy hosszú, **áramjárta egyenes vezeték** körül, annak szinte a teljes vonalán, a mágneses tér erővonalai a vezetékre merőleges síkú koncentrikus körvonalak.

A mérések szerint légüres térben az I árammal átjárt egyenes vezetéktől r távolságban a mágneses indukcióvektor nagysága: $B_{vezeték} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$.

***B* irányát a jobbkéz-szabály segítségével határozhatjuk meg, ebben az esetben, ha a jobb kezünk kifeszített hüvelykujja az áram irányába mutat, akkor a többi, begörbített ujjunk a *B*-vonalak irányába mutat.**

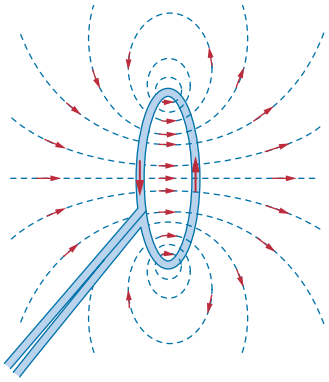
Áramhurok mágneses tere

Készítsünk az áramjárta vezetékből egy hurkot! Úgy gondolhatjuk, mint ahogy az ábrán látható, hogy a koncentrikus körök továbbra is körbeveszik a vezetéket.



Áramjárta vezetőhurok körül kialakuló mágneses mező

A mérések azonban ennél valamivel bonyolultabb megoldást mutatnak. A körök helyett elnyúlt oválisokat képzeljünk, amik a hurok belsejében sűrűn, a hurkon kívül egyre ritkábban helyezkednek el, amint azt a következő ábra is mutatja.



Áramhurok körül kialakult mágneses erővonalak valós szerkezete a mérések szerint

A mérések egyszerű összefüggést tártak fel a hurok árama, mérete és a középpontjában kialakuló mágneses tér között.

Légüres térben elhelyezkedő *r* sugarú, *I* árammal átjárt körvezető (áramhurok) mágneses indukcióvektorának nagysága a hurok középpontjában:

$$B_{\text{hurok}} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r}.$$

Az indukcióvektor irányát a jobbkéz-szabály segítségével határozhatjuk meg, ebben az esetben, ha jobb kezünk begörbített ujjai az áram irányába mutatnak, akkor kifeszített hüvelykujjunk a *B* irányát jelzi.

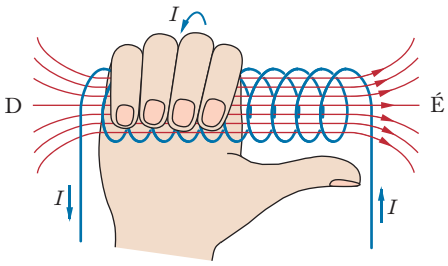
Áramjárta tekercs mágneses tere

Készítsünk áramjárta vezetékből egymás után hurkokat, így egyenes tekercset, más néven szolenoidot hozunk létre. A tekercsben minden egyes hurok által keltett mágneses mező összegződik, így alakul ki a tekercs mágneses tere. A mérések azt mutatják, hogy az áramjárta sokmenetes, egyenes tekercsek belsejében jó közelítéssel **homogén mágneses tér** alakul ki. A tekercs körül a *B*-vonalak egy rúdmágnes mágneses terének szerkezetéhez hasonlítanak. Magnetométeres mérések egyszerű összefüggést mutattak a tekercsben folyó áram, a tekercs méretei és a belsejében kialakuló mágneses tér erőssége között.

Légüres térben egy *N* menetes és *l* hosszúságú egyenes tekercsben, melynek áramerőssége *I*, a mágneses indukcióvektor nagysága:

$$B_{\text{tekercs}} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}.$$

A mágneses indukcióvektor (*B*) irányát ebben az esetben is a jobbkéz-szabály adja, ha jobb kezünk begörbített ujjai az áram irányába mutatnak, akkor kifeszített hüvelykujjunk a *B* irányát jelzi.



Áramjárta tekercs mágneses indukcióvektorának meghatározása jobbkéz-szabály segítségével

Az áramjárta tekercs tulajdonképpen egy elektromágnes, melynek az északi pólusa a tekercs azon végén van, ahonnan az erővonalak a tekercsből kifelé mutatnak.

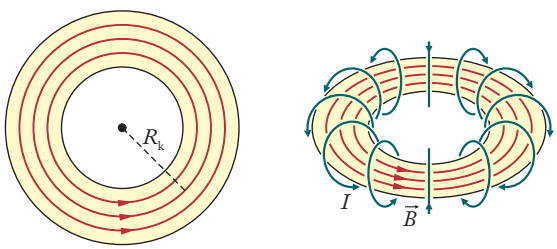
Körtekercs mágneses tere

Egy egyenes tekercset kör alakúra formázva **körtekercset**, más néven toroidot kapunk. Ha a toroidra áramot kapcsolunk, akkor a belsejében érzékelünk mágneses teret, a körtekercsen kívül viszont elhanyagolhatóan kicsi mágneses tér alakul ki. A körtekercs belsejében a *B*-vonalak koncentrikus körök lesznek. A lenti ábra megtévesztő, de ez a tér nem homogén, ugyanis a mágneses indukcióvektor iránya a tér különböző pontjain más és más, mindig érintőirányú, ráadásul a körtekercs egy menetén belül sem azonos a nagysága.

A légüres térben elhelyezett *N* menetes, *I* árammal átjárt körtekercs belsejében, az ábrán jelölt R_k sugarú középkör mentén a mágneses indukcióvektor nagysága:

$$B_{\text{körtekercs}} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2\pi \cdot R_k}.$$

A mágneses indukcióvektor (*B*) irányát a kifeszített hüvelykujjunk jelzi, amennyiben a begörbített ujjaink a körtekercs áramának irányába mutatnak.



Körtekercs mágneses mezője

Áramvezeték mágneses térben

Mint ahogy a mágneses térbe kerülő iránytű vagy vasreszelék a mágneses térrel kölcsönhatásba kerül, úgy egy áramvezeték is kölcsönhatásba kerül azzal a mágneses térrel, amiben elhelyezkedik. Az áramvezetékre ható erőt neveztük Lorentz-erőnek.

A Lorentz-erő nagyságát a mágneses tér erőssége (B) és az áramvezetékben folyó áram erőssége (I) szabja meg, valamint az áramirány és a mágneses tér irányának kölcsönös helyzete.

$$F_L = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

ahol l a vezeték mágneses térben lévő darabjának hossza, α pedig a B-vonalak és az áramirány által bezárt szög.

Látható, hogy adott mágneses tér és áram esetén akkor alakul ki a legnagyobb erőhatás, ha az áramvezeték merőleges a B-vonalakra. Ugyanakkor, ha az áramirány és az erővonalak párhuzamosak, nem alakul ki kölcsönhatás.

Az erőhatás irányát most is a jobbkéz-szabály alapján állapíthatjuk meg, ha kifeszített tenyerünket úgy fordítjuk, hogy kifeszített hüvelykujjunk az áram irányába, a többi ujjunk pedig a B-vonalak irányába mutat, akkor tenyerünkkel képzeletben a Lorentz-erő irányába tudunk tolni.

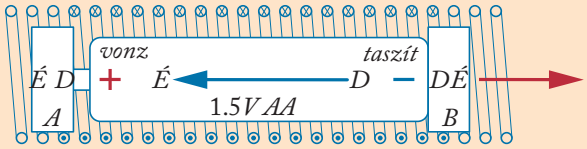
KÍSÉRLET

Készítsünk mágneses vonatot házilag az alábbi leírás alapján, és elemezzük a mozgását!

Egy ceruzaelem két végére tegyünk egy-egy neodínium mágnest. Fontos, hogy mindkét mágnes azonos pólussal érintkezzen az elemhez! Ezután készítsünk nem szigetelt huzalból hosszú tekercset, amibe az elem belefér. Ez lesz a mágneses vonat sínje. Toljuk be az elemet a tekercs egyik végébe, és ha teljes terjedelmében bent van, akkor azonnal végigszáguld a tekercsen.



Na de miért is mozog az elem? Az elem két végén lévő mágnesek vezetők, amint mindkettő hozzáér a tekercshez, záródik az áramkör. Az áram a pozitív pólusból indul, az egyik mágnesen keresztül belép a huzalba, és az elemet körbevevő részen végigfolyva átlép a másik mágnesbe, majd onnan a negatív pólusba. Az elem hossza mentén a tekercs elektromágnessé válik. Mivel a két mágnes ellentétes pólussal csatlakozik az elemhez, a létrejött elektromágnes az egyiket taszítani, a másikat vonzani fogja, ez hajtja előre az elemet.



KIDOLGOZOTT FELADAT

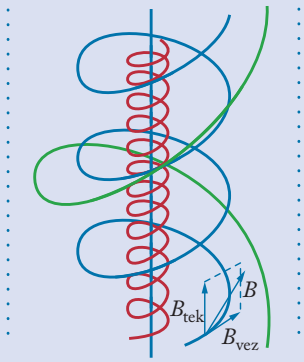
1. FELADAT Egy 80 cm hosszú, 5 cm átmérőjű, 200 menetes egyenes tekercsben 0,6 A áramot folyatunk. A tekercs tengelye mentén egy nagyon hosszú, egyenes vezetéket helyezünk el, amiben 6 A áram folyik.

a) Milyen szerkezetű a tekercs belsejében a mágneses tér?

b) Mekkora és milyen irányú a mágneses indukcióvektor a vezetéktől 2 cm, illetve 4 cm távolságban?

MEGOLDÁS

a) A kialakuló mágneses tér a vezeték körüli koncentrikus körvonalak és a tekercsben lévő homogén tér erővonalainak összegződése lesz. Úgy képzelhetjük ezt, mintha az erővonalak csavarvonalban körbefonnák a vezetéket. Minél messzebb vagyunk a vezetéktől, annál nagyobb az erővonalak menetemelkedése. A következő ábrán a tekercs és a vezeték metszetét, viszont az erővonalak térbeli elrendeződését ábrázoltuk (különböző színnel az eltérő távolságban lévő B-vonalakat).



b) A tekercs belsejében a tekercstől származó mágneses indukcióvektor mindenhol

$$B_{\text{tekercs}} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{200 \cdot 0{,}6\ \text{A}}{0{,}8\ \text{m}} = 1{,}884 \cdot 10^{-4}\ \text{T},$$

iránya a vezetékkel párhuzamos.
A vezetéktől származó mágneses indukcióvektor 2 cm távolságban:

$$B_{\text{vezeték}} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r \cdot \pi} = 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{6\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 0{,}02\ \text{m}} = 6 \cdot 10^{-5}\ \text{T},$$

iránya a vezetékre merőleges.

A kialakuló mágneses indukcióvektor a két vektor összege, jelen esetben a nagysága:

$$B = \sqrt{B_{\text{tekercs}}^2 + B_{\text{vezeték}}^2} = \sqrt{1{,}884^2 + 0{,}6^2} = 1{,}977 \cdot 10^{-4}\ \text{T}.$$

Iránya a homogén erővonalakhoz képest:

$$\cos\alpha = \frac{B_{\text{tekercs}}}{B} = 0{,}953, \text{ azaz } \alpha = 17{,}6°.$$

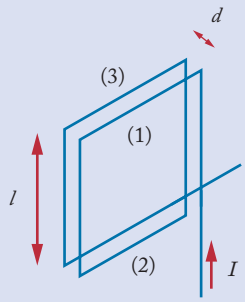
A vezetéktől 4 cm-re a vezetéktől származó mágneses indukcióvektor az előbbi fele, azaz $3 \cdot 10^{-5}$ T, iránya a vezetékre merőleges. Mivel a vezetéktől 4 cm-re lévő pontok már a tekercsen kívül találhatók, itt a tekercs mágneses tere nagyon gyenge, elhanyagolható, így itt a mágneses tér csak a vezetéktől származik.

2. FELADAT Ampère vizsgálta **két párhuzamos áramvezeték kölcsönhatását** is. Végezzünk mi is ezzel kapcsolatos számításokat!

a) Két igen hosszú, egymással párhuzamos vezetékben áram folyik. Az egyikben 4 A, a másikban 10 A erősségű egyenáram. A vezetékek egymástól 2,5 cm távolságra futnak. Mi történik a vezetékekkel? Határozzuk meg a vezetékek 1 méteres darabjára ható erőket!

b) Az amper mértékegység eredeti definíciója így kezdődött: „Egy amper az elektromos áramerőssége annak az állandó áramnak, amely két egyenes, párhuzamos, végtelen hosszúságú és egymástól 1 méter távolságban, vákuumban elhelyezkedő vezetékben folyva, e két vezető között méterenként …”. A kérdés (a definíció befejezése) az, hogy pontosan hány newton erőt hoz létre.

c) Áramjárta vezetékből kétmenetes, négyzet alakú hurkot készítünk a következő ábra szerint. Milyen jellegű erő alakul ki az (1) és a (2), illetve az (1) és a (3) számmal jelölt vezetékdarabok között? Adjunk nagyságrendi becslést a kialakuló erőkre, ha $I = 12$ A, $l = 3$ m, a két hurok közti távolság $d = 8$ mm!



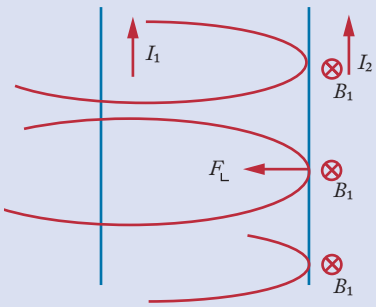
MEGOLDÁS

a) Az egyik vezeték körül kialakuló koncentrikus körben haladó B-vonalak a másik vezetékre merőlegesek lesznek, így Lorentz-erő fog hatni, ami a vezetékre és a B-vonalakra is merőleges, azaz a két vezetéket merőlegesen összekötő egyenes irányába esik. A Lorentz-erő nagysága:

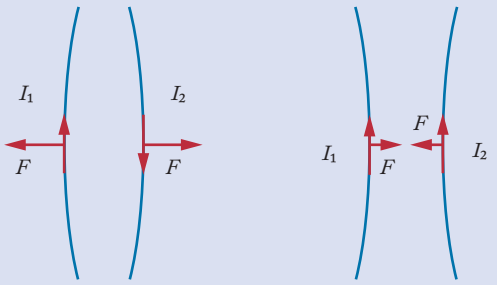
$$F_{\text{L}} = B_1 \cdot I_2 \cdot l = \frac{I_1}{2\pi \cdot d} \cdot I_2 \cdot l = 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{4\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 0{,}025\ \text{m}} = 10\ \text{A} \cdot 1\ \text{m} = 3{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{N}.$$

A Lorentz-erő iránya attól függ, hogy egy irányba folynak-e az áramok, vagy ellentétesen.

Ha egy irányba folynak, akkor az I_1 áram által keltett B_1 mágneses indukcióvektor a másik vezeték helyén az ábra szerinti irányba mutat, és így a Lorentz-erő az I_1 vezeték felé fog mutatni, tehát vonzást tapasztalunk. (Hasonlóan az I_2 áram által keltett B_2 mágneses tér miatt az I_1-re az I_2 felé mutató Lorentz-erő hat.) A fenti levezetésből is látszik, hogy I_1 és I_2 szerepe felcserélhető, az eredmény ugyanaz marad. Nem véletlenül, hiszen így teljesül a hatás-ellenhatás törvénye.
Ha az áramok ellentétes irányba folynak, akkor az előbb meghatározott Lorentz-erőnek csak az iránya változik meg, a nagysága nem, tehát ilyenkor taszítást tapasztalunk.



Összegezve: egyirányú áramvezetők vonzzák, ellentétes irányú áramvezetők taszítják egymást.



b) A megoldáshoz használjuk az előbbi levezetést!

$$F_L = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi \cdot d} \cdot I_2 \cdot l =$$

$$= 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{4\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 1\ \text{m}} \cdot 1\ \text{A} \cdot 1\ \text{m} = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{N}.$$

Tehát a definíció befejezése: „… e két vezető között méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ N erővel hat.”

Habár az 1 A nem kis áramerősség, a vezetéktől távolodva arányosan csökken a mágneses tér erőssége, így 1 m távolságban a gyenge mágneses tér okán lesz ilyen gyenge a Lorentz-erő.

c) Az előző megoldásokat felhasználva az (1) és (2) vezetékdarabban ellentétes irányú áram folyik, tehát taszítják egymást, míg az (1) és (3) vezetékekben egyirányú az áram, így vonzzák egymást. Noha a Lorentz-erő számítása csak nagyon hosszú egyenes vezető kis darabjára érvényes, használjuk mégis az összefüggést egy nagyságrendi becslés megállapítására. A taszítóerő (1) és (2) között:

$$F_{1-2} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot l} \cdot I \cdot l =$$

$$= 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{12\ \text{A}}{6{,}28\ \text{m}} \cdot 12\ \text{A} = 2{,}88 \cdot 10^{-5}\ \text{N}.$$

$$F_{1-3} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot d} \cdot I \cdot l =$$

$$= 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{12\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 0{,}008\ \text{m}} \cdot 12\ \text{A} \cdot 3\ \text{m} =$$

$$= 1{,}08 \cdot 10^{-2}\ \text{N}.$$

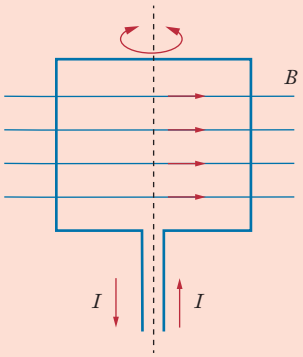
Az eredményekből látszik, hogy nagyságrendileg 1000-szer nagyobb a vonzó-, mint a taszítóerő.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Egyenes tekercs belsejébe kis méretű iránytűt helyezünk, ami akadálymentesen körbe tud fordulni. Árammentes helyzetben az iránytű a tekercs tengelyének irányában, nyugalomban áll. Mi történik vele, ha áramot kapcsolunk a tekercsre?
2. Hosszú, áramjárta egyenes vezeték homogén mágneses térben úgy helyezkedik el, hogy nem kerül kölcsönhatásba a mágneses térrel. Hogyan lehetséges ez?
3. Egy kobalthengerre dróthuzalból tekercset készítünk, majd a drótba egyenáramot vezetünk. Ezután egy, a kobaltéval azonos méretű fahengert is körbetekerünk dróthuzallal, de a meneteket 15-ször sűrűbben helyezzük el, és a drótba az előbbinél 12-szer nagyobb áramot vezetünk. Az így elkészített két elektromágnest hasonlítjuk össze. Melyik az erősebb?



4. Egy négyzet alakú áramhurok a középvonala mentén képes elfordulni. A négyzet oldala 30 cm. Az áramhurkot 800 mT erősségű homogén mágneses térbe helyezzük, melynek iránya az áramhurok síkjában, a forgástengelyre merőleges. Mekkora forgatónyomaték hat az áramhurokra, amikor bekapcsoljuk a 2 A erősségű egyenáramot? Mi fog történni, ha bekapcsolva hagyjuk az áramot?



3. Töltött részecskék mozgása mágneses térben

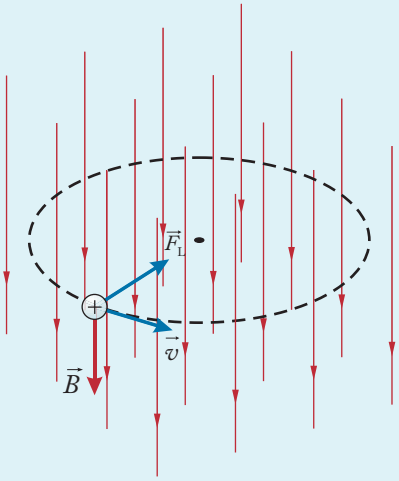
EMLÉKEZTETŐ

Ha mágneses mezőbe töltéssel rendelkező részecske (elektron, pozitív vagy negatív ion) mozog, akkor a tapasztalatok szerint a mozgó részecskére erő hat, ezt is Lorentz-erőnek nevezzük. Abban az esetben, ha a mozgás sebessége merőleges a homogén mágneses mező B-vonalaira, akkor a Lorentz-erő nagysága:

$F_L = Q \cdot v \cdot B$,

ahol Q a részecske töltése, v a sebessége és B a homogén mágneses mező mágneses indukcióvektora. A Lorentz-erő iránya merőleges mind a B-vonalakra, mind a részecske mozgásirányára (sebességére), irányát itt is a jobbkéz-szabály szerint határozzuk meg

(I helyett a pozitív töltések haladási irányát kell érteni.) **A Lorentz-erő a töltéssel rendelkező, mozgó részecskéket körpályára állítja.**



Homogén mágneses mezőben mozgó töltésre ható Lorentz-erő következménye lehet a körmozgás

Töltött részecskék elektromos és mágneses térben

A következőkben töltött részecskék mozgását vizsgáljuk elsősorban mágneses térben, de a jelenség teljessége kedvéért újra átismételjük az elektromos térben kialakuló mozgásukat is.

Töltött részecskék névvel elsősorban az elektront, a protont, vagy olyan pozitív vagy negatív ionokat illetünk, amelyek az elektromos és mágneses térben nem kötött módon, hanem szabadon mozoghatnak. Szabad mozgásukat természetesen az elektromos és a mágneses tér korlátozhatja, sőt egyes esetekben meggondolandó a gravitációs mező hatása is.

Elektromos mezőben a töltött részecskére $F = E \cdot Q$ erő hat, pozitív töltés esetén az E-vonal irányában, negatív töltés esetén azzal ellentétesen. Ebből következik, hogy **az elektromos tér a nyugalomban lévő töltött részecskét gyorsítani képes**. Kezdősebességgel rendelkező, tehát mozgó töltött részecskék mozgását pedig megváltoztatja a sebesség és az E-vonal helyzetétől függően. Homogén elektromos mezőben egy mozgó töltött részecske hasonló mozgáspályákat ír le, mint a homogén gravitációs térben elhajított tömegpont.

A mágneses tér a nyugalomban lévő töltött részecskére nem hat. A mágneses tér csak a mozgásban lévő töltött részecskékre fejt ki erőt, ezt nevezzük Lorentz-erőnek. A Lorentz-erő nagysága függ a töltéstől (Q), a mágneses tér erősségétől (B), valamint a részecske mozgásiránya és a B-vonal kölcsönös helyzetétől.

$F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$,

ahol v a töltött részecske pillanatnyi sebessége, és α a sebességvektor és a B-vonal által bezárt szög. A $v \cdot \sin \alpha$ szorzat a sebesség B-vonalra merőleges komponense, így a Lorentz-erő nagyságát a következő alakban is írhatjuk:

$F_L = Q \cdot v_\perp \cdot B$.

A Lorentz-erő irányát a jobbkéz-szabály alapján határozhatjuk meg. Ha kifeszített tenyerünket úgy fordítjuk, hogy kifeszített hüvelykujjunk a pozitív töltésű részecske mozgásának irányába, a többi ujjunk pedig a B-vonalak irányába mutat, akkor tenyerünkkel képzeletben a Lorentz-erő irányába tudjuk eltolni a részecskét.

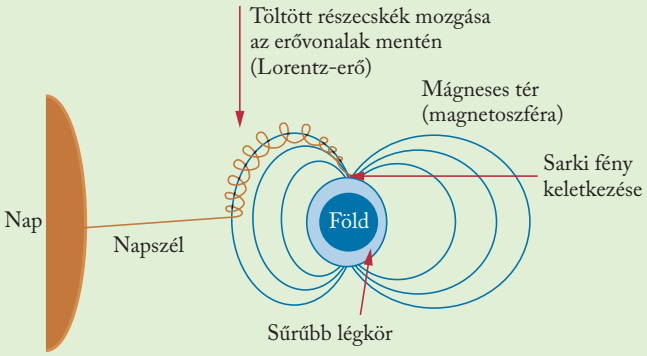
Figyelem! Negatív töltés esetén a Lorentz-erő a jobbkéz-szabállyal megállapított iránnyal ellentétes!

Mágneses térben szabadon mozgó töltött részecskék a Lorentz-erő oldalirányú hatása következtében nem gyorsulnak, nem lassulnak, csak irányt változtatnak, a Lorentz-erő mindvégig az aktuális mozgásirányra merőleges marad.

ALKALMAZÁSOK

Sarki fény

A Napból érkező töltött részecskék, főként szabad elektronok és protonok árama a **napszél**. Az áramló töltött részecskék kölcsönhatásba kerülnek a Föld mágneses terével, a magnetoszférával. A Lorentz-erő hatására a *B*-vonalakra merőlegesen körkörös mozgásba kezdenek, miközben a sarkok felé egyre erősödő mágneses térben a pólusok felé is vándorolnak. Így kialakul egy csavarvonal alakú mozgás. Ha a töltött részecske a légkörbe lép a sarkoknál, akkor a légkör részecskéivel (nitrogén, oxigén) ütközve gerjeszti, ionizálja azokat, aminek hatására a gázmolekulák fényt bocsátanak ki. Ez a **sarki fény**.



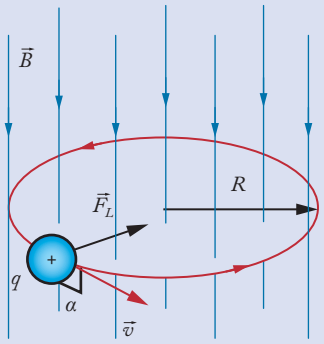
A következő feladatmegoldások a Lorentz-erővel való számítások gyakorlása mellett bemutatnak pár, mágneses teret használó alkalmazást is, ezért érdemes a feladatokat ebből a szempontból is végigkövetni.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Ha homogén mágneses térbe a *B*-vonalakra merőlegesen töltött részecskéket engedünk be, akkor a Lorentz-erő hatására körmozgásba kezdenek. Határozzuk meg, mitől függ a körpálya sugara!

MEGOLDÁS

A töltött részecskékre a nehézségi erő és a Lorentz-erő hat. A nehézségi erő elhanyagolhatóan kicsi, gyakorlatilag csak a Lorentz-erő hatását kell figyelembe vennünk. A Lorentz-erő minden pillanatban merőleges a sebességre, tehát a körpálya középpontja felé mutat, azaz centripetális erő. Így $F_L = m \cdot a_{cp}$.



$\vec{v} \perp \vec{B}$

Helyettesítsük be a Lorentz-erő és a centripetális gyorsulás tanult összefüggéseit, majd egyszerűsítsünk és fejezzük ki a pályasugarat:

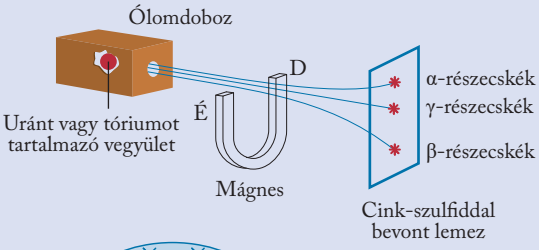
$$E \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}, \quad R = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B}.$$

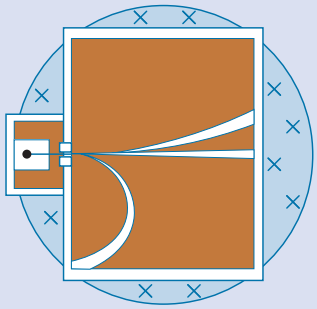
A levezetésből látható, hogy a pályasugár a részecske $m \cdot v$ lendületével egyenesen, a Q töltésével és a B mágneses tér indukcióvektorával fordítottan arányos.

2. FELADAT A radioaktív anyagból kilépő sugárzást először Rutherford elemezte. Első kísérletei között szerepelt, hogy a sugárzást homogén mágneses téren vezette keresztül, és figyelte a mágneses térből kilépő sugárzás helyét. Eredményéről a következő ábra tanúskodik.

Az első ábrán az látható, hogy a radioaktív sugárzás egy ólomdoboz oldalsó lyukán távozik, az útjába, rá merőlegesen mágneses teret helyeztek, ennek hatására a sugárzás felhasadt három részre.

A második ábrán a feketével jelölt radioaktív anyagot egy kisebb tartályba helyezték, melyből a sugárzást egy nagyobb tartályba vezették. A nagyobb tartályban a sugárzásra merőleges (a papírlapba befelé mutató) mágneses teret alakítottak ki. A sugárzás itt is felhasadt három részre, a nagyobb tartály falának három különböző részét érte el.





Mágneses tér hatására a radioaktív sugárzás három ágra hasadt fel. Határozzuk meg az alfa- és a béta-részecske pályasugarának arányát!

MEGOLDÁS

A mérések szerint mindkét részecske átlagosan közel azonos sebességgel lép ki a radioaktív anyagból. Mindkettőre ugyanaz a mágneses tér hat. Az alfa-részecske 2+ töltésű He-atommag, a béta-részecske negatív töltésű elektron. Az alfa-részecske tömege $6{,}645 \cdot 10^{-27}$ kg, az elektroné $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

A pályasugarak aránya:

$$\frac{R_\alpha}{R_\beta} = \frac{m_\alpha \cdot v}{2Q_\beta \cdot B} \cdot \frac{Q_\beta \cdot B}{m_\beta \cdot v} = \frac{m_\alpha}{2m_\beta} = \frac{6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 3651,$$

tehát a béta-sugárzás erős kanyart vesz, míg az alfa-sugárzás kevéssé térül el.

Számítások nélkül is látszik, hogy a pályasugár képletében szereplő tömeg a mérvadó azonos sebesség és mágneses tér esetén, mivel a töltések aránya csak 2 : 1. A He-atommag tömege lényegesen nagyobb az elektronénál, a nagyobb tehetetlenség és nagyobb lendület kisebb eltérülést eredményez. Autós hasonlattal élve: az alfa-részecske kevésbé tudja bevenni a kanyart.

A kísérletből az is látható, hogy a semleges gammasugárzás egyenes pályáját a mágneses tér nem befolyásolja.

3. FELADAT Az izotópok olyan kémiai elemek, amelyek kémiai tulajdonságaikban megegyeznek, csak atomtömegük tér el. Kémiai eljárással nem is választhatók szét. Ha az izotópokból töltött részecskéket, ionokat hozunk létre, akkor az előző tapasztalatot felhasználhatjuk. Ha az izotópkeverék töltött részecskéit azonos sebességgel mágnes térbe vezetjük, akkor a pályasugár csak a tömegtől függ, így egy félkör megtétele után az izotópok maximálisan eltávolodnak egymástól, szétválasztódnak. Ezt az eljárást **tömegspektroszkópiának** nevezzük. Az első izotópokat J. J. Thomson fedezte fel. Ionizált neongázt vezetett át mágneses téren, és az két körívre bomlott. Határozzuk meg a + töltésű ^{20}Ne-ion és ^{22}Ne-ion izotópjának maximális eltávolodását, ha azokat $U = 3$ kV gyorsítófeszültséggel gyorsítanak fel, majd juttatnak az erővonalakra merőlegesen $B = 1{,}2$ T nagyságú mágneses térbe!

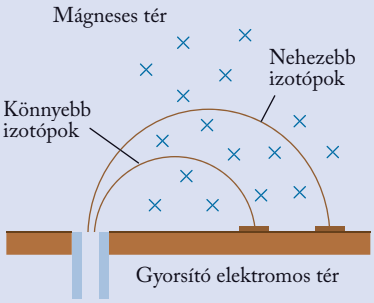
MEGOLDÁS

A gyorsítófeszültség $W = Q \cdot U$ munkát végez az ionokon, ami mozgási energiává alakul:

$$Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \quad \text{ebből: } v = \sqrt{\frac{2Q \cdot U}{m}}\ .$$

A maximális eltávolodás akkor következik be, ha az izotópok félkört tesznek meg. Ekkor az eltávolodás a két pályaátmérő különbsége.

$$d = R_{22} - R_{20} = \frac{v_{22} \cdot m_{22} - v_{20} \cdot m_{20}}{Q \cdot B} = \sqrt{\frac{2 \cdot U}{Q \cdot B^2}} \cdot \left(\sqrt{m_{22}} - \sqrt{m_{20}}\right).$$



A zárójelben lévő tömegek mindössze két neutrontömegben különböznek, de nagy gyorsítófeszültséggel az eltávolodás már kimutatható.

Az adatokat behelyettesítve:

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot 3000\ \text{V}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}44\ \text{T}^2}}\ \cdot$$

$$\cdot \left(\sqrt{22 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} - \sqrt{20 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}\right) =$$

$$= 1{,}44 \cdot 10^{-3} = 1{,}44\ \text{mm}.$$

Ezt a módszert használták az **uránizotópok szétválasztására, dúsítására** is maghasadási kísérletekben.

4. FELADAT Gyorsan mozgó töltött részecskék megfigyelésére fejlesztették ki a **buborékkamrát**. Egy nagy tartályban lévő speciális folyadék túlhevített állapotban van. Amikor egy töltött részecske behatol a tartályba, pályája mentén elpárologtatja a folyadékot, mikroszkopikus buborékokat hagyva maga után. A buborékok nyoma jelzi a részecske pályáját. A buborékkamrában erős, homogén mágneses teret hoznak létre, hogy a pályasugár mérésével és a Lorentz-erő segítségével a bejutó részecskéről információkat tudjanak gyűjteni. Egy 2 T mágneses teret alkalmazó buborékkamrába gyors mozgású proton lép be. A nyomáról készült felvételen

a pályasugár 5 cm, ami folyamatosan csökken 3 cm-re egy sprirálvonalat rajzolva. Mekkora volt a proton sebessége kezdetben, és mekkora a folyamat végén? Miért spirál alakú a pálya?

MEGOLDÁS

Az első példában alkalmazott összefüggést felhasználva:

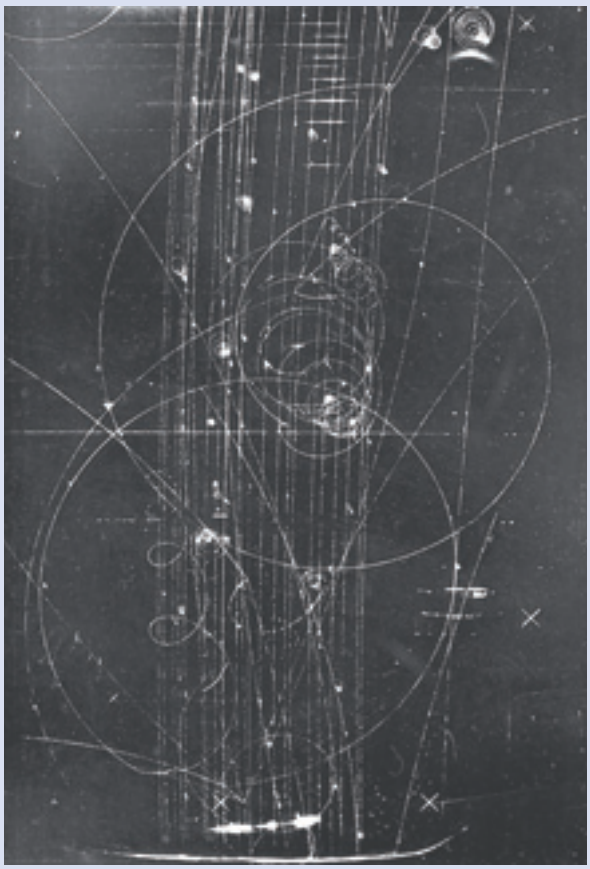
$$v = \frac{R \cdot Q \cdot B}{m}.$$

Így a proton kezdősebessége:

$$v_k = \frac{0{,}05\ \text{m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2\text{T}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 9{,}58 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A sebesség a pályasugárral egyenesen arányos, ezért a végsebesség:

$$v_v = \frac{3}{5} v_k = 5{,}75 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



A spirál alakú pályának két oka van. Egyrészt a mágneses tér miatt a Lorentz-erő körpályára állítja a részecskét, másrészt a folyadékkal való kölcsönhatás miatt a részecske lassul, ezért csökken a pályasugár is.

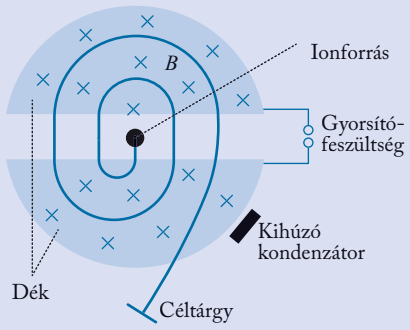
A folyamat alatt a részecske energiájának egy részét leadta:

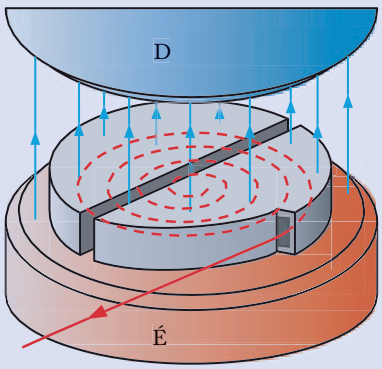
$$\Delta E = \frac{1}{2} m \cdot (v_k^2 - v_v^2) = \frac{1}{2} 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 5{,}87 \cdot 10^{13}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} =$$

$$= 4{,}9 \cdot 10^{-14}\ \text{J}.$$

Ez az energia szolgált a folyadékban a buborékképződéshez. Ha a folyadék nem lenne túlhevítve, ez az energia nem lenne képes fedezni a párolgáshoz szükséges energiát.

5. FELADAT Atom- és magfizikai kutatásokban fontos szerep jut a részecskék nagy energiájú ütközésének. Ehhez a töltött részecskéket fel kell gyorsítani, aminek az egyik eszköze a **ciklotron**. A ciklotron vázlata az alábbi ábrán látható.





Két üreges D alakú fémlemezből áll (Dék), melyek egymás felé vannak fordítva. A két lemezre gyorsítófeszültséget kapcsolunk, közöttük elektromos teret hozunk létre. Erre merőlegesen, az ábrán befelé mutató mágneses teret keltünk elektromágnesek segítségével. A berendezést egy vákuumkamrába zárjuk. A töltött részecskék az ionforrásból a gyorsítófeszültség hatására kilépnek, és az egyik D lemezig jutnak. Belépve a D lemez üreges belsejébe, a mágneses tér hatására megtesznek egy félkört, amely alatt csak a sebességük iránya változik, sebességük nagysága állandó marad. A D lemezből visszatérő részecskéket úgy tudjuk tovább gyorsítani, ha az adott pillanatban felcseréljük a gyorsítófeszültség sarkait. Ezalatt a töltött részecskék sebessé-

gének a nagysága növekszik. Átrepülve a másik D lemez üregébe, a részecskék újabb félkört tesznek meg, a nagyobb sebesség miatt a félkör sugara is nagyobb lesz. A folyamat ciklikusan ismétlődik, egészen addig, amíg a legnagyobb félkör végén egy segéd elektromos tér segítségével mintegy kihúzzuk a nagy sebességű részecskét a ciklotronból, és nekiirányítjuk a céltárgy részecskéjének. Mekkora energiára tesz szert egy proton egy 45 cm átmérőjű, 2 T mágneses terű ciklotronban? Mekkora frekvenciával kell az elektromos teret váltogatnunk ahhoz, hogy a részecske mindig gyorsuljon?

MEGOLDÁS

A proton először $W_{el} = Q \cdot U$ energiát kap a gyorsítófeszültségtől, amitől v_1 sebességre tesz szert. Ezzel a sebességgel tesz meg egy félkört, melynek sugara $R_1 = \frac{m \cdot v_1}{Q \cdot B}$. A félkört a körmozgás periódusidejének felével teszi meg, azaz

$$t_1 = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2\pi \cdot R_1}{v_1}}{2} = \frac{\pi \cdot m}{Q \cdot B} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2\text{T}} =$$

$$= 1{,}64 \cdot 10^{-8}\ \text{s}.$$

Látható, hogy a D lemezek üregében töltött idő független a pálya méretétől és a részecske sebességétől, a periódusidő: $T = 3{,}28 \cdot 10^{-8}$ s.

Ebből a frekvencia: $f = \frac{1}{T} = 3{,}05 \cdot 10^7$ Hz = 30,5 MHz.

A részecskék félkörönként gyűjtögetik a $W_{el} = Q \cdot U$ energiát, és végül a legnagyobb sugarú körpályán $E_{max} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$ energiája lesz.

Ez az energia:

$$E_{max} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{Q \cdot B \cdot R_{max}}{m} \right)^2 = \frac{Q^2 \cdot B^2 \cdot B_{max}^2}{2m} =$$

$$= \frac{2{,}56 \cdot 10^{-38}\ \text{C}^2 \cdot 4\text{T}^2 \cdot 5{,}0625 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2}{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} =$$

$$= 1{,}55 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 1{,}55\ \text{pJ}.$$

Megjegyezzük, hogy a végsebesség:

$v_{max} = \frac{Q \cdot B \cdot R_{max}}{m} = 4{,}31 \cdot 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ami a fénysebesség mintegy 14%-a. Ennél nagyobb sebességek esetén már figyelembe kell venni a relativisztikus (relativitáselméleti) hatásokat is.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

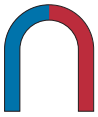
1. Két töltött részecske homogén mágneses térbe repül a B-vonalakkal merőlegesen. Mindkét töltés azonos sugarú körpályát ír le, de keringési irányuk ellentétes. Mit mondhatunk a két részecske fizikai jellemzőiről?
2. Egy nyugalomban lévő töltött részecske helyén elektromos és mágneses tér is van. Nyugalomban maradhat-e a részecske? Ha igen, a terek milyen elrendeződése esetén? Ha nem, miért nem?
3. Egyenes vonalban egyenletesen mozgó töltött részecske helyén elektromos és mágneses tér is van. Fennmarad-e a részecskének ez a mozgásállapota? Ha igen, a terek és a mozgás milyen elrendeződése esetén? Ha nem, miért nem?
4. Néhány feladatban, ahol ionokat elektromos térrel gyorsítunk, megengedik, hogy a nehézségi erőt hagyjuk figyelmen kívül, hiszen elhanyagolhatóan kicsi az elektromos erőhöz képest. A Föld mágneses terétől származó Lorentz-erőt nem szokták említeni. Vajon számításba kell vennünk, vagy ez is elhanyagolható egy ilyen feladatnál?
5. Egy térrészben egyszerre van jelen homogén elektromos és mágneses tér. Milyen elrendeződés (az E- és B-vonalak kölcsönös helyzete) esetén valósulnak meg egy elektronnak az alábbi mozgásai? Megvalósul-e egyáltalán?
   a) egyenes vonalú egyenletes mozgás;
   b) egyenes vonalú gyorsuló mozgás;
   c) egyenes vonalú lassuló mozgás;
   d) egyenletes körmozgás;
   e) harmonikus rezgőmozgás;
   f) mozgás csavarvonal mentén;
   g) mozgás parabola pályán.
6. Egy egyenes áramjárta tekercs tengelye mentén elektront lövünk a tekercs belsejébe. Milyen pályán fog haladni az elektron, amikor belép a tekercsbe, amikor áthalad rajta, illetve amikor kilép belőle?

Összefoglalás

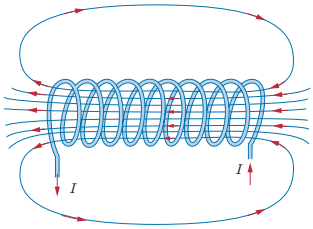
Időben állandó mágneses mező

Keltése

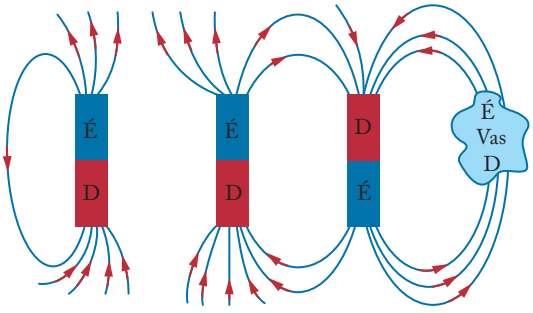
Állandó (permanens) mágnes



Egyenáram által



Mágneses alapjelenségek



Anyagok viselkedése mágneses térben

Paramágneses anyagok
Kissé erősítik, de nem őrzik meg a mágneses teret $\mu_r > 1$

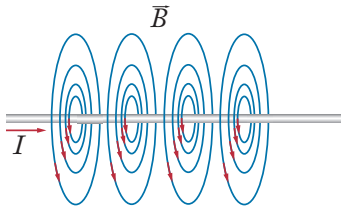
Diamágneses anyagok
Kissé gyengítik, de nem őrzik meg a mágneses teret $\mu_r < 1$

Ferromágneses anyagok
Jelentősen erősítik, és megőrzik a mágneses teret $\mu_r >> 1$

Áramjárta vezetékkel keltett mágneses terek

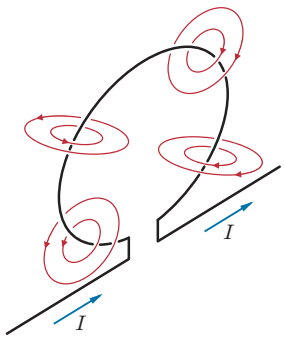
Egyenes vezeték

$$B_{\text{vezeték}} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$$



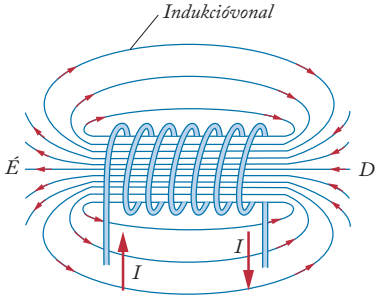
Körvezető (áramhurok)

$$B_{\text{hurok}} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r}$$



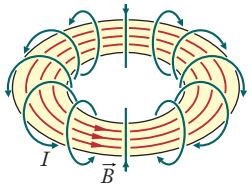
Tekercs (szolenoid)

$$B_{\text{tekercs}} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

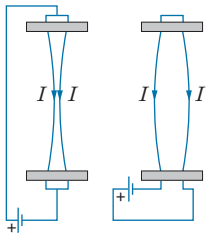


Körtekercs (toroid)

$$B_{\text{körtekercs}} = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2\pi \cdot R_k}$$



Egymással párhuzamos, áramjárta vezetékek kölcsönhatása



A tér fajtája / A részecske mozgása	Homogén elektromos tér	Homogén mágneses tér
Nyugalomban lévő töltött részecske	$F = EQ$ elektromos erő hatására elindul + töltés az E irányába – töltés az E irányával ellentétesen	Ebben az esetben nem hat a mező a töltött részecskére
v sebességgel mozgó töltött részecske	$F = EQ$ elektromos erő hatására változó mozgás alakul ki az E és a v irányától függően, hasonlóan a hajításokhoz	$F_L = Q \cdot v_\perp \cdot B$ Lorentz-erő hatására egyenletes mozgás Ha $v \perp B$, akkor körpályán Ha $v \parallel B$, akkor tovább egyenesen Ha $v \measuredangle B$, akkor spirálpályán

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

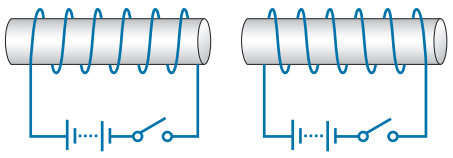
1. Egy iránytű mutatóját elektromosan szigetelő lakkréteggel vonták be. Beáll-e így is a földi észak–déli irányba?
A) Nem, mert így nem érvényesül a mágneses hatás.
B) Igen, a lakkréteg nem befolyásolja a mágneses hatást.
C) Igen, de a lakkréteg jelentősen befolyásolja a mágneses hatást.

2. Egy korong alakú mágnes egyik körlapján északi, a másik körlapján déli pólus található. Egy függőleges síkú acéllemezre illesztjük a mágneskorong északi pólusú körlapját. Mi történik?
A) A mágnes a lemezhez tapad, mert a lemez déli pólusúvá válik.
B) A mágnes nem tud a lemezhez tapadni, lecsúszik róla.
C) A mágnes a lemezt is mágnesessé teszi, melynek déli pólusa az érintkezés helyén alakul ki.

3. Egy iskolai rúdmágnes pirosra festett végéről letört egy kis darab. Milyen pólusa van?
A) A piros a déli pólus színe, tehát déli pólusa van.
B) A festés nem mérvadó, lehet déli vagy északi pólusa.
C) A festés nem mérvadó, déli és északi pólusa van.

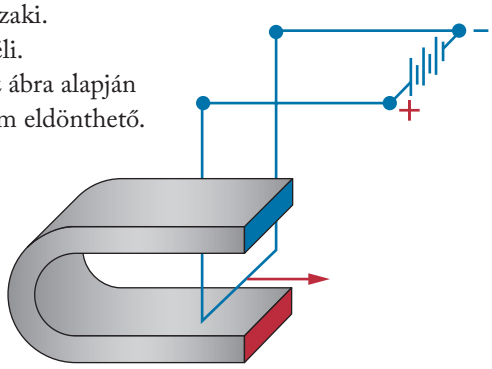
4. Két hosszú, egymással párhuzamos, függőleges vezetékben azonos irányban azonos erősségű áram folyik. Mit mondhatunk a mágneses indukcióvektorról a két vezetéket összekötő merőleges szakasz felezőpontjában?
A) Nulla.
B) Nem nulla, és függőleges irányú.
C) Nem nulla, és az összekötő merőleges szakaszra merőleges, vízszintes irányú.

5. Két vasmagos tekercset készítünk. Mindkettőre egyenáramot kapcsolunk, és egymás mellé helyezzük őket az ábra szerint. A vasmagok mely pólusa kerül egymás mellé, és milyen hatás fog érvényesülni?

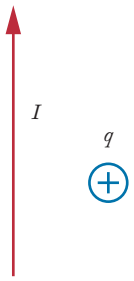


A) Mindkettő déli, és taszítják egymást.
B) Mindkettő északi, és taszítják egymást.
C) Északi és déli, így vonzzák egymást.

6. Patkómágnes mágneses terébe áramjárta vezetéket lógatunk az ábra szerint. Az áram hatására a vezeték a nyíl irányába kilendült. Melyik pólusa van a patkómágnesnek felül (kékkel jelölve)?
A) Északi.
B) Déli.
C) Az ábra alapján nem eldönthető.



7. Hosszú, egyenes vezetékben I erősségű áram folyik. A vezeték mellett az ábra szerint egy $+q$ töltéssel rendelkező ion mozog v sebességgel. Milyen irányba mozog az ábra szerint, amikor a rá ható mágneses erő éppen a vezeték irányába mutat?
A) Lefelé.
B) Felfelé.
C) Jobbra.



8. Melyik mozgás NEM teljesülhet az alábbiak közül a homogén mágneses mezőbe v sebességgel belőtt elektronnal?
A) Az elektron spirál alakú pályára állhat, mely egy síkban van, és a spirál sugara egyre nagyobb.
B) Az elektron csavarvonal alakú pályára állhat, hasonlóan egy csavarrugó alakjához.
C) Az elektron egyenes vonalú egyenletes mozgást végezhet.

9. Hogyan változtassuk meg a homogén mágneses mező indukcióvektorát, ha benne egy körpályán mozgó proton pályasugarát csökkenteni szeretnénk?
A) Az indukcióvektor nagyságát növeljük.
B) Az indukcióvektor nagyságát csökkentjük.
C) Az indukcióvektor irányát 90°-kal elforgatjuk.

10. A bolygók közül a Jupiternek a legerősebb a mágneses tere. Mágneses szempontból miben hasonlít a Földre?
A) Mindkét bolygón megfigyelhetők évszakok.
B) Mindkét bolygón megfigyelhetők felhők.
C) Mindkét bolygón megfigyelhető a sarki fény.

FELADATOK

1. A mágneses mezőnek forgató hatása van a kétpólusú mágnestűre. Miért mozdulnak el mégis a mágnesrúd közelébe szórt vasreszelékek a mágnes pólusainak irányába?

2. Mekkora erősségű mágneses mező alakul ki a villámlástól 20 m-re? A villám áramerőssége 30 kA nagyságú.

3. Egy 9 cm hosszú, 2 cm átmérőjű orsóra, annak teljes hosszában 3000 menetet tekercselünk. A rézdrót keresztmetszete 0,5 mm^2. Az így készült tekercset 9 V-os telepre kötjük. Mekkora a mágneses indukcióvektor nagysága az orsó belsejében?

4. Két azonos vastagságú alumíniumdrót hosszának aránya 5 : 2. Mindkettőt azonos átmérőjű hengerre csévéljük egyszeresen, szorosan, hogy a menetek egymás mellett legyenek. Mindkét tekercsre ugyanakkora feszültséget kapcsolunk. Mekkora az így keletkezett két elektromágnes mágneses indukcióvektorának aránya?

5. Egy körtekercs középpontján át, a tekercs középkörére merőlegesen egy hosszú, egyenes vezeték halad. Mekkora áramot folyassunk ebben a vezetékben, ha a 8 cm sugarú középkörrel rendelkező, 600 menetes, 500 mA-es körtekercs mágneses mezőjét ki szeretnénk vele oltani?

6. Nikkelkorong a rá merőleges tengelye körül szabadon foroghat. A korong egyik szélét lángba tartjuk, mialatt ettől negyedfordulatnyira, oldalról a koronghoz egy mágnessel közelítünk. Melyik irányba fordul el a korong? Miért?

7. Egy 50 mT nagyságú homogén mágneses térbe, az indukcióvonalakra merőleges síkban egy téglalap alakú vezetőkeretet helyezünk, melynek mágneses fluxusa $1{,}9 \cdot 10^{-5}$ Wb. Ha a keretbe 90 mA nagyságú egyenáramot vezetünk, akkor egyik oldalán 0,15 mN nagyságú Lorentz-erőt mérünk. Mekkorák a vezetőkeret oldalai?

8. Két egyforma rugón, melynek rugóállandója 3 N/m, 20 g tömegű, 15 cm hosszú fémrúd függ vízszintes helyzetben. A fémrúd homogén mágneses mezőben lóg, melynek iránya szintén vízszintes, merőleges a rúdra, a nagysága 500 mT. Mekkora a rugók megnyúlása, ha a fémrúdban 4 A erősségű áram folyik?

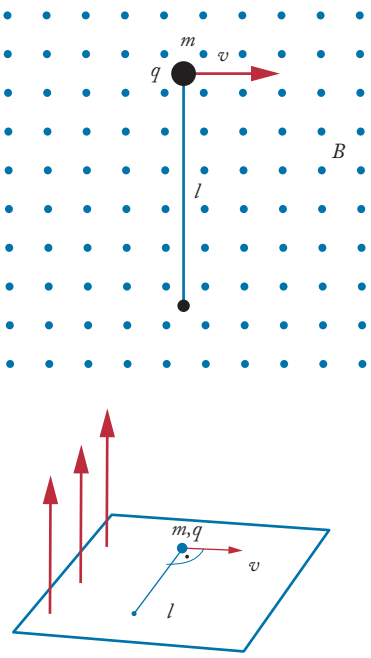
9. Azonos sebességgel lövünk be egyszeresen pozitív $^{12}C^+$ és $^{14}C^+$ ionokat a 950 mT nagyságú homogén mágneses mezőbe. Mekkora ez a sebesség, ha az ionok pályasugarának eltérése 0,3 mm? Melyik ion tesz meg nagyobb körívet?

10. (Emelt szintű érettségi feladat, 2007)
A Naprendszerben egy, a Földhöz közeli helyen a mágneses indukció értéke $B = 10^{-5}$. A napszéllel érkező elektronok (e^-) és α-részecskék ($^4_2He^{++}$) ennek hatására csavarvonal alakú pályán kezdenek mozogni. Mennyi a körmozgásukhoz rendelhető periódusidejük aránya?
$m_\alpha = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e = 0{,}91 \cdot 10^{-30}$ kg, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

11. (Emelt szintű érettségi feladat, 2008)
B indukciójú, homogén mágneses mezőben egy m tömegű, q töltésű pontszerű test mozog v sebességgel. A testhez egy l hosszúságú, súlytalan fonál van hozzákötve, amelynek másik vége rögzítve van. Az ábra mutatja a test elhelyezkedését egy pillanatban. A sebesség iránya, a fonál és a mágneses indukció egymásra kölcsönösen merőlegesek. A test súrlódásmentesen mozog, rá csak a fonál és a mágneses mező hat, a gravitációt nem kell figyelembe venni. (A töltés pozitív, a mágneses indukció iránya a papír síkjából kifelé mutat.)
Adatok: $B = 2$ T, $m = 2$ g, $q = 3$ mC, $l = 5$ m

a) Mekkora a v sebesség nagysága, ha a fonál a mozgás során végig egyenesen marad, de erő nem ébred benne?

b) Mekkora lesz a fonálerő, ha az előbbi sebesség háromszorosával indul a test?



12. (Emelt szintű érettségi feladat, 2009)
Egy részecskefizikai kísérletben egy részecskenyaláb érkezik homogén mágneses mezőbe, melyben két detektor van elhelyezve. A részecskenyaláb protonokból, neutronokból, deutériummagokból (deuteronokból) és alfa-részecskékből áll.

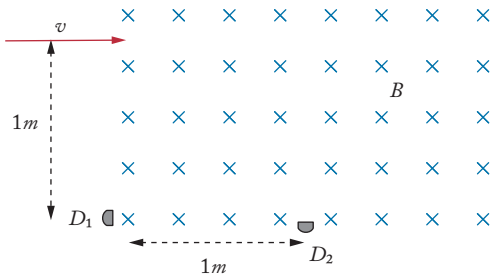
A részecskék sebessége egységesen 1000 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Tudjuk, hogy a D_1 detektorba csapódnak a protonok.

a) Mekkora a mágneses tér B indukciójának a nagysága?

b) Milyen részecskék érik el a D_2 detektort?

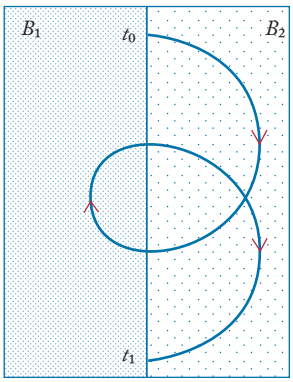
c) Hová kellene helyezni azt a detektort, amivel a neutronokat szeretnénk számlálni?

A mágneses indukció iránya a papír síkjára merőleges. A gravitációs tér hatásai elhanyagolhatóak. A proton töltése $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, tömege $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.



13. (Emelt szintű érettségi feladat, 2010)

Egy elektron olyan mágneses térben mozog, melyet két, egyenként homogén, egymással párhuzamos (az ábra síkjába befelé mutató), de különböző nagyságú mágneses mező alkot. t_0 időpillanatban az elektron éppen a két térfelet határoló síktól indul, a síkra merőlegesen 105 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel, és az ábrán látható, félkörökből álló pályát írja le. Az első térrészben a mágneses indukció nagysága $5{,}7 \cdot 10^{-7}$ T, a második térrészben az elektron által leírt körpálya sugara kétszer akkora, mint az első térrészben leírt körpályájának sugara. t_1 időpillanatban az elektron ismét a két térfelet határoló síkra ér.



Adatok: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

a) Mekkora az elektron által leírt körpályák sugara?

b) Mekkora a mágneses indukció nagysága a második térfélen?

c) Mennyi utat tesz meg az elektron t_0 és t_1 között?

d) Mennyi idő telik el t_0 és t_1 között?

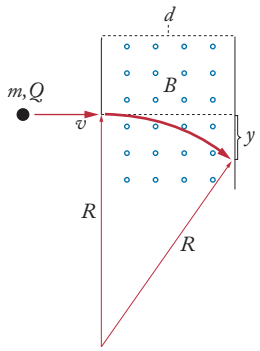
14. (Emelt szintű érettségi feladat, 2019)

Egy, a papírlap síkjára merőleges mágneses tér indukciója $B = 2$ T, a tér tartományának szélessége $d = 50$ cm. A mágneses tér határára merőlegesen egy $m = 40$ μg tömegű, $Q = 20$ °C pozitív töltésű részecskét lövünk be a mágneses térbe $v = 1000$ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel.

a) Mekkora volt a gyorsítófeszültség, amelyet a részecske belövéséhez használunk? (A részecske kezdősebessége elhanyagolható.)

b) Mekkora a mágneses térben a részecske körpályájának a sugara?

c) Mekkora y távolsággal térül el a részecske a téren áthaladva az eredeti belövési irányára merőlegesen?



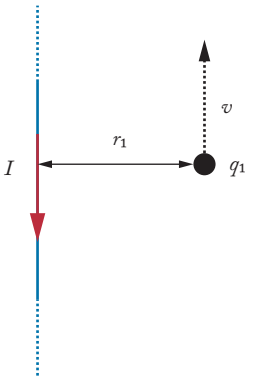
15. (Emelt szintű érettségi feladat, 2020)

Egy végtelen hosszúnak tekinthető egyenes vezetőben 2 A erősségű áram folyik.

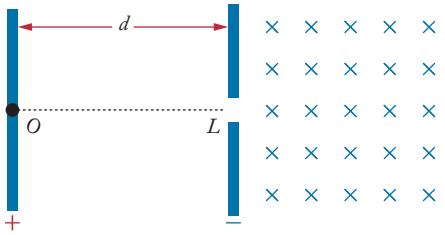
a) A vezető mellett, $r_1 = 2$ m távolságra, egy $q_1 = 10$ μC nagyságú töltéssel rendelkező test halad el éppen, a vezetővel párhuzamos irányú sebességgel. A töltésre ekkor ható erő $F_1 = 2{,}4 \cdot 10^{-9}$ N. Mekkora ekkor a töltött test sebessége?

b) Egy következő esetben egy másik, pontszerű töltött test halad el a vezetőtől éppen $r_2 = 10$ cm-re, a vezető irányába, $v_2 = 800$ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel. Ebben a pillanatban a töltött testre $F_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ N erő hat. Mekkora a test töltése?

(A gravitáció elhanyagolható, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$.)



16. (Emelt szintű érettségi feladat, 2020)
A mellékelt ábrán látható $d = 10$ cm lemeztávolságú kondenzátor egyik lemezének O közepében egy protonforrás található, ahonnan nagyon kis kezdeti sebességű protonok léphetnek ki. A másik lemez közepén egy L lyuk helyezkedik el. A kondenzátortól jobbra $B = 0{,}6$ T indukciójú homogén mágneses mező található az ábra síkjára merőlegesen. A kondenzátor fegyverzetei között a protonokra $F = 5 \cdot 10^{-15}$ N elektromos erő hat. (A teljes összeállítás vákuumban van, a nehézségi erő hatása a feladatban elhanyagolható.)



a) Határozza meg a kondenzátor fegyverzetei között mérhető feszültséget!
b) Mekkora sebességel hagyják el a protonok a jobb oldali fegyverzetet a lyukon keresztül?
c) Mennyi ideig tartózkodik a proton a fegyverzetek között?
d) Mekkora sugarú körpályán haladnak a protonok a homogén mágneses mezőben?

17. Egy 12 g tömegű, 2 mm² keresztmetszetű rézrudat vízszintes helyzetében függesztünk fel a két végén egy-egy egyforma, 0,4 $\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ rugóállandójú rugó segítségével.
a) Mekkora lesz a rugók megnyúlása, miután ráakasztottuk a rézrudat?
b) A rugókon keresztül a rézrúdba 5 A erősségű egyenáramot vezetünk. Enyhe rugózás után a rúd új egyensúlyi helyzetet vesz fel, és a rugók megnyúlása az eredeti 80%-a lesz. Milyen irányú és mekkora erősségű homogén mágneses teret alkalmaztunk a rúd környezetében?
c) Megtartva az alkalmazott mágneses teret, a rúdban megváltoztatjuk az áramirányt. Gyenge rezgés után újabb egyensúlyi helyzet alakul ki. Hány százalékára változik most a rugók megnyúlása az eredeti megnyúláshoz képest?

18. Egy ionforrásban olyan kationok keletkeznek, melyek sebességének nagysága tág határok között mozoghat. A különféle sebességű kationokból könnyen kiválaszthatók az egy konkrét v sebességgel mozgó kationok. Ehhez az ionnyalábra és egymásra is merőleges helyzetű homogén elektromos és mágneses mezőt hoznak létre.
a) Ha a kationok egyszeresen pozitív töltésűek, és $E = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ elektromos teret használunk, akkor mekkora B indukciójú mágneses tér szükséges ahhoz, hogy éppen a $v = 20 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ sebességű ionok maradjanak egyenes vonalú pályán?
b) Mi történik a lassabb és a gyorsabb ionokkal?
c) Hogyan változtassuk meg B értékét, ha az egyszeresen töltött ionok helyett a kétszeresen töltött v sebességű ionokat szeretnénk kiválasztani?
d) Működik az eljárás anionokra is?

ESSZÉKÉRDÉS

Szabad elektron mozgása mágneses térben

Mutassa be és nevezze meg a homogén mágneses térben mozgó szabad elektronra ható erőt! Leírásához készítsen szemléltető ábrát! Vegye számba, hogy az elektron mozgásiránya és a mágneses indukcióvonalak iránya által bezárt szög függvényében milyen mozgáspályák alakulnak ki!

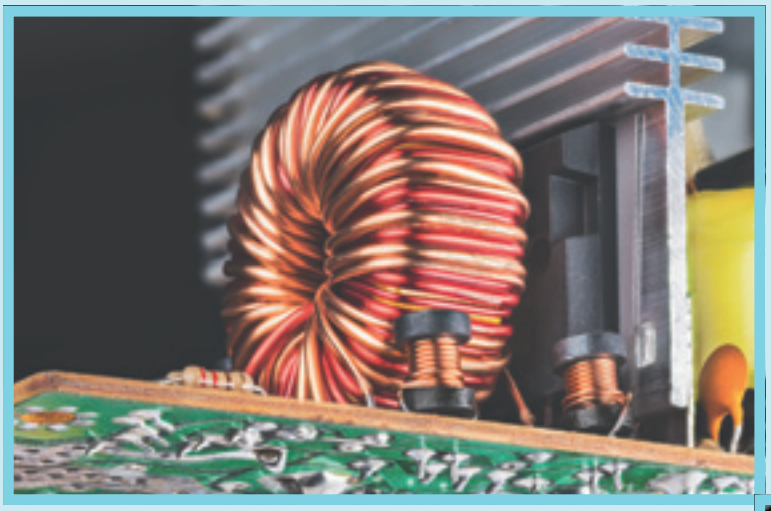
Fejtse ki, hogy mely szögek esetében maximális, illetve minimális a kérdéses erő!

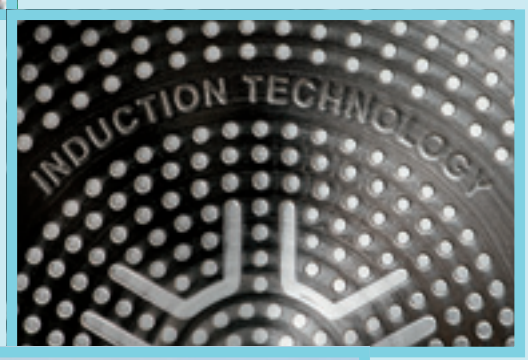
Mutassa be vázlatosan a sarki fény kapcsolatát a fenti erővel! A Napból érkező elektronokon kívül nagy sebességű protonok is érkeznek a Föld felé. Ismertesse, hogy miben különbözik a két részecske mozgása a Föld magnetoszférájában!

Ismertesse, hogyan lehet mágneses tér segítségével a radioaktív sugárzás béta-sugárzását, ami szabad elektronok áramlása, megkülönböztetni az alfa-sugárzástól, ami pozitív töltésű héliumatommagokból áll! Ismertetőjéhez készítsen magyarázó ábrát!

Nevezzen meg az előbbieken kívül még két gyakorlati példát, ahol a mágneses térben mozgó szabad elektronra ható erő jelentős szerepet játszik!

V. Indukció, mágneses energia







1. Az indukált feszültség

EMLÉKEZTETŐ

Korábban már foglalkoztunk Faraday jelentős felfedezésével, az elektromágneses indukcióval. Az indukció létrehozást jelent, méghozzá ebben az esetben a változó mágneses tér maga körül elektromos teret hoz létre, indukál. Az elektromos tér létrejöttét egy vezetőhurokban vagy tekercsben az **indukált feszültség** mérésével mutathatjuk ki. Az indukált feszültség nagyságát a **Faraday-féle indukciós törvény** írja le.

Az indukált feszültség nagysága (U_i) egyenesen arányos a mágneses tér fluxusváltozásával ($\Delta\Phi$) és a tekercs menetszámával (N), valamint fordítottan arányos a változás időtartamával (Δt).

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Vezetőhurok esetén $N = 1$.

A tekercs, illetve vezetőhurok mágneses fluxusa döntően két módon változhat meg az idővel. Az egyik esetben a tekercs (hurok) időben változatlan felületén a mágneses indukcióvektor nagysága, azaz a mágneses erővonalak száma változik, és ez hozza létre a feszültséget. Ilyen esetben nyugalmi indukcióról beszélünk. **Nyugalmi indukció** jelenségét létrehozhatjuk egy tekercs felé közelített, vagy attól távolított rúdmágnessel, vagy egy tekercshez közeli elektromágnesben az elektromos áram intenzitásának változtatásával (bekapcsolás, kikapcsolás, váltakozó áram).

A másik lehetőség, hogy az állandó nagyságú mágneses indukcióvektor egy változó felületű vezetékhurkon halad keresztül, és ez okoz a hurokban indukált feszültséget. Ebben az esetben mozgási indukcióról beszélünk. **Mozgási indukció** bemutatására gyakori példa a mágneses mezőben elhelyezett U alakú sínt összekötő vezeték elmozdítása a sínen.





Indukált feszültség létrehozása rúdmágnessel

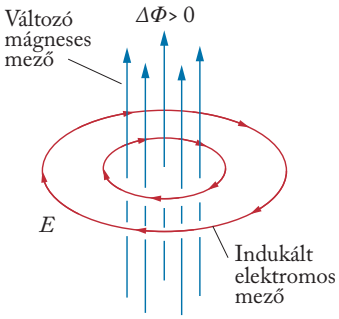
Az indukált elektromos mező

Az indukció jelenségének részletesebb vizsgálatához először is gondoljuk végig, hogy mi az pontosan, ami létrejön, indukálódik. Az elektromos feszültség megjelenésének az oka csakis egy elektromos tér lehet. Ez az elektromos tér akkor és addig van jelen, amíg a mágneses fluxus változik.

Az időben változó mágneses tér maga körül mindig elektromos teret kelt, ezt a teret hívjuk indukált elektromos mezőnek vagy térnek.

Eddig olyan elektromos terekkel találkoztunk, melyeket töltések hoztak létre, az elektromos erővonalak a pozitív töltésekből indultak, és a negatív töltésekbe érkeztek. Az indukált elektromos mező nem kötődik töltésekhez, ez az elektromos tér **forrásmentes**.

Kimutatható, hogy az indukció során létrejövő elektromos erővonalak a mágneses erővonalakat körülvevő zárt görbék, tehát az indukált elektromos mező **örvényes**.



A változó mágneses mező körül kialakuló indukált elektromos mező

Az előbbiekből az is érthető, hogy a mágneses mező változása a térben akkor is indukál elektromos mezőt, ha ott vezető anyag, például tekercs vagy hurok nem található. Ha egy ilyen örvényes indukált elektromos mezőbe töltést teszünk, akkor a töltésre elektromos erő fog hatni egy körvonal mentén, azaz gyorsuló körmozgásba kezd. Ilyen elven működik az elektronokat nagy energiára felgyorsító betatron nevű részecskegyorsító.

Az előző példát továbbgondolva azt is megállapíthatjuk, hogy ha az örvényes indukált elektromos mezőben a töltést a zárt erővonal mentén körbevisszük, akkor a mező által végzett munka nem nulla, tehát **az indukált elektromos mező nem konzervatív**, ebben a térben a potenciál és a potenciális energia fogalma sem értelmezhető.

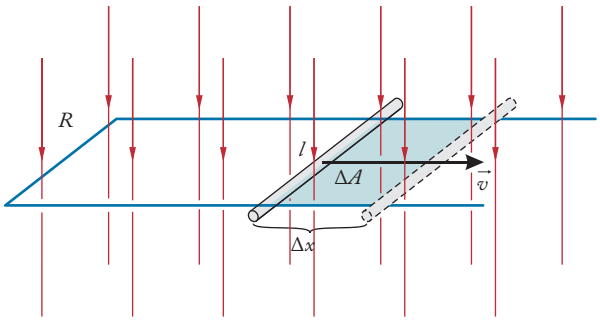
Végezetül hasonlítsuk össze a töltések által keltett elektrosztatikus mezőt az időben változó mágneses mezővel indukált elektromos mezővel:

Nyugvó töltések keltette elektromos mező	Változó mágneses mezővel indukált elektromos mező
Az erővonalak mindig a pozitív töltésből a negatív felé mutatnak, a mező örvénymentes.	Az erővonalak önmagukba záródó görbék, a mező örvényes.
A mezőt töltések hozzák létre, a mező forrásos.	A mező nem kötődik töltésekhez, a mező forrásmentes.
Zárt görbén mozgó töltésen végzett munka zérus, a mező konzervatív.	Zárt görbén mozgó töltésen végzett munka nem zérus, a mező nem konzervatív.
A feszültség két potenciálérték különbsége.	A potenciál nem értelmezhető.

A mozgási indukció vizsgálata

Vizsgáljuk meg egy példán keresztül, hogyan érvényesül a Faraday-féle indukciós törvény a mozgási indukció esetében. Függőleges irányú, homogén mágneses térben helyezzünk el egy vízszintes helyzetű, U alakú vezető sínt! Tegyünk az U alakú sín két szárára egy fémrudat, és mozgassuk v sebességgel a sínen!

Az l hosszúságú rúd Δt idő alatti elmozdulása Δx, ezáltal az U alakú sín és a rúd alkotta vezetőhurok felülete



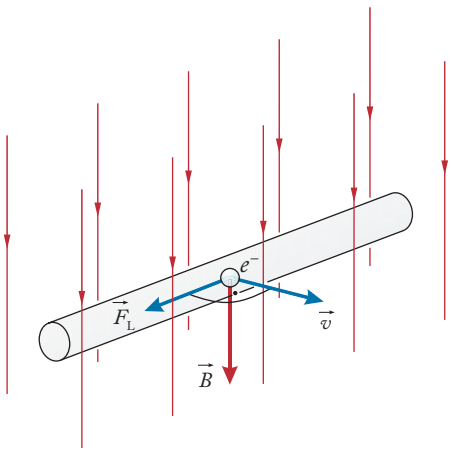
Elektromágneses indukció U alakú sínben

$\Delta A = l \cdot \Delta x$ mértékben változik. Faraday indukciós törvényét a vezetőhurokra alkalmazva:

$$U_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot l \cdot \Delta x}{\Delta t} = B \cdot l \cdot v.$$

Gondoljuk most végig a folyamatot a mozgó rúdban lévő szabad vezetési elektronok szemszögéből!

A v sebességű vezetékben lévő szabad vezetési elektronok (Q) a mozgásra merőleges mágneses térben (B) szintén v sebességgel elmozdulnak, magával ragadja őket a rúd. Ebből következően az elektronokra hat a Lorentz-erő, melynek nagysága $F_L = Q \cdot v \cdot B$, iránya a jobbkéz-szabály szerint a mozgásirányra és a B-vonalakra is merőleges, jelen esetben rúdirányú.



Mágneses térben mozgatott vezeték

A rúdban az elektronokat a Lorentz-erő ($F_L = Q \cdot v \cdot B$) folyamatosan hajtja, hasonlóan ahhoz, mint amikor feszültség hatására az elektromos erő ($F = E \cdot Q$) hajtotta az elektronokat. A két egyenletet egyesítve azt kapjuk, hogy a rúdban a Lorentz-erő hatására létrejön egy elektronokat hajtó elektromos tér, melynek nagysága $E = v \cdot B$, iránya az elektronok mozgásával ellentétes (az elektronok negatív töltése miatt). Az l hosszúságú rúd két vége között $U_i = E \cdot l = v \cdot B \cdot l$ feszültség jön létre, ami alátámasztja az előbbi, Faraday-féle indukciós törvény alapján levezetett összefüggést.

Ezzel kimutattuk, hogy egy mágneses térben mozgó vezeték két vége között feszültség indukálódik, az indukált feszültség (U_i) egyenesen arányos a mágneses indukcióvektor nagyságával (B), a vezeték mágneses térbe eső szakaszának hosszával (l) és a mozgatás sebességének nagyságával (v).

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

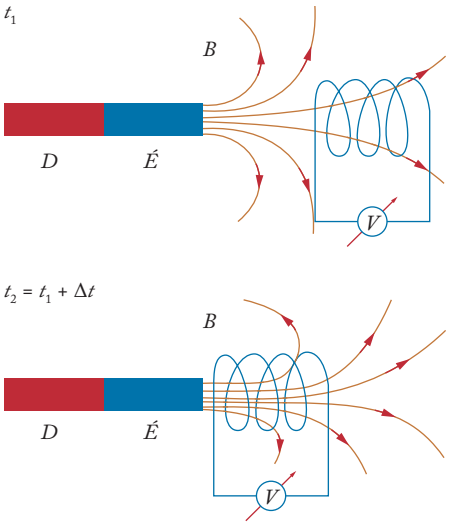
Ez az összefüggés csak akkor igaz, ha a sebesség és a mágneses indukcióvektor merőleges egymásra. Ha a két vektor α szöget zár be egymással, akkor: $U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$.

A nyugalmi indukció vizsgálata

A nyugalmi indukció jelenségének a lényege, hogy egy állandó méretű vezetőhurokban vagy tekercsben feszültség indukálódik, ha bennük a mágneses tér erőssége az idővel változik. Ennek több megvalósulása is létezik, tekintsük át őket!

Indukció mágnesrúddal

Mágnesrudat közelítünk egy tekercs felé, miközben a tekercsen mérjük a feszültséget. A Faraday-féle indukciós törvény szerint $U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N \cdot \frac{A \cdot \Delta B}{\Delta t}$. Az összefüggésből is jól látszik az a korábban megismert tapasztalat, hogy az indukált feszültség nagysága ebben az esetben függ a tekercs menetszámától, a mágnes erősségétől (a jelenség elején a tekercsben a B értéke gyakorlatilag nulla, a végén eléri a maximális értékét), valamint a mozgatás gyorsaságától (tulajdonképpen az időtartam hosszától). A jelenség a mágnes távolításakor is létrejön, ebben az esetben a ΔB értéke ellentétes előjelű lesz a közelítéskor mérthez képest. Akkor is indukálódik feszültség, ha az északi pólus helyett a déli pólust közelítjük, illetve távolítjuk, ilyen esetekben a feszültség ellentétes előjelű lesz az északi pólus megfelelő mozgatásával keletkező feszültséghez képest.



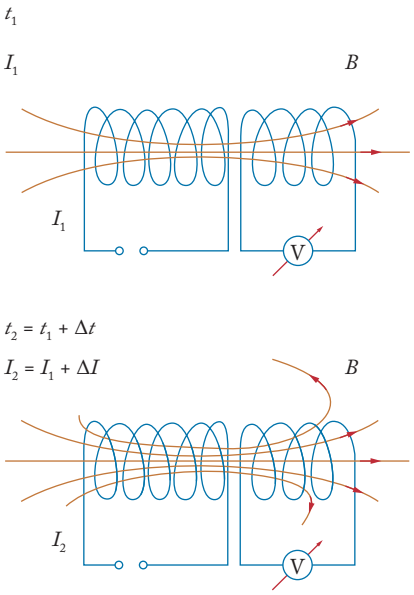
Nyugalmi indukció jelensége tekercshez közelített mágnesrúddal

Indukció elektromágnessel

Az előző kísérletben a mozgó mágnesrudat elektromágnesre cserélhetjük. Az elektromágnes körül mágneses tér alakul ki, melynek maximuma az elektromágnes belsejében

$$B_{em} = \mu_0 \cdot \frac{N_{em} \cdot I}{l_{em}}.$$

A tekercsen keresztülhaladó B-vonalak száma, vagyis a tekercs fluxusa az elektromágnes terének erősségétől függ, ami viszont az elektromágnes áramerősségével arányos.



Nyugalmi indukció jelensége tekercs mellé helyezett elektromágnes áramának változtatásával

A Faraday-féle indukciós törvény értelmében a tekercsben feszültség indukálódik. Ezt az összeállítást **kölcsönös indukciónak** nevezzük. A kölcsönös indukcóban fellépő indukált feszültség nagysága:

$$U_i = N_{tek} \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = L_{em,\,tek} \cdot \frac{\Delta I_{em}}{\Delta t}.$$

Az $L_{em,tek}$ arányossági tényezőt az elektromágnes és a tekercs **kölcsönös indukciós együtthatójának** nevezzük.

Ez az együttható a két tekercs paramétereitől (menetszám, hossz, keresztmetszet), a teret kitöltő anyagtól (pl. vákuum, levegő, vasmag), valamint a két tekercs egymáshoz viszonyított elhelyezkedésétől függ.

Faraday kísérleti összeállítása szintén kölcsönös indukció volt, amikor a történelmi felfedezését tette. Az elektromágnes be- és kikapcsolásakor tapasztalt indukált feszültséget, az áram alatt lévő elektromágnes állandó mágneses tere nem okozott ilyen hatást. Az indukció jelenségét hosszú időre fenntarthatjuk, ha az elektromágnes áramerősségét folyamatosan változtatjuk. Ezt megtehetjük folyamatos ki-be kapcsolással, így működik például a **szikrainduktor**, vagy úgy, ha váltakozó áramot kapcsolunk az elektromágnesre. Míg a mozgási indukció jelenségét a Lorentz-erő segítségével, a Faraday-féle indukciós törvény nélkül is meg tudtuk magyarázni, addig a nyugalmi indukció előbbi, kétféle megvalósulását már nem tudjuk korábbi ismereteinkkel megmagyarázni, ezekhez már szükséges Faraday indukciós elmélete, a Faraday-féle indukciós törvény.

KÍSÉRLET

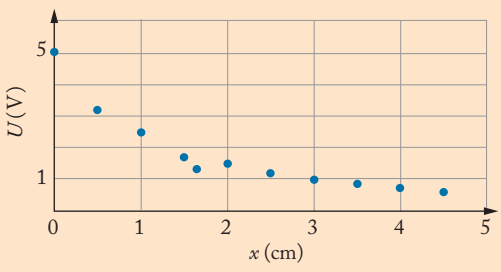
Vizsgáljuk meg a kölcsönös indukció jelenségét egy mérőkísérlettel!



Helyezzünk el az asztalon közös szimmetriatengelylyel egy vasmagos elektromágnest és egy vasmagos tekercset. Kezdetben a két tekercs legyen szorosan egymás mellett, a vasmagok is érintkezzenek. Az elektromágnesre kapcsoljunk 20 V effektív értékű váltakozó feszültséget, a tekercsre kapcsoljunk feszültségmérőt. A kölcsönös indukció hatására a tekercsben (váltakozó) feszültség indukálódik. Növeljük az elektromágnes és a tekercs közötti távolságot nulláról 0,5 cm-es egységekben, megtartva a közös szimmetriatengelyt, miközben mérjük az indukált feszültség nagyságát. A mérési eredményeket táblázatba foglaljuk.

x (cm)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
U_i (V)	5,0	3,2	2,5	1,7	1,5	1,2	1,0	0,86	0,74	0,62

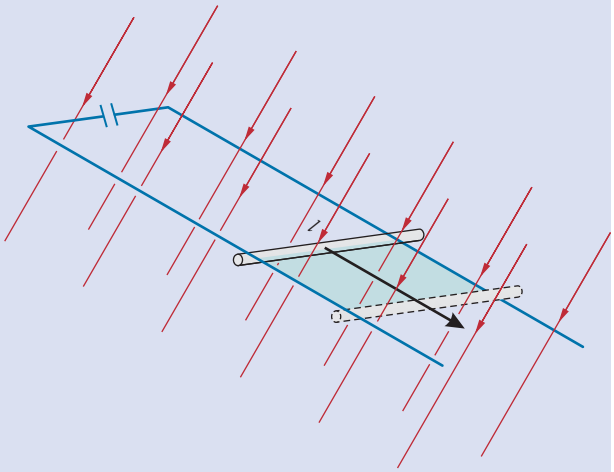
A mérési eredményt grafikonon is ábrázoljuk.



A grafikonról látható, hogy a kölcsönös indukció során az indukált feszültség értéke nem lineárisan csökken. Ennek oka, hogy a *B*-vonalak az elektromágnesből kijutva ívesen szétnyílnak. Az indukált feszültség folyamatos jelenlétét és mérését az elektromágnes áramerősségének folyamatos ingadozása biztosította.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy, a vízszintessel 30°-os szöget bezáró lejtő tetején egy 4,7 nF kapacitású kondenzátor található. A kondenzátor két kivezetéséből párhuzamosan két sín fut le a lejtő aljára. A lejtőre merőlegesen homogén mágneses teret hozunk létre, melynek erőssége 750 mT. A sínekre egy 8 cm hosszú fémrudat helyezünk, mely a két sínt merőlegesen köti össze, majd elengedjük. A rúd súrlódásmentesen 1,8 s alatt lecsúszik a síneken. Ezalatt milyen mértékben töltődik fel a kondenzátor?



MEGOLDÁS

A 30°-os lejtőről a rúd súrlódásmentesen csúszik le, egyenletesen gyorsuló mozgásának gyorsulása:

$a = g \cdot \sin \alpha = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A gyorsulásból adódó pillanatnyi sebessége: $v = a \cdot t = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$. A sebessége egyenletesen változik nulláról a maximális $9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességre. A mágneses térben mozgó rúdban feszültség indukálódik. A sebesség merőleges a *B*-vonalakra, így:

$$U_i = B \cdot l \cdot v = 0{,}75 \cdot \text{T}\ 0{,}08\ \text{m} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t = 0{,}3 \frac{\text{V}}{\text{s}} \cdot t$$

Az indukált feszültség a csúszás alatt egyenletesen nő nulláról a maximális 0,54 V értékig. Ez a feszültség jelenik meg a kondenzátor lemezei között is. A kondenzátor töltése a kapacitásából meghatározható.

$$Q = C \cdot U = 4{,}7\ \text{nF} \cdot 0{,}54\ \text{V} = 2{,}54\ \text{nC}$$

Ez a kis töltésmennyiség 1,8 s alatt jut a kondenzátorra, tehát a rúdban és a sínekben kialakuló töltőáram rendkívül kicsi, így a mágneses mező miatt a töltőáramtól származó Lorentz-erő hatása elhanyagolható.

2. FELADAT Határozzuk meg két, egymásra tekercselt, hosszú, egyenes vasmagos tekercs kölcsönös indukciós együtthatóját! Legyen a két tekercs menetszáma 1200 és 7000 menetes, a vasmag relatív permeabilitása 1800, valamint a tekercsek közös hossza 14 cm, közös keresztmetszete 5 cm^2.

MEGOLDÁS

Válasszuk az egyik tekercset elektromágnesnek. A belsejében, ami egyben a másik tekercs belseje is, kialakuló homogén mágneses tér erőssége:

$$B_{em} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_{em} \cdot I}{l}$$

Ha változtatjuk az áramerősséget, változik a mágneses tér erőssége is. A másik tekercsben ennek hatására feszültség indukálódik, az indukált feszültség a másik tekercs menetszámától és a fluxusváltozás gyorsaságától függ. A másik tekercs fluxusát a közös keresztmetszettel és az elektromágnes belsejében lévő mágneses tér erősségével határozhatjuk meg, hiszen az elektromágnes összes B-vonala keresztülmegy a másik tekercsen.

$$U_i = N_{tek} \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N_{tek} \cdot \frac{A \cdot \Delta B}{\Delta t} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_{tek} \cdot N_{em} \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

A kölcsönös indukció fentebb tanult összefüggése:

$$U_i = L_{em,\,tek} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

A kettő összevetéséből jelen esetben a kölcsönös indukciós együttható:

$$L_{em,\,tek} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_{tek} \cdot N_{em} \cdot A}{l}$$

Látható, hogy az eredmény szempontjából ebben az elrendezésben lényegtelen, hogy melyik tekercs az elektromágnes. A feladat adataival:

$$L_{em,\,tek} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_{tek} \cdot N_{em} \cdot A}{l} =$$

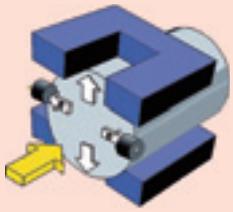
$$= 1800 \cdot 12{,}56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{1200 \cdot 7000 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}{0{,}14\ \text{m}} =$$

$$= 6{,}78 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Az eredmény azt is jelenti, hogy az egyik tekercsben egységnyi idő alatt egységnyi áramerősség-változás a másik tekercsben 67,8 V feszültséget indukál.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Egy egyszerű, egyenárammal működtetett soros kapcsolású áramkört változó erősségű mágneses mező szel keresztül. Mit mondhatunk az áramforrás feszültségéről és az áramköri elemeken mért feszültségek összegéről?
2. Indukálódik-e feszültség egy toronyóra nagymutatójában?
3. A mozgási indukció jelenségét felhasználják csőben áramló elektromosan vezető folyadékok áramlási sebességének mérésére. Hogyan működik? Miért kell a cső belsejét elektromos szigetelővel bevonni a mérés helyén? Számít-e a folyadékban lévő ionok vegyértéke?



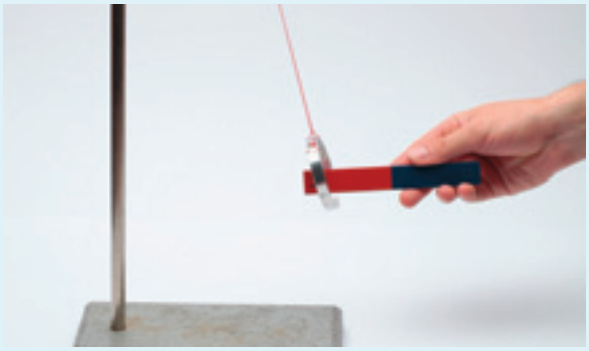
4. Érdekes megoldás az indukciós zseblámpa. Működését nem rejtik véka alá, az átlátszó tokban egy tekercs látható középen, melyben ide-oda mozoghat egy erős mágnes. A tekercsen és a mágnesen kívül található még benne egy erős kondenzátor, egy LED-lámpa, egy váltókapcsoló és vezetékek. Illetve a kondenzátorhoz csatlakoztattak egy egyenirányítót, ami az elektronokat mindig csak az egyik lemezre engedi tölteni. Vajon hogyan működik a zseblámpa?



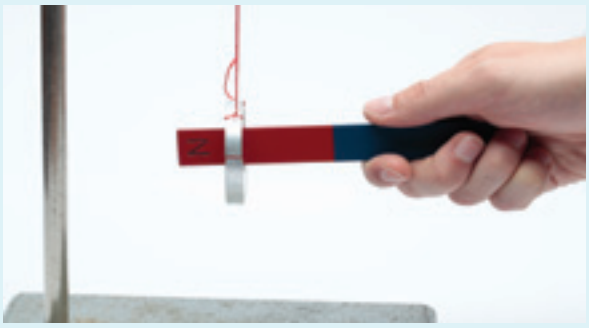
2. Az indukált áram

EMLÉKEZTETŐ

Ha egy zárt vezetőhurokban vagy egy tekercsben, melynek két végét vezetővel összezártuk, időben változó mágneses teret hozunk létre, akkor az indukció hatására a hurokban, illetve a tekercsben áram fog megindulni. Az indukált áram iránya mindig olyan irányú, hogy mágneses tere az őt létrehozó hatást akadályozza. Ez **Lenz törvénye**. Lenz törvényét a felfüggesztett, zárt, illetve nyitott alumíniumkarikából kihúzott mágnesrúd kísérlettel figyeltük meg.



Mágneses mező változásának hatása az alumíniumkarikára



Elektromágneses indukciós kísérlet nyílt karikával

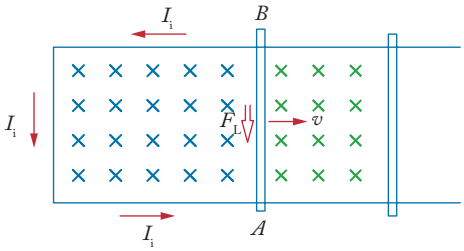
Egy tekercsben folyó áram erősségének megváltoztatása magában a tekercsben is feszültséget indukál, ami a Lenz-törvény miatt gátolni igyekszik az áramerősség változását. Ezt a jelenséget **önindukciónak** nevezzük.

Az indukált elektromos erővonalak iránya

Az előző téma elején részletesen leírtuk az időben változó mágneses tér által indukált elektromos mező tulajdonságait, szerkezetét. Egy dolog hiányzik már csak a jellemzésből, és ez az indukált elektromos erővonalak iránya, melyet a korábban tanult Lenz-törvény alapján tudunk meghatározni. Ezt kövessük most végig részletesen!

Először is a jobb megértés érdekében használjuk a következő jelöléseket: jelöljük kék színnel a folyamat alatt megmaradó mágneses erővonalakat, zöld színnel rajzoljuk azokat a mágneses erővonalakat, amelyek a folyamat alatt megjelennek a hurokban (ebben az esetben a fluxus nő), illetve pirossal rajzoljuk azokat a mágneses erővonalakat, amelyek a folyamat alatt eltűnnek a hurokból (ebben az esetben a fluxus csökken).

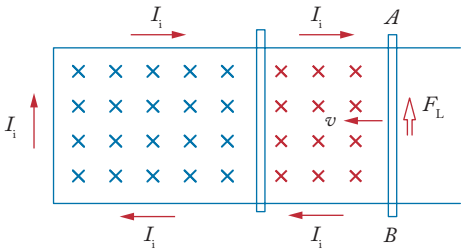
Képzeljük el újra az előző témában megismert U alakú vezető sínt a homogén mágneses térben. A fémrúd mozogjon v sebességgel a sínen az egyik irányba. Az alábbi ábrába berajzoltuk a rúd kezdeti és végső helyzetét.



A mozgó rúd hatására a zárt hurokban újabb erővonalak jelennek meg

Tudjuk, hogy a Lorentz-erő miatt az elektronok a rúd *A* jelű végpontja felé fognak haladni, tehát az áramirányt az *A*-ból *B*-be haladónak értelmezzük. A zárt hurok miatt ez egy óramutató járásával ellentétes irányú áramot eredményez mindaddig, amíg a rúd mozog. Ez az áram viszont saját mágneses teret hoz létre, melynek irányát a jobbkézszabály szerint állapítjuk meg, jelen esetben az ábrából kifelé mutató mágneses teret. Ez a tér most ellentétes irányú a folyamat alatt a hurokban megjelenő (zölddel jelölt) mágneses térrel, mintegy ellensúlyozza annak megjelenését.

Mozgassuk most a rudat a másik irányba!



A mozgó rúd hatására a zárt hurokból erővonalak kerülnek ki

A Lorentz-erő ebben az esetben a másik irányba hajtja az elektronokat, a rúd mozgatása alatt egy óramutató járá-

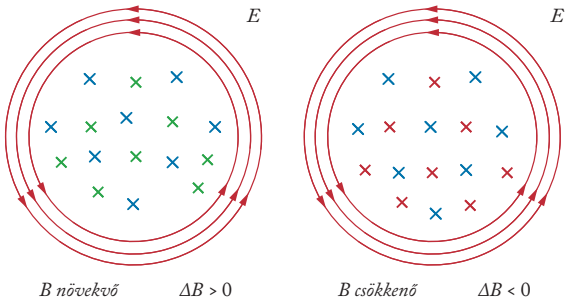
sával megegyező irányú áram alakul ki. Ennek az áramnak a saját mágneses tere a jobbkéz-szabály szerint jelen esetben az ábrába befelé mutató, azonos irányú a folyamat alatt a hurokból eltűnő (pirossal jelölt) térrel, azaz mintegy pótolja annak megszűntét.

A nyugalmi indukció esetében az előbbi példában szereplő áramirányok az indukált elektromos mező irányának felelnek meg, amelyet Lenz törvénye fogalmaz meg.

Az időben változó mágneses tér által indukált elektromos mező iránya olyan, hogy az általa fenntartott áram saját mágneses terének fluxusa kiegyenlítse az őt létrehozó fluxusváltozást.

Ez Lenz törvényének részletesebb kifejtése.

Faraday indukciós törvényét gyakran az $U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ alakban adják meg, ahol a mínusz előjel a Lenz-törvényre utal. Végezetül rajzoljuk meg egy növekvő és egy csökkenő mágneses tér körül indukált elektromos mező erővonalait:

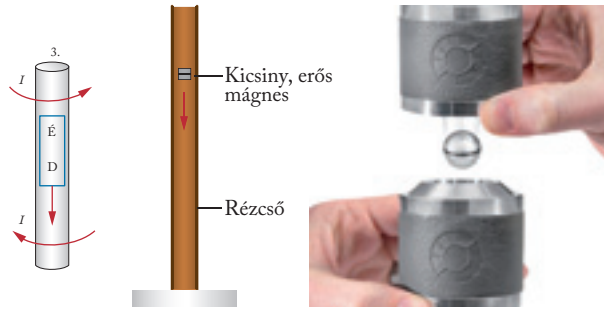


Az időben változó mágneses tér által indukált elektromos mező iránya

Az indukált árammal okozott erők

Az emlékeztetőben felidézett Lenz-karikás kísérletben zárt karikából húztunk ki rúdmágnest. A karikában fluxuscsökkenés történt, ennek hatására a Faraday-féle indukciós törvény szerint feszültség indukálódott, ami a zárt karikában áramot indított el. Lenz törvénye szerint olyan indukált áram alakult ki, melynek saját mágneses fluxusa mintegy pótolja a fluxuscsökkenést. Így a távolodó mágnes és a karikából lett elektromágnes vonzani fogja egymást. A karika könnyű tömege miatt kilendül. A mágnes karikába helyezésénél fordított helyzet áll elő, az indukált áram miatt elektromágnessé vált karika és a közeledő mágnes most taszítja egymást, ezért a karika ilyenkor a másik irányba lendül ki. Természetesen nyitott karika esetében nem történik semmi, hiszen az indukált feszültség most nem tud körbefolyó áramot létrehozni.

A Lenz-törvény következménye, hogy **egy zárt vezető a felé közeledő mágnest taszítani, a tőle távolodó mágnest vonzani igyekszik**, hiszen a fluxusváltozás megakadályozására törekszik. Jól példázza ezt egy rézcsőbe vagy hengerbe ejtett kis mágnes.



Rézcsőbe ejtett mágnes kísérleti összeállítása, a csőben kialakuló indukált áramok iránya, valamint a kísérlet alapján készített mágneses játék

A cső úgy viselkedik, mint sok egymáson lévő zárt karika. Ezekben a képzeletbeli karikákban a zuhanó mágnes miatt áram indukálódik. Ha a mágnes déli pólusa van alul, akkor a mágnes alatti csőszakaszban olyan áram indukálódik, mely mágneses terének déli pólusa fölül legyen, így a közeledő déli pólust taszítani fogja. A mágnes feletti csőszakaszban pedig olyan áram indukálódik, mely mágneses terének déli pólusa alul legyen, hogy a távolodó északi pólust vonzza. E két hatásnak a következménye, hogy a mágnes rendkívül lassan, egyenletesen ereszkedik le a csőben.

Örvényáramok

Végezzük el a következő kísérletet! Erős mágneses mezőben lengessünk alumíniumlemezt! A lemez nagyon gyorsan leáll. Ha a tömör lemez helyett bevagdalt, fésűs szerkezetű lemezt használunk, akkor ennek csillapodása jóval kisebb lesz. A jelenséget úgy magyarázhatjuk, hogy lengés közben változik a lemezben a mágneses tér fluxusa, ami elektromos mezőt indukál. Mivel az indukált elektromos mező örvényes, ezért a szabad vezetési elektronok zárt görbe mentén mozognak a lemezben, úgynevezett **örvényáramok** alakulnak ki. Az örvényáramok mágneses hatása a Lenz-törvény miatt olyan, hogy a mágnes és az alumíniumlemez egymás-

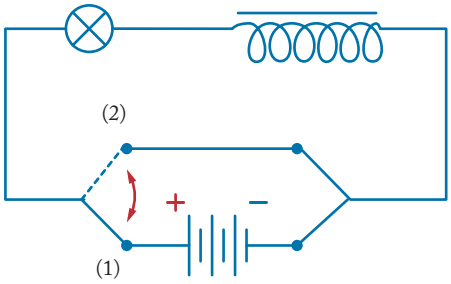


Elektromágneses indukció kialakulása fémlemezben

hoz közeledve taszítja, egymástól távolodva vonzza egymást. Ezért lassul erőteljesen az inga lengése az első esetben. A bevagdalt lemezben kevésbé tudnak kialakulni az örvényáramok, az akadályozó hatás itt sokkal gyengébb. Az örvényáramoknak van hőhatása is, felmelegítik a fémlemezt.

Az önindukció jelensége

Korábban tapasztaltuk, hogy ha egy áramkörbe tekercset kapcsolunk, akkor az áramkör bekapcsolásakor a tekercs az áram beindulását késlelteti, kikapcsoláskor pedig az áram leállását késlelteti. Vizsgáljuk meg részletesen a tekercs önindukciós jelenségét! Zsebtelepre kössünk sorba egy izzót és egy sokmenetes vasmagos tekercset! Egy váltókapcsolóval oldjuk meg, hogy a zsebtelepet le lehessen választani az áramkörről!



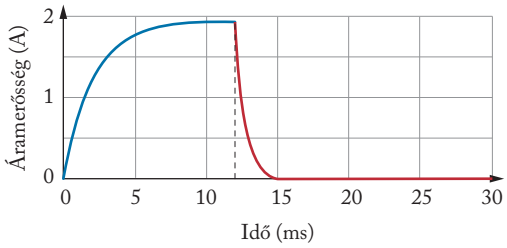
Az önindukció jelenségét vizsgáló áramkör kapcsolási rajza

Amikor a váltókapcsolót az (1) helyzetbe kapcsoljuk (bekapcsoljuk az áramkört), a zsebtelepből áram indul meg. A tekercsben hirtelen meginduló áram mágneses tere a tekercs fluxusváltozását eredményezi, aminek hatására indukált feszültség jön létre, mely a Lenz-törvény értelmében a fluxusváltozást igyekszik megakadályozni. Az indukált feszültség tehát az áramforrás feszültségével ellentétes, azt gátolni igyekszik, így az áramerősség lassan éri el a maximális értékét, az izzó késve és lassan gyúl ki. Amikor a váltókapcsolót a (2) helyzetbe kapcsoljuk át (kikapcsoljuk az áramforrást, de megtartjuk a zárt kört), a zsebtelep nem biztosít tovább feszültséget, és az áramerősség elkezd nullára csökkeni. A tekercsben most is fluxusváltozás jön létre, ami feszültséget indukál, ez igyekszik megakadályozni a fluxus csökkenését, próbálja fenntartani az áramot. Ezért az áramerősség lassan vált nullára, és az izzó késve és lassan huny ki.

Az induktivitás

Az előbbi kísérletben tapasztalható áramerősséget az idő függvényében a következő grafikon szemlélteti, melyet egy mérés alapján készítettünk.

A késleltetés mértékét, azaz azt az időt, amely alatt az áram értéke a kapcsolás után kialakul, a tekercs paraméterei határozzák meg.



Az áramerősség változása az idő függvényében bekapcsoláskor (kék) és kikapcsoláskor (piros)

A tekercs áramkörre kifejtett késleltető hatásának mértékét a tekercs önindukciós együtthatójának, más néven induktivitásnak nevezzük.

Az induktivitás mértékét a Faraday-féle indukciós törvényből állapíthatjuk meg. Eszerint az indukált feszültséget a tekercs belsejében történő fluxusváltozás okozza.

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

A fluxusváltozás most a mágneses tér változása miatt jön létre: $U_i = -N \cdot \frac{A \cdot \Delta B}{\Delta t}$.

A tekercs mágneses tere azért változik, mert változik a tekercsben folyó áram erőssége.

$$U_i = -N \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Az önindukció esetében az indukált feszültség az áramerősség-változás gyorsaságától és a tekercs paramétereitől függ. $U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$. A negatív előjel a Lenz-törvényre utal, az L együttható a tekercs induktivitása.

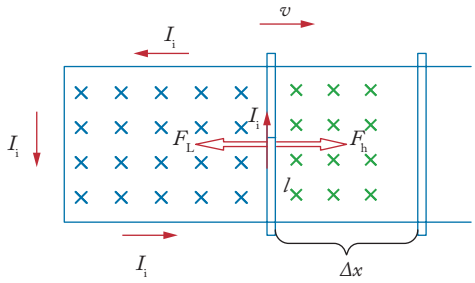
A fenti két egyenletből kiolvashatjuk, hogy **egy l hosszúságú, A keresztmetszetű, N menetszámú tekercs induktivitásának mértéke**: $L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$.

Láthatjuk, hogy az induktivitás mértéke a menetszámtól, a keresztmetszettől, a tekercs hosszától és a tekercset kitöltő anyag minőségétől függ. Az induktivitás mértékegysége 1 $\frac{\text{Vs}}{\text{A}}$, amit Joseph Henry (1797–1878) amerikai fizikus tiszteletére 1 henrynek neveznek. Jele: 1 H.

A mindennapi életben használatos tekercsek induktivitása nem éri el az 1 H értéket, ezért gyakran használjuk az ezredét, az 1 mH egységet is. A tekercs hasonlít a lendkerékhez, amit nehezen lehet felpörgetni, viszont utána még hosszan forog. A mágneses tér kiépülése és megszűnése az áram lassú változását eredményezi, nem engedi hirtelen megjelenni vagy eltűnni, a változáshoz időre van szükség. Az áram késése a tekercs mágneses térrel szembeni „tehetetlenségének" következménye.

Energiaviszonyok a mozgási indukció során

Térjünk még egyszer vissza a téma elején vizsgált U alakú sínen mozgatott rúd példájához, és figyeljük meg benne az energiaviszonyokat!



Homogén mágneses mezőben U alakú sínen mozgatott rúdra ható erők

A rudat v sebességgel mozgatva feszültség indukálódik, melynek nagysága $U_i = B \cdot l \cdot v$. A sínek és a rúd zárt hurkot alkot, melyben indukált áram folyik. Ha a hurok ellenállása R, akkor az indukált áram erőssége: $I_i = \frac{U_i}{R}$.

A mágneses térben mozgó, indukált árammal átjárt rúdra Lorentz-erő hat, melynek nagysága: $F_L = I_i \cdot B \cdot l$, és iránya a mozgatás irányával ellentétes, ami alátámasztja Lenz törvényét. Ebből az következik, hogy a rúd egyenletes v sebességű mozgásához nekünk ugyanekkora F_h húzóerőt kell kifejtenünk a mozgás irányába. Az általunk végzett munka, mellyel a rudat arrébb mozgattuk:

$$W_h = F_h \cdot s = I_i \cdot B \cdot l \cdot \Delta x$$

A hurokban folyó indukált áram által termelt Joule-hő pedig:

$$E_{el} = U_i \cdot I_i \cdot \Delta t = B \cdot l \cdot v \cdot I_i \cdot \Delta t$$

A $v \cdot \Delta t$ szorzat épp az elmozdulás, így $E_{el} = B \cdot l \cdot I_i \cdot \Delta x$. Végül is a folyamat során a rendszernek általunk átadott energia Joule-hővé alakult. Ez megfelel az energiamegmaradás törvényének.

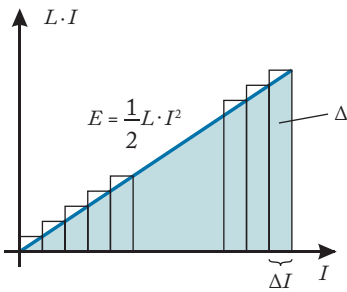
A mágneses energia

Mi biztosítja az energiát a nyugalmi indukció esetében? A be- és kikapcsolási kísérletben az áram bekapcsolásakor az áramforrás adta az energiát, azonban az izzó késve gyúlt ki. Kikapcsoláskor az áramforrás már nem biztosított energiát, az izzó ennek ellenére egy ideig még világított. Azt sejtjük, hogy az energia valamilyen formában a tekercsben halmozódik fel, majd onnan is szabadul fel, de ezt még pontosítanunk kell. Ezt az energiafajtát **mágneses energiának** nevezzük.

A kikapcsolás folyamatát követve megállapíthatjuk, hogy a fluxusváltozás $U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$ önindukciós feszültséget kelt, amíg az áramerősség egy kis ΔI-vel változik (most ΔI negatív az áram csökkenése miatt, ezért az indukált feszültség pozitív lesz). A változás következtében az indukált feszültség által hajtott áram kis energiaadagot használ el.

$$\Delta E = U_i \cdot I \cdot \Delta t = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot I \cdot \Delta t = L \cdot I \cdot \Delta I$$

Csökkentsük az áram erősségét I_{max}-ról nullára, kis ΔI adagokban, és vizsgáljuk eközben az $L \cdot I$ szorzatot! Ehhez ábrázoljuk grafikonon az $L \cdot I$ értékét az I függvényében!



A mágneses energia meghatározása grafikon segítségével

I csökkenésével az $L \cdot I$ szorzat egyenes arányban csökken. A kis ΔE energiaadag értéke egy téglalap területének felel meg, mely $L \cdot I$ magas és ΔI széles. A folyamat során elhasznált összenergia értéke ezen téglalapok összege, mely jó közelítéssel a grafikon alatti háromszög területe. A fenti meggondolásból kapjuk, hogy $E_{összes} = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$. A pontos levezetést integrálszámítással kaphatjuk meg.

A jelenség ezek után a következőképpen értelmezhető. Az áramforrás elektromos energiát szolgáltat az áramkörnek. A bekapcsoláskor az energia egy része arra fordítódik, hogy a tekercsben mágneses tér épüljön ki. A mágneses térnek van energiája. Az áram egyenletes áramlásakor a tekercs mágneses tere nem változik, a kapott energiát tárolja, majd kikapcsoláskor a mágneses tér leépül, a benne tárolt energia felszabadul, ami biztosítja még egy ideig a töltésáramlást.

Az áramjárta tekercs mágneses terének van energiája, melyet a mágneses tér energiájának, röviden mágneses energiának nevezünk. Nagysága: $E_{mágn} = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$.

Egy tekercsben az áram erősségét a Lenz-törvény miatt nehéz megváltoztatni. Minél nagyobb a tekercs induktivitása (L) és minél gyorsabb áramerősség-változást $\left(\frac{\Delta I}{\Delta t}\right)$ szeretnénk, annál nagyobb külső feszültségre $\left(U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}\right)$ van szükség. A jelenség sok hasonlóságot mutat egy tehetetlen (m) test gyorsításával $\left(\frac{\Delta I}{\Delta t}\right)$, amit egy külső erővel tudunk biztosítani $\left(F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$.

Ha a tömeget az induktivitásnak, a sebességet az áramerősségnek feleltetjük meg, akkor a mozgási energia $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ összefüggése jól egyezik a most kapott mágneses energia $E_{mágn} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$ összefüggésével.

A kondenzátor és a tekercs energiatároló képessége között lényeges különbség van. A feltöltött kondenzátor kivehető az áramkörből anélkül, hogy energiáját elveszítené, ezzel szemben a tekercs csak addig tárolja az energiát, amíg benne mágneses teret keltő elektromos áram folyik.

Szupravezető anyagból készült tekercs sajátos tulajdonsága, hogy ha rövid ideig áramot kapcsolunk rá, majd a végeit rövidre zárjuk, akkor a tekercs megtartja mágneses terét, energiáját. Az áram fenntartásához mindössze a szupravezető anyagra jellemző alacsony hőmérsékletet kell biztosítani.

ALKALMAZÁSOK

Az indukció jelenségének alkalmazásai

Az elektromágneses indukció jelenségének széles körű az alkalmazása. A két legfontosabb az elektromos áramot előállító generátor és az áramátalakító transzformátor. Ezekről a következő témakörben még lesz szó. A továbbiakban csak néhány alkalmazást mutatunk be.

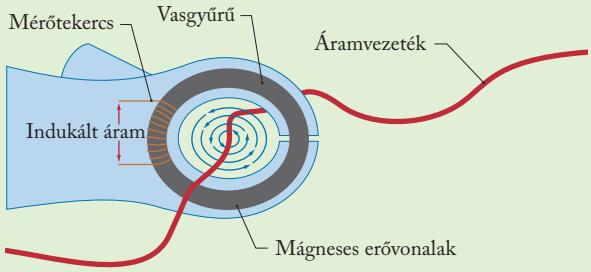
1. Az **indukciós főzőlapban** egy nagy réztekercs található, amelybe váltakozó áramot kapcsolhatunk be. A főzőlapra tett edény aljában a tekercs folyamatosan változó mágneses tere örvényáramokat indukál, melynek hőhatása melegíti az edényben lévő ételt. A melegítés hatásfoka így jobb, mint egyéb melegítési módoké, hiszen kevésbé melegszik a környezet levegője, a főzőlap burkolata. Fontos, hogy az edény vasból vagy rozsdamentes acélból legyen, mert ezekben az anyagokban hatékony az örvényáramok hőhatása. Tekercset formázó ikonnal jelzik, ha az edény indukciós főzőlaphoz alkalmas.



2. A **digitalizáló tábla** egy hozzá tartozó toll segítségével a táblára készített szabadkézi rajzot vagy írást digitalizálja, azaz megjeleníti a monitoron. A tollban lévő kis áramkör mágneses fluxusa feszültséget generál a táblában lévő, rácsosan elhelyezett vezetékekben. Így a feszültségek ismeretében a számítógép pontosan meg tudja jeleníteni a monitoron a tollhegy $(x; y)$ helyét valós időben. A tónusok és egyéb hatások megjelenítéséhez a tollhegy nyomásérzékenységét használják. A tollhegy benyomódásával egy kondenzátor lemezpárja kerül egymáshoz közelebb, így változik a kapacitása, mely befolyásolja a toll által létrehozott fluxust.



3. A **lakatfogó** nevű mérőműszer egy speciális áramerősség-mérő, melyet a villanyszerelők váltakozó áram mérésére használnak. Előnye, hogy az áram méréséhez nem szükséges az áramkört megszakítani, ehelyett a készülék két vaspofája, mint egy lakat vagy bilincs, körbeveszi a vezetéket. A vezetékben folyó váltakozó áram maga körül változó mágneses teret hoz létre, amit a vaspofák a tövükben lévő mérőtekercsekbe vezetnek, ezáltal a mérőtekercsekben áram indukálódik. Ez az indukált áram arányos a mérendő áram erősségével.



4. Az induktív töltést vagy **vezeték nélküli töltést** egyre gyakrabban alkalmazzák. Elektromos eszközöket (okostelefon, okosóra, tablet, elektromos fogkefe) tudunk vele feltölteni úgy, hogy közben nem kell vezetékkel összekötni a készüléket. A töltőállomásban lévő tekercsben váltakozó áram folyik, amely maga körül folyamatosan változó mágneses teret kelt. Az állomás közelébe helyezett készülékben lévő másik tekercsben a változó mágneses tér váltakozó előjelű feszültséget indukál, amelyet egy egyenirányító közbeiktatásával a



készülék akkumulátorához kapcsoltak. Az indukált feszültség tölti fel az akkumulátort.

5. Két, egymáshoz közeli, de érintésmentes elektronikai eszköz kommunikációjához is használhatjuk az indukció jelenségét. Ezt az **NFC (near field communication) technológiát** használják az intelligens kártyák (bankkártyák, igazolványok, beléptető kártyák), fejhallgatók, médialejátszók, hangszórók, intelligens kulcsok kommunikációjában. A kereskedelemben az árukövetés és a lopásvédelem fontos eszköze.



6. Az örvényáramok vonzó-taszító hatását használják autók sebességének mérésére is, vagy arra, hogy elektromos műszerek mutatóinak lengései hamar csillapodjanak. A jegy- és árukiadó automaták **érmevizsgálói** is az örvényáramok segítségével működnek. Amikor a pénzérmét bedobjuk, az átgurul egy homogén mágneses mezőn, és az érmében örvényáramok keletkeznek, melyek lefékezik a pénz mozgását. A fékeződés mértéke a pénz méretétől, és így az értékétől függ. A repülőtéri **fémdetektorok** vagy a kincsvadászok **fémkeresői** is hasonló módon működnek. Ha erős elektromágnes mágneses terébe kiterjedt fémtárgy kerül, akkor abban örvényáramok keletkeznek, miközben az elektromágnes energiája csökken (ez az energia az örvényáramok hőhatásánál keletkezik). Az elektromágnes energiacsökkenését érzékelve következtethetünk egy közeli fémtárgyra.



7. Bláthy Ottó találmánya (1889) az **indukciós fogyasztásmérő (villanyóra)**. A szabadon elforduló fémtárcsát egy mérendő árammal (I) átjárt tekercs és egy hálózati feszültségre (U) kapcsolt tekercs változó mágneses terei forgómozgásba hoznak. Ezt fékezi és teszi egyenletes forgásúvá egy állandó mágnes által keltett örvényáram. A forgómozgás szögsebessége arányos a pillanatnyi teljesítménnyel (UI). Az adott idő alatt elfogyasztott villamos energia arányos a fordulatok számával, ezt méri, számlálja a műszer.



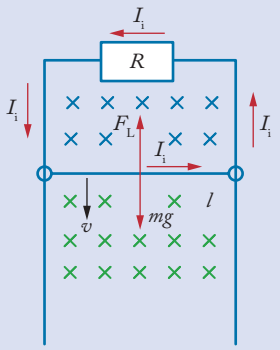
KIDOLGOZOTT FELADAT

Függőleges helyzetű, hosszú, egymással párhuzamos fémsín áll egymástól 18 cm távolságban. A sínpár tetejét egy 3 Ω ellenállású fogyasztó köti össze. A fogyasztó alatt a sínpárt még egy 15 g tömegű fémrúd is összeköti, mely súrlódásmentesen, mindvégig a sínekhez érintkezve képes lecsúszni. A sínekre és a rúdra egyaránt merőleges, vízszintes mágneses tér nagysága 800 mT. A rudat elengedve mekkora maximális sebességre képes felgyorsulni? Mekkora lesz ekkor a fogyasztó teljesítménye? Honnan származik a fogyasztó által leadott energia?

A sínek és a rúd ellenállása elhanyagolható a fogyasztóéhoz képest.

MEGOLDÁS

A rúd a mágneses erővonalakra merőlegesen elmozdul a nehézségi erő hatására. A mozgási indukció miatt a fogyasztó, a sínek és a rúd alkotta zárt hurokban áram indukálódik. Az indukált áram hatására a mágneses térben mozgó rúdra Lorentz-erő hat, mely a jobbkéz-szabály szerint ellentétes irányú a nehézségi erővel (összhangban Lenz törvényével), nagysága az indukált áram erősségétől függ. Az egyre növekvő Lorentz-erő egy idő után eléri a nehézségi erő nagyságát, ekkor a két erő kiegyenlíti egymást, a gyorsulás megszűnik, kialakul a maximális sebesség.



A maximális sebesség jelölése legyen v_{max}, ekkor az indukált feszültség:

$$U_i = B \cdot l \cdot v_{max},$$

ahol l a két sín távolsága, azaz a rúd hossza.

Az indukált feszültség az R ellenállású zárt hurokban $I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{B \cdot l \cdot v_{max}}{R}$ indukált áramot hoz létre. Az indukált áram által keltett Lorentz-erő nagysága:

$$F_L = I_i \cdot B \cdot l = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v_{max}}{R}$$

A Lorentz-erő és a nehézségi erő egyenlőségéből a maximális sebesség meghatározható:

$$\frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v_{max}}{R} = m \cdot g, \quad v_{max} = \frac{m \cdot g \cdot R}{B^2 \cdot l^2}$$

A feladatban lévő számadatokkal:

$$v_{max} = \frac{m \cdot g \cdot R}{B^2 \cdot l^2} = \frac{0{,}015\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\ \Omega}{0{,}64\ \text{T}^2 \cdot 0{,}0324\ \text{m}^2} = 21{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A fogyasztó teljesítménye:

$$P = U \cdot I = I_i^2 \cdot R = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v_{max}^2}{R} =$$

$$= \frac{0{,}64\ \text{T}^2 \cdot 0{,}0324\ \text{m}^2 \cdot 470{,}89\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{3\ \Omega} = 3{,}255\ \text{W}$$

Gondoljuk végig a folyamat energiaviszonyait! A rúd egyenletes sebességgel csúszik lefelé a gravitációs mezőben, tehát változik a helyzeti energiája. 1 s alatt 21,7 m-rel kerül lejjebb, így a helyzeti energia csökkenése:

$$\Delta E_h = m \cdot g \cdot h = 3{,}255\ \text{J}.$$

Ez éppen annyi, mint amennyi energiát a fogyasztó 1 s alatt lead. Tehát végeredményben a rúd helyzeti energiája alakul át villamos energiává, majd az a fogyasztón Joule-hővé.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Az alumínium és réz pénzérméket a mágnes nem vonzza. Ha egy könnyű alumíniumérmét az asztalra helyezünk, és egy erős mágnes egyik pólusát hozzányomjuk, majd hirtelen felrántjuk, akkor az érme is felemelkedik, olykor magasra felrepül. Mi lehet az érme mozgásának oka?
2. Kettős csévélésű tekercset úgy készítenek, hogy egy hosszú vezetéket félbehajtanak, majd így tekercselik fel, és áramot folyatnak benne.



Kettős csévélésű áramjárta tekercs

Mit mondhatunk az egyenárammal átjárt kettős csévélésű tekercs mágneses teréről, önindukciós hatásáról, mágneses energiájáról? Hogyan módosulnak a válaszok, ha váltakozó áram folyik benne?

3. A mágneses energia összefüggésének meghatározásakor az LI szorzatot vizsgáltuk az áramerősség függvényében. Milyen kapcsolat van az LI szorzat és a tekercs mágneses fluxusa között?
4. Az elektromos gitárok és basszusok elektromos hangszedőt (pickup) használnak a hang elektromos jellé alakításához, majd erősítéséhez. Minden húr alatt egy kis mágnes található, melyre sokmenetes tekercset is csévéltek. A mágnes a felette lévő húrt mágnesezi.



Hogyan keletkezik a sokmenetes tekercsben elektromos jel (elektromos feszültség)? Mi történik, ha magasabb frekvenciával rezdül meg a gitár húrja?

Összefoglalás

Elektromágneses indukció

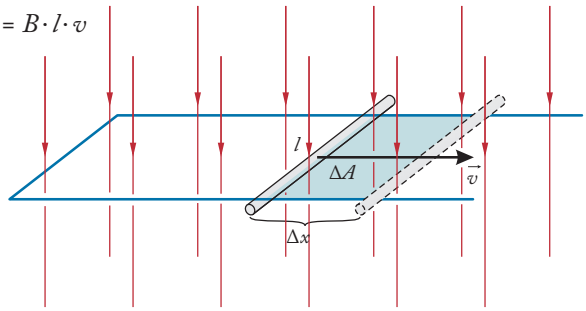
Időben változó mágneses fluxus elektromos mezőt indukál.

Faraday-féle indukciós törvény: $U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.

Mozgási indukció

Állandó, homogén mágneses mezőben mozgó vezetékben indukálódó feszültség:

$U_i = B \cdot l \cdot v$

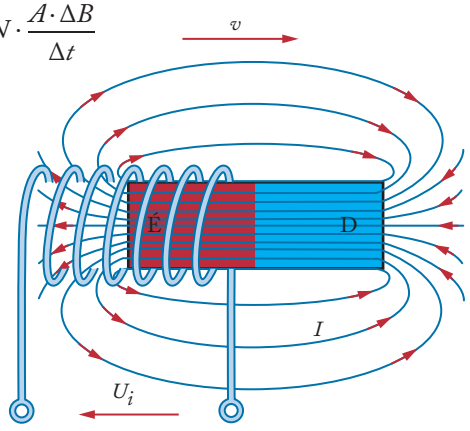


U alakú sínen mozgó rúd

Nyugalmi indukció

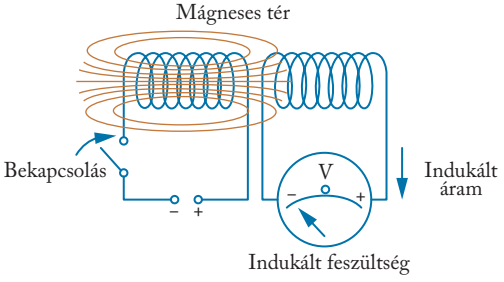
Mágnes mozgatásával

$U_i = N \cdot \frac{A \cdot \Delta B}{\Delta t}$



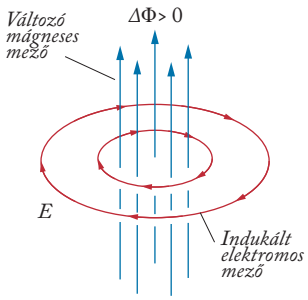
Elektromágnes be- és kikapcsolásával

Kölcsönös indukció jelensége: $U_i = L_{em,\,tek} \cdot \frac{\Delta I_{em}}{\Delta t}$



Az indukált elektromos mező:

– erővonalakkal, E-vonalakkal szemléltethető;
– forrásmentes, önmagukba záródó E-vonalak;
– örvényes, a zárt E-vonalak a változó B-vonalak körül alakulnak ki;
– iránya olyan, hogy az általa fenntartott áram saját mágneses terének fluxusa kiegyenlítse az őt létrehozó fluxus-változást (Lenz törvénye).



Az indukált áram különféle megjelenése:

Örvényáramok

Zárt áramhurok, tömör fém
– taszítja a közeledő mágnest,
– vonzza a távolodó mágnest,
– melegszik.



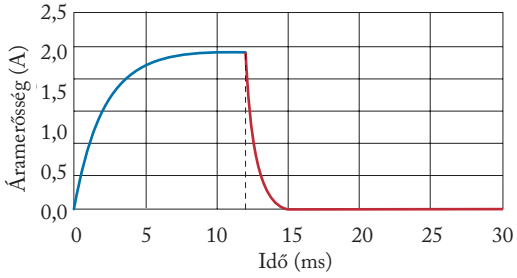
Önindukció

Vasmagos tekercsekben áramerősség változtatásakor feszültség indukálódik, ami késlelteti a változást:

$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$

Induktivitás: $L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$.

Mértékegysége 1 H.



Mágneses energia

Áramjárta tekercs által keltett mágneses tér energiája:

$E_{mágn} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. A képen látható, hogy amikor a tekercsből kihúztuk a rúdmágnes egyik, pirosra festett pólusát, akkor a tekercsre kapcsolt feszültségmérő mutatója balra térült ki, feszültséget jelezve. Mit csinál a műszer mutatója, ha a tekercset és a műszert érintetlenül hagyva, a tekercs másik oldalához a kékre festett pólust közelítjük?

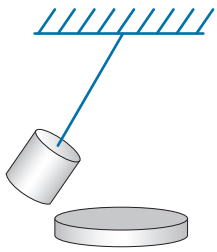


A) A mutató jobbra térül ki.
B) A mutató balra térül ki.
C) A mutató nem térül ki.
D) A kép és a leírás alapján nem lehet eldönteni.

2. Két egyforma áramhurkot helyezünk el síkjukra merőleges, homogén mágneses térbe. Az első hurokban 200 mT, a másodikban 300 mT nagyságú a mágneses indukcióvektor nagysága. Mindkét hurok esetében ugyanannyi idő alatt a mágneses tér erősségét a felére csökkentjük. Mit mondhatunk az áramhurokban mérhető feszültség nagyságáról?
A) Az első hurokban nagyobb feszültséget mérünk.
B) A második hurokban nagyobb feszültséget mérünk.
C) Mindkét hurokban azonos nagyságú feszültséget mérünk.

3. Folyhat-e áram egy húszforintosban, ha lapjára merőleges, változó nagyságú mágneses térbe helyezzük?
A) Igen, örvényáramok keletkeznek.
B) Nem, hiszen a húszforintosban nincsen ferromágneses anyag.
C) Nem, mert a Faraday-kalitka hatása miatt a húszforintos belsejében nincs elektromos mező.

4. Az ábra szerint egy ingát készítünk egy madzagra akasztott nehezékből, mely egy asztalra rögzített korong fölött leng. Azt tapasztaljuk, hogy a lengés hamar lecsillapodik. A két tárgyról tudjuk, hogy az egyik erős mágnes, a másik rézből készült. Melyik tárgy végzi a lengést?

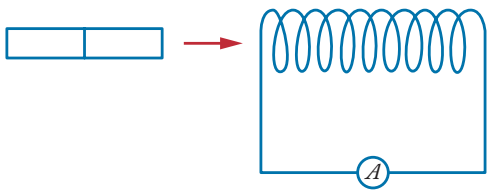


A) Az erős mágnes.
B) A réztárgy.
C) Mindegy.

5. Hosszú, egyenes, függőleges helyzetű rézcsőbe apró mágneshengert ejtünk. A zuhanó mágnes alatt és felett a rézcsőben áram indukálódik. Milyen irányú áram keletkezik a mágnes felett a mágnes alatti áramirányhoz képest?
A) Azonos irányú.
B) Ellentétes irányú.
C) Nem lehet eldönteni, mert nem ismert, hogy a mágnes melyik pólusa van alul.

6. Keletkezik-e egy fém karikagyűrűben indukált áram, ha a gyűrűt homogén mágneses mezőben mozgatjuk?
A) Igen, de csak akkor, ha a gyűrű síkja mindvégig merőleges az indukcióvonalakra.
B) Igen, de csak akkor, ha a gyűrű síkja mindvégig párhuzamos az indukcióvonalakkal.
C) Igen, de csak akkor, ha a gyűrűt forgatjuk.

7. Asztalra helyezett, ampermérővel összezárt egyenes tekercs felé mágnesrúddal közelítünk. Milyen kölcsönhatás alakul ki ennek hatására a tekercs és a mágnesrúd között?



A) Vonzó kölcsönhatás.
B) Taszító kölcsönhatás.
C) Nem lehet eldönteni a mágnes póluselrendezésének ismerete nélkül.
D) Nem alakul ki kölcsönhatás, hisz a tekercsben nincs áramforrás, nincs mágneses tere.

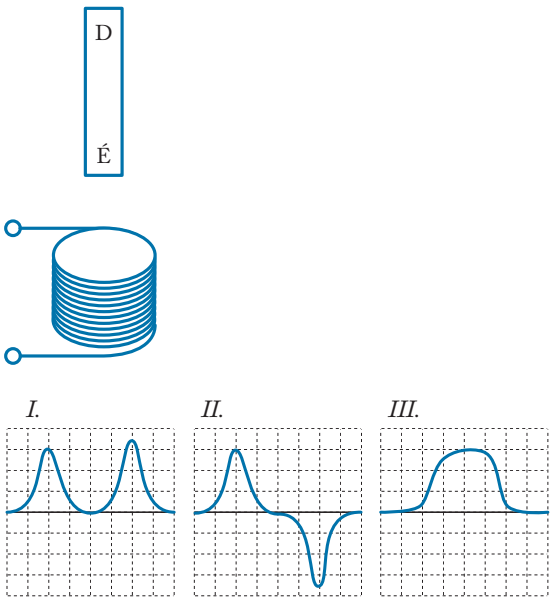
8. Egy bejárati ajtó pereme körül fémvasalat található, amely így egy téglalap alakú zárt vezetőhurkot képez. Az ajtó csukott állapotában a Föld mágneses erővonalai az ajtóra merőlegesen helyezkednek el. Keletkezik-e indukált áram, ha kitárjuk az ajtót?

A) Igen, de mérhetetlenül kicsi.

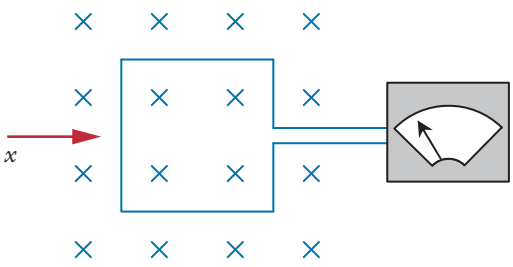
B) Nem, mert az adott helyen a mágneses mező állandó, nagysága nem változik.

C) Nem, mert csak a keret eltolásával keletkezhet indukált áram.

9. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2017)
Az ábra szerint látható módon egy permanens rúdmágnest ejtünk egy üres tekercsen keresztül, amelynek kivezetéseire áramerősség-mérő műszert kapcsolunk. Az alábbi grafikonok közül melyik mutatja helyesen a tekercsben indukált áram erősségét és irányát?



10. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2015)
A papír síkjára merőleges, homogén mágneses térben egy vezetékből hajlított keret helyezkedik el az ábra szerint. A vezeték végén érzékeny műszer méri a vezetőkeretben folyó áram erősségét. Szeretnénk úgy eltávolítani a vezetőkeretet a mágneses térből, hogy az árammérő egy pillanatra se térjen ki. Hogyan tehetjük ezt meg?



A) Úgy, hogy a keretet egy hirtelen mozdulattal kihúzzuk a mágneses térből az x-szel jelzett irányban.

B) Úgy, hogy a keretet először az x tengely körül elforgatjuk 90-kal, hogy a síkja párhuzamos legyen az indukcióvonalakkal, és csak ezután húzzuk ki a mágneses térből.

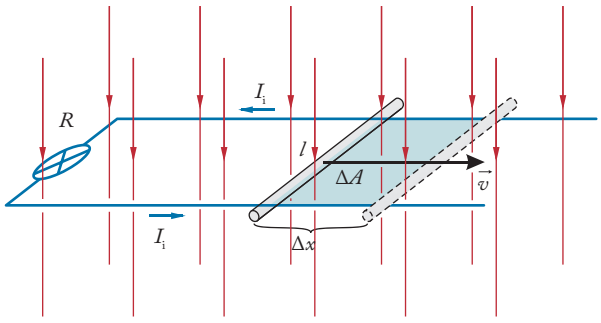
C) Bármilyen módszert alkalmazunk, az érzékeny árammérő műszer kitér.

FELADATOK

1. Egy 400 menetes, 5 cm átmérőjű, 2,5 ohmos zárt tekercsben a mágneses mező értékét 0,6 s alatt nulláról 800 mT-ra növeltük, 0,2 s-ig változatlanul hagytuk, majd újabb 0,6 s alatt 200 mT-ra csökkentettük. Ábrázoljuk az indukált feszültség és az indukált áram értékét az idő függvényében! Mennyi elektromos energia keletkezik ezalatt? Honnan nyerjük ezt az energiát, és mivé válik?

2. Két, közös tengelyen lévő, 1200 menetes, 6 cm hosszú, 120 mA árammal átjárt tekercset úgy illesztünk egymás mellé, hogy közöttük egy vékony tárgy még átférjen, de a mágneses mező a két tekercs között is homogénnek tekinthető. A tekercseket úgy helyezzük el, hogy a mágneses indukcióvektor a tekercsek belsejében vízszintes legyen. A két tekercs közé egy vékony fémpálcát ejtünk úgy, hogy ne érjen a tekercsekhez, szabadon tudjon mozogni. Esés közben a pálca 3 cm-es szakaszában feszültség indukálódott, amit 0,5 mV nagyságúnak mértünk. Mekkora sebességgel haladt át a pálca a tekercsek között?

3. Az ábra szerinti elrendezésben a homogén mágneses mező erőssége 200 mT, és a 20 cm hosszú rudat 0,4 m/s sebességgel egyenletesen mozgatjuk. Mekkora az izzó ellenállása, ha az indukált áram erőssége 4 mA? (A vezetékek és a rúd ellenállása elhanyagolható.) Mekkora erőre van szükség a rúd mozgatásához? Mennyi energiát táplálunk az áramkörbe 10 s alatt? (A súrlódástól eltekintünk.)



4. Az előző feladatban szereplő sínpárt egy 30°-os lejtőre tesszük. A mágneses mező továbbra is merőleges a vezetőkre, és erőssége 10 T. Az izzó ellenállása 10 ohmos. A 10 dkg tömegű rudat elengedjük a súrlódásmentes sínpáron. Mekkora lesz ekkor a rúd maximális sebessége?

5. Két hosszú, egyenes sínpár egymástól 7 cm-re helyezkedik el, melyek a vízszintessel 30°-os szöget zárnak be. A síneket egy 4 Ω-os izzóval kapcsoljuk össze. Az így elkészített lejtőt egy 8 T nagyságú, a sínek síkjára merőleges homogén mágneses mezőbe helyezzük. A sínekre merőlegesen 40 g tömegű fémrudat teszünk, mely a síneken lecsúszik. A súrlódás mértéke 0,05. Mekkora a rúd maximális sebessége? Mekkora teljesítménnyel világít az izzó? A sínek és a rúd ellenállása elhanyagolhatóan kicsi.

6. Két hosszú, egyenes sínpár egymástól 10 cm-re helyezkedik el vízszintesen. A síneket egy 4,7 nF-os kondenzátorral kapcsoljuk össze. Az elrendezést egy 450 mT nagyságú, függőleges irányú homogén mágneses mezőbe helyezzük. A sínekre merőlegesen fémrudat teszünk, majd 7,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel a sínek mentén húzzuk. Menynyi töltés halmozódik fel a kondenzátoron?

7. Egy izzót sorba kötünk egy elhanyagolható ellenállású tekerccsel, majd 24 V feszültséget kapcsolunk rá. A tekercs mellé egy másik tekercset helyezünk, melyhez érzékeny feszültségmérő van kapcsolva. Az áramkörben 0,1 s alatt megváltoztatjuk az áramforrás feszültségét, melynek hatására az izzó teljesítménye 20 W-ról 8 W-ra csökken. Mekkora feszültséget jelez a másik tekercsre kapcsolt feszültségmérő, ha a kölcsönös indukciós együttható értéke 0,056 mH? Az áramra kapcsolt tekercs önindukciós hatásától tekintsünk el.

8. Az indukciós kemence egy közös vasmagon lévő sokmenetes elektromágnesből és egy egymenetes „tekercsből" áll. Az elektromágnes változó mágneses mezője áramot indukál az egymenetes tekercsben, ami egy fémreszelékkel megtöltött, kör alakú vályú. A kialakuló indukált áram hőhatása felolvasztja a fémet. Milyen nagy áram indukálódik abban a kemencében, amelynek 2000 menetes, 4 cm hosszú elektromágnesében 7 A-es áramot kapcsolunk századmásodpercenként ki és be, és a 25 cm sugarú vályúba 2 milliohmos fémreszeléket szórunk?

9. A leendő termonukláris reaktor (ITER) központi része egy hatalmas toroid tekercs lesz. A tekercset 4 K hőmérsékletűre hűtik, hogy igen erős áramot tudjanak folyatni benne. A kísérleti tekercsben 80 kA-es árammal 8 T nagyságú mágneses mező fog kialakulni. A tekercs középkörének sugara 5 m, a tekercs átmérője 3 m. Hány menetes toroid tekercset használnak? Mekkora mágneses energiát fog tárolni ez a kísérleti berendezés?

10. Két tekercs közül az egyik 60 mm hosszú és 1,5 cm² keresztmetszetű, míg a másik 12 mm hosszú és 7,5 cm² keresztmetszetű. Mindkét tekercsre akkora áramot kapcsolunk, hogy azonos erősségű homogén mágneses tér alakuljon ki a belsejükben. Melyiknek nagyobb ekkor a mágneses energiája?

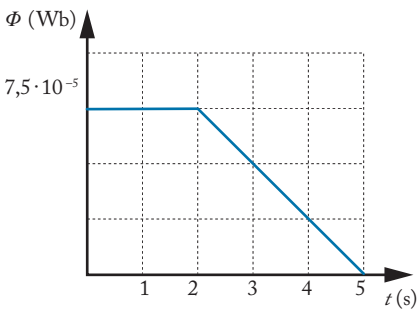
11. (Emelt szintű érettségi feladat, 2015)
Határozzuk meg a képen látható tekercs induktivitását! A rézdrótot egy 5 cm hosszú, 1 cm sugarú nikkelhengerre csévélték fel. Mekkora a tekercs ellenállása? Mennyi energiát tud tárolni a tekercs, ha zsebtelepre kapcsoljuk? A hiányzó adatokat a képről állapítsuk meg!



12. Egy nagy méretű, A_1 = 200 cm² keresztmetszetű egyenes, légmagos tekercs belsejébe egy kisebb, rövidebb, A_2 = 40 cm² keresztmetszetű, N_2 = 100 menetszámú, szintén légmagos tekercset helyezünk el úgy, hogy a két tekercs tengelye egymással párhuzamos. A mellékelt grafikon mutatja a nagy méretű tekercs keresztmetszetének (egy menet) fluxusát az idő függvényében a [0 s; 5 s] időintervallumon.

a) Mekkora a mágneses fluxusa a belső tekercs egyetlen menetének a [0 s; 2 s] időintervallumban?

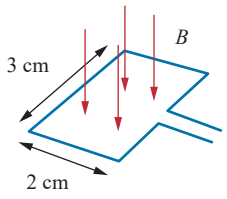
b) Ábrázolja a belső tekercsben indukált feszültséget az idő függvényében a [0 s; 5 s] intervallumon! A feszültséget ideális voltmérővel mérjük!

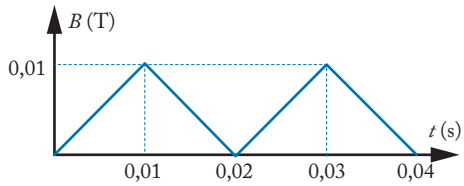


13. (Emelt szintű érettségi feladat, 2006)

$2 \cdot 10^{-4}$ Ω ellenállású, 3 mm² keresztmetszetű vezetőből egy 2 cm × 3 cm-es téglalapot formálunk, s azt egy a téglalap síkjára merőleges irányú, időben változó nagyságú mágneses mezőbe helyezzük. A grafikon a mágneses indukció nagyságát mutatja az idő függvényében.

Ábrázolja a drótban indukálódó áram erősségét az idő függvényében!





ESSZÉKÉRDÉS

1. Az induktív töltés

Manapság egyre gyakrabban találkozunk induktív töltőkkel, ilyenek például a mobiltelefonok és okosórák vezeték nélküli töltői. A töltőállomásban lévő váltakozó áramra kapcsolt tekercs a készülékben lévő tekercsben feszültséget indukál, ami egy egyenirányító segítségével feltölti a készülék akkumulátorát. Az eljárást már alkalmazzák elektromos autók töltésére, sőt kifejlesztettek egy olyan technológiát, ahol a járművek az útfelület alól, áramszedők és vezetékek nélkül vesznek fel energiát és töltik fel akkumulátorukat.

Ismertesse a nyugalmi indukció jelenségét! Nevezze meg a jelenség felfedezőjét és azt, hogy melyik században történt a felfedezés! Mutassa be az induktív töltés példáján keresztül a kölcsönös indukció jelenségét! Indokolja meg a töltőállomáshoz használt váltakozó áram szükségességét!

Ismertesse a töltőállomás változó mágneses tere által indukált elektromos mező tulajdonságait, szerkezetét! Készítsen ábrát a szemléltetéshez! Fogalmazza meg Lenz törvényét!

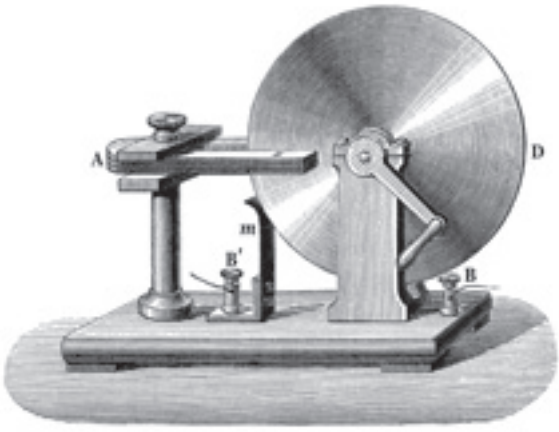
Indokolja meg az eszközök akkumulátorainak feltöltéséhez az egyenirányítás szükségességét, valamint a töltőállomás és a készülék közelségét a sikeres töltéshez!

2. Mozgási indukció

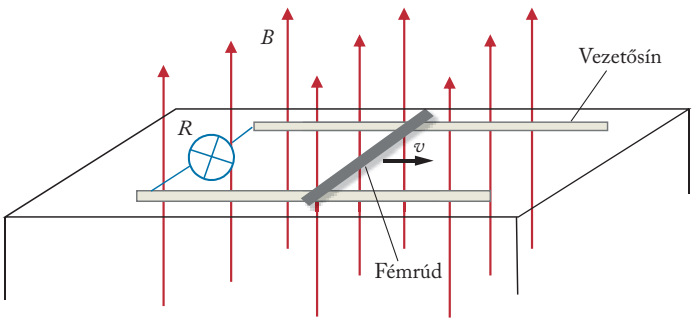
(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2017)

„A delejvillamosság tüneményeiből magyarázható a forgódelejesség is. Ha tudniillik rézkorong tetőirányos tengelye körül delejpatkó sarkai között forgattatik, midőn mind tengelye, mind körzete rézsodronyok által a sokszorozóval közlekedik, a sokszorozónak tűje azonnal elhajlást szenved: mi bizonyítja, hogy a korongban másod villanyfolyam származék."

(*Schirkhuber Móricz:* Elméleti és tapasztalati természettan alaprajza, *Pest, 1851*)

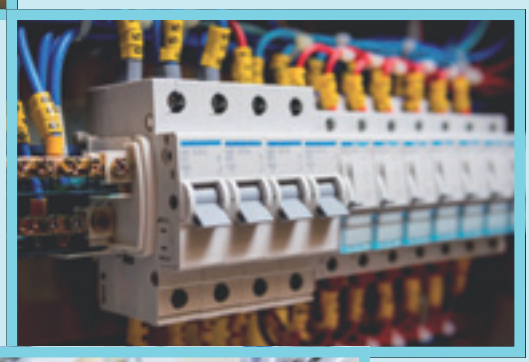


Homogén mágneses térben egy fémrúd mozog, az indukcióvonalakra merőleges síkban, az ábrának megfelelően. A sebességvektorának iránya merőleges a fémrúdra. Ismertesse a rúdban indukálódott feszültség létrejöttének okát! Magyarázza meg a rúd sebessége és a rúdban indukált feszültség között fennálló kapcsolatot! Mutassa be, hogy honnan származik az *R* ellenállású fogyasztóra jutó energia! Ismertesse a Lenz-törvényt a mozgási indukció esetére! Mutassa be a mozgási indukció gyakorlati felhasználását egy példán! Ismertessen egy példát a Lenz-törvény megnyilvánulására a gyakorlatban!



VI. A váltakozó áram keletkezése, jellemzése







1. A váltakozó feszültség előállítása

A váltakozó feszültség

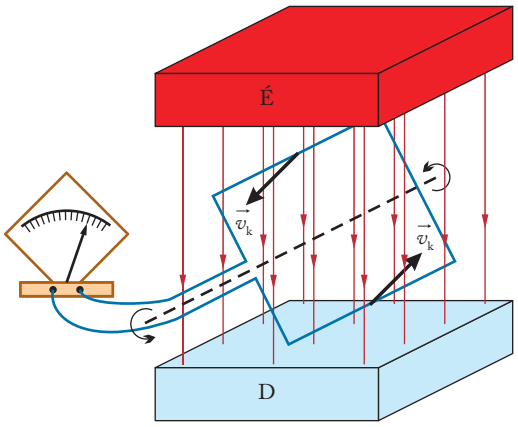
Váltakozó feszültséget, váltakozó áramot váltakozó áramú generátorral lehet előállítani.

Az olyan, elektromágneses indukció elvén alapuló berendezést, amely forgási energiából elektromos energiát állít elő, generátornak nevezzük.



Váltakozó áramú generátor

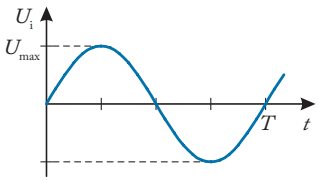
Ha homogén mágneses mezőben megforgatunk egy vezetőkeretet, akkor abban indukált váltakozó feszültség jön létre. Ha fogyasztót kapcsolunk a kivezetéseire, akkor váltakozó áramú áramkör jön létre.



Vezetőkeret forgatása homogén mágneses mezőben

A váltakozó feszültség jellemzése

A váltakozó feszültséget jellemzi a *periódusidő* (T), a feszültségváltozás egy periódusának időtartama.



A generátor feszültsége az idő szinuszos függvénye

A periódusidő reciproka a *frekvencia* (f). $f = \frac{1}{T}$.

A keret *szögsebessége* (ω), amit a váltakozó feszültség *körfrekvenciájának* nevezünk.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

A keret szögelfordulása a váltakozó áram *fázisszöge* (α).

$\alpha = \omega \cdot t$.

A váltakozó feszültség az idő szinuszos függvénye.

A váltakozó áram effektív értéke

A váltakozó áramot, illetve váltakozó feszültséget az effektív értékükkel jellemezzük.

A váltakozó áram effektív áramerősségén egy olyan egyenáram erősségét értjük, amely T idő vagy annak egész számú többszöröse alatt ugyanabban a fogyasztóban ugyanannyi hőt fejleszt, mintha szinuszos váltakozó áramot használnánk. A váltakozó áram effektív értékét a következő összefüggéssel határozhatjuk meg:

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

A váltakozó feszültség effektív értéke az áramerősséghez hasonló módon értelmezhető.

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

A hálózati feszültség effektív értéke hazánkban 230 V, frekvenciája 50 Hz. A váltakozó feszültség és áram pillanatnyi értékei általában mutatóval rendelkező műszerekkel nem mérhetők, csak a hőhatásukkal értelmezett effektív (hatásos) értékük alapján.

A váltakozó áramú generátorral előállított feszültség az idő szinuszos függvénye:

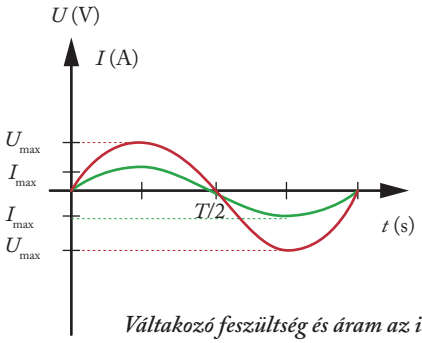
$$U = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

U-val jelöljük a pillanatnyi feszültséget, U_{max} a maximális feszültséget jelöli, szinuszos áram esetén.

Ha a generátort fogyasztóra kapcsoljuk, akkor Ohm törvénye szerint a feszültséggel azonos ütemben váltakozó elektromos áram jön létre.

$I = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

I-vel jelöljük a pillanatnyi áramerősséget, I_{max} a maximális áramerősséget jelöli.



Váltakozó feszültség és áram az idő függvényében

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy generátor által előállított 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültség $\frac{1}{600}$ s alatt 0 V-ról 78 V-ra nőtt. Mekkora a váltakozó feszültség mérhető (effektív) értéke?

MEGOLDÁS

Adatok:

$f = 50\ \text{Hz} = 50\ \frac{1}{\text{s}}$, $t = \frac{1}{600}\ \text{s}$

$U_1 = 0\ \text{V}$, $U_2 = 78\ \text{V}$

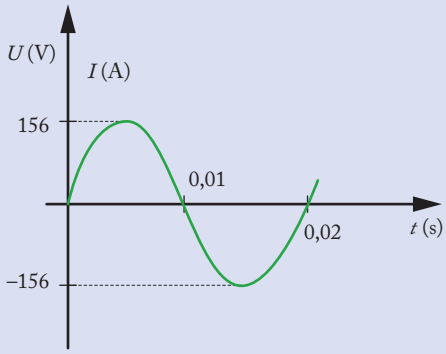
$U_{eff} = ?$

A fázisszög

$\alpha = \omega \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t = 2\pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1}{600}\ \text{s} = \frac{\pi}{6}$,

azaz 30°. Így a maximális feszültség értéke:

$U = U_{max} \cdot \sin\alpha \Rightarrow U_{max} = \frac{U}{\sin\alpha} = \frac{78\ \text{V}}{0{,}5} = 156\ \text{V}$



A mérhető, vagyis az effektív feszültség pedig:

$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{156\ \text{V}}{\sqrt{2}} = 110{,}3\ \text{V}$

2. FELADAT Egy generátor olyan váltakozó áramot állít elő, melynek csúcsfeszültsége (maximális feszültsége) 500 V, és egy fél periódus alatt kétszer is $250 \cdot \sqrt{2}$ V-os feszültséget ad, melyek között $\frac{1}{300}$ s telik el. Mekkora a generátor fordulatszáma?

MEGOLDÁS

Adatok:

$U_{max} = 500\ \text{V}$, $U = 250 \cdot \sqrt{2}\ \text{V}$, $\Delta t = \frac{1}{300}\ \text{s}$

$f = ?$

Az $U = U_{max} \cdot \sin\alpha$ összefüggésbe behelyettesítjük az adatokat:

Az $U = U_{max} \cdot \sin\alpha$ összefüggésbe behelyettesítjük rendre a t és a $t + \frac{1}{300}$ időpontokhoz tartozó értékeket.

A $250 \cdot \sqrt{2} = 500 \cdot \sin\omega \cdot t$ és

$250 \cdot \sqrt{2} = 500 \cdot \sin\omega \cdot \left(t + \frac{1}{300}\right)$

összefüggésekből rendre kapjuk:

$\frac{\pi}{4} = \omega \cdot t$, illetve $\frac{3\pi}{4} = \omega \cdot \left(t + \frac{1}{300}\right)$.

Az első összefüggés másodikba való behelyettesítése után kapjuk: $\omega = 150\ \pi$.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Hogyan számítjuk ki a szinuszosan váltakozó feszültség csúcsértékét az effektív értékből?
2. A 10 A effektív értékű váltakozó áramnak mekkora a csúcsértéke?
3. Hogyan lehet váltakozó feszültséget előállítani?
4. Milyen a váltakozó áram időfüggvénye?
5. A hősugárzót 230 V-os hálózatról működtetjük. Mekkora egyenfeszültséggel tudnánk helyettesíteni a hálózati feszültséget? Indoklás is szükséges!
6. Váltakozó áram erőssége az $I = (30\ \text{A}) \cdot \sin\left(2\pi\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$ függvénnyel adható meg. Mekkora a váltakozó áram frekvenciája és effektív értéke?

2. A váltakozó áram hatásai, teljesítménye

EMLÉKEZTETŐ

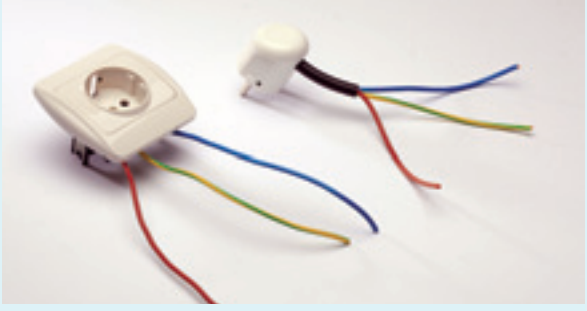
A váltakozó áram hatásai

A váltakozó áram hatásai hasonlóak az egyenáram hatásaihoz, de vannak eltérések is. Mivel az elektromos energia szállítása sokkal kedvezőbb váltakozó feszültségű hálózatban, ezért a XX. századra megszűntek az egyenáramú hálózatok.

– A váltakozó áramú vezetékekben az elektronok rezgőmozgást végeznek, rugalmatlanul ütköznek az atomtörzsekkel, aminek következtében ugyanúgy van a váltakozó áramnak is **hőhatása**, mint az egyenáramnak. Ez teszi lehetővé az effektív érték meghatározását.
– A váltakozó áramnak is van **mágneses hatása**. A keletkező mágneses erőtér (mező) nagysága és iránya változik. A váltakozó áramra kapcsolt elektromágnes pólusai folyamatosan cserélődnek, ezért az iránytű – tehetetlensége folytán – nem tér ki helyzetéből. A vastárgyakat (ferromágneses anyagokat) magához vonzza.
– A váltakozó áramnak is van **fényhatása**.
– A **kémiai hatás**. A váltakozó áramra kapcsolt elektródák pólusai folyamatosan cserélődnek, anódból katód, katódból anód lesz. Elektrolízisre, a pólusok folytonos cserélődése miatt, alkalmatlan.
– A váltakozó áram **élettani hatása** veszélyesebb, mint a hasonló nagyságú egyenáramé. Frekvenciája befolyásolja a szívverést, és ez szívmegállást okozhat.

A 230 V-os hálózat az emberi szervezet számára életveszélyes, ezért érintése tilos!

A sérült elektromos vezetékek, berendezések életveszélyes áramütést okozhatnak. A gyártók különféle érintésvédelmi módokat alkalmaznak. Az egyik megoldás a vezetékek kettős szigetelése. A másik a **védőföldelés**. A berendezés fémrészeit, melyek áramütést okozhatnak (pl. fém lámpatest), földelik. A védőföldelésre külön vezetéket használnak, sárga-zöld a színe. Ennek egyik végét földelik, meghatározott szabványok szerint, a másik vége a konnektorok alsó és felső részén található fémlemezekhez van rögzítve. Az elektromos eszközökhöz szerelt „villásdugó" két oldalán található fémlemezekhez rögzítik a védőföldet.



Védőföldelés vezetékei konnektorban és villásdugóban (középső, sárga-zöld vezeték)

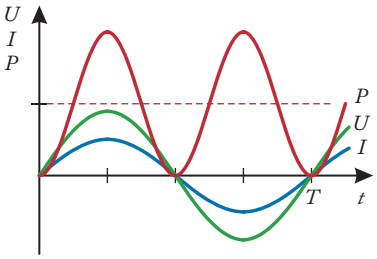
A váltakozó áram teljesítménye

Egyenáramú áramkör esetén a teljesítményt a $P = U \cdot I$ képlettel számíthatjuk ki. Mivel a feszültség és az áramerősség is időben állandó, ezért a teljesítmény is állandó az idő függvényében.

Váltakozó áramú áramköröknél a feszültség és az áramerősség értékei folyamatosan változnak, ezért a teljesítmény is pillanatról pillanatra változik.

Ohmos ellenállás esetén a feszültség és áramerősség pillanatnyi értékei azonos fázisban változnak, nincs fáziseltolódás. A teljesítmény mindig pozitív, a nulla és a maximális érték között mozog. Ezt a teljesítményt **hatásos vagy átlagos teljesítménynek** nevezzük.

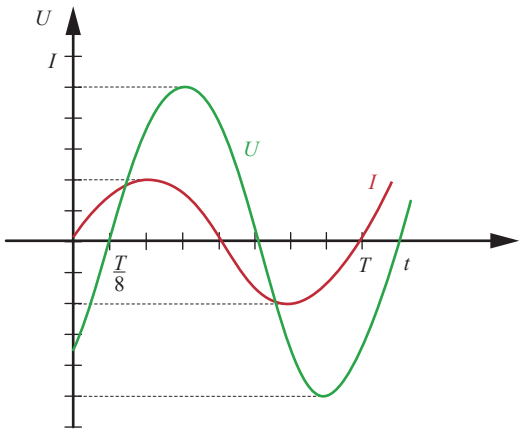
$P_{\text{hatásos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$.



Ohmos ellenállás feszültsége, áramerőssége és teljesítménye az idő függvényében

Az ohmos ellenállás az áramforrásból felvett energiát munkavégzésre (motorok) fordítja, vagy hőenergiává alakítja. A váltakozó áram munkáját a $W = P_{\text{hatásos}} \cdot t$ képlettel számíthatjuk ki.

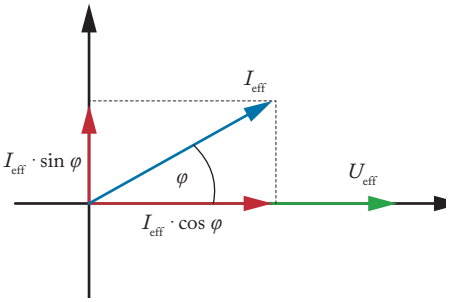
Ha a váltakozó áramú áramkörben az ohmos ellenálláson kívül más áramköri elem (tekercs, kondenzátor) is van, akkor a feszültség és áramerősség pillanatnyi értékei időben eltolódnak. **Fáziseltolódás jön létre, jele φ.**



Fáziseltolódás a feszültség és áramerősség között

Ha fáziseltolódás van, akkor a hatásos teljesítményt a $P_{\text{hatásos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$ összefüggéssel számíthatjuk ki. A **cos φ-t teljesítménytényezőnek** nevezzük.

A Z impedancián átfolyó effektív áramot bontsuk fel két egymásra merőleges összetevőre. Az egyik összetevő legyen egy egyenesben az effektív feszültséggel, a másik legyen erre merőleges.



Váltakozó feszültség és áram vektordiagramja

Ha a váltakozó áramú áramkörben egy fogyasztón φ fáziseltolódás jön létre, akkor háromféle teljesítményt definiálhatunk:

$$P_{\text{látszólagos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}},$$
$$P_{\text{hatásos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi,$$
$$P_{\text{meddő}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi.$$

A hatásos teljesítmény a fogyasztó energiafelvételét jelenti. Ohmos ellenállás esetén a hatásos és látszólagos teljesítmény egyenlő. Meddő teljesítménnyel akkor számolhatunk, ha tekercs vagy kondenzátor is van az áramkörben. A meddő teljesítmény úgy értelmezhető, hogy az energia a fogyasztó és a feszültségforrás között ide-oda áramlik. A meddő teljesítmény a látszólagos teljesítményből nem alakítható hasznos munkává.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT A 230 V-os váltakozó árammal működtetett merülőforralón az áramerősség effektív értéke 6,5 A. Mekkora a hatásos teljesítmény? Mekkora hőmennyiség melegíti a vizet, és mennyi fordítódik a konyha melegítésére 2 perc alatt, ha a hatásfoka 0,8?



MEGOLDÁS

Adatok:

$U_{\text{eff}} = 230$ V, $I_{\text{eff}} = 6{,}5$ A, $t = 2$ perc $= 120$ s, $\eta = 0{,}8$

$P_{\text{hatásos}} = ?$

$Q_{\text{víz}} = ?$ $Q_{\text{konyha}} = ?$

A hatásos teljesítmény:

$P_{\text{hatásos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = 230\ \text{V} \cdot 6{,}5\ \text{A} = 1495\ \text{W}.$

Az áram munkája:

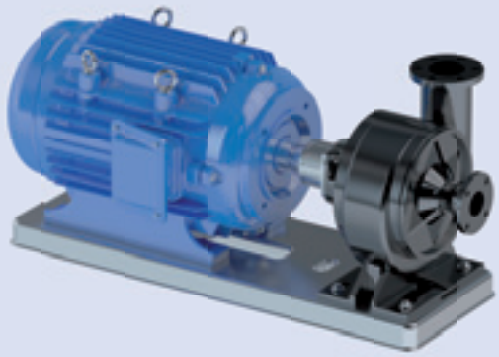
$W = P_{\text{hatásos}} \cdot t = 1495\ \text{W} \cdot 120\ \text{s} = 179\,400\ \text{Ws} =$
$= 179\,400\ \text{J}.$

A munka 0,8 része:

$Q_{\text{víz}} = \eta \cdot W = 0{,}8 \cdot 179\,400\ \text{J} = 143\,520\ \text{J}$ víz melegítésére fordított hőmennyiség.

A munka 20%-a (0,2 része): $Q_{\text{konyha}} = 35\,880$ J.

2. FELADAT A 230 V-os hálózatról működő szivattyú percenként 80 liter vizet hoz fel a 8,5 m mély kútból. A szivattyú hatásfoka 0,2, a motor teljesítménytényezője 0,9. A szivattyút 40 percig üzemeltetjük.



a) Mekkora lesz a hasznos mechanikai munka?
b) Mekkora a szivattyú hasznos és összes teljesítménye?
c) Mekkora az áramerősség effektív értéke?

MEGOLDÁS

Adatok:

$U_{\text{eff}} = 230\ \text{V}$, $t = 40\ \text{perc} = 2400\ \text{s}$, $h = 8{,}5\ \text{m}$,

$\eta_{\text{szivattyú}} = 0{,}2$, $\cos\varphi = 0{,}9$,

$V = 80\ \text{l} \cdot 40 = 3200\ \text{dm}^3$,

$\rho_{\text{víz}} = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

---

a) $W_{\text{h}} = ?$
b) $P_{\text{h}} = ?$, $P_{\text{ö}} = ?$
c) $I_{\text{eff}} = ?$

a) Hasznos mechanikai munkára fennálló összefüggés a víz kiszivattyúzásakor:

$W_{\text{hasznos}} = m \cdot g \cdot h$

Mivel: $m = \rho \cdot V = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3{,}2\ \text{m}^3 = 3200\ \text{kg}$,

így $W_{\text{hasznos}} = 3200\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8{,}5\ \text{m} = 272\,000\ \text{J}$

b) A hasznos teljesítményre fennálló összefüggés:

$$P_{\text{h}} = \frac{W_{\text{h}}}{t} = \frac{272\,000\ \text{J}}{2400\ \text{s}} = 113{,}3\ \text{W}$$

Az összes (hatásos) teljesítmény:

$$P_{\text{ö}} = \frac{P_{\text{h}}}{\eta} = \frac{113{,}3\ \text{W}}{0{,}2} = 567\ \text{W}$$

c) Az áramerősség effektív értékét a $P_{\text{ö}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi$ összefüggésből kaphatjuk meg, így

$$I_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{ö}}}{U_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi} = \frac{567\ \text{W}}{230\ \text{V} \cdot 0{,}9} = 2{,}74\ \text{A}$$

3. FELADAT A 230 V-os hálózatról működtetett váltakozó áramú motor áramfelvétele 2,5 A. A fáziseltolódás 25,8°.
a) Mekkora a motor impedanciája?
b) Mekkora a teljesítménytényező?
c) Mekkora a látszólagos, a hatásos és meddő teljesítmény?
d) Ábrázoljuk vektorábrán a három teljesítményt!
e) Milyen összefüggés van a három teljesítmény között?

MEGOLDÁS

$U_{\text{eff}} = 230\ \text{V}$, $I_{\text{eff}} = 2{,}5\ \text{A}$, $\varphi = 25{,}8°$

$Z = ?$ $\cos\varphi = ?$ $P_{\text{látszólagos}} = ?$ $P_{\text{hatásos}} = ?$ $P_{\text{meddő}} = ?$

a) Helyettesítsünk be az impedancia kiszámítására fennálló összefüggésbe:

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{230\ \text{V}}{2{,}5\ \text{A}} = 92\ \Omega$$

b) A motor teljesítménytényezője: $\cos 25{,}8° = 0{,}9$.

c) A látszólagos teljesítmény:

$P_{\text{látszólagos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = 230\ \text{V} \cdot 2{,}5\ \text{A} = 575\ \text{W}$

A hatásos teljesítmény:

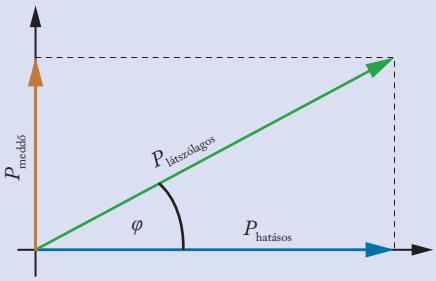
$P_{\text{hatásos}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi = 230\ \text{V} \cdot 2{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}9 = 517{,}5\ \text{W}$

A meddő teljesítmény:

$P_{\text{meddő}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin\varphi = 230\ \text{V} \cdot 2{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}44 = 250{,}26\ \text{W}$

d) A váltakozó áramú áramkörök tanulmányozásakor úgynevezett vektorábrákat szokás rajzolni. A teljesítményeket, ellenállásokat, feszültségeket nyilakkal szemléltetjük, de az ábrázolt mennyiségek nem vektorok!

A három teljesítmény ábrázolása:



e) A három teljesítmény közötti összefüggés (Pitagorasz-tétel):

$(P_{\text{látszólagos}})^2 = (P_{\text{hatásos}})^2 + (P_{\text{meddő}})^2$

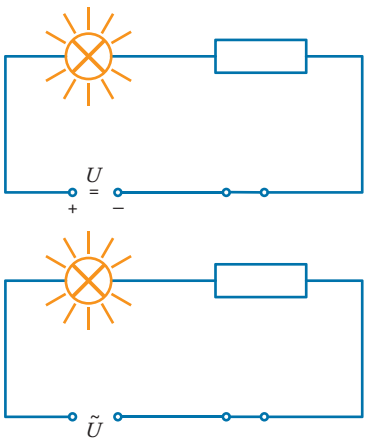
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit értünk a váltakozó áram hőhatásán?
2. Van-e mágneses hatása a váltakozó áramnak?
3. Van-e kémiai hatása a váltakozó áramnak?
4. Miért veszélyesebb a váltakozó áram, mint az egyenáram azonos feszültség esetén?
5. Mitől függ a váltakozó áram hatásos teljesítménye, ha fáziseltolódás van?
6. Mit nevezünk teljesítménytényezőnek?
7. Milyen fogyasztó esetén egyenlő a látszólagos és a hatásos teljesítmény?
8. Mit értünk meddő teljesítményen?

3. A váltakozó áramú áramkör

Ohmos ellenállás váltakozó áramú áramkörben

Kössünk sorosan egy izzót és egy ellenállást! Először egyenfeszültségre kapcsoljuk, majd azonos effektív értékű váltakozó feszültségre. Azt tapasztaljuk, hogy az izzó mindkét esetben azonos fényerővel világít. Az ohmos ellenállás értéke azonos az egyenáramú és a váltakozó áramú ellenállás esetén.



Vezeték áramköri vizsgálata

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

Ha váltakozó feszültséggel működtetünk egy zárt áramkört, akkor váltakozó áram jön létre.

Mérjük az ellenálláson az áramerősséget (I_{eff}) és a feszültséget (U_{eff}).

A feszültség és áramerősség effektív értékének hányadosát látszólagos ellenállásnak vagy impedanciának nevezzük. Jele: Z, mértékegysége az Ω.

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

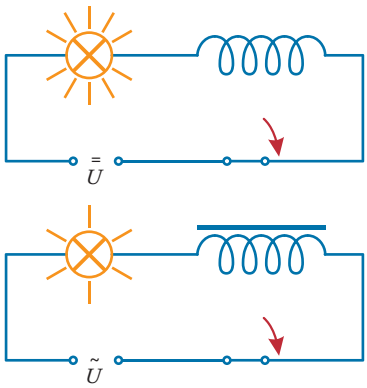
Ha a váltakozó áramú áramkörben csak ohmos ellenállás van, akkor nincs eltolódás a feszültség és áramerősség pillanatnyi értékei között, $\varphi = 0$.

Ohmos ellenállás esetén:

$$R = Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \text{ és } \varphi = 0$$

Tekercs a váltakozó áramú áramkörben

Cseréljük ki az előző kísérletben alkalmazott ohmos ellenállást tekercsre, kapcsoljunk rá azonos feszültségű egyen-, majd váltakozó áramot.



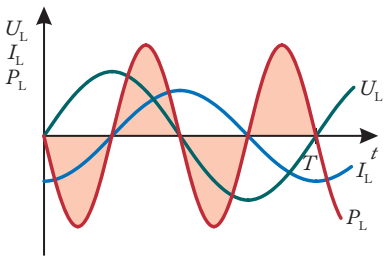
Tekercs áramköri vizsgálata

Egyenáramú áramforrás esetén nem tapasztalunk az előzőektől eltérő fényességet. Váltakozó áram esetén az izzó fényereje csökken. Fokozhatjuk a fényerő csökkenését, ha növeljük a tekercs induktivitását (vasmagot teszünk a tekercsbe). Az áramkör ellenállása, azaz impedanciája jelentősen megnőtt. A többletellenállás a tekercs önindukciójával magyarázható. Az indukált áram akadályozza az őt létrehozó hatást (Lenz törvénye).

A többletellenállást induktív ellenállásnak nevezzük. Jele: X_L, mértékegysége az Ω.

Az olyan tekercset, amelynek ohmos ellenállása nulla (vagy elhanyagolhatóan kicsi az induktív ellenálláshoz képest), **ideális tekercsnek** nevezzük.

Kétsugaras oszcilloszkóppal kimutathatjuk, hogy az ideális tekercsen folyó váltakozó áram az önindukció késleltető hatása miatt egynegyed periódust késik a tekercsen mérhető feszültséghez képest. A grafikon alapján látható, hogy $I = I_{max} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.



Tekercsen eső feszültség, áramerősség és a kialakult teljesítmény értéke az idő függvényében



Kétsugaras oszcilloszkóp az ideális tekercsen folyó váltakozó áram az önindukció miatti késleltető hatását mutatja

A kísérletben használt áramkörünkben növeljük a váltakozó áramú áramforrás frekvenciáját. Növekvő frekvencia esetén csökken az áramerősség, nő az ellenállás.

Az induktív ellenállás (X_L) egyenesen arányos a tekercs induktivitásával (L) és a váltakozó feszültség körfrekvenciájával (ω), azaz

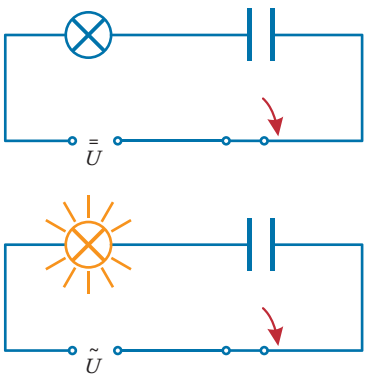
$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$Z = X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \text{ és } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (90°-os fáziskésés).}$$

$$X_L \text{ mértékegysége: } 1\,\text{H} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{Vs}}{\text{A}}\,\frac{1}{\text{s}} = 1\,\Omega$$

Az elektromos berendezésekben használt legtöbb tekercs nem tekinthető ideálisnak. Ekkor az induktivitás és a frekvencia már nem egyenesen arányos az ellenállással, és az áramerősség fáziskésése is kisebb lesz, mint negyed periódus. Ilyen esetekben úgy számíthatunk, mintha a tekercs helyébe egy ideális tekercset és egy ohmos ellenállást kötnénk sorosan.

Kondenzátor a váltakozó áramú áramkörben



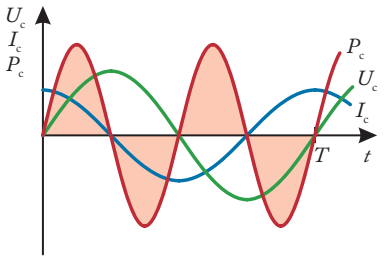
Kondenzátor áramköri vizsgálata

Az előző kísérletben használt tekercset cseréljük ki kondenzátorra. Ebben az esetben is először egyenfeszültséget, majd azonos effektív értékű váltakozó feszültséget alkalmazzunk.

Egyenáram esetén az izzó nem világít, a kondenzátor az áramkörben szakadást jelent. Váltakozó áramot alkalmazva az izzó világítani fog. E meglepő tapasztalatnak az a magyarázata, hogy a váltakozó áram a kondenzátort periodikusan tölti, majd kisüti. A töltőáram és a kisütőáram nagysága folytonosan változik a feszültség nagyságának folytonos változása miatt. A váltakozó árammal szemben a kondenzátor véges ellenállást jelent.

Ezt az ellenállást kapacitív ellenállásnak nevezzük. Jele: X_C, mértékegysége az Ω.

Kétsugaras oszcilloszkóppal kimutathatjuk, hogy a kondenzátoron kialakuló váltakozó áram a folyamatos töltés-kisülés miatt egynegyed periódust siet a kondenzátor feszültségéhez képest.



Kondenzátoron eső feszültség, áramerősség és a kialakult teljesítmény értéke az idő függvényében

A kialakult váltakozó áram grafikonja alapján látható, hogy $I = I_{max} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

A kísérletben alkalmazott kondenzátor kapacitását növelve nő az áramerősség, tehát csökken az ellenállás. Ha a váltakozó feszültség frekvenciája nő, akkor is nő az áramerősség, és csökken az ellenállás.

A kapacitív ellenállás (X_C) fordítottan arányos a kondenzátor kapacitásával (C) és a váltakozó feszültség körfrekvenciájával (ω), azaz

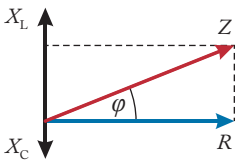
$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot f}.$$

$$Z = X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \text{ és } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (90°-os fázissietés).}$$

$$X_C \text{ mértékegysége: } \frac{1}{F \cdot \frac{1}{\text{s}}} = \frac{1}{\text{AsV} \cdot \frac{1}{\text{s}}} = \frac{1}{\frac{\text{A}}{\text{V}}} = 1\,\Omega$$

Soros RLC-kör

Kapcsoljunk váltakozó áramú áramforrásra sorosan ohmos (R), induktív (L) és kapacitív (C) ellenállást, amit röviden RLC-körnek neveznek. Ha váltakozó feszültséget kapcsolunk az így kialakított áramkörre, akkor benne váltakozó áram jön létre. A soros RLC-kör impedanciájának kiszámítását szerkesztéssel határozzuk meg, számítjuk ki. Az R, X_L és X_C ellenállásokat vektornak tekintjük. Természetesen ezek nem vektorok! Mérjük fel egy félegyenesre az ohmos ellenállást (R), majd az X_L-t +90° és az X_C-t –90°-os szögben.



Soros RCL-kör ellenállásainak vektordiagramja

Az ábrán $X_L > X_C$. A három vektor eredőjének nagysága a Z impedancia. A fázisszög (φ) az R és Z „vektorok" által bezárt szög. Pitagorasz-tétellel, illetve szögfüggvénnyel kiszámíthatjuk az impedancia és a fázisszög nagyságát.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \text{ és tg } (\varphi) = \frac{X_L - X_C}{R}.$$

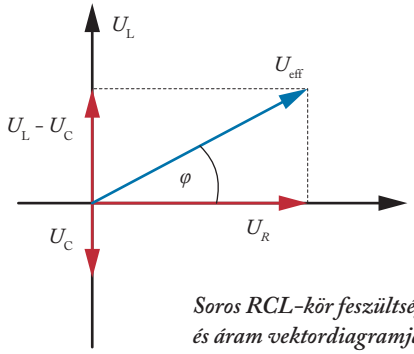
Hasonlóan szerkeszthetők, számíthatók azok az esetek, amikor $X_L < X_C$, illetve $X_L = X_C$.

Az impedanciának minimuma van, ha $X_L = X_C$, ekkor $Z = R$ és $\varphi = 0$. Az ilyen esetet soros rezonanciának vagy feszültségrezonanciának nevezzük.

Soros RLC-kör esetén – a váltakozó áramú ellenállásokhoz hasonlóan – az egyes áramköri elemeken mérhető effektív feszültségekkel (U_R, U_L, U_C) megszerkeszthető a kapocsfeszültség (U_k).

Az effektív feszültségre fennáll az alábbi összefüggés:

$$U_{eff} = U_k = \sqrt{(U_L - U_C)^2 + U_R^2}$$



Soros RCL-kör feszültség és áram vektordiagramja

Az effektív áramerősségre a következő összefüggések érvényesek:

$$I_{eff} = \frac{U_k}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_C}{X_C} = \frac{U_L}{X_L}$$

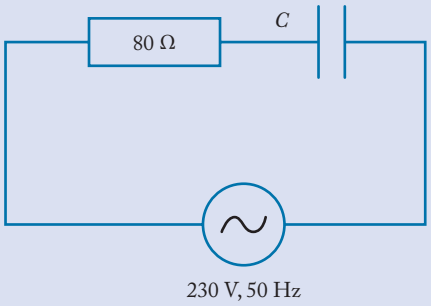
KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy kondenzátort és egy 80 Ω ohmikus ellenállást sorba kapcsolunk 230 V-os, 50 Hz-es hálózati feszültségre. Az áramkör eredő ellenállása 100 Ω.

a) Mekkora a kondenzátor kapacitív ellenállása és kapacitása?

b) Mekkora az áramkörben az áramerősség effektív értéke?

c) Mekkora a feszültség és áramerősség közötti fáziseltolódás?



MEGOLDÁS

Adatok:

$U_{eff} = 230$ V, $R = 80$ Ω, $Z = 100$ Ω, $f = 50$ Hz

$X_C = ?$ $C = ?$ $I_{eff} = ?$ $\varphi = ?$

a) Helyettesítsünk be a $Z = \sqrt{(X_C)^2 + R^2}$ képletbe, ebből kiszámíthatjuk X_C-t.

$100 = \sqrt{(X_C)^2 + 80^2}$, ahonnan $X_C = 60$ Ω a kapacitív ellenállás értéke.

Az $X_C = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot f}$ összefüggésből C-t kifejezve és behelyettesítve:

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 60 \text{ Ω}} = 5{,}31 \cdot 10^{-5} \text{ F} =$$

$$= 53{,}1 \text{ μF}$$

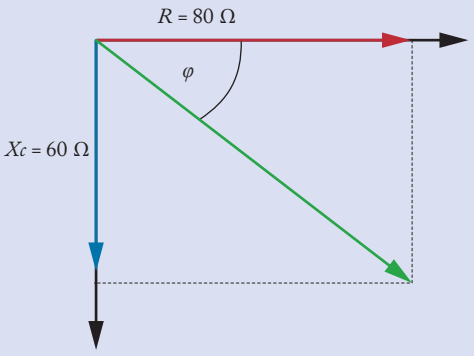
A kondenzátor kapacitása 53,1 μF.

b) Fejezzük ki a $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$ összefüggésből az áramerősséget: $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}$, helyettesítsünk be: $I_{eff} = \frac{230 \text{ V}}{100 \text{ Ω}} = 2{,}3$ A az áramerősség effektív értéke.

c) Alkalmazzuk a tg $(\varphi) = \frac{X_L - X_C}{R}$ képletet, $X_L = 0$, nincs tekercs az áramkörben, tehát tg $(\varphi) = \frac{-X_C}{R} = \frac{-60}{80}$.

A $\varphi = (-36{,}87°)$ a fáziseltolódás. A váltakozó áram 36,87°-kal siet a feszültséghez képest.

A kapott fáziseltolódást a következő oldalon lévő ábra szemlélteti.

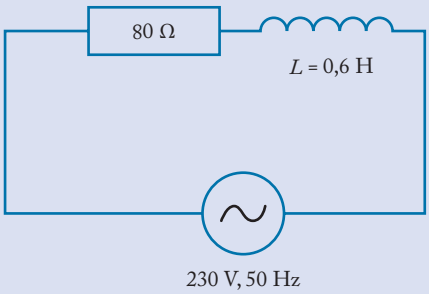


2. FELADAT A 230 V-os, 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre sorosan kapcsolunk egy ohmos ellenállást és egy 0,6 H önindukciójú tekercset. A feszültség és az áramerősség között a fáziskülönbség 55°.

a) Mekkora az induktív ellenállás?

b) Mekkora az ohmos ellenállás?

c) Rajzoljuk meg a „vektorábrát”-t!



MEGOLDÁS

Adatok: $U_{eff} = 230$ V, $f = 50$ Hz, $L = 0{,}6$ H, $\varphi = 55°$

$X_L = ?$ $R = ?$

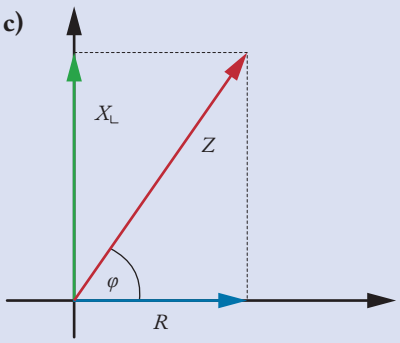
a) Helyettesítsük be az adatokat az $X_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$ összefüggésbe:

$X_L = 0{,}6\,\text{H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50\,\text{Hz} = 188{,}5\ \Omega$ az induktív ellenállás.

b) Alkalmazzuk a $\text{tg}\,(\varphi) = \frac{X_L - X_c}{R}$ összefüggést, az $X_C = 0$, nincs kondenzátor az áramkörben, ezért $\text{tg}\,(\varphi) = \frac{X_L}{R}$.

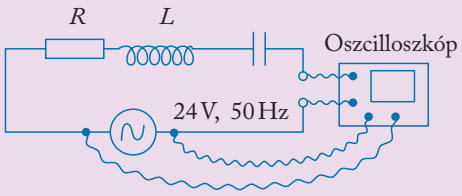
Fejezzük ki az R-t: $R = \frac{X_L}{\text{tg}\,\varphi} = \frac{188{,}5\ \Omega}{\text{tg}\,55°} = 131{,}99\ \Omega$ az ohmos ellenállás.

c)



MÉRÉSI FELADAT

RLC áramkör jellemzőinek mérése oszcilloszkóppal



Állítsunk össze a rajz alapján soros RLC-kört!

Az áramköri elemek: $R = 20\ \Omega$, $L = 0{,}5$ H és $C = 15\ \mu$F. Váltakozó áramú voltmérőt és ampermérőt használjunk!

Az áramforrás feszültsége 24 V, frekvenciája 50 Hz. A kétsugaras oszcilloszkópot a rajz szerinti áramkörbe kössük be!

1. Számítsuk ki az impedanciát!
2. Kétsugaras oszcilloszkóppal vizsgáljuk meg a kapocsfeszültség és áramerősség közötti fáziseltolódást!
3. Állítsuk be olyan értékekre a változtatható ellenállást és a változtatható kondenzátort, hogy feszültségrezonancia legyen!
4. Számítással is igazoljuk a beállított értékeket!
5. Rajzoljunk vektorábrát!
6. Hogyan befolyásolja a mérést a tekercs ohmos ellenállása?

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen ellenállást nevezünk ohmos ellenállásnak a váltakozó áramú áramkörben?
2. Hogyan számítható a látszólagos ellenállás?
3. Mitől függ a tekercs váltakozó áramú ellenállása?
4. Mitől függ a kondenzátor váltakozó áramú ellenállása?
5. Milyen áramköri kapcsolást nevezünk soros RLC-körnek?
6. Mikor van minimuma az impedanciának soros RLC-áramkörben?
7. Milyen összefüggés van az áramerősség és a feszültség pillanatnyi értékei között, ha kondenzátort kapcsolunk váltakozó feszültségre?

4. A transzformátor

Hőveszteség a távvezetékeken

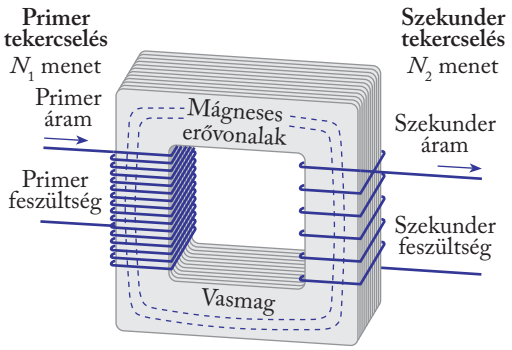
Az erőműben megtermelt elektromos energiát vezetékrendszer szállítja a fogyasztókhoz. A vezetékben keletkező hő a környezetet melegíti, ez veszteség. A $P = I^2 \cdot R$ összefüggéssel számítható **veszteségteljesítmény csökkentése** a vezeték ellenállásának csökkentésével (kis ellenállású vastag vezeték) nagyon költséges. A másik lehetőség az áramerősség csökkentése. Négyzetesen függ a teljesítmény az áramerősségtől. Például az áramerősség felére csökkentése negyedrészére csökkenti a veszteséget: $(0{,}5)^2 = 0{,}25$. A veszteség jelentősen, 75%-kal csökken.

1885-ben három magyar mérnök: *Déry Miksa, Bláthy Ottó, Zipernowsky Károly* olyan berendezést alkotott, amely az erőműből kijövő áramerősséget elhanyagolható energiaveszteséggel lecsökkenti. Ezt az áramátalakító berendezést **transzformátornak** nevezzük (a latin *trasformator = átalakító* szóból).

A transzformátor

A transzformátor három részből áll: zárt, lemezelt vasmagból és azokra csavart két tekercsből. A lemezeket egymástól jól elszigetelik. A vasmagot azért kell zárni, hogy az indukcióvonalak végig a vasmagban haladjanak (vasban nagyobb az indukció). Ha tömör lenne a vasmag, akkor az örvényáramok a vasmag teljes térfogatában alakulnának ki, és nagy lenne a hőveszteség.

Az elektromos energiát felvevő tekercset **primer (elsődleges) tekercsnek**, az elektromos energiát leadó tekercset **szekunder (másodlagos) tekercsnek** nevezzük.



A primer és a szekunder tekercsben is váltakozó áram folyik

A transzformátor működése az **elektromágneses indukció** elvén alapszik. A primer tekercsre kapcsolt váltakozó áram változó mágneses mezője a szekunder tekercsben váltakozó feszültséget indukál.

Az ideális transzformátorban a primer (U_p) és a szekunder (U_{sz}) feszültségek aránya egyenlő a primer (N_p) és a szekunder (N_{sz}) tekercsek menetszámának arányával.

$$\frac{U_p}{U_{sz}} = \frac{N_p}{N_{sz}}$$

Az összefüggésből látható, ha nagyobb menetszámú a szekunder tekercs, mint a primer tekercs, akkor a feszültség megnő. Ezt **feltranszformálásnak** nevezzük. Fordított esetben **letranszformálás** történik.

A jól megépített transzformátor hatásfoka közel 100%. Ez azt jelenti, hogy a primer tekercsre juttatott elektromos teljesítmény gyakorlatilag egyenlő a szekunder tekercsen leadott teljesítménnyel. $U_p \cdot I_p = U_{sz} \cdot I_{sz}$, vagyis az **áramerősségek fordítottan arányosak a feszültségekkel**. Feltranszformáláskor az áramerősség lecsökken, letranszformáláskor megnő.

Hazánkban az erőművekből kilépő 25 kV-os feszültséget feltranszformálják 400 kV-ra. Az áramerősség lecsökken, lényegesen kisebb lesz a hőveszteség ($Q = I^2 \cdot R \cdot t$).

Nagyfeszültségű távvezetékeken jut el a fogyasztókhoz a villamos energia. A feszültséget többször is letranszformálják (220 kV, 120 kV, 20 kV, 400 V). A távvezetékoszlopok, villanyoszlopok formája és szerkezete is utal a szállított villamos energia nagyságára. Az utolsó lépcsőben alakítják 230 V-os feszültséggé, és ezt vezetik be a lakásokba. Így jut el az elektromos energia az erőműből a lakásokban lévő konnektorokig.

A transzformátor váltakozó feszültségből más nagyságú váltakozó feszültséget hoz létre. Egyenárammal nem működik, nem képes egyenfeszültséget előállítani. **Transzformáláskor a váltakozó feszültség frekvenciája nem változik.**



Az országos hálózat 400 kV-os távvezetékekre épül

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy erőmű generátora 24 kV feszültséget állít elő. Ezt 400 kV-ra transzformálják fel, majd párhuzamos kapcsolással 15 ágra osztják. Minden ágban 44,8 A erősségű áram lesz.

a) Mekkora a primer áram?

b) Milyen menetszámaránnyal valósítható meg a transzformálás?

MEGOLDÁS

Adatok:

$U_p = 24\ \text{kV},\ U_{sz} = 400\ \text{kV},\ n = 15,\ I_1 = 44{,}8\ \text{A}$

$I_p = ?\ \dfrac{N_{sz}}{N_p} = ?$

a) $I_{sz} = n \cdot I_1 = 15 \cdot 44{,}8, A = 672$ amper lesz a főágban az áramerősség, mert párhuzamos kapcsolásnál a mellékágak áramerősségei összeadódnak.

$U_p \cdot I_p = U_{sz} \cdot I_{sz}$ összefüggés alapján

$$I_p = \frac{U_{sz} \cdot I_{sz}}{U_p} = \frac{420\ \text{kV} \cdot 672\ \text{A}}{24\ \text{kV}} = 12\,320\ \text{A}$$

A primer áramerősség: 12 320 A.

b) $\dfrac{N_{sz}}{N_p} = \dfrac{400\ \text{kV}}{24\ \text{kV}} = 16{,}67$

A menetszámok aránya 16,67.

2. FELADAT Egy transzformátor két tekercsének menetszáma 150 és 2500. A feszültség letranszformálása után egy 2 A-es izzót üzemeltetünk vele.

a) Mekkora a hőveszteség 1 óra alatt a 4 Ω-os távvezetéken, amin az áramot kapjuk?

b) Mennyi vizet tudunk ezzel 20 °C-ról 50 °C-ra felmelegíteni?

MEGOLDÁS

Adatok:

$N_p = 2500,\ N_{sz} = 150,\ I_{sz} = 2\ \text{A},\ t = 1\ \text{óra} = 3600\ \text{s},$

$R = 4\ \Omega,\ T_1 = 20\ °\text{C},\ T_2 = 50\ °\text{C},\ c = 4200\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$

$I_p = ?\ \ m = ?$

a) A távvezetéken a primer áram érkezik.

$\dfrac{I_p}{I_{sz}} = \dfrac{N_{sz}}{N_p} = \dfrac{150}{2500}$ összefüggésből $I_p = 2\ \text{A} \cdot 0{,}06 = 0{,}12\ \text{A}$.

A keresett hőveszteség:

$Q = I_p^2 \cdot R \cdot t = 0{,}12^2\ \text{A}^2 \cdot 4\ \Omega \cdot 3600\ \text{s} = 207{,}36\ \text{J}$

b) A hőveszteség során leadott hőmennyiség egyenlő a víz által felvett hőmennyiséggel.

A $Q = c \cdot m \cdot \Delta t$ összefüggésből a víz m tömegét meghatározhatjuk:

$$m = \frac{207{,}36\ \text{J}}{4200\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}} \cdot 30\ °\text{C}} 1{,}65\ \text{g}$$

A felvett hőmennyiséggel 1,65 g vizet lehet felmelegíteni.

Az első transzformátor megalkotói

Déri Miksa (1854–1938) a budapesti és a bécsi műegyetemen tanult vízépítőmérnöki szakon. Szegeden részt vett a Duna és a Tisza szabályozási tervének kidolgozásában, de érdekelték az elektrotechnikai kérdések is, ezért Pestre költözött, és a híres Ganz-gyár alkalmazásában dolgozott.

Bláthy Ottó (1860–1939) a bécsi műegyetemen tanult gépészmérnöknek, majd a budapesti Ganz-gyárban végzett elektrotechnikai kutatásokat. Közel száz szabadalma volt, számos díjat nyert, többek között megalkotta a „villanyórát”, azaz a fogyasztásmérőt.



Az első transzformátor

Zipernowsky Károly (1853–1942) a pesti műegyetem elvégzése után a Ganz-gyár újonnan alakult villamos osztályának vezetője lett. Itt alkotta meg 1885-ben a három mérnök az energiaátvitelre alkalmas zárt vasmagú transzformátort.

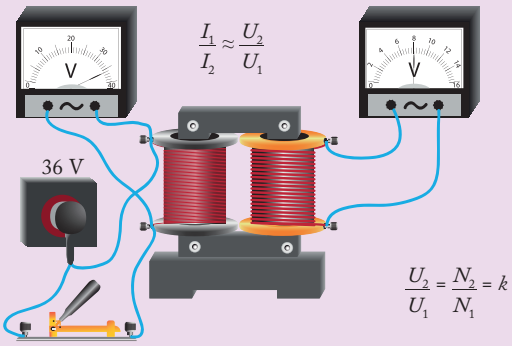


Déri Miksa, Bláthy Ottó és Zipernowsky Károly (Korabeli újságban megjelent fénykép, 1901)

MÉRÉSI FELADAT

Az asztalon található alkatrészekből állítsunk össze transzformátort!

300 menetes tekercs, 600 menetes tekercs, 1200 menetes tekercs, vezetékek, változtatható feszültségű váltakozó áramú áramforrás, mérőműszerek.



1. FELADAT Legyen a primer tekercs 300 menetes, a szekunder tekercs 1200 menetes. Kapcsoljuk az áramforrást a primer körbe! Az áramforrás feszültségét fokozatosan növeljük (1 voltonként) 1 V-ról 5 V-ra. Mérjük meg a szekunder feszültségeket! Az adatokat foglaljuk kétértékű táblázatba! Milyen összefüggéseket figyelhetünk meg (jó közelítéssel)? (Tekercsek menetszámának aránya és a mért feszültségek.)

2. FELADAT Legyen a primer tekercs 1200 menetes, a szekunder tekercs 600 menetes. Az áramforrás feszültségét fokozatosan növeljük (2 voltonként) 6 V-ról 14 V-ra. Mérjük az áramerősségeket a primer és szekunder körben! Az adatokat foglaljuk kétértékű táblázatba! Milyen összefüggéseket figyelhetünk meg (jó közelítéssel)? (Tekercsek menetszámának aránya és a mért áramerősségek.)

3. FELADAT A 2. kísérleti összeállításban mérjük meg a szekunder körben a feszültséget is. Számítsuk ki a teljesítményt a primer és a szekunder körben! Mekkora a veszteség? Mivel magyarázhatjuk a veszteséget? Hány százalék a kísérletben használt transzformátor hatásfoka?

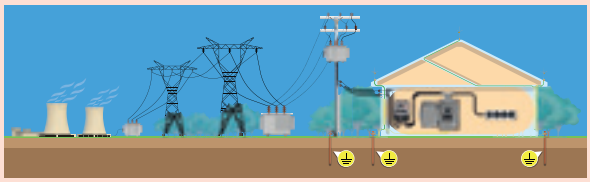
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért használnak a transzformátorok gyártásakor vékony lemezekből álló vasmagot?
Az iskolai transzformátornál is megfigyelhető!



2. Miért kell zárt vasmagot alkalmazni a transzformátoroknál?

3. Indokoljuk meg, miért kell feltranszformálni az erőműben előállított feszültséget!



4. Mit értünk feltranszformáláson, illetve letranszformáláson?

5. Milyen összefüggés van primer és szekunder feszültségek és a transzformátor menetszámai között?

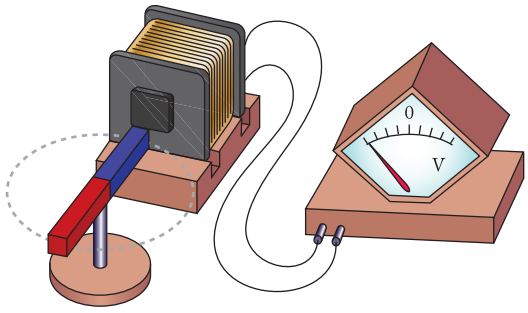
6. Milyen összefüggés van primer és szekunder áramerősségek és a transzformátor menetszámai között?

7. Miért nem lehet az egyenfeszültséget transzformálni?

5. Váltakozó áramú generátorok és motorok

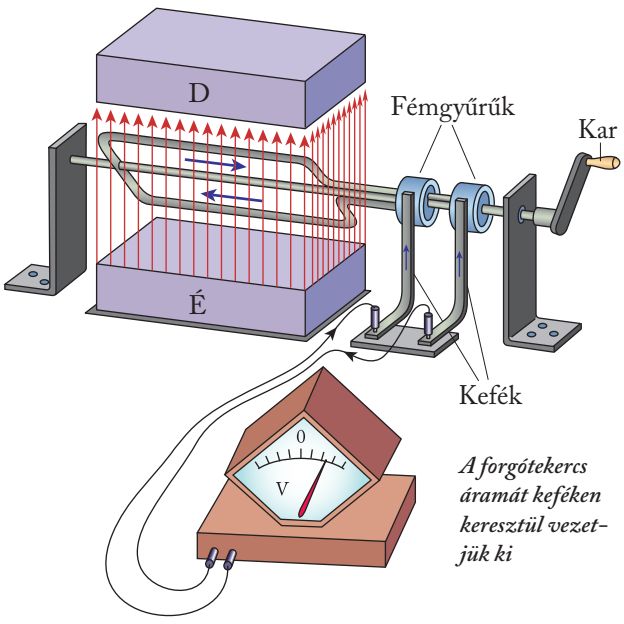
Váltakozó áramú generátorok

A generátorok a mechanikai energiát elektromos energiává alakítják. Kapcsoljunk egy vasmagos tekercs kivezetéseihez középállású feszültségmérőt! Ha a tekercs előtt tengelyre szerelt rúdmágnest forgatunk, akkor a feszültségmérő váltakozó feszültséget jelez.



A forgó mágnes váltakozó feszültséget indukál a tekercsben

Ha a szerepeket felcseréljük (tekercs és mágnes), és az álló patkómágnes pólusai között a tekercset forgatjuk, a tekercsben ismét váltakozó feszültség indukálódik.



A forgótekercs áramát keféken keresztül vezetjük ki

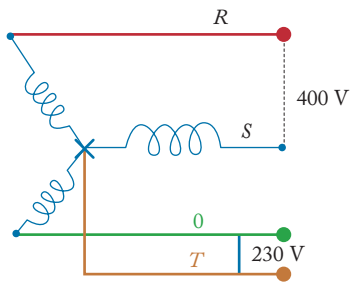
A fémgyűrűk a tengelyre rögzítve, de egymástól elszigetelve forognak. A gyűrűk palástjához szénből vagy puha fémszövetből készült ún. leszedőkefék nyomódnak. A tengely forgása közben a kefék a gyűrűkkel folyamatosan érintkeznek, és biztosítják az elektromos energia kivezetését.

A gyakorlatban nagyobb feszültség indukálásához vasmagos tekercset forgatnak, illetve a mágneses mezőt nem állandó mágnesekkel, hanem elektromágnesekkel hozzák létre.

Az elektromágnes alkalmazásának az is előnye, hogy a belevezetett egyenárammal (gerjesztő egyenáram) szabályozható a mágneses mező erőssége. A generátorok fő részei és ezek lehetséges elrendezései mechanikai szempontból csoportosítva: állórész és forgórész. A mozgási indukció szerint elnevezve: mágnes és tekercs.

Kétféle elrendezés lehet: az állórész a mágnes, a forgórész a tekercs, vagy fordítva. Az erőművekben alkalmazott generátorok állórésze tekercsekből áll **(fázistekercsek)**, a forgórésze egyenáramú generátorral táplált elektromágnes. Az erős indukált áramot sokkal egyszerűbb az állórészből kivezetni. A forgórészből a keféken átfolyó erős áram kefeszikrázást, felmelegedést, veszteséget okozna. A csúszógyűrűs kefével való érintkezéssel a jóval gyengébb gerjesztő egyenáramot vezetjük be a generátorba.

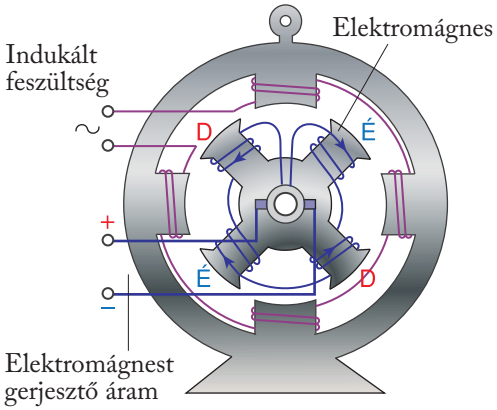
A fázistekercsek kivezetéseinek egyik módja a csillag- vagy **Y**-kapcsolás. A generátorból egy **nullvezeték** és három **fázisvezeték**, azaz négy vezeték szállítja a villamos energiát.



Csillag- vagy Y-kapcsolás

Magyarországon két fázisvezeték között a feszültség 400 V (régebben 380 V), bármelyik fázisvezeték és nullvezeték között a feszültség 230 V (régebben 220 V).

Az ábrán látható generátorban az álló- és forgórésznek két póluspárja van. A forgórész egy fordulata alatt a válta-



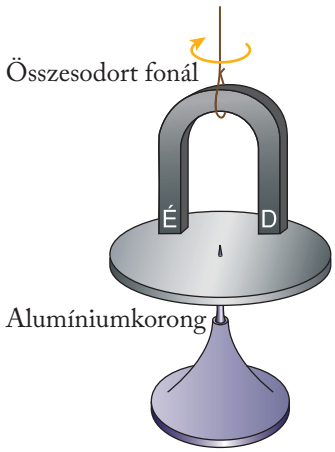
Az állórész tekercsében váltakozó feszültség indukálódik; a forgórészt egyenárammal gerjesztjük

kozó feszültség két periódusa indukálódik, így másodpercenként 25 fordulattal állítható elő az 50 Hz-es váltakozó feszültség. A gyakorlatban kettőnél több póluspárt is alkalmaznak. Ha vízturbina működteti a váltakozó áramú generátort, akkor a turbinagenerátor alacsony fordulatszáma miatt a póluspárok száma akár 36 is lehet.

Váltakozó áramú motorok

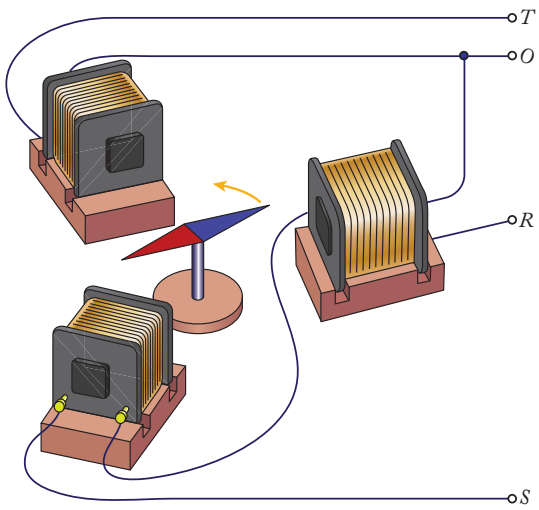
Aszinkronmotorok

A villanymotorok az elektromos energiát mechanikai energiává alakítják. Helyezzünk tűhegyre alumínium- vagy rézlapot úgy, hogy vízszintes síkban foroghasson!



Az alumínium nem mágneses, mégis megforgatja a mágnes

Forgassunk felette egy összetekert fonálra kötött mágnest! A lemez forgásba jön a fölötte forgó mágnes hatására. Mindez meglepő lehet, mert a mágnes nem vonzza sem az alumíniumot, sem a rezet. A magyarázat: a forgó mágneses mező a fémben örvényáramot indukál. Annak mágneses hatása – Lenz-törvény – akadályozza az őt létrehozó hatást, azaz forogni kezd a mágnes forgásának irányába, hogy egymáshoz viszonyítva ne legyen mozgás. Forgó mágneses mezőt elektromágnesekkel is elő lehet állítani.



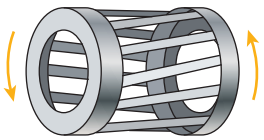
A tekercsek forgó mágneses teret létesítenek

Az ábra szerint három tekercsre ún. háromfázisú váltakozó feszültséget kapcsolunk. Ha a tekercsek közé helyezett mágnestűt megpörgetjük, az forgásban marad. A váltakozó áram miatt a tekercsek két vége gyors ütemben váltakozva válik mágneses északi, illetve déli pólussá. A háromfázisú feszültség miatt a tekercsek árama nem egyszerre változik, hanem egymás után azonos időeltolódással. Ezért egy adott mágneses pólus (pl. északi) valamilyen forgásiránnyal *körbejár*, forog. Forgó mágneses mező jön létre, amely forgatja az iránytűt.

A háromfázisú elektromos motorok állórésze megegyezik a generátorok állórészével, erre kapcsoljuk a háromfázisú feszültséget. Az állórész tekercsei körül létrejött forgó mágneses mező fordulatszáma (n_0) függ az alkalmazott váltakozó áram frekvenciájától (f) és az állórész póluspárjainak számától (p).

$$n_0 = \frac{f}{p}$$

A forgórész, az ún. „kalitka”, lemezelt vashengerbe ágyazott rézrudakból áll, amelyeket a henger két vége (két fémgyűrű) rövidre zár.

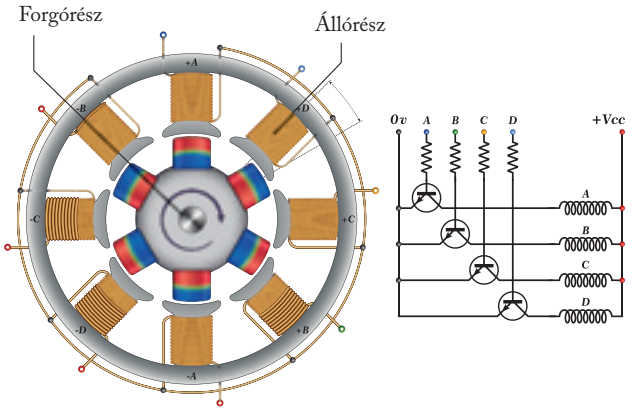


A motor forgórésze a kalitka

A forgórész lassabban forog, mint a forgó mágneses mező, ezért az ilyen motorokat **aszinkronmotoroknak** nevezzük. Ha a forgórész szinkronba kerülne a forgó mágneses mezővel (azonos lenne a fordulatszámuk), akkor ahhoz viszonyítva nem lenne mozgás, nem lenne indukció, megállna a motor. A forgó mágneses tér és a forgórész fordulatszámának eltérését **szlipnek (csúszásnak)** nevezzük. A szlip a motor nagy terhelése esetén is kb. 3-6%. Forgó mágneses mezőt egyfázisú feszültség esetén ún. **segédfázis** alkalmazásával lehet előállítani. Ezek az *egyfázisú aszinkronmotorok*. A háztartási gépek (mosógép, porszívó) egyfázisú aszinkronmotorokkal működnek.

Szinkronmotorok

A szinkronmotorok felépítése megegyezik a háromfázisú generátorokéval. Az ilyen gépek generátorként és motorként is működtethetők. A motorok bekapcsoláskor nem indulnak el, nincs indítónyomatékuk, *felpörgetéssel* kell mozgásba hozni a forgórészt. Nagyobb terhelésnél megállhat, mert megszűnik a szinkron fordulatszám. A szinkron elnevezés azt jelenti, hogy csak az f frekvencia és a p pólusszámpár által meghatározott $n_0 = \frac{60 \cdot f}{p}$ szinkron fordulatszámon működhet.



Szinkronmotor felépítése négy póluspár esetén

Forgórészét egyenárammal táplált tekercseléssel, vagy állandó mágnessel gerjesztik. Az állórészén többfázisú váltakozó áramú tekercselés található. A szinkrongépek motoros üzemben a felvett villamos energiát mechanikai energiává alakítják, generátoros üzemben pedig a felvett mechanikai energiát alakítják át villamos energiává.

Olyan helyeken alkalmazzák a szinkronmotorokat, ahol lényeges az állandó fordulatszám (lemezjátszókban, szivattyúkban, szervo- és járműhajtásokban).

KIDOLGOZOTT FELADAT

Váltakozó áramot szeretnénk előállítani a kertünkben a következő módon. Egy könnyen forgó tengelyhez egy 20 cm oldalhosszúságú, négyzet alakú, 120 menetes lapos tekercset rögzítünk az egyik oldalával. A tengelyt úgy állítjuk be, hogy merőleges legyen a Föld mágneses indukcióvonalaira. A tengelyre egy 15 fogból álló fogaskereket szerelünk, mely egy másik, 300 fogból álló fogaskerékhez csatlakozik. Ezt a másik fogaskereket a kertünkben gyakran fújó szél forgatja 50 $\frac{1}{\text{perc}}$ fordulatszámmal. Mekkora a házi generátorunk effektív feszültsége és frekvenciája? A Föld mágneses mezője legyen 0,045 mT.

MEGOLDÁS

Adatok:

$l = 20$ cm, $N = 120$, $k_1 = 15$, $k_2 = 300$, $f = 50\ \frac{1}{\text{perc}}$, $B = 0{,}045$ mT.

Tételezzük fel, hogy a négyzet egyik oldala a forgástengely.

A fogaskerekek fogszámainak arányából kiszámíthatjuk házi generátorunk fordulatszámát: $k_1 \cdot f_g = k_2 \cdot f$, amiből $f_g = \frac{k_2}{k_1} \cdot f = \frac{300}{15} \cdot 50\ \frac{1}{\text{perc}} =$

$= 1000\ \frac{1}{\text{perc}} = 16{,}67\ \frac{1}{\text{s}} = 1000$ Hz.

(f_g a házi generátor fordulatszáma.)

A mágneses mezőben való forgás miatt a tekercsben feszültség indukálódik, de csak azokon a szakaszokon, amelyek merőlegesek az indukcióvonalakra, azaz párhuzamosak a tengellyel. Egy ilyen 10 cm-es vezetékszakaszban indukálódó feszültség: $U_i = B \cdot l \cdot v$, ahol l a négyzet egy oldala és v a kerületi sebesség indukcióvonalakra merőleges komponense. Ennek maximális értéke: $U_{max} = B \cdot l \cdot v_k = B \cdot l \cdot 2\pi \cdot l \cdot f_g = B \cdot l^2 \cdot 2\pi \cdot f_g$.

Behelyettesítve: $U_{max} = 6{,}032 \cdot 10^{-5}$ V.

Ennek effektív értéke (a szinuszos változás miatt):

$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 1{,}34 \cdot 10^{-6}$ V

ALKALMAZÁSOK

Univerzális villamosmotorok

A háztartási gépekben (porszívó, hajszárító) és elektromos kéziszerszámokban (fúrógép, csavarozó gép) univerzális motorokat alkalmaznak. Egyenárammal és váltakozó árammal is működnek. Felépítésük: az állórész és a forgórész is tekercsekből áll. Az állórész és forgórész tekercseit sorosan kapcsolják. Váltakozó áramú használat esetén is azonos irányba forog a motor, mert a soros kapcsolás következtében minden időpillanatban egyszerre változik az áram polaritása az álló- és a forgórész tekercseiben.



Univerzális villanymotor van a legtöbb háztartási gépben

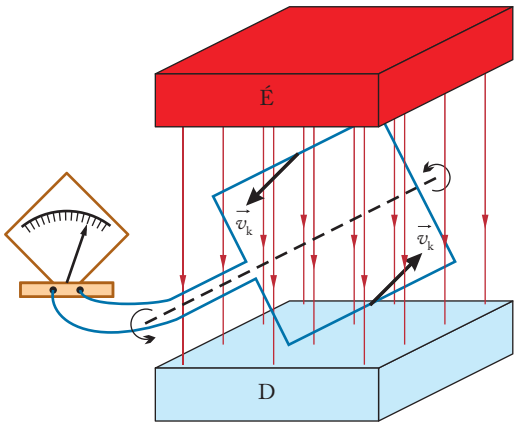
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen energiaátalakítás történik a generátorokban?
2. Milyen energiaátalakítás történik a motorokban?
3. Hogyan nevezzük csillagkapcsolásnál a vezetékeket? Rajzolja le a kapcsolást!
4. Mit jelent a *szlip* az aszinkronmotoroknál?
5. Miért kell segédfázist alkalmazni?
6. Hogyan lehet elindítani a szinkronmotorokat?

Összefoglalás

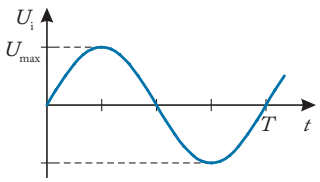
A váltakozó feszültség előállítása

Ha homogén mágneses mezőben megforgatunk egy vezetőkeretet, akkor abban indukált váltakozó feszültség jön létre. Ha fogyasztót kapcsolunk a kivezetéseire, akkor váltakozó áramú áramkör jön létre.



Vezetőkeret forgatása homogén mágneses mezőben

A váltakozó feszültség jellemzése



A generátor feszültsége az idő szinuszos függvénye

$U = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$I = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

A váltakozó feszültséget jellemzi a *periódusidő* (T), a feszültségváltozás egy periódusának időtartama.

A frekvencia (f), $f = \frac{1}{T}$.

A keret szögsebességét körfrekvenciának (ω) nevezzük:

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$.

A fázisszög (α): $\alpha = \omega \cdot t$

A váltakozó áram effektív értéke

$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$; $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

A váltakozó áram hatásai

Hőhatás, mágneses hatás, fényhatás, élettani hatás.

A 230 V-os hálózat az emberi szervezet számára életveszélyes, ezért érintése tilos!

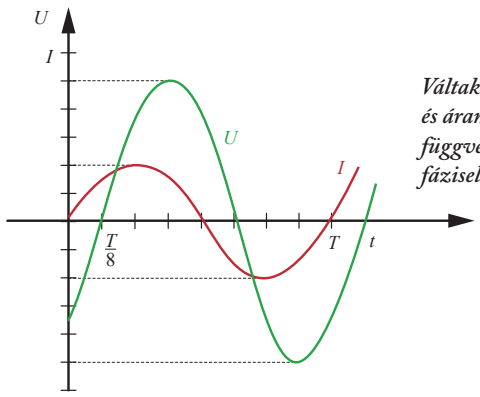
A váltakozó áram teljesítménye

Váltakozó áramú áramkörben, ha egy fogyasztón φ fáziseltolódás jön létre, akkor háromféle teljesítményt definiálhatunk:

$P_{látszólagos} = U_{eff} \cdot I_{eff}$

$P_{hatásos} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi$

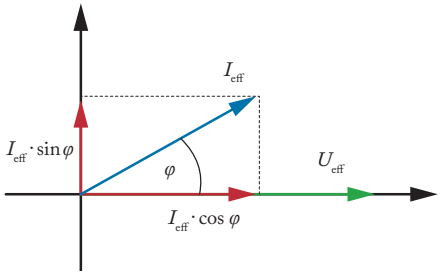
$P_{meddő} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin\varphi$



Váltakozó feszültség és áram az idő függvényében φ fáziseltolódás esetén

Fáziseltolódás a feszültség és áramerősség között

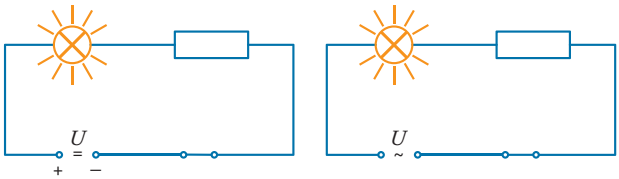
A cos φ-t teljesítménytényezőnek nevezzük.



A váltakozó áramú áramkör

Ohmos ellenállás váltakozó áramú áramkörben

$R = \frac{U}{I} = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$



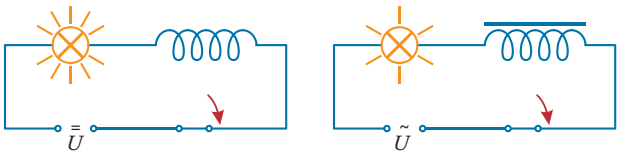
A feszültség és áramerősség effektív értékének hányadosát **látszólagos ellenállásnak** vagy **impedanciának** nevezzük. Jele: Z, mértékegysége az Ω.

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

Tekercs a váltakozó áramú áramkörben

A tekercs váltakozó árammal szemben mutatott többletellenállását **induktív ellenállásnak** nevezzük, jele: X_L.

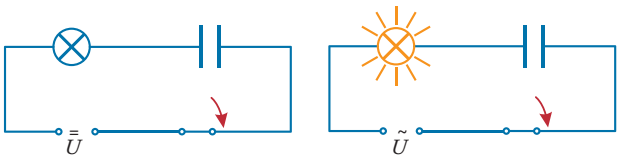
$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$$



Kondenzátor a váltakozó áramú áramkörben

A kondenzátor váltakozó árammal szemben mutatott többletellenállását **kapacitív ellenállásnak** nevezzük, jele: X_C.

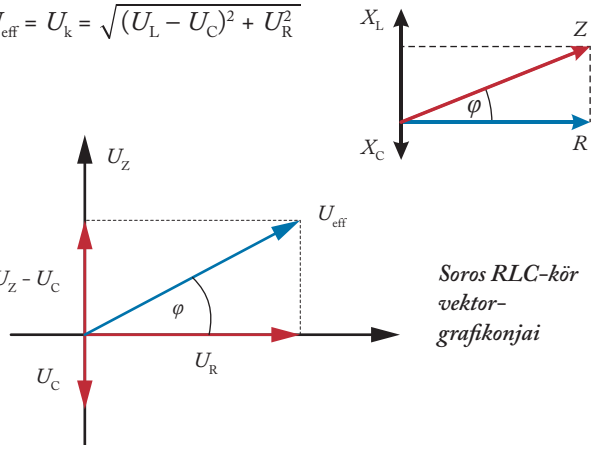
$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot f}$$



Soros RLC-kör

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \text{ és } \operatorname{tg}(\varphi) = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$U_{eff} = U_k = \sqrt{(U_L - U_C)^2 + U_R^2}$$

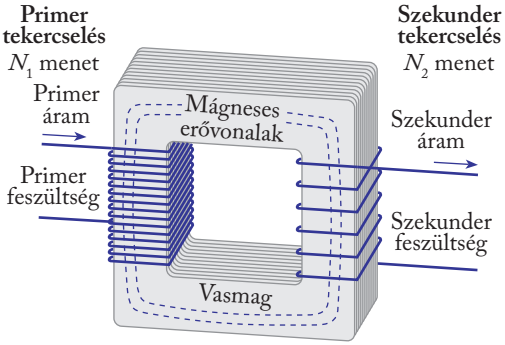


Soros RLC-kör vektorgrafikonjai

A transzformátor

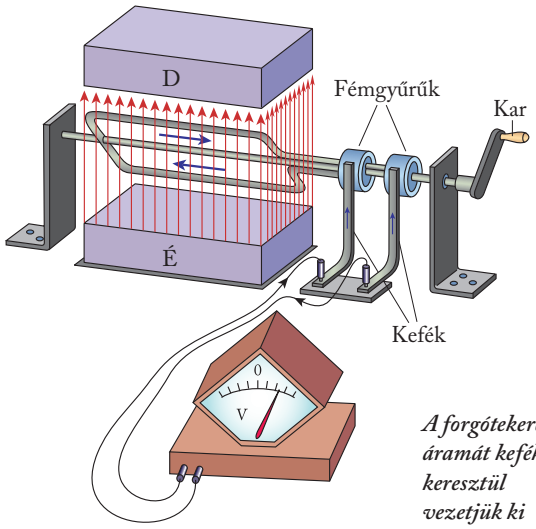
Az ideális transzformátorban a primer (U_p) és szekunder (U_{sz}) feszültségek aránya egyenlő a primer (N_p) és szekunder (N_{sz}) tekercsek menetszámának arányával.

$$\frac{U_p}{U_{sz}} = \frac{N_p}{N_{sz}}$$



Váltakozó áramú generátorok

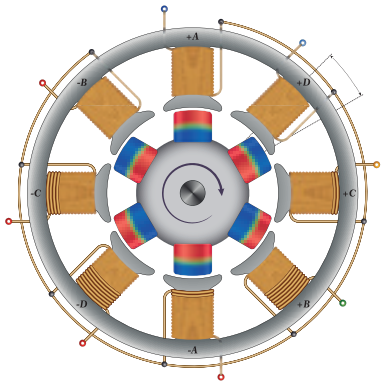
A generátorok a mechanikai energiát elektromos energiává alakítják.



A forgótekercs áramát kefén keresztül vezetjük ki

Váltakozó áramú motorok

A villanymotorok az elektromos energiát mechanikai energiává alakítják.



Szinkronmotor felépítése négy póluspár esetén

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Világszerte váltakozó feszültséggel működnek a villamos hálózatok. A következő indoklások közül melyik nem fogadható el?
A) A váltakozó feszültség transzformálásával kisebb veszteséggel szállítható a villamos energia.
B) Egyszerűbben állítható elő, mint az egyenáram.
C) Villamos gépek hajtására előnyösebb, mint az egyenáram.

2. Szinuszos váltakozó áram erőssége az $I = 20\ \text{A} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ függvénnyel írható le. Mekkora az áramerősség effektív értéke?
A) 14,14 A.
B) 28,28 A.
C) 20 A.

3. Merülőforralóval vizet melegítünk. Mikor melegszik fel hamarabb?
A) Ha 230 V egyenfeszültséggel működtetjük.
B) Ha 230 V csúcsértékű szinuszos váltakozó feszültséggel működik.
C) Mindegy, hogy melyik feszültséget alkalmazzuk.

4. Melyik háztartási eszköz nem működtethető egyenárammal és váltakozó árammal is?
A) Villanyvasaló.
B) Izzólámpa.
C) Villanytűzhely.
D) Indukciós tűzhely.

5. Iskolai transzformátor U alakú vasmagjának szárain kis rugók találhatók. Erre ráhelyezzük a záró vasmagot, majd a transzformátort hálózati feszültség segítségével működésbe hozzuk. Működés közben a záró vasmag rezgésbe jön. Mekkora a rezgés frekvenciája?
A) 50 Hz.
B) 60 Hz.
C) 100 Hz.

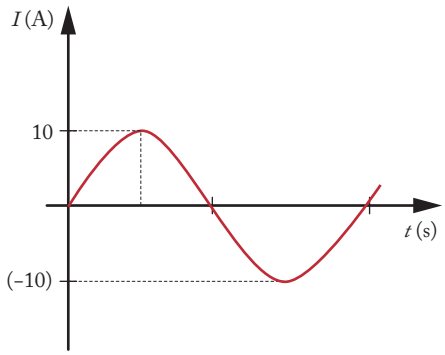
6. Milyen esetben lesz egy váltakozó áramú áramkörben a látszólagos és a hatásos teljesítmény egyenlő?
A) Ha az ohmos ellenállás és az impedancia egyenlő.
B) Ha az induktivitás és a kapacitás egyenlő.
C) Ha $\varphi = 90°$.
D) Ha a kapacitív ellenállás és az ohmos ellenállás egyenlő.

7. Egy vasmagos tekercsre váltakozó feszültséget kapcsolunk. A feszültségforrást úgy tudjuk szabályozni, hogy a feszültség frekvenciája változhat, miközben az effektív feszültség értéke állandó marad. Hogyan változik az áramerősség effektív értéke és a fázisszög, ha a feszültség frekvenciáját növeljük?
A) Az effektív áramerősség nő, a fázisszög nő.
B) Az effektív áramerősség nő, a fázisszög csökken.
C) Az effektív áramerősség csökken, a fázisszög nő.
D) Az effektív áramerősség csökken, a fázisszög csökken.

8. Két azonos hosszúságú és átmérőjű vas- és rézhuzalból egyforma tekercseket készítünk. Hálózati feszültségre kapcsolva, melyiken lesz nagyobb az áram fáziskésése?
A) A vashuzalon.
B) A rézhuzalon.
C) Egyenlő lesz.

9. A következő állítások közül melyik IGAZ?
A) A szinkronmotoroknak és aszinkronmotoroknak megegyezik a forgórésze, az állórésze különböző.
B) A szinkronmotoroknak és aszinkronmotoroknak különböző a forgórésze, az állórésze megegyezik.
C) A szinkronmotoroknak és aszinkronmotoroknak különböző az állórésze is és a forgórésze is.

10. Egy 10 Ω-os ellenállást váltakozó feszültségre kapcsolunk. Az áramerősség időbeli változását a mellékelt ábrán láthatjuk. Mekkora az ellenálláson keletkező effektív hőteljesítmény?



A) $P_{\text{eff}} = 0$ W.
B) $P_{\text{eff}} = 70{,}7$ W.
C) $P_{\text{eff}} = 1000$ W.
D) $P_{\text{eff}} = 500$ W.

FELADATOK

1. Váltakozó áram erőssége $I = (18\ \text{A}) \cdot \sin\left(600\ \pi\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$ függvénnyel írható le.

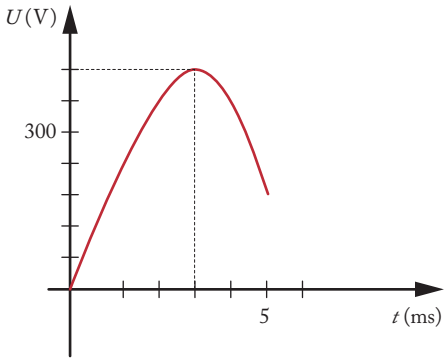
a) Mekkora a váltakozó áram frekvenciája?

b) Mekkora az áramerősség effektív értéke?

c) Mekkora az áramerősség pillanatnyi értéke $t = 2$ ms időpillanatban, ha $t = 0$ időpillanatban 0 A?

d) A 12 Ω ellenállású fűtőszálon mennyi hő fejlődik egy perc alatt?

2. Egy generátor feszültségének időbeli változását a következő grafikon mutatja. A szinuszos függvénynek csak egy részletét ismerjük. A grafikon adataiból határozzuk meg a generátor effektív feszültségét és a fordulatszámát! Mekkora a pillanatnyi feszültség a $t = 4$ ms időpillanatban?



3. Hálózati áramra sorosan kapcsoltunk egy 40 ohmos ellenállást, egy 350 mH induktivitású ideális tekercset és egy 12 μF kapacitású kondenzátort.

a) Mekkora az egyes áramköri elemek ellenállása?

b) Mekkora az áramkör impedanciája?

c) Mekkora a feszültség és az áramerősség közötti fáziskülönbség?

d) Mekkora az áramerősség effektív értéke?

e) Mekkora az áramforrásból felvett hatásos teljesítmény?

4. Egy tekercset és egy 800 μF kapacitású kondenzátort 24 V effektív feszültségű, szabályozható frekvenciájú feszültséggenerátorra kapcsolunk. Az áramkörben mérhető áramerősség 200 Hz esetén éppen akkora, mint 800 Hz esetén.

a) Mekkora a tekercs induktivitása?

b) Milyen frekvenciabeállításnál lesz az áramkör rezonanciában, azaz mely esetben lesz az áramerősség maximális?

5. Sorba kapcsolunk egy 50 Ω-os, 0,2 H induktivitású tekercset egy ismeretlen kapacitású kondenzátorral, 20 V effektív értékű tápegységgel. A rezonanciafrekvencia 500 Hz.

a) Mekkora a kondenzátor kapacitása?

b) Mekkora az áramerősség maximuma?

6. Egy váltakozó áramú áramkörben kondenzátort, ideális tekercset és ohmos ellenállást sorosan kapcsoltunk. Az áramkörben az áramerősség és feszültség időbeli változását a következő grafikon mutatja. A tekercs önindukciós együtthatója 0,5 H, a kondenzátor kapacitása 25 μF.

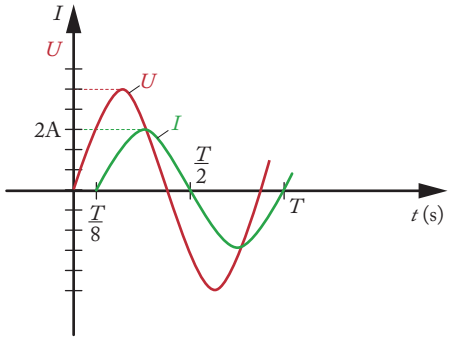
a) Mekkora a fáziseltolódás szöge?

b) Mekkora az impedancia?

c) Rajzolja meg a váltakozó áramú ellenállások „vektorábráját”!

d) Mekkora az áramforrásból felvett hatásos teljesítmény?

A grafikonról leolvasható, hogy $U_{max} = 200$ V, $I_{max} = 2$ A



7. Egy tekercset 24 V egyenfeszültségre kapcsolva azon 60 mA erősségű áramot mértünk, hálózati áramra kapcsolva pedig 315 mA-t. Mekkora a tekercs induktivitása és a teljesítménytényező?

8. Egy villanyborotvában lévő tekercs ohmos ellenállása 250 ohm, induktivitása 450 mH. Mekkora a borotva tekercsének hatásos teljesítménye, ha a hálózati feszültségről üzemeltetve a felvett áramerősség 800 mA?



9. Egy tekercs feszültségét vizsgáljuk különböző szigeteken. Kubában, ahol a hálózati feszültség 110 V és 60 Hz, a tekercsen mért áramerősség 40%-a a Cipruson mértnek, ahol viszont a hálózati feszültség 240 V és 50 Hz. Japánban, ahol viszont a 100 V-os feszültség frekvenciája keleten 50 Hz, nyugaton pedig 60 Hz, az ország keleti és nyugati végén a tekercsen mért áramerősség éppen 500 mA-rel különbözik. Mekkora a tekercs ohmos ellenállása és induktivitása a három szigeten?

10. Egy 200 ohmos, 500 mH induktivitású tekercset hálózati feszültségre kapcsolunk. Később a tekerccsel sorosan egy kondenzátort kötünk, és azt tapasztaljuk, hogy a bekötés ellenére nem változott az áramkör áramerőssége. Vajon mekkora kapacitású kondenzátort használtunk, és mekkora az áramerősség?

11. Egy 3 cm sugarú, henger alakú vasmagra, melynek relatív permeabilitása 800, rézdrótot tekercselünk. A rézvezeték hossza 180 m, átmérője 0,8 mm. A tekercselésnél ügyelünk, hogy a menetek szorosan egymás mellett haladjanak. Mekkora a tekercsben kialakuló áramerősség, ha hálózati feszültségre kapcsoljuk? Mekkora a tekercs hatásos teljesítménye?

12. 110 V-os, 50 Hz-es váltakozó áramú hálózatra sorba kapcsolunk egy 100 Ω-os fogyasztót, egy 60 μF-os kapacitású kondenzátort és egy 50 mH induktivitású veszteségmentes tekercset.
a) Mekkora az impedancia és a fáziseltolódás szöge?
b) Rajzolja meg a váltakozó áramú ellenállások „vektorábráját”!
c) Mekkorák az egyes áramköri elemeken (R, L, C) eső feszültségek effektív értékei?
d) Rajzolja meg az effektív feszültségek „vektorábráját”!

13. Egy 40 Ω-os fogyasztót, C kapacitású kondenzátort és L induktivitású veszteségmentes tekercset sorba kapcsolunk váltakozó áramú hálózatra. Az ellenálláson 70 V, a tekercsen 50 V, a kondenzátoron 25 V effektív feszültség mérhető.
a) Mekkora a kapocsfeszültség?
b) Mekkora az áramkör impedanciája?
c) Mekkora a fáziseltolódás szöge?
d) Rajzolja meg az effektív feszültségek „vektorábráját”!
e) Mekkora a hálózatból felvett hatásos teljesítmény?

14. A 230 V feszültségű, 50 Hz hálózati frekvenciájú hálózatra 5 μF kapacitású kondenzátort kapcsolunk.
a) Mekkora a hatásos teljesítmény?
b) Írjuk fel az áramot és a feszültséget mint az idő függvényét!
c) Ábrázoljuk az áram-idő és feszültség-idő grafikonokat!
d) Írjuk fel a pillanatnyi teljesítményt mint az idő függvényét!
e) Ábrázoljuk a pillanatnyi teljesítmény-idő grafikont!
Az áramkör ohmos ellenállása elhanyagolható.

15. Sorba kapcsolt ohmos ellenállásból, elhanyagolható ohmos ellenállású tekercsből és kondenzátorból álló áramkörre 50 Hz frekvenciájú váltóáramú feszültségforrást kapcsolunk. Mindhárom tagon külön-külön ugyanakkora 100 V feszültséget mérünk.
a) Mekkora a feszültségforrás feszültsége?
b) Írjuk fel a feszültségforrás, az ohmos ellenállás, a tekercs és a kondenzátor pillanatnyi feszültségét mint az idő függvényét!
c) Ábrázoljuk grafikusan a **b)** alfeladatban kapott eredményeket!
d) Mekkora R, L és C értéke, ha az áramkör által felvett áramerőssége 5 A?

16. Egy transzformátor szekunder körébe egy izzólámpát kapcsolunk. Az izzón 40 W, 240 V olvasható. A primer körbe egy biztosíték van bekötve, mely 3,6 A effektív áramerősség-érték fölött kiold. A primer körre egy feszültséggenerátorról egyre nagyobb váltakozó feszültséget kapcsolunk. Kiég-e a lámpa? Milyen feszültségértéknél szűnik meg a lámpa fénye? A primer és szekunder tekercs menetszámainak aránya 1 : 10. Az izzó ellenállása nem állandó a kísérlet során, de ezt most figyelmen kívül hagyjuk.

17. Hálózati áramforrásra (230 V) transzformátort kapcsolunk, melyről karácsonyfa-izzósort működtetünk. A transzformátor primer tekercse 9000 menetes. Az izzósort 25 azonos karácsonyfaizzóból soros kapcsolással állítjuk össze, az izzókra a 2,4 W, 1,2 A adatokat írták.
a) Mekkora legyen a szekunder tekercs menetszáma?
b) Hány W-on működnek az izzók ebben a kapcsolásban?

18. A kertünk végében lévő medencét szeretnénk ellátni egy melegítőberendezéssel. A berendezés hálózati áramról működik, és 2,5 kW teljesítményű. Energiatakarékosság miatt a házban lévő hálózati feszültséget (230 V) feltranszformáljuk, majd egy 1,2 mm^2 keresztmetszetű rézvezetékpár segítségével a 80 m-re lévő medencéhez vezetjük. A medencénél azonos mértékben letranszformáljuk a feszültséget, és rákötjük a melegítőberendezést. A transzformátorok ideálisnak mondhatók (nincs veszteség), tekercseik menetszámainak aránya mindkét esetben 1 : 10. Mekkora a rézvezetéken a teljesítményveszteség? Mennyi lenne a rézvezetéken a teljesítményveszteség, ha nem használnánk a transzformátorokat? Hány forintot takarítunk meg egy 4 órás melegítéssel a transzformátorok alkalmazásával, ha 1 kWh elektromos energia ára 45 Ft? A réz adatai megtalálhatók a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadványban.

ESSZÉKÉRDÉS

A villamos erőműtől az elektromos meghajtású autóig

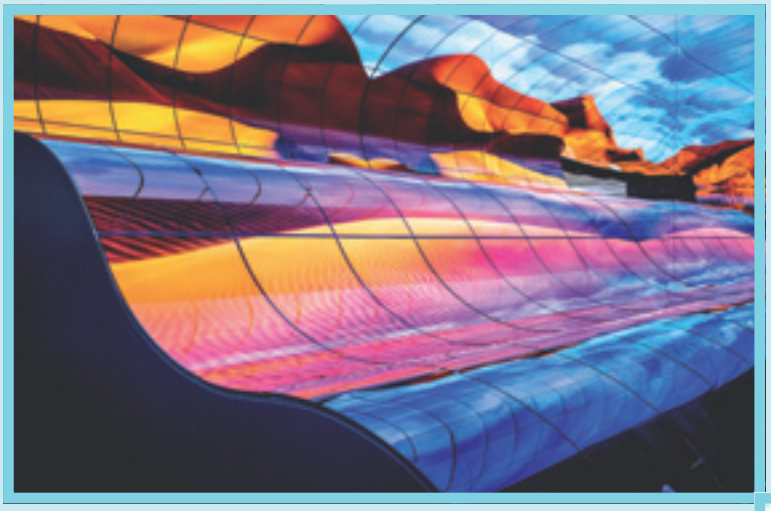
Milyen generátorokat alkalmaznak a villamos erőművekben? Készítsen vázlatos rajzot a generátorok felépítéséről (állórész, forgórész)! Ismertesse a generátorok működését! Mi a szerepe a transzformátoroknak a villamos energia szállításában? Készítsen vázlatos rajzot a transzformátor felépítéséről! Hogyan működik a transzformátor? Térjen ki az elektromágneses indukció szerepére! Milyen feszültséggel működnek a háztartások? Miért célszerű egyenáramú motort szerelni az elektromos autókba?

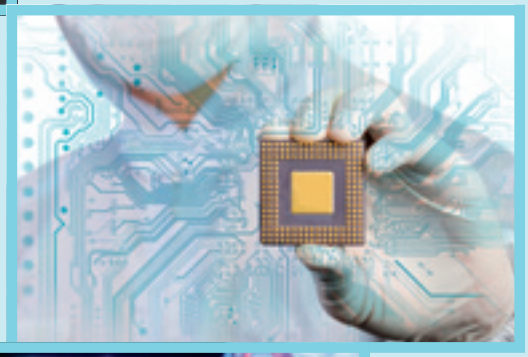




Modern ipari gyárban a gázturbinába egy turbinalapátot építenek be az összeszereleést végző munkások

VII. Félvezetők







1. A félvezetők szerkezete, sajátvezetés, *n*-típusú és *p*-típusú adalékolás

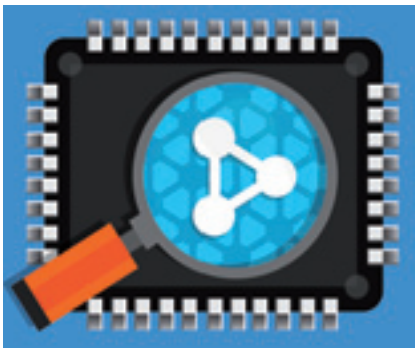
Bevezetés

Telefonáláskor, televíziózáskor, a számítógép használatakor, még a fogorvosnál is olyan elektromos eszközökkel találkozunk, amelyek félvezető anyagokból készült alkatrészeket tartalmaznak.



Fogászati kezelésnél alkalmazott lézer

Félvezető agyagból készülnek a számítógépek mikroprocesszorai, a csipek, a LED-diódák, amelyeket világításra alkalmazunk, a lézerdiódák felhasználása is nagyon elterjedt.



Modern technológiával gyártott csip

A napelemek szintén félvezető anyagból készülnek. A félvezetők alkalmazásának területeit még hosszasan lehetne sorolni. Ehelyett ismerkedjünk meg a félvezetőkkel, a félvezetőkből gyártható áramköri elemekkel és azok felhasználásával!



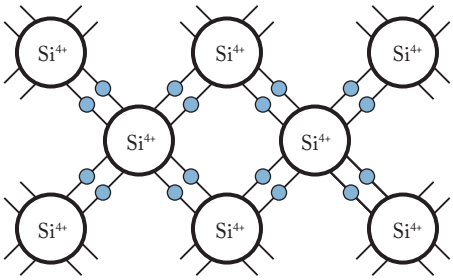
Hajlítható kijelző és képernyő

A félvezető anyagok szerkezete, sajátvezetés

Félvezetőknek nevezzük azokat a szilárd halmazállapotú, kristályos szerkezetű anyagokat, amelyek elektromos vezetőképessége a szigetelőké és a vezetőké között van. Nagyon alacsony hőmérsékleten (0 K közelében) szigetelőként viselkednek. Melegítés hatására vezetővé válnak. Vezetőképességük a hőmérséklet növekedésével rohamosan (exponenciálisan) nő. Ebben a tekintetben a fémekkel ellentétesen viselkednek.

A legjelentősebb félvezető elemek, a **szilícium (Si), germánium (Ge)**, a periódusos rendszer IV. oszlopában vannak. Ezen félvezetők atomjainak négy vegyértékelektronja van. Az atomok négy szomszédos atommal kovalens kötésű, nagyon stabil kristályrácsot hoznak létre. Minden atomot egyenlő távolságra négy másik atom vesz körül. Két szomszédos atom között mindkettőnek egy-egy külső elektronja létesíti a kötést.

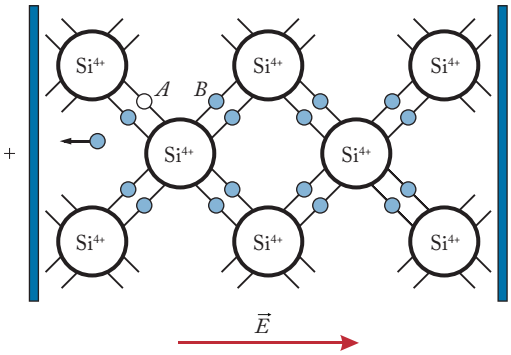
A térbeli kristályrácsot síkbeli hálóval szemléltetjük.



Szilíciumkristály alacsony hőmérsékleten

A kötést létrehozó elektronok helyhez kötöttek, nem mozoghatnak, hacsak nem kapnak annyi energiát (melegítéssel), hogy kiszakadjanak a kovalens kötésből. Az ideális, teljesen tiszta kristály alacsony hőmérsékleten nem tartalmaz szabad töltéshordozókat, ezért tökéletes szigetelő.

Szobahőmérsékleten nagyon kevés elektron lesz szabaddá, gyakorlatilag a félvezető szigetelőnek tekinthető. A hőmérséklet emelésével nő a vezetési elektronok száma, nő a félvezető vezetőképessége. Azt is figyelembe kell venni, hogy magasabb hőmérsékleten nagyobb amplitúdóval rezegnek az atomtörzsek, és nagyobb valószínűséggel jön létre rugalmatlan ütközés az elektronok és atomtörzsek között. A két folyamat közül az első az intenzívebb, ezért a hőmérséklet növelésével a félvezető anyagok vezetőképessége nő.



Szilíciumkristály magasabb hőmérsékleten

Magasabb hőmérsékleten egyes vegyértékelektronok kiszabadulnak a kötésből. Minden kötésből kiszakadt elektron helyén marad egy lyuk, vagyis elektronhiány. A lyukba könnyen átugorhat egy másik, a szomszédos kötésből kilepő elektron. (Az ábrán például a *B* helyről az *A* helyre ugorhat az elektron.) A lyuk hol az egyik, hol a másik Si-atomnál van, mintegy rendezetlen hőmozgást végez a szabad elektronhoz hasonlóan.

Elektromos tér hatására az elektronok a térrel ellentétes irányba a lyukak – mintha pozitív töltésű részecskék lennének – a tér irányába vándorolnak. A lyuk „vándorlása" lényegében az elektronok lépésenkénti elmozdulása. A lyukmozgás szemléltetésére képzeljük el egy mozi olyan széksorát, ahol minden szék foglalt, a középső kivételével. Ez a „lyuk". Az üres szék későn jövő tulajdonosát a többiek úgy juttatják ülőhelyhez, hogy mindenki egy székkel beljebb ül. Ekkor az üres szék – a lyuk – „vándorol ki" a széksor szélére.

A tiszta kristályban a vezetésben részt vevő elektronok és lyukak száma egyenlő. Ezt a vezetést **sajátvezetésnek** nevezzük. Melegítés vagy erősebb megvilágítás hatására nő az elektron-lyuk párok száma, csökken a félvezető fajlagos ellenállása.

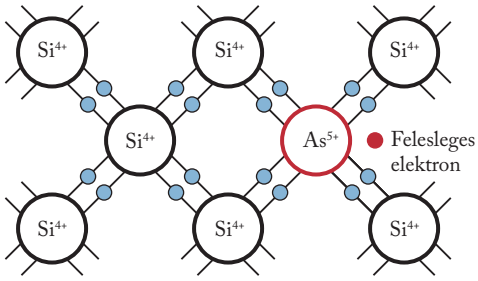
Az adalékolt félvezető anyagok

A sajátvezető félvezetőknél fontosabbak az adalékolt félvezetők. A kristályba beépített idegen adalékolt atom is növeli a félvezető anyag vezetőképességét.

Az *n*-típusú adalékolás

Ha a kristályban az atomok egy részét öt vegyértékelektronnal rendelkező anyaggal, például arzénnal (As) vagy foszforral (P) helyettesítjük, *n*- (negatív) típusú félvezetőhöz jutunk.

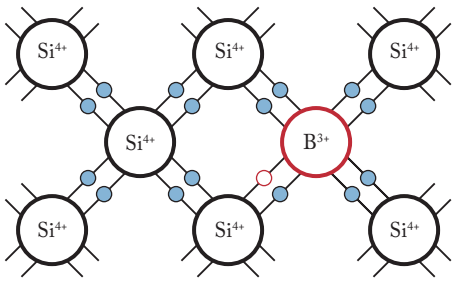
A szennyezőanyag öt vegyértékelektronjából a kristálybeli kötések csak négyet igényelnek, az ötödik feleslegessé válik, és leszakad az atomról. A feleslegelektronok vezetési elektronként mozognak a külső elektromos mező hatására. Elektronáram jön létre.



n-típusú félvezető

A *p*-típusú adalékolás

Ha viszont a szilícium- vagy germániumkristályt három vegyértékelektronnal rendelkező anyaggal – bór (B), indium (In), alumínium (Al) vagy gallium (Ga) – adalékoljuk, *p*- (pozitív) típusú felvezetőt kapunk. Minden adalékolt atomban hiányzik egy elektron a kristálykötésből: a helyén lyuk lesz. Az így létrejövő csonka kötés könnyen teljessé válhat úgy, hogy a lyukat betölti egy szomszédos vegyértékelektron, ennek helyébe pedig egy harmadik kötésből ugorhat át egy újabb elektron és így tovább. A keletkező lyukak az elektromos mező hatására a tér irányába vándorolnak, lyukáram keletkezik. A lyukak pozitív töltéshordozónak tekinthetők.

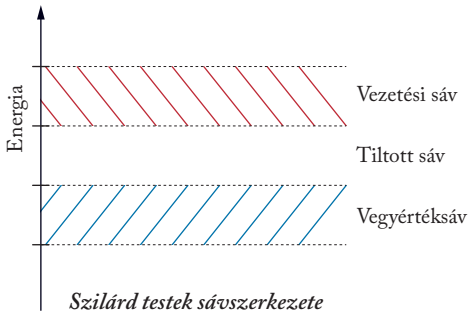


p-típusú félvezető

Az adalékatomok aránya rendkívül alacsony: például a tranzisztorgyártásra használt germániumban kb. minden 10^{10} Ge-atomra jut egy vezetést okozó adalékatom. A tiszta félvezetőkben igen kevés a szabad töltéshordozó, ezért ez az igen alacsony számú szennyezőatom is jelentősen növeli a vezetőképességet.

A félvezető anyagok sávszerkezete

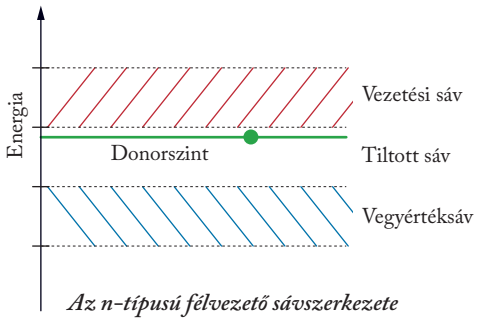
A szilárd testekben található elektronok energiájuk szerint sávokba sorolhatók. Egyes energiatartományokban lehetnek elektronok: vegyértéksáv, vezetési sáv, bizonyos sávokban nem tartózkodhatnak elektronok: tiltott sáv. Az atomokhoz kötött elektronok a vegyértéksávban találhatók. A vezetési sávban azok az elektronok vannak, amelyek szabadon mozoghatnak az atommagok között. A két sáv között található a tiltott sáv.



Szilárd testek sávszerkezete

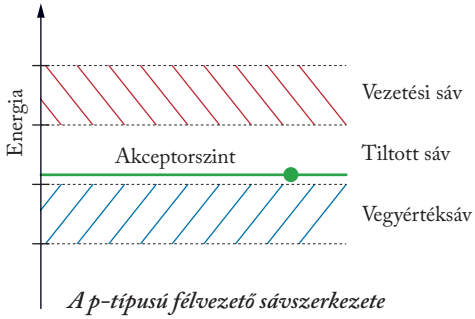
A szigetelőanyagoknál a tiltott sáv széles, szobahőmérsékleten elhanyagolható számban vannak elektronok a vezetési sávban. A fémeknél (vezetőanyagok) nagyon keskeny a tiltott sáv. Nagyon alacsony hőmérsékleten is az elektronok nagy többsége a vezetési sávban található.

A félvezetőknél a tiltott sáv keskenyebb, mint a szigetelőknél, de szélesebb, mint a fémes vezetőknél. A tiszta félvezető anyagok szobahőmérsékleten kismértékben vezetik az áramot, mert az elektronok egy része képes feljutni a vezetési sávba. Már a sajátvezetésnél említettük, hogy hő vagy fény hatására a vegyértéksávban lévő elektronok egy részének olyan nagy lesz az energiája, hogy átugorják a tiltott sávot, ezzel növelve a vezetőképességet.



Az n-típusú félvezető sávszerkezete

Az *n*-típusú szennyezésnél a félvezető kristályba öt vegyértékű anyagok kerülnek. Többletelektronok keletkeznek, amelyek könnyen leszakadnak az atomról. Az ilyen atomokat donor- vagy adományozó atomoknak nevezzük. A leszakadt elektronok donorszintet hoznak létre, amely a tiltott sávban a vezetési sáv közelében, kicsit alatta helyezkedik el. A donorszintről az elektronok minimális energiával a vezetési sávba jutnak. Ezzel a modellel is magyarázható az elektronáram kialakulása.



A p-típusú félvezető sávszerkezete

A *p*-típusú szennyezésnél a félvezető kristályba három vegyértékű anyagok kerülnek. Ezen anyagok atomjainak elektronhiányuk van a rácsatomokhoz képest. Lyuk keletkezik a rácsszerkezetben. A lyukak befogják az alaprács egyes elektronjait. Az ilyen atomokat akceptor- vagy befogadó atomoknak nevezzük. A tiltott sávban a vegyértéksáv közelében, kicsit felette üres energiaszint, akceptorszint jön létre. A vegyértéksáv egyes elektronjai így könnyebben átjutnak az akceptorszintre, lyukak keletkeznek a vegyértéksávban. Ezzel a modellel is magyarázható a lyukáram kialakulása.

ALKALMAZÁSOK

Szilícium egykristály

A szilícium a félvezetők gyártásának egyik legfontosabb anyaga. A szilícium egykristálynak, mint az egykristályoknak általában, az az előnye, hogy az atomok szabályos geometriai rendben helyezkednek el, nincsenek rácshibák (felesleges atom, rácslyuk). Az egykristályoknak nagyon jó elektronikai, mechanikai, optikai tulajdonságai vannak. Előállításuk bonyolult technológiát igényel. A szilíciumot meg kell olvasztani, egykristályt növeszteni, majd egykristályos szilárd anyagot előállítani. A szilárd, henger alakú szilíciumot csiszolják, majd lapkákra szeletelik. Ezekre a lapkákra építik a félvezető elektronikai elemeket (diódák, tranzisztorok), ezekből készítik a félvezetőket alkalmazó áramköröket.

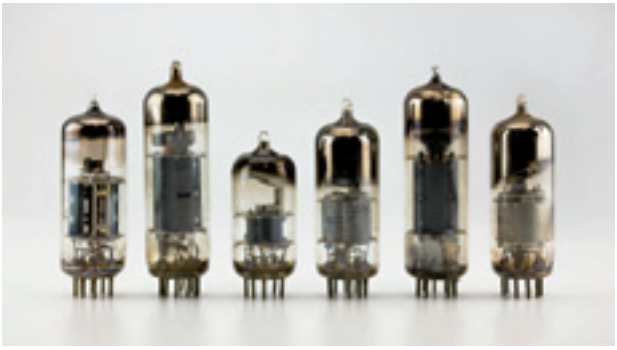
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. A legfontosabb félvezető elemek hány vegyértékűek?
2. Nagyon alacsony hőmérsékleten (0 K közelében) miért szigetelők a félvezetők?
3. Miért szennyezik 5 vegyértékű atomokkal a félvezető kristályt?
4. Miért szennyezik 3 vegyértékű atomokkal a félvezető kristályt?
5. Rajzolja le az *n*-típusú félvezető sávszerkezetét! Mi a neve a sávoknak?
6. Rajzolja le a *p*-típusú szennyezett félvezető kristályok síkbeli hálóját!
7. Milyen atomokat nevezünk akceptoratomoknak? Mivel magyarázható az elnevezés?

2. Félvezető diódák, tranzisztorok

Elektroncsövek

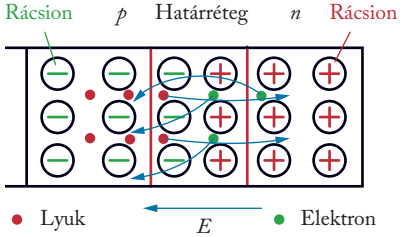
Az elektrotechnikában régebben széles körben használták az **elektroncsöveket** is, amelyek lényegében kis méretű katódsugárcsövek voltak. Az elektródák számától függően az elektroncső lehet **dióda** (két elektróda), **trióda** (három elektróda), tetróda (négy elektróda) stb. Főként egyenirányításra, erősítésre, elektromos rezgés keltésére, illetve kijelzésre használták. Magas fogyasztásuk, melegedésük, nagy méretük és rövidebb élettartamuk miatt a félvezetők csaknem mindenhonnan kiszorították ezeket. Ugyanakkor különleges területeken ma is használatban vannak, mert például nem érzékenyek a radioaktív sugárzásra, az elektromágneses zavarokra, szemben a félvezetőkkel. A professzionális hangtechnika is előszeretettel használja ezeket az erősítőkben, mert a szakértők szerint kellemesebb hangzást hoz létre. Speciális elektroncsövet, úgynevezett magnetront alkalmaznak a mikrohullámú sütőkben is.



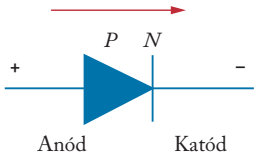
Elektroncsövek sorozata az 1950-es, 60-as évekből

A félvezető dióda, *p-n* átmenet

A **félvezető dióda** (kristálydióda) általában szilícium alapanyagú **egy *n*- és egy *p*-típusú félvezető rétegből áll**. Ezt úgy lehet létrehozni, hogy a szilíciumkristály egyik felét *p*-típusúan, a másik felét *n*-típusúan adalékolják. Elektromos feszültségmentes állapotban a *p* rétegből lyukak, az *n* rétegből elektronok **diffundálnak** a másik rétegbe, **és rekombinálódnak** (újraegyesülnek) az ott található elektronokkal, illetve lyukakkal. Emiatt a két réteg határán töltéshordozókban szegény – ezért **megnőtt ellenállású** – **határréteg** alakul ki. A határréteget ***p-n* átmenetnek** nevezik. Ennek vastagsága **néhány mikronnál** nem nő tovább. A határréteg kiszélesedését ugyanis gátolja a rácsionok között kialakult elektromos erőtér (potenciálgát). Egyensúlyi állapot jön létre.



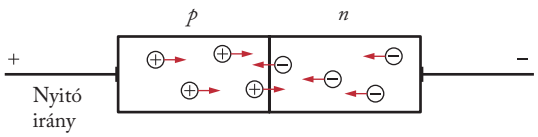
Határréteg (p–n átmenet) kialakulása



A félvezető dióda áramköri jele

Félvezető dióda nyitó irányú kapcsolása

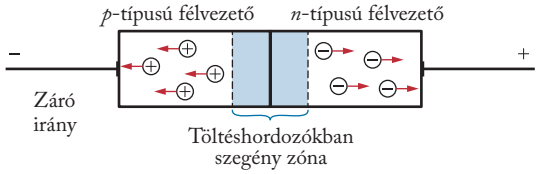
Ha +0,5 V és +0,7 V közötti feszültséget kapcsolunk a dióda (+) kivezetésére a (–) kivezetéshez képest, akkor az elektromos mező feltölti a határréteget töltéshordozókkal, megszünteti annak szigetelő jellegét, a dióda vezetővé válik **(nyitó irányú kapcsolás)**.



Félvezető dióda nyitó irányú kapcsolása

Félvezető dióda záró irányú kapcsolása

Ha a külső *feszültségforrás pozitív sarkát a dióda n oldalához, a negatívat a p oldalához kapcsoljuk,* akkor az elektromos mező kiszívja a mozgásképes töltéseket a határrétegből, kiszélesedik a határréteg. A dióda szigetelővé válik, lezár **(záró irányú kapcsolás)**.

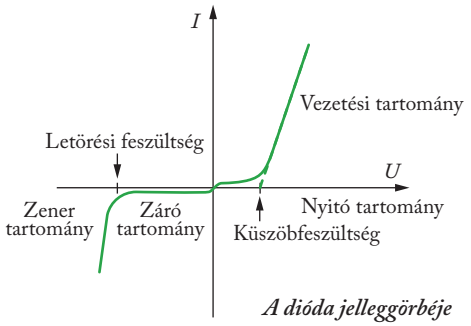


Félvezető dióda záró irányú kapcsolása

Félvezető dióda jelleggörbéje (karakterisztikája)

A dióda nyitó irányú kapcsolása esetén a feszültség növelésével nő az áramerősség, a dióda vezeti az áramot (pl. 0,6 V esetén 40 mA). A záró irányú kapcsolás esetén a

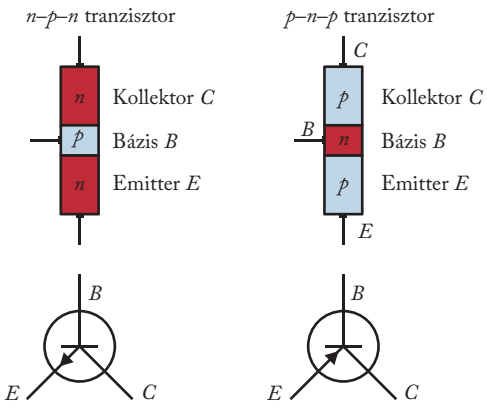
dióda csak nagyon kis mértékben vezet (az áramerősség néhány μA). A letörési feszültség esetén az elektromos térerősség kiszakítja a határréteg vegyértékelektronjait, amelyek ütközési ionizációval további töltéshordozókat hoznak létre. Olyan nagy záró irányú áram jöhet létre, amely tönkreteszi a diódát. Áramkorlátozó ellenállást kell alkalmazni a dióda védelmére.



A dióda jelleggörbéje

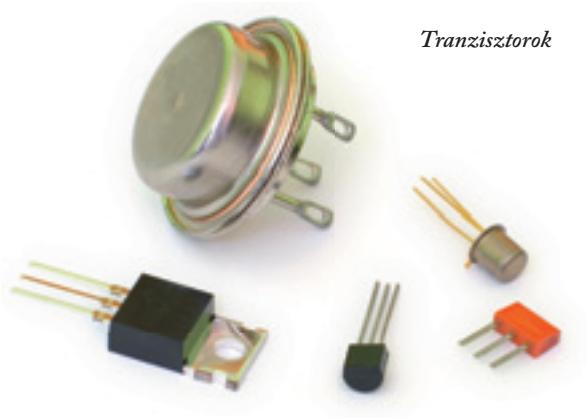
A tranzisztor (bipoláris tranzisztor)

A **tranzisztort** három adalékolt félvezető réteg alkotja, ezek neve: **emitter** (E), **bázis** (B) és **kollektor** (C). A rétegek jellegétől függően *n–p–n* vagy *p–n–p* elrendezéssel. A bázis jóval vékonyabb, mint a másik két réteg. Mindhárom rétegnek elektromos kivezetése van. A tranzisztor két szembe kapcsolt diódának tekinthető, belsejében két *p–n* átmenet (határréteg) van egymás közvetlen közelében. A tranzisztor áramköreit úgy alakítják ki, hogy az – *emitter–bázis* határréteg nyitó irányú, a *bázis–kollektor* határréteg záró irányú feszültséget kap.

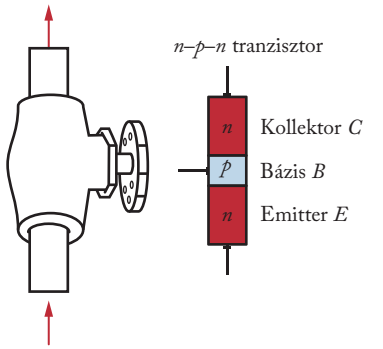


Az n–p–n és a p–n–p elrendezésű tranzisztorok rétegei és áramköri jelük

A tranzisztor elsősorban erősítőként és kapcsolóként működik, de sok más célra is használható. Az áramerősítés mértéke akár több százszoros is lehet. Egy egyszerű modell a tranzisztor működésének szemléltetésére: a tranzisztor egy zárható-nyitható csapként képzelhető el (bázis), amellyel az átfolyó víz (kollektoráram) könnyen, kis energiával szabályozható. Jobban tükrözné a tranzisztor működését egy olyan modell, amelyben a csap nyitását is a víz szabályozná.

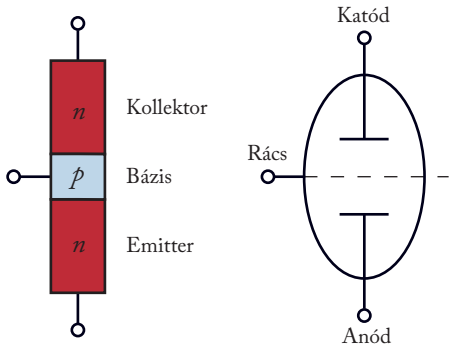


Tranzisztorok



A csőben folyó víz a tranzisztorban mozgó elektronokat szemlélteti, a csap pedig a bázisréteget

A tranzisztor elődje, a trióda három elektródát tartalmazott, ezek elnevezése: anód, katód és rács. A rács fémhálóhoz hasonlítható elektróda, amelyen áthaladhatnak a katódból kilépő elektronok az anód felé haladva. A rácsfeszültséggel vezérelhető az anódáram, mint a tranzisztornál a bázis-emitter feszültséggel a kollektoráram.



Az n–p–n rétegtranzisztor és trióda összehasonlítása

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Hogyan lehet félvezető kristályokban *p–n* átmenetet létrehozni?
2. Hogyan alakul ki a határréteg *p–n* átmenetnél?
3. Mi történik a határrétegben nyitó irányú kapcsoláskor?
4. Mi történik a határrétegben záró irányú kapcsoláskor?
5. Milyen rétegek alkotják a rétegtranzisztort?
6. Mire lehet alkalmazni a tranzisztorokat?

3. A félvezetők alkalmazásai

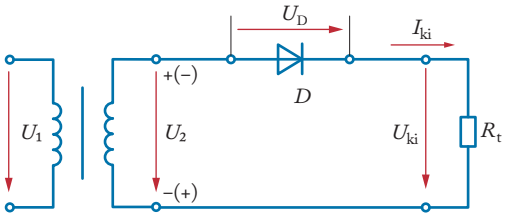
A diódák alkalmazása

A rétegdiódákat leggyakrabban a **váltakozó feszültség egyenirányítására** és **feszültségszabályozásra** használják.

Váltakozó feszültségből lüktető egyenfeszültséget hoznak létre. Az akkumulátoros töltőkben (pl. mobiltelefonok töltése), egyenfeszültségű tápegységekben (pl. laptop tápegysége) a hálózati feszültség egyenirányítására diódákat használnak.

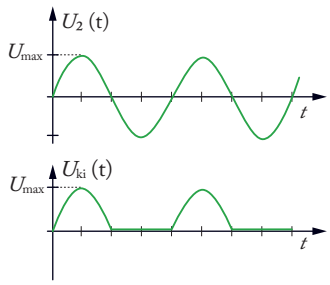
Egyutas egyenirányító-kapcsolás

A legegyszerűbb egyenirányító-kapcsolás, egy diódát alkalmaznak a váltakozó feszültség egyenirányítására. Az U_1 váltakozó feszültséget a transzformátor primer tekercsére kapcsoljuk.



Egyutas egyenirányító-kapcsolás

A dióda a szekunder feszültség (U_2) pozitív félperiódusában vezet (nyitó irány). A váltakozó feszültség pozitív félperiódusát átengedi. A negatív félperiódusban (záró irány) szigetelőként viselkedik. A váltakozó feszültség negatív félperiódusát nem engedi át. Az egyenirányított feszültséget az R_t ellenálláson tudjuk megmérni. Az egyenfeszültség és annak teljesítményének a kiszámítását bonyolultságuk miatt nem részletezzük (integrálszámítás). A számítások szerint az egyenfeszültség a váltakozó feszültség csúcsértékének 32%-a, a kimenő teljesítmény a bemenő teljesítmény 40,5%-a. Hátrány, hogy **erősen lüktető az egyenfeszültség**, ugyanis a negatív félperiódusokban zérus.

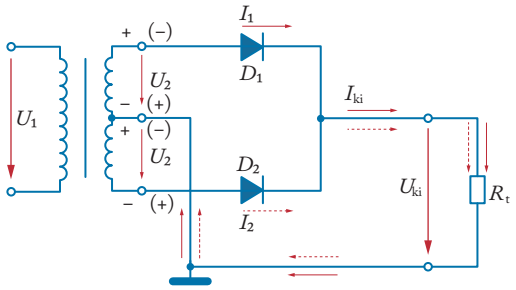


A váltakozó feszültség és az egyenirányított feszültség egyutas egyenirányítással

Kétutas egyenirányító-kapcsolás

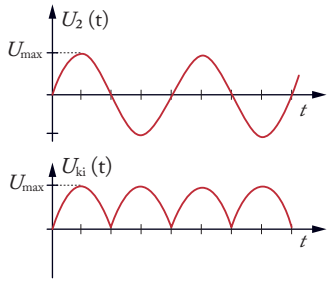
KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A transzformátor szekunder tekercsét középen megcsapolják, a szekunder feszültséget két egyenlő részre osztják. A váltakozó feszültség pozitív félperiódusában a D_1 dióda vezet (nyitó irány), a D_2 dióda szigetelőként működik (záró irány). A negatív félperiódusban a D_2 dióda vezet, a D_1 dióda zár.



Kétutas egyenirányító-kapcsolás

A kimeneti ellenálláson a két áramerősség eredője mérhető ($I_1 + I_2$). Egy periódus alatt **két egyenirányított félhullám keletkezik**.



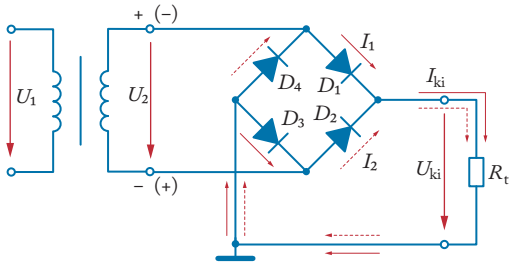
A váltakozó feszültség és az egyenirányított feszültség kétutas egyenirányítással

Az egyenirányított feszültség kétszerese az egyutas egyenirányítókkal előállítható feszültségnek. A számítások szerint az egyenfeszültség a váltakozó feszültség csúcsértékének 64%-a, a kimenő teljesítmény a bemenő teljesítménynek a 81%-a.

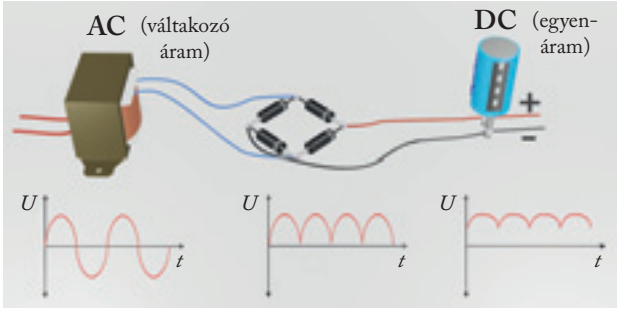
Graetz-kapcsolású kétutas egyenirányító-kapcsolás

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A Graetz-kapcsolás (hídkapcsolás) előnye, hogy nem kell különleges felépítésű transzformátort alkalmazni. A két dióda helyett négyre van szükség, de még így is olcsóbb és egyszerűbb a gyártása.



Graetz-hídas egyenirányító-kapcsolás



Az egyenirányított feszültséget kondenzátorral „simították” (jobb oldali grafikon)

Az U_2 váltakozó feszültség pozitív félperiódusában a D_1 és D_3 dióda vezet, nyitó feszültséget kap. Ezeken a diódákon I_1 erősségű áram folyik. A negatív félperiódusban a D_2 és D_4 dióda vezet, I_2 erősségű áram folyik rajtuk. A kimeneti ellenálláson a két áram összege ($I_1 + I_2$) mérhető.

Az egyenirányított feszültség-idő grafikonja megegyezik a kétutas egyenirányított feszültség-idő grafikonnal.

Feszültségszabályozás diódákkal

A feszültségszabályozásra is használt diódákat Zener-diódáknak nevezzük. Működése nyitó irányban megegyezik a a szilicium félvezető diódákkal, míg záró irányban a letörési tartományban működik. Zener-diódákat tartalmaznak az elektronikus áramkörök tápegységei, továbbá a televíziókészülékek, nyomtatók.

ALKALMAZÁSOK

Műanyagból készült félvezetők

A műanyagokat jó szigetelőknek ismerjük, például villamos vezetékek szigetelése. Az elmúlt évtizedben a műanyagok (polimerek) összetételének változtatása lehetővé tette, hogy polimerekből félvezető anyagot gyártsanak. A műanyagokból készített félvezető eszközök gyártása sokkal egyszerűbb, olcsóbb, mint a hagyományos (szilícium, germánium) kristályból készülteké. A hagyományos félvezető anyagokból gyártott alkatrészekhez képest a műanyagból gyártottak tartósabbak, rugalmasabbak, hajlékonyak. A műanyagból készült elektronikai alkatrészeket már napjainkban is beépítik a LED (organikus LED) kijelzőkbe. A folyadékkristályos LCD panelekkel ellentétben napsütésben is jól látható a kép és a kontrasztarányuk is jobb. Az organikus LED kijelzők nagyon rugalmasak, hajlítható képernyő gyártására is alkalmasak.

A legújabb kutatások eredménye olyan polimerkeverékből előállított puha félvezető anyag, amely eredeti méretének akár 200-szorosára is nyújtható, és közben megmaradnak az elektromos tulajdonságai. A puha félvezető nagyon gyenge fény érzékelésére is alkalmazható, a helyiségek világítására használt fény százmilliomod részét is képes észlelni. Az elnyelt fényt elektromos energiává alakítja.

A puha félvezetőkből készített eszközöket jól lehet majd alkalmazni a gyógyításban is. Olyan érzékelőket lehet kifejleszteni, amelyek javítják a látást, akár helyettesítik az emberi szemet vagy robotszemként működnek.

Az „okos” mezőgazdaságban is nagy lehetőségei vannak az új műanyag alapú félvezetőknek. A gyümölcsökhöz rögzített (ragasztott) fényérzékelők segítik a növekedés megfigyelését, a kártevők, gombás fertőzések gyors felismerését.



Hajlítható kijelző

Diódák alkalmazásai

Fotodiódák

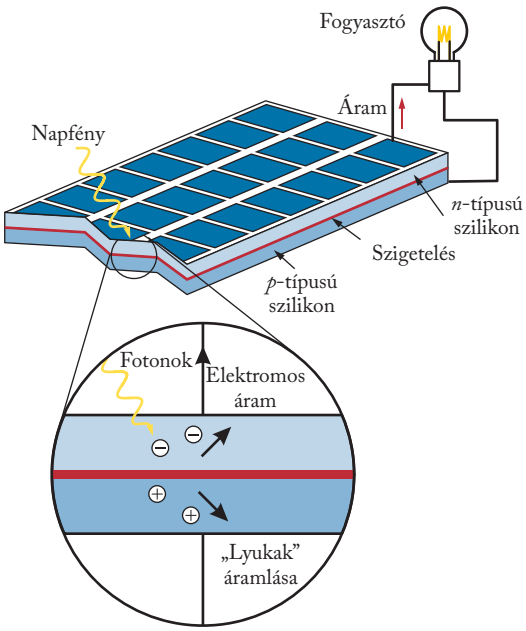
A **fotodiódák** felülethez közeli határrétegében **fény hatására elektron-lyuk párok** keletkeznek (belső fotoeffektus), a fotodióda vezetővé válik. Feszültség hatására **áram keletkezik**, amelyet ha megmérünk, a beeső fénnyel arányos értéket kapunk (fénymérés, fotocella). Fontos szerepük van abban, hogy a fényimpulzusokat elektromos jellé tudjuk átalakítani. Fotodiódákat alkalmaznak a **digitális fényképezőgépekben** is. Minden egyes képponthoz (pixelhez) egy miniatűr, szilíciumlapon kialakított fotodióda tartozik. Ezek a fotodiódák a beeső fénnyel arányos töltéscsomagot küldenek tovább a velük sorosan kapcsolt kondenzátor felé. Ezekből a kondenzátorokból olvassa ki egy megfelelő áramkör a képnek megfelelő elektromos jeleket.



A fotodióda áramköri jele

Napelemek

A **napelemekben** a fotodiódát áramforrásként használjuk: az elnyelődő **fény energiája elektron-lyuk párok létrehozására** és szétválasztására fordítódik. A napelem a fényenergiát villamos energiává alakítja. Környezetkímélő tulajdonságai miatt ma már nemcsak űrhajók, mesterséges holdak áramforrása, hanem a közlekedésben és a települések (családi házak) áramellátásában is egyre szélesebb körben alkalmazzák. A napfényből nyert energia a villamos hálózatba visszatáplálva az igény szerinti helyen hasznosulhat.



Napelemcella felépítése

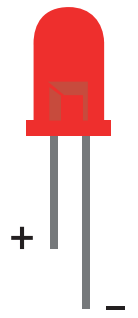
LED-diódák

A LED-ek legnagyobb csoportját a fénykibocsátó LED-diódák alkotják. Nevük az angol Light Emitting Diode rövidítésből származik.

HATÉKONYSÁG	legkisebb			legnagyobb
LÁMPA TÍPUSA				
LUMEN	HAGYOMÁNYOS	HALOGÉN	KOMPAKT	LED
450	40 W	29 W	9 W	8 W
800	60 W	43 W	14 W	13 W
1100	75 W	53 W	19 W	17 W
1600	100 W	72 W	23 W	20 W
ÉLETTARTAM	1 év	1–3 év	6–10 év	15–25 év
MEGTAKARÍTÁS	×	30% felett	75% felett	80% felett

A világításra használt energia 80%-a takarítható meg LED-lámpa használatával

A dióda nyitó irányú kapcsolása esetén a határrétegbe áramló **elektronok és lyukak rekombinálódnak, és energia szabadul fel**. A felszabaduló energia **fotonok formájában kisugárzódik (fénykibocsátás)**. A LED-ek működtetése **kis áramerősséget és alacsony feszültséget igényel**, ezért fényforrásként alkalmazva igen energiatakarékosak. Például egy 13 W-os LED-lámpa 60 W-os lámpának megfelelő fényt ad. Napjainkban egyre gyakrabban használják, kiszorítják a hagyományos fényforrásokat.

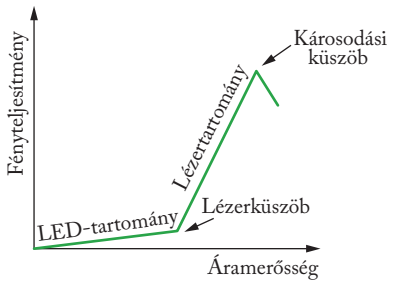


Piros színű fényt kibocsátó LED-dióda

A LED-eknek fontos szerepe van minden olyan esetben, amikor elektromos jeleket fénnyé alakítunk át. **Infravörös fényt kibocsátó LED-et** alkalmazunk a távirányítókban (pl. televízió távirányítója). A CD-olvasókban lézerdióda által kibocsátott fény tapogatja le a CD-lemezt.

A félvezető lézerek

A félvezető lézereket **lézerdiódáknak** is nevezhetjük. A LED-diódákhoz hasonlóan működnek. Lényeges különbségek: a lézerfény időben és térben koherens, egyszínű, nagy az energiasűrűsége. A lézerdiódák két vagy több komponensű félvezetők: például gallium-arzenid (Ga-As). Az alapkristály Ga-As, amihez a ***p*** és ***n*** rétegek létrehozásához általában alumíniumot, foszfort adalékolnak. A szilíciumkristály vagy germániumkristály nem alkalmas LED- vagy lézerdióda gyártására. A lézerdiódákban a *p–n* átmenetben az elektron-lyuk rekombináció során a feles-



LED-dióda és lézerdióda fényteljesítmény–áramerősség grafikonja

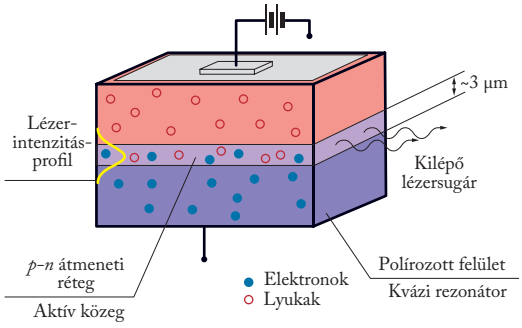
leges energia lézerfoton formájában sugárzódik ki. A *p–n* átmenetre nyitó irányú feszültséget kapcsolnak.

A lézerdiódákat nagyon sok területen alkalmazzák. Soroljunk fel néhányat közülük!

Gyógyászat: lézeres műtétek.

Fémmegmunkálás: hegesztés, darabolás.

Lézerfénnyel történő leolvasás: CD-lejátszó, vonalkód.



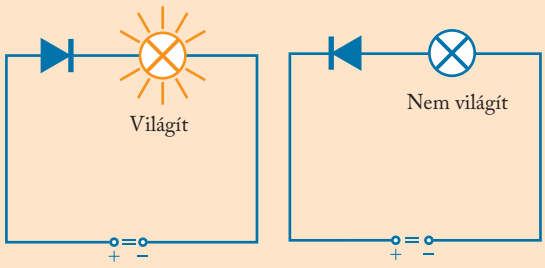
A félvezető lézerek felépítése

KÍSÉRLET

1. KÍSÉRLET Kísérlet rétegdiódával. Állítson össze diódával egy nyitó irányú és egy záró irányú kapcsolást!

Szükséges eszközök: vezetékek, áramforrás, izzólámpa, dióda, mérőműszer, kapcsoló.

Rajzolja le a két kapcsolást!
Mivel magyarázható, hogy az egyik esetben világít az izzó, áramot jelez a műszer, a másik kapcsolásnál nem?



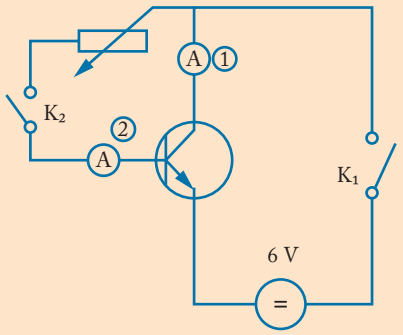
A kísérlet során tapasztaltak magyarázata:

1. A nyitó irányú kapcsolásnál a dióda határrétege elvékonyodik, az elektromos erőtér töltéseket visz a határrétegbe. A dióda ellenállása csökken, vezetővé válik. Az izzó világít, az ampermérő áramot jelez.

2. A záró irányú kapcsolásnál a dióda határrétege kiszélesedik, az elektromos erőtér kiszívja a töltéshordozókat. A dióda ellenállása megnő, szigetelőként működik. Az izzó nem világít, az ampermérő nem jelez áramot.

2. KÍSÉRLET Kísérlet rétegtranzisztorral. Állítsa össze a rajzon látható tranzisztoros kapcsolást!

Szükséges eszközök: vezetékek, áramforrás, tranzisztor, kapcsolók, mérőműszerek.



a) Mit mutatnak a mérőműszerek, ha zárja a K_1 és K_2 kapcsolót?
b) Mekkora áramerősítést lehetett megvalósítani?
c) Ismételje meg a kísérletet 4,5 V-os áramforrással is!
d) Mekkora ebben az esetben az áramerősítés?
e) Hogyan valósítja meg a tranzisztor az erősítést?

Ha csak a K_1 kapcsolót zárjuk, az A_1 ampermérő nem jelez áramot, a kollektorkörben nem folyik áram, a tranzisztor nem vezet. Ha a K_2 kapcsolót is zárjuk (emitter-bázis áramkör), amelynek áramát az A_2 ampermérő méri, az A_1 mérőműszer is áramot jelez. A kollektoráram (A_1) sokszorosa (akár 100-szorosa) lehet a bázisáramnak (A_2). A tranzisztor vezet, erősítőként működik. A tranzisztor vezérelhető, a bázisárammal vezéreljük a kollektorkörben folyó áram erősségét.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Hogyan működik az egyutas egyenirányító?
2. Hogyan működik a kétutas egyenirányító?
3. Mi a különbség a kétutas és a Graetz-kapcsolás között?
4. Hogyan működik a rétegtranzisztor közös emitterű kapcsolásban?
5. Hol alkalmaznak fotodiódákat? (Legalább két példát mondjon!)
6. Hogyan működik a napelem?
7. Miért lehet nagy energiát (akár 85%-ot) LED-lámpákkal megtakarítani?

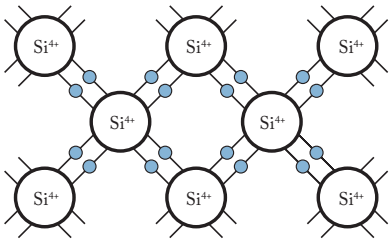
Összefoglalás

Félvezető anyagok felépítése

Félvezető anyagok szerkezete, sajátvezetés

Félvezetőknek nevezzük azokat a szilárd halmazállapotú, kristályos szerkezetű anyagokat, amelyek elektromos vezetőképessége a szigetelőké és a vezetőké között van.

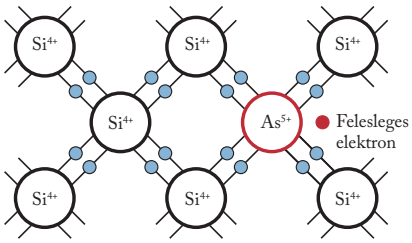
A tiszta kristályban a vezetésben részt vevő elektronok és lyukak száma egyenlő. Ezt a vezetést sajátvezetésnek nevezzük. Melegítés vagy erősebb megvilágítás hatására nő az elektron-lyuk párok száma, csökken a félvezető fajlagos ellenállása.



Szilíciumkristály alacsony hőmérsékleten

Az *n*-típusú adalékolás

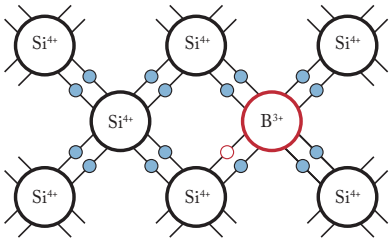
Ha a kristályban az atomok egy részét **öt vegyértékelektronnal** rendelkező anyaggal, például arzénnal (As) vagy foszforral (P) helyettesítjük, ***n*- (negatív) típusú félvezetőhöz jutunk**.



n-típusú félvezető

A *p*-típusú adalékolás

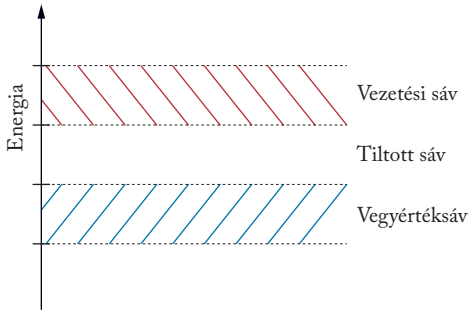
Ha a szilícium- vagy germániumkristályt **három vegyértékelektronnal** rendelkező anyaggal – bór, (B), indium (In), alumínium (Al) vagy gallium (Ga) – adalékoljuk, ***p*-(pozitív) típusú félvezetőt kapunk.**



p-típusú félvezető

Félvezető anyagok sávszerkezete

A szilárd testekben található elektronok energiájuk szerint sávokba sorolhatók. Egyes energiatartományokban lehetnek elektronok: vegyértéksáv, vezetési sáv, bizonyos sávokban nem tartózkodhatnak elektronok: tiltott sáv. Az atomokhoz kötött elektronok a vegyértéksávban találhatók. A vezetési sávban azok az elektronok vannak, amelyek szabadon mozoghatnak az atommagok között. A két sáv között található a tiltott sáv.



Szilárd testek sávszerkezete

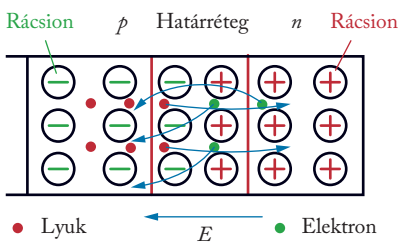
Elektroncsövek, diódák

Elektroncsövek

Az **elektroncsövek** kis méretű katódsugárcsövek. Az elektródák számától függően az elektroncső lehet **dióda** (két elektróda), **trióda** (három elektróda) stb.

A félvezető dióda, a *p-n* átmenet

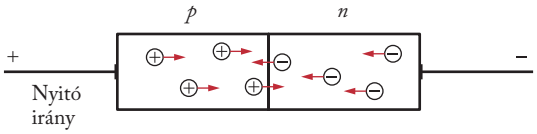
A **félvezető dióda** (kristálydióda) általában szilícium alapanyagú, **egy *n*- és egy *p*-típusú félvezető rétegből áll**. Ezt úgy lehet létrehozni, hogy a szilíciumkristály egyik felét *p*-típusúan, a másik felét *n*-típusúan adalékolják.



Határréteg (p-n átmenet) kialakulása

Félvezető dióda nyitó irányú kapcsolása

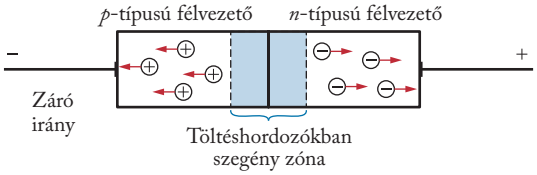
Ha +0,5 V és +0,7 V közötti feszültséget kapcsolunk a dióda (+) kivezetésére a (–) kivezetéshez képest, akkor az elektromos mező feltölti a határréteget töltéshordozókkal, megszünteti annak szigetelő jellegét, a dióda vezetővé válik **(nyitó irányú kapcsolás)**.



Félvezető dióda nyitó irányú kapcsolása

Félvezető dióda záró irányú kapcsolása

Ha a külső *feszültségforrás pozitív sarkát a dióda n oldalához, a negatívat a p oldalához kapcsoljuk,* akkor az elektromos mező kiszívja a mozgásképes töltéseket a határrétegből, kiszélesedik a határréteg. A dióda szigetelővé válik, lezár **(záró irányú kapcsolás)**.

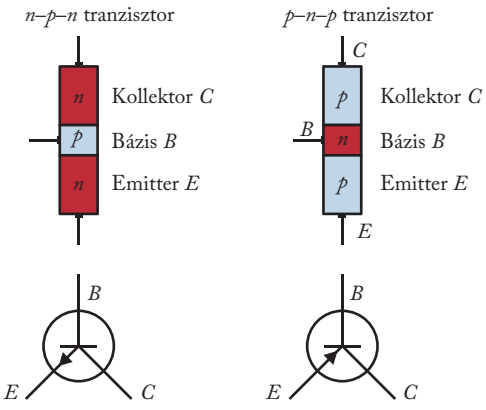


Félvezető dióda záró irányú kapcsolása

Tranzisztorok

A rétegtranzisztor (bipoláris tranzisztor)

A **tranzisztort** három adalékolt félvezető réteg alkotja, ezek neve: **emitter** (E), **bázis** (B) és **kollektor** (C). A rétegek jellegétől függően *n–p–n* vagy *p–n–p* elrendezéssel.



Az n–p–n és a p–n–p elrendezésű tranzisztorok rétegei és áramköri jelük

A tranzisztoroknak három típusa létezik:
– közös bázisú;
– közös emitterű;
– közös kollektorú.

Tranzisztorok alkalmazásai

Tranzisztor felhasználása erősítőként:
– feszültségerősítésre;
– teljesítményerősítésre.

Tranzisztort egyes áramkörökben kapcsolóként vagy oszcillátorként is használnak.

Diódák alkalmazásai

Fotodiódák

A **fotodiódák** felülethez közeli határrétegében **fény hatására elektron-lyuk párok** keletkeznek (belső fotoeffektus), a fotodióda vezetővé válik.

Napelemek

A napelemekben a fotodiódát áramforrásként használjuk: az elnyelődő fény energiája elektron-lyuk párok létrehozására és szétválasztására fordítódik. A napelem **a fényenergiát villamos energiává alakítja**.

LED-diódák

A **LED** (Light Emitting Diode) **fénykibocsátó dióda**. A dióda nyitó irányú kapcsolása esetén a határrétegbe áramló elektronok és lyukak rekombinálódnak, és energia szabadul fel. A felszabaduló energia fotonok formájában kisugárzódik (fénykibocsátás).

Félvezető lézerek

A félvezető lézereket **lézerdiódáknak** is nevezhetjük. A LED-diódákhoz hasonlóan működnek.

Erősítők

Dióda mint erősítő:
– egyutas egyirányító (félhullámot hoz létre);
– kétutas egyenirányító (simított hullámot hoz létre).

Dióda mint feszültségszabályzó (Zéner-dióda).

Összefoglaló feladatok

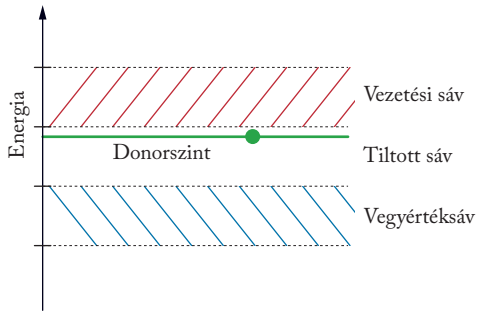
TESZTKÉRDÉSEK

1. Melyik állítás HAMIS?
A) A félvezető anyagok kristályos szerkezetűek.
B) A félvezető anyagok 4 vegyértékűek.
C) Szobahőmérsékleten nem rendelkeznek szabad elektronokkal.

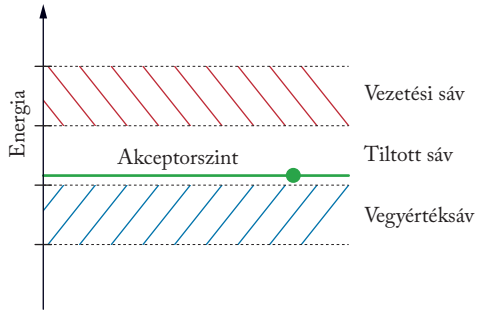
2. Mi történik, ha 5 vegyértékű atomokkal szennyezik a félvezető kristályt?
A) Megnő a vezetési elektronok száma.
B) Megnő a lyukak száma.
C) Nő az ellenállása.

3. Mi történik, ha 3 vegyértékű atomokkal szennyezik a félvezető kristályt?
A) Nő a vezetési elektronok száma.
B) Nő a lyukak száma.
C) Nem változik a vezetőképessége.

4. Mit ábrázoltak az ábrán?
A) A *p*-típusú félvezető sávszerkezetét.
B) Az *n*-típusú félvezető sávszerkezetét.
C) Szigetelőanyag sávszerkezetét.



5. Mit ábrázoltak az ábrán?
A) A *p*-típusú félvezető sávszerkezetét.
B) Az *n*-típusú félvezető sávszerkezetét.
C) Fémes vezető sávszerkezetét.



6. Hogyan alakul ki a *p*-*n* átmenet a félvezető kristályoknál?
A) Melegítik a félvezető kristályt.
B) Hűtik a félvezető kristályt.
C) Állandó hőmérsékleten elektronok és lyukak egyesülnek.

7. Mi történik a rétegdióda határrétegében záró irányú kapcsoláskor?
A) A határréteg elvékonyodik, a dióda vezeti az áramot.
B) A határréteg kiszélesedik, a dióda szigetelőként működik.
C) A határréteg töltéshordozóinak a száma nem változik.

8. Mi történik a rétegdióda határrétegében nyitó irányú kapcsoláskor?
A) A határréteg elvékonyodik, a dióda vezeti az áramot.
B) A határréteg kiszélesedik, a dióda szigetelőként működik.
C) A határréteg töltéshordozóinak a száma nem változik.

9. Melyik HAMIS az alábbi állítások közül?
A) A rétegtranzisztor vezérelhető félvezető eszköz.
B) A tranzisztorokat erősítőként alkalmazzák.
C) A tranzisztorokat a váltakozó feszültség egyenirányítására használják.

10. Hány határrétege van a rétegtranzisztoroknak?
A) Kettő.
B) Három.
C) Egy.

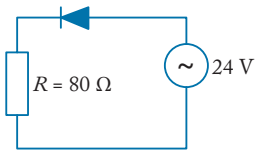
11. Melyik IGAZ az alábbi állítások közül?
A) A fotodiódák egyenáram hatására fotonokat bocsátanak ki.
B) A lézerdiódák lézerfény hatására egyenáramot hoznak létre.
C) A napelemekben a fotodiódát áramforrásként használjuk.
D) A LED-dióda (Light Emitting Diode) váltakozó árammal működik.

FELADATOK

1. Az ábrán látható egyutas egyenirányító-kapcsolásban a fogyasztó ellenállása 80 Ω. Az áramforrás váltakozó feszültsége 24 V.

a) Mekkora a fogyasztó átlagos teljesítménye?

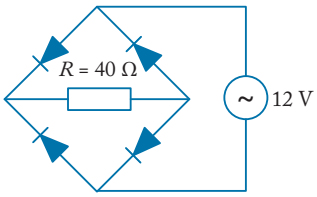
b) Mekkora a kapcsolás hatásfoka?



2. Az ábrán látható kétutas egyenirányító-kapcsolásban (Graetz-híd) a fogyasztó ellenállása 40 Ω. Az áramforrás váltakozó feszültsége 12 V. A diódákon eső feszültség legyen 0,7 V.

a) Mekkora a fogyasztó átlagos teljesítménye?

b) Mekkora a kapcsolás hatásfoka?



3. Egy kis falu 240 családja háztartásonként 5 db 60 W-os hagyományos izzót 9 W-os LED-lámpára cserél. Tételezzük fel, hogy egy lámpát naponta átlagosan 4 órát használnak!

a) Mennyi villamos energiát takarítanak meg egy hónapban (30 nap)?

b) Mennyi pénzt spórolnak meg? (1 kWh ára legyen 40 Ft.)

4. Péter és Tamás a szobájukban található 40 W-os hagyományos izzót 6 W-os LED-lámpára cserélik. Mennyivel csökken a kiadásuk egy évben, ha reggelente 2 órát, esténként 5 órát világítanak? (1 kWh ára legyen 40 Ft.)

5. A családi ház nappali helyiségében a 100 W-os hagyományos izzólámpát 20 W-os energiatakarékos fényforrásra cseréljük.

a) Mennyi pénzt takarítunk meg évente, ha naponta átlagosan 5 órát világítunk vele?

b) Mennyi pénzt takarítunk meg évente, ha 15 W-os LED-lámpára cseréljük a 100 W-os izzót, és naponta átlagosan 5 órát használjuk? (1 kWh ára legyen 40 Ft.)

ESSZÉKÉRDÉS

1. Rétegdiódák felépítése és alkalmazásuk

Milyen anyagokból készíthetünk rétegdiódát? Hogyan lehet létrehozni *p*-típusú, illetve *n*-típusú szennyezést? Rajzolja le a rétegdióda felépítését! Ismertesse a határréteg kialakulását! Rajzolja le a dióda nyitó irányú és záró irányú kapcsolását! Hogyan lehet alkalmazni a diódákat váltakozó feszültség egyenirányítására? Rajzolja le az egyutas egyenirányító-kapcsolást! Jellemezze az egyenirányított feszültséget!

2. Rétegtranzisztorok felépítése és alkalmazásuk

Rajzolja le az *n*-*p*-*n* rétegtranzisztor felépítését! Mi a neve az egyes rétegeknek? Hány határréteg alakul ki? Ismertesse a rétegtranzisztor működését! Miért igaz az, hogy a tranzisztor vezérelhető? Rajzolja le az *n*-*p*-*n* rétegtranzisztor földelt emitterű kapcsolását! Milyen áramkörök jönnek létre? Ismertesse az elektronok mozgását az emitterből indulva! Hogyan lehet a tranzisztort erősítésre alkalmazni?

Az OLED panelekből álló kivetítők egy képet alkotnak



VIII. Hullámok, rezgőkör





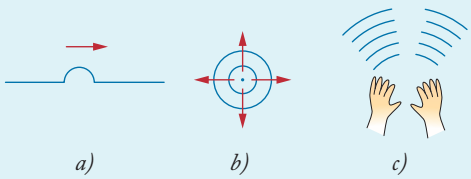


1. Mechanikai hullámok leírása

EMLÉKEZTETŐ

A periodikus jelenségek vizsgálatakor megismertük a tömegpontok harmonikus rezgőmozgását. Amennyiben egy rugalmas anyag egy részét rezgőmozgásba hozzuk, akkor az a rezgési állapot kis idő múlva megjelenik az anyag más részein is. Rugalmas közeg egy részén keltett deformáció (zavar, változás) térbeli és időbeli tovaterjedését **mechanikai hullámnak** nevezzük. Mechanikai hullámokra jó példa a megpendített húr, a hullámok a víz felszínén vagy a hang.

A mechanikai hullámokat a terjedés térbeli viszonyai dimenziószám szerint csoportosíthatjuk **vonal menti, felületi** és **térbeli hullámokra** (1D, 2D, 3D). A mechanikai hullámokat kifeszített gumikötéllel vagy „lépcsőn járó rugóval" demonstrálhatjuk.



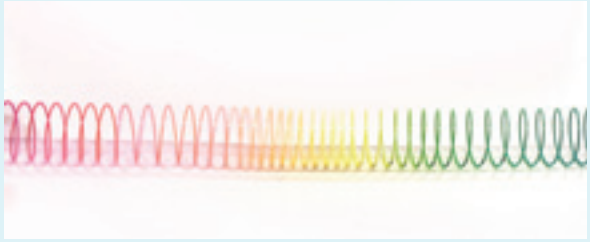
Zavar terjedhet gumizsinóron (a), vízfelszínen (b), levegőben (c)

A rezgés iránya szerint a hullámokat két csoportba sorolhatjuk.

Transzverzális (keresztirányú) hullám esetén a közeg részecskéi a hullámterjedés irányára merőlegesen rezegnek. Ilyenkor hullámhegyek és hullámvölgyek vonulását észleljük.



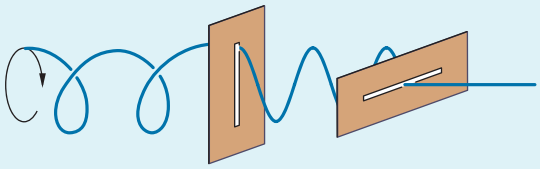
Transzverzális hullám



Longitudinális hullám

Longitudinális (hosszanti) hullám esetén a közeg részecskéi a hullámterjedés irányában rezegnek. Ilyenkor a közeg sűrűsödéseit, illetve ritkulásait tapasztaljuk.

Ha a transzverzális hullám minden részecskéje azonos síkban rezeg, akkor az így előálló hullámot síkban poláros hullámnak nevezzük. A **hullámpolarizáció** jelenségét egy résen átbújtatott gumikötéllel lehet bemutatni.



Gumikötélen keltett transzverzális hullám polarizálható

A mechanikai hullámokat jellemezhetjük különféle mennyiségekkel.

Azt a sebességet, amellyel a hullám fázisa terjed, a hullám terjedési sebességének (c) nevezzük. Mértékegysége a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, vektormennyiség.

Két, legközelebbi azonos fázisban rezgő pont távolságát hullámhossznak (λ) nevezzük. Mértékegysége az m, skalármennyiség.

Amíg a hullámforrás egy teljes rezgést végez, a zavar egy hullámhossznyit távolodik tőle a terjedési sebességgel: $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$. A hullám térben és időben periodikus jelenség. A térben ismétlődő legkisebb egységének hossza a λ hullámhossz. Az időbeli periodikusság mértéke megegyezik a hullámtér bármely pontjának harmonikus rezgőmozgását jellemző T periódusidővel. A hullám (rezgés) frekvenciájának jele: f, $f = \frac{1}{T}$.

Lökéshullámnak nevezzük azt a mechanikai hullámot, amelyet úgy kapunk, hogy a közeg egy pontján egyszeri zavart keltünk, s az vonul végig a hullámtérben. Ilyen jön létre a gumikötélre mért egyetlen ütés hatására, és ilyen a taps levegőben terjedő hangja is.

A rugalmas közeg egy pontjában előidézett periodikus zavar a hullámtér más pontjában is periodikus zavart kelt, így **hullámvonulat** jön létre.

Ha a hullámforrás harmonikus rezgőmozgást végez, akkor a környezetében harmonikus hullámok jelennek meg. Harmonikus rezgőmozgást harmonikus erő (lineáris erő, $\Sigma F \sim \Delta x$) hoz létre.

A hullámot leíró kétváltozós függvény

Egészítsük ki a mechanikai hullámokról eddig megszerzett ismereteinket.

Gondolatban indítsunk egy harmonikus hullámvonulatot a gumizsinóron! A hullámforrás legyen a hely vonatkoztatási kezdőpontja (origó), aminek a kitérése az idő mérésének kezdetén 0! Így a hullám kezdőpontjának kitérése az idő függvényében: $y(t) = A \cdot \sin \omega \cdot t$.

Határozzuk meg a rugalmas szál tetszőleges x pontjának kitérését tetszőleges t időpontban! Az origótól x távolságra rezgő pont is ugyanolyan rezgőmozgást végez, mint a hullám kezdőpontjában lévő tömegpont, csak $t = \frac{x}{c}$ idővel később kezdi azt el. Így annak kitérés-idő függvénye:

$$y(x,t) = A \cdot \sin \omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Használjuk fel, hogy $\omega = \frac{2\pi}{T}$, illetve $T \cdot c = \lambda$:

$$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

A gumizsinórban haladó hullámvonulatban a közeg pontjainak kitérése a hely és az idő függvénye. A fenti kétváltozós függvény alakjában jól látszik a hullám időbeli (T) és térbeli (λ) periodicitása.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Hosszú gumizsinór egyik végét 20 cm amplitúdójú, 0,5 másodperc periódusidejű harmonikus rezgésre kényszerítjük. A rezgési állapot $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel terjed a rugalmas közegben.

a) Mekkora a kialakuló hullám frekvenciája, hullámhossza?

b) Készítsük el a zsinór egy pontjának kitérés-idő függvényét!

c) Melyik fizikai mennyiség jellemzi a hullám időbeli periodicitását?

d) Mekkora a hullám hullámhossza?

e) Készítsük el a rugalmas közeg egy „pillanatfelvételét”, azaz ábrázoljuk egy adott pillanatban a zsinór pontjainak kitérés-idő függvényét!

f) Melyik fizikai mennyiség jellemzi a hullám térbeli periodicitását?

MEGOLDÁS

Adatok:
$A = 0{,}2$ m, $T = 0{,}5$ s, $c = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

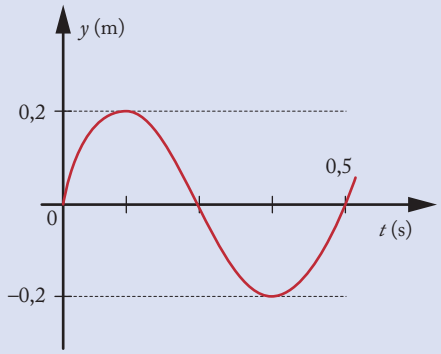
a) Alkalmazzuk az f frekvencia és T periódusidő viszonyát leíró összefüggést:

$$f = \frac{1}{\text{T}} = 2 \text{ Hz}$$

Fejezzük a ki a hullámhosszat a hullámmozgás alapegyenletéből:

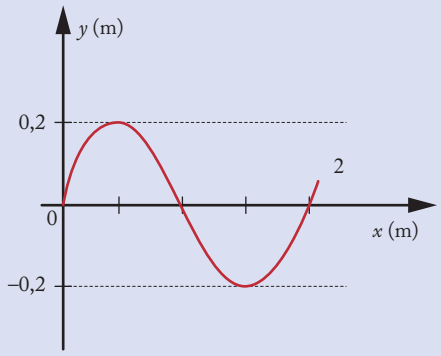
$$c = \lambda \cdot f, \ \lambda = \frac{c}{f} = 2 \text{ m}.$$

b) A vízszintes tengelyen a t időt jelöljük, a függőlegesen az y kitérést. Egy periódusidő $T = 0{,}5$ másodperc. Jelöljük ezt az időtengelyen. Amennyiben a rezgő pont $t_0 = 0$-kor az origóból indul, akkor negyed periódusidő alatt eléri a felső szélsőhelyzetet ($y = 0{,}2$ m). Ugyanennyi idő alatt visszatér az egyensúlyi helyzetbe ($y = 0$). Folytatja az útját az alsó szélső helyzetbe ($y = -0{,}2$ m.). Majd $t = T$-kor ismét az egyensúlyi helyzetbe ér.



c) A **b)** feladatrészben leírtuk a rezgő pont egy időbeli periódusát. A hullám időbeli periodicitásának mértéke a T periódusidő.

d) A vízszintes tengelyen az x helykoordinátát jelöljük, a függőlegesen az y kitérést. A vizsgált hullám $T = 0{,}5$ s idő alatt $\lambda = 2$ m hosszan terjed. A hullám egy térbeli periódusa 2 m hosszú.



f) A hullám térbeli periodicitásának mértéke a λ hullámhossz.

2. FELADAT A közel állandó mélységű tóban 8 m hullámhosszúságú hullámok vannak. Ennek ellenére András bármelyik irányban azonos sebességgel tud haladni. A hullámokkal szemben sétálva négypercenként 135, a másik irányban haladva már csak 105 hullámhegyet számol.

a) Mekkora a hullám terjedési sebessége?
b) Mekkora sebességgel halad András a vízben?
c) Hány hullámhegy csapódna Andráshoz percenként, ha állna a vízben?

MEGOLDÁS

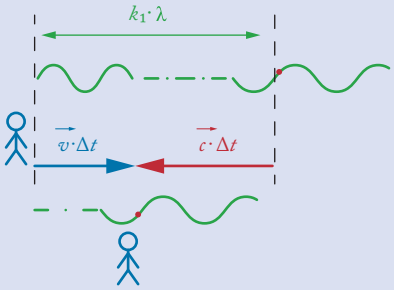
Adatok: $\lambda = 8$ m, $\Delta t = 240$ s, $k_1 = 135$, $k_2 = 105$

a) Amikor András a hullámokkal szemben sétál, akkor a k_1 db hullámhosszat ő és az általa „megérintett” hullámvonulat utolsó pontja együtt teszi meg:

$$k_1 \cdot \lambda = \Delta t \cdot (c + v) \qquad (1)$$

Amikor a hullám terjedési irányában halad, akkor az általuk megtett utak különbsége egyenlő k_2 db hullámhosszal:

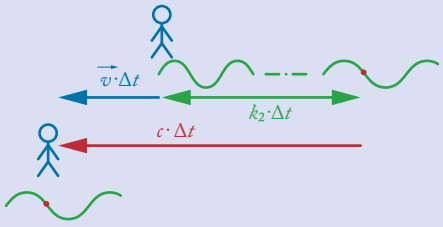
$$k_2 \cdot \lambda = \Delta t \cdot (c - v) \qquad (2)$$



A fenti két egyenletet összeadva:

$(k_2 + k_3) \cdot \lambda = 2 \cdot t \cdot c$,

majd rendezve: $c = \dfrac{(k_1 + k_2) \cdot \lambda}{2 \cdot \Delta t} = 4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$



b) Az (1) egyenletből kifejezhetjük András sebességét:

$$v = \frac{k_1 \cdot \lambda}{t} - c = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) A hullámterjedés alapösszefüggése szerint:

$$f = \frac{c}{\lambda} = 0{,}5\ \text{Hz}$$

Az egy helyben álló Andrásnak $k = f \cdot 60\ \text{s} = 30$ hullámhegy csapódik percenként.

3. FELADAT Egy vonal menti hullám kitérését a következő kétváltozós függvény írja le:

$$y(x,t) = 5\ \text{cm} \cdot \sin\left(6{,}28\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 3{,}14\ \frac{1}{\text{m}} \cdot x\right)$$

Mekkora a hullám amplitúdója, frekvenciája, hullámhossza, terjedési sebessége?

MEGOLDÁS

Ismert a vonal menti hullám kitérését leíró kétváltozós függvény:

$$y(x,t) = 5\ \text{cm} \cdot \sin\left(6{,}28\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t - 3{,}14\ \frac{1}{\text{m}} \cdot x\right)$$

A megadott függvényről leolvashatók a kért adatok, ha azt összehasonlítjuk az általános

$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ alakkal.

A hullám amplitúdója: $A = 5$ cm.

A hullám frekvenciája:

$$2\pi\ \frac{1}{T} = 6{,}28\ \frac{1}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 1\ \text{Hz}$$

A hullámhossz:

$$2\pi\ \frac{1}{\lambda} = 3{,}14\ \frac{1}{\text{m}} \Rightarrow \lambda = 2\ \text{m}$$

A hullámterjedés alapösszefüggése szerint:

$$c = \lambda \cdot f = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Asztallapra fektetett slinky rugóban hullámokat keltünk. Hogyan változik a terjedési sebesség, ha kicsit feszesebben fogjuk a rugót? Nézzünk utána, mit nevezünk slinky rugónak!
2. Ugyanabban a rugalmas anyagban elindítunk egy lökéshullámot, majd egy hullámvonulatot. Melyiknek nagyobb a terjedési sebessége?
3. Melyik jellemzője írja le számszerűen a hullám térbeli és időbeli periodikusságát?
4. Mi a feltétele annak, hogy egy vonal menti hullámról készült „pillanatfelvétel”, adott időpontban a hullám kitérés-idő függvénye szinuszos legyen?
5. Milyen hullámot lehet, milyent nem lehet polarizálni? Miért?

2. Hullámtani jelenségek

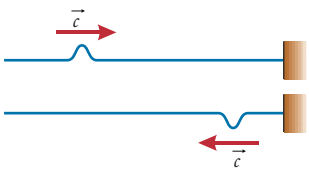
Ha egy mechanikai hullám új közeg határához ér, különféle hullámjelenségeket figyelhetünk meg.

Vonal menti hullám új közeg határán

Az elindított vonal menti hullámvonulat az új közeg határához érve részben behatol az új közegbe, részben visszaverődik. Vizsgáljuk először a visszaverődést!

A vonal menti hullámok visszaverődését legegyszerűbben egy hosszú gumizsinór (rugalmas pontsor) segítségével tanulmányozhatjuk.

Tapasztalat: Jól megfigyelhetjük, hogy a rögzített végnél történő visszaverődés után a hullámhegyként érkező zavar hullámvölgy alakban közeledik felénk.



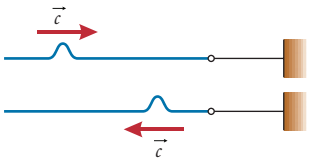
Visszaverődés rögzített végről

Következtetés: Azt mondjuk, hogy a rugalmas pontsoron terjedő hullám rögzített végről ellentétes fázissal, azaz π (vagy 180°) fázisugrással verődik vissza.

A kölcsönhatás törvényének segítségével könnyen megmagyarázhatjuk a látottakat. A zsinór végéhez közeledő hullámhegy hirtelen nagy erőt fejt ki a rögzítőpontra felfelé, ami ellenerőt fejt ki a rugalmas pontsor rögzített végére lefelé. Ezért lesz a visszavert lökéshullám alakja hullámvölgy.

Ha biztosítjuk, hogy a gumikötél vége szabadon rezeghessen, akkor tanulmányozhatjuk a szabad végről való visszaverődést.

Most azt tapasztaljuk, hogy a hullámhegyként induló zavar hullámhegyként verődik vissza.

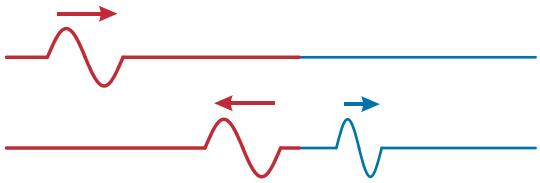


Visszaverődés szabad végről

Következtetés: Azt mondjuk, hogy a rugalmas pontsoron terjedő hullám szabad végről azonos fázissal, vagy fázisugrás nélkül verődik vissza.

Amikor a hullámhegy alakú zavar eléri a szabad végű zsinór utolsó tömegpontját, akkor azon +A (amplitúdónyi) kitérést idéz elő. A zsinór tömegpontjai közötti rugalmas kölcsönhatás miatt ez a felfelé irányuló kitérés (zavar) indul visszafelé. Ezért lesz a visszavert hullám alakja hullámhegy.

Tapasztalat: Az új közegbe hatoló hullámban nem történik fázisugrás, és a frekvencia sem változik. A hullám terjedési sebessége és hullámhossza viszont változik. A visszavert hullámnak a frekvenciája, hullámhossza, terjedési sebessége nem változik, hisz ugyanabban a közegben halad, mint korábban.



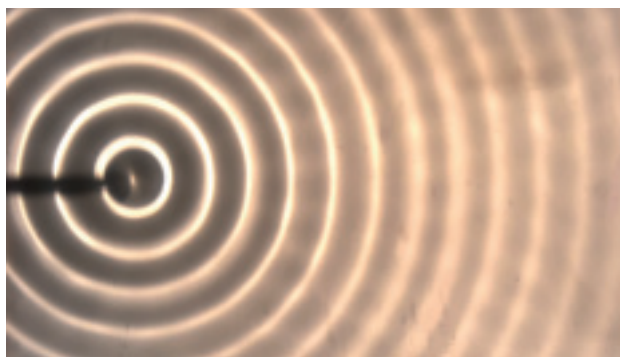
A hullám egyik része behatol az új közegbe, másik része visszaverődik

Azt a közeget nevezzük **hullámtanilag sűrűbbnek** a másiknál, amelyikben a hullám terjedési sebessége kisebb. (A hullámtani sűrűségnek, ritkaságnak nincs szoros kapcsolata a mechanikai anyagsűrűséggel.) Az új közeg határáról történő visszaverődésnél két eset lehetséges:

– A **hullámtanilag sűrűbb** közeghez érve úgy verődik vissza a hullám, hogy rajta π fázisugrás történik („rögzített vég").
– A **hullámtanilag ritkább** közeghez érve úgy verődik vissza a hullám, hogy rajta fázisugrás nem történik („szabad vég").

Felületi hullámok visszaverődése, törése

A felület mentén haladó hullámok igen sokfélék lehetnek. A rugalmas vízfelszín egyetlen pontjában (a hullám cent-



Hullámkádban keltett körhullám

rumában) keltett periodikus zavar olyan hullámokat kelt, amelyekben a maximális kitérés helyei egyre nagyobb sugarú koncentrikus körvonalak mentén helyezkednek el. Az ilyen felületi hullámot **körhullámnak** nevezzük.

Egy hosszú egyenes vonalzóval a víz felszínén keltsünk periodikusan zavart! Most olyan hullámot látunk kialakulni, amelyben a legnagyobb kitérés helyei párhuzamos egyenesek. Az ilyen felületi hullámot **egyeneshullámnak** nevezzük.

Felületi hullámok leírásában használjuk a **hullámfront** fogalmát, ami olyan képzeletbeli görbét jelent, amelynek pontjai azonos fázisban (például a legnagyobb kitérés állapotában) vannak minden pillanatban. Körhullámban a hullámfrontok koncentrikus körök, egyeneshullámban párhuzamos egyenesek. Két szomszédos hullámfront távolsága a hullámhossz. Az egyeneshullámoknál a hullámfrontra merőleges egyenest (a hullám terjedési irányát) a hullám normálisának (n) vagy sugárnak nevezzük.

Felületi hullámra is igaz, hogy amennyiben egy új anyag határához érkezik, akkor egy része visszaverődik, másik része behatol az új közegbe. Az ezeket a jelenségeket leíró törvények nagyon hasonlóak az analóg fénytani jelenségek törvényeihez.

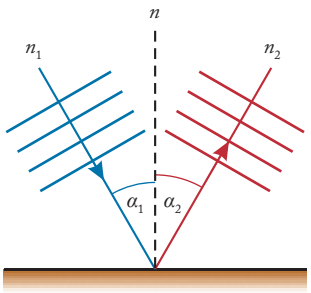
Visszaverődési törvény:

Egyeneshullám sík falról úgy verődik vissza, hogy az új hullámfrontok továbbra is párhuzamos egyenesek lesznek, azaz a hullám egyeneshullámként halad tovább.

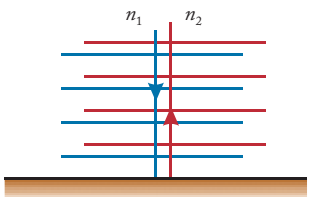
Ha a beeső hullám normálisa nem merőleges a visszaverő felületre ($\alpha_1 \neq 0$), akkor:

- **A visszavert hullám normálisa a beeső hullám normálisa és a beesési merőleges által meghatározott síkban van [$n_2 \in S(n_1, n)$].**
- **A visszaverődési szög egyenlő a beesési szöggel ($\alpha_2 = \alpha_1$).**

Ha a beeső hullám normálisa merőleges a visszaverő felületre ($\alpha_1 = 0$), akkor a visszavert hullám normálisa is merőleges rá ($\alpha_2 = 0$).



Egyeneshullám visszaverődése



Visszaverődés merőleges beesés esetén

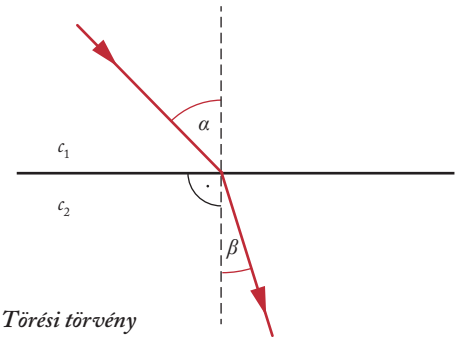
Hullámok törése

Vizsgáljuk meg az új közegben haladó hullám jellemzőit! Az új közegbe hatoló hullám tulajdonságai megváltozásának hátterében a terjedési sebesség megváltozása áll. A hullámtanilag sűrűbb közegben kisebb a terjedési sebessége, mint a ritkábban.

A megtört hullám normálisa a beeső hullám normálisa és a beesési merőleges által meghatározott síkban van, és a hullámtanilag sűrűbb közegben a törési szög (β) kisebb, mint a beesési szög (α).

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$

Ez a Snellius–Descartes törési törvény.



Törési törvény

A 2-es közegnek az 1-esre vonatkozó **törésmutatója**: $n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2}$. Mértékegysége nincs, dimenzió nélküli arányszám. A törésmutató a hullám két közegbeli terjedési sebességének arányát adja. Ha a hullám irányát megfordítjuk: $n_{1,2} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{n_{2,1}}$.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy 1200 Hz frekvenciájú haladó hullám hullámhossza a levegőből az új közegbe érkezve a négyszeresére nő. A levegőben a terjedési sebessége 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Mekkora a terjedési sebesség az új közegben?
b) Mekkora a hullámhossz levegőben, illetve az új közegben?
c) A hullám a közeghatárra 10°-os beesési szöggel érkezik. Mekkora a törési szög?

MEGOLDÁS

Adatok:

$f = 1200\ \text{Hz}$, $c_1 = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c_2 = 4c_1$, $\alpha = 10°$

---

a) $c_2 = ?$, *b)* $\lambda_1 = ?$, $\lambda_2 = ?$, *c)* $\beta = ?$

a) Alkalmazzuk a hullámterjedést leíró egyenletet:

$c = \lambda \cdot f$. A hullám energiája nem változik az új anyagba lépve, ezért a hullám frekvenciája sem. (A hullám energiája arányos a frekvencia négyzetével). A hullám c terjedési sebessége egyenesen arányos a λ hullámhosszal. Emiatt a terjedési sebesség szintén a négyszeresére nő. $c_2 = 4c_1 = 1360 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) A hullámhossz levegőben:

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda_1 = \frac{c_1}{f} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1200 \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}283 \text{ m},$$

és az új közegben:

$$\lambda_2 = \frac{c_2}{f} = \frac{1360 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1200 \frac{1}{\text{s}}} = 1{,}13 \text{ m}$$

c) Alkalmazzuk a Snellius–Descartes törési törvényt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{4}$$

Ebből a törési szög szinusza kifejezhető:

$\sin\beta = 4 \cdot \sin\alpha = 4 \cdot \sin 10^\circ = 0{,}69$.

Ebből a keresett törési szög:

$\sin\beta = 0{,}69 \Rightarrow \beta = 44^\circ$.

Teljes visszaverődés

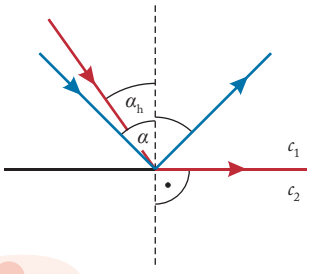
Adott közegpár esetén a $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2,1}$ törvény nem minden α értékhez rendel β értéket.

Haladjon a hullám hullámtanilag sűrűbb közegből ritkábba ($c_1 < c_2$)!

Ekkor a törési törvény szerint a törési szög nagyobb a beesési szögnél ($\alpha < \beta$). Van olyan α_h beesési szög, amelyhez tartozó törési szög $\beta = 90^\circ$. *Az α_h a teljes visszaverődés határszöge.*

A teljes visszaverődés határszögét a törési törvényből kapjuk a $\beta = 90^\circ$ ($\sin\beta = 1$) feltétel figyelembevételével:

$\sin\alpha_h = n_{2,1}$.



Teljes visszaverődés

A teljes visszaverődés határszögének megmérése után a közegpárra vonatkozó törésmutató az előző összefüggés alapján kiszámítható.

Ha $\alpha > \alpha_h$, akkor a hullám nem hatol be az új közegbe, hanem teljesen visszaverődik.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mechanikai hullám 30°-os beesési szöggel érkezik a hullámtanilag ritkább közeg sík határához.

a) Mekkora szöget zár be a megtört és a visszavert hullám normálisa? A törésmutató $n = 0{,}8$.

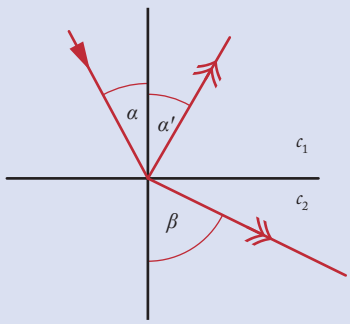
b) Legalább mekkora beesési szög esetén nem hatol be hullám a ritkább közegbe?

MEGOLDÁS

a) A visszaverődés törvénye szerint $\alpha' = \alpha$.

A Snellius–Descartes törési törvény szerint $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$.

$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = 0{,}625 \Rightarrow \beta = 38{,}7^\circ$



Az ábra alapján: a visszavert és megtört hullám normálisa által bezárt szög: $\gamma = 180^\circ - \alpha' - \beta = 111{,}3^\circ$.

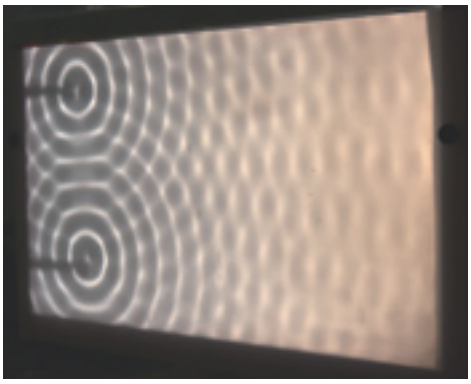
b) A teljes visszaverődés határszögére vonatkozó összefüggés: $\sin\alpha_h = n_{2,1}$.

$\sin\alpha_h = n_{2,1} = 0{,}8 \Rightarrow \alpha_h = 53{,}13^\circ$.

Ha a beesési szög nagyobb $\alpha_h = 53{,}13^\circ$-nál, akkor a hullám nem hatol be a ritkább közegbe, teljesen visszaverődik.

Felületi hullámok találkozása

Hullámkádban keltsünk egymáshoz rögzített két tűvel körhullámokat! A két hullámcentrum távolsága d. A hullámok azonos fázisban indulnak, és hullámtulajdonságaik (frekvencia, terjedési sebesség, hullámhossz, amplitúdó) azonosak. Így biztosított, hogy **a hullámok időben állandó fáziskülönbséggel találkozzanak,** azaz **koherensek**.



Hullámkádban keltett interferencia két pontforrástól

Hullámok találkozását leíró szabály a **szuperpozíció-elv**:

Hullámtalálkozásnál az eredő kitérés az egyedül jelen levőnek képzelt egyik, illetve másik hullám kitérésének előjeles összege.

A hullámok találkozásaként a felület egyes pontjaiban tartósan erős hullámzást, más pontokban gyengülést, esetleg kioltást tapasztalunk. **Az ilyen tartósan megmaradó mintázatú hullám-szuperpozíciót interferenciának nevezzük.** (Az interferencia latin eredetű szó, jelentése: kölcsönös hatás.)

A találkozó hullámok által befutott utak különbsége határozza meg az interferencia jellegét.

Maximálisan **erősíti** egymást két, egy pontba érkező hullám, ha a találkozás helyén azonos fázisban vannak. Ez akkor áll elő, ha az azonos fázisban indított hullámok által megtett utak különbsége a hullámhossz felének páros számú többszöröse:

$$\Delta s = |s_1 - s_2| = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2},\ k \in N$$

Maximálisan **gyengíti** egymást két, egy pontba érkező hullám, ha a találkozás helyén ellentétes fázisban vannak. Ez akkor áll elő, ha az azonos fázisban indított hullámok által megtett utak különbsége a hullámhossz felének páratlan számú többszöröse:

$$\Delta s = |s_1 - s_2| = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2},\ k \in N$$

Állóhullámok

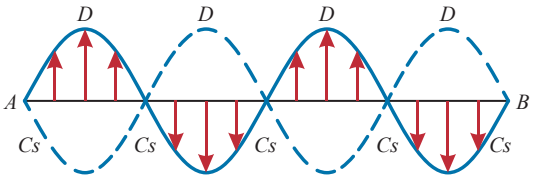
A hosszú zsinór egyik végét rögzítsük, a másikról pedig indítsunk hullámokat! A haladó és visszavert hullám minden tulajdonsága (frekvencia, terjedési sebesség, hullámhossz) megegyezik, hiszen a keltett hullám ugyanabban a közegben terjed oda és vissza.



Állóhullámok keltése hosszú gumizsinóron

A hullámforrás frekvenciájának ügyes megválasztásával igen érdekes jelenséget ismerhetünk meg. A rugalmas pontsornak vannak olyan pontjai, amelyek folyamatosan nyugalomban vannak, azaz a hullámtér ezen pontjaiban a kitérés tartósan nulla. Ezeket a pontokat **csomópontoknak** nevezzük.

Két szomszédos csomópont közti hullámalakot **orsónak** nevezzük. Egy orsó pontjai harmonikus rezgőmozgást végeznek azonos fázisban, de különböző nagyságú amplitúdóval. Az orsó közepén rezgő pont amplitúdója maximális. Ezeket a pontokat **duzzadóhelyeknek** nevezzük. Két szomszédos orsó pontjai ellentétes fázisban vannak, mindig egymással ellentétes irányban végzik rezgéseiket. Rugalmas pontsoron két, egymással szembe haladó azonos frekvenciájú és amplitúdójú hullám olyan szuperpozícióját, amelyben csomópontok és duzzadóhelyek jelennek meg, **állóhullámnak** nevezzük. Két szomszédos, azonos fázisú duzzadóhely távolsága a hullámhossz.



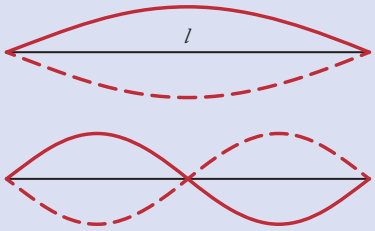
Állóhullám pillanatképe

KIDOLGOZOTT FELADAT

Adott egy l hosszú, mindkét végén rögzített rugalmas pontsor (húr). Vizsgáljuk meg, milyen állóhullámok alakulhatnak ki a pontsoron!

MEGOLDÁS

Mindkét végén rögzített, rugalmas pontsoron olyan állóhullámok alakulhatnak ki, amelyekre igaz, hogy a hullámtér l hossza a hullámhossz felének egész számú többszöröse.

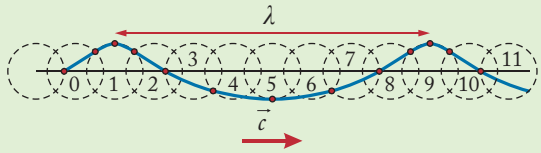


Lehetséges állóhullámok mindkét végén rögzített rugalmas pontsoron. k-val az állóhullámban kialakuló belső csomópontok számát jelöljük.
Általánosan: $l = (k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

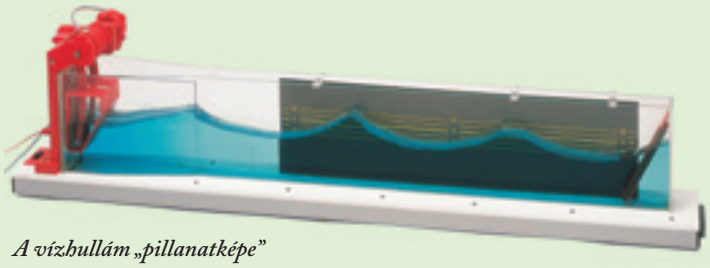
ALKALMAZÁSOK

Vízhullámok

A vízhullámokat előszeretettel hozzuk fel példaként transzverzális hullámnak, pedig nem mindig azok. A nagy – akár többméteres – vízhullámok felszínhez közeli részecskéi nagyjából azonos tulajdonságú egyenletes körmozgást végeznek, csak fáziseltéréssel. Az így kialakuló hullám tehát se transzverzális, se longitudinális. Az alakja sem hasonlít a szinuszgörbéhez, a hullámhegyek közelében csúcsosabb, a hullámvölgyeknél lankásabb, mint az azonos hullámhosszú és amplitúdójú harmonikus hullám. A kis amplitúdójú vízhullámok alakja már jobban közelít a szinuszgörbéhez.



A fáziseltéréssel egyenletes körmozgást végző tömegpontok „pillanatképe” hasonlít a vízhulláméhoz

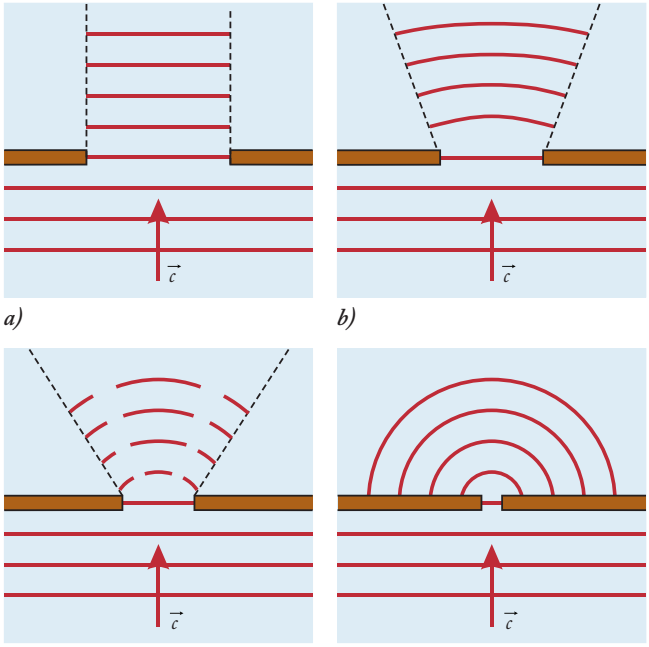


A vízhullám „pillanatképe”

Felületi hullámok elhajlása

A hullámkádban keltett felületi egyeneshullámok útjába helyezzünk két akadályt! Vizsgáljuk meg a hullám terjedését az akadályok közötti résen való áthaladás után! A rés méretének a hullámhosszhoz viszonyított nagysága határozza meg a rés mögött kialakuló hullámjelenség milyenségét.

Széles résen (a rés mérete sokkal nagyobb a hullámhossznál) való áthaladás (a) során az akadályok mögötti részbe a hullám gyakorlatilag nem hatol be.



A rés méretét csökkentve a hullám egyre jobban behatol az árnyéktérbe

Csökkentsük a rés méretét akkorára, hogy annak hossza összemérhető legyen a hullámhosszal (b)! Ekkor a hullám behatol a rések mögötti árnyéktérbe, valamint a hullámfrontok „meggörbülnek”. Ezt a jelenséget nevezzük **„elhajlásnak”**.

Csökkentsük tovább a rés méretét már csak néhány hullámhossznyira (c)! Ekkor az előbb tapasztalt elhajlás mellett interferenciát is tapasztalhatunk. Az is előfordulhat, hogy a rés mögött kialakuló hullám sávos szerkezetű lesz. A sávok közepén a hullámzás igen intenzív (erősítés), szélein eltűnik (kioltás). Amennyiben a rés mérete a hullámhossz felénél nem nagyobb (d), a rés mögött a hullám elhajlása maximálisan kitölti az árnyékteret. Olyan hullám indul a réstől, mint amilyet pontszerű hullámforrás kelt.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Hullámtanilag sűrűbb anyagba érkezik egy hullám. Hogyan változik a hullám terjedési sebessége, frekvenciája, hullámhossza?
2. Sekélyebb vízben haladó felületi hullám terjedési sebessége sekélyebb vízben 0,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, mélyebb vízben 0,7 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Mennyi a mélyebb víznek a sekélyebbre vonatkozó törésmutatója?
3. Felületi hullám érkezik a hullámtanilag ritkább anyag felé. Előfordulhat-e, hogy a hullám egésze visszaverődik? Indokoljunk!
4. Felületi egyeneshullámok útjába két akadállyal rést alakítunk ki. Nő vagy csökken az akadályok mögött az elhajlás mértéke, ha csökkentjük a rés méretét?

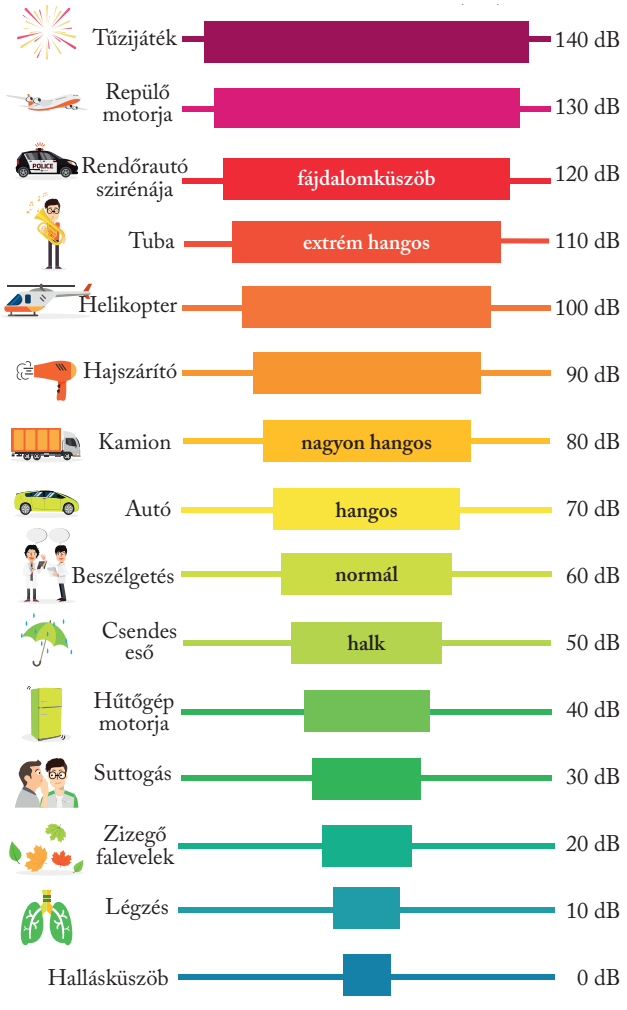
3. Hangtan

EMLÉKEZTETŐ

A hallószervünkkel felfogható mechanikai hullámot **hangnak** nevezzük. Általánosan: *a rugalmas közegben keltett longitudinális hullámot hanghullámnak nevezzük.* Ez azt jelenti, hogy a hang terjedésekor sűrűsödések és ritkulások jönnek létre. A hang létrejöttéhez elengedhetetlen egy hangforrás és az azt körülvevő rugalmas közeg. Légüres térben nem terjed a hang, ezért a legjobb hangszigetelő a vákuum.

A hang terjedési sebessége a normál állapotú levegőben 331,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. A nagyobb amplitúdójú – és így a nagyobb energiájú – rezgéseket nagyobb **hangerősségűnek** érzékeljük.

Hang jellemzői



A decibelskála (dB)

A hangforrásból egységnyi idő alatt kiáramló energia számértékét adja a **hangteljesítmény**. Jele: P. A hangteljesítményre vonatkozó összefüggés:

$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$. Mértékegysége: W (watt).

Például az emberi hang teljesítménye 10–20 μW, a templomi orgonáé 20–40 W.

Az egységnyi felületen időegység alatt átáramló hangenergiát jellemzi az I **hangintenzitás**. Jele: I. A hangintenzitásra vonatkozó összefüggés:

$I = \frac{P}{A}$. Mértékegysége $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Az emberi fül számára még hallható 1000 Hz-es hang intenzitása $10^{-12}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, a fájdalomküszöbé körülbelül $1\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Jobban áttekinthető a viszonyító jellegű, logaritmikus Bell-skála, amelynek alappontja, a 0 B (bel) a $I_0 = 10^{-12}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$-nek felel meg.

Egy hang teljesítményét az alapponthoz viszonyítjuk:

$\lg \frac{P}{P_0} = \frac{I}{I_0}$.

Ez egy arányszám. Ennek megfelelően az ingerküszöb 0 B, a fájdalomküszöb 12 B. A bel túl nagy egység, a hétköznapi életben ezért terjedt el a decibelskála (1 B = 10 dB).

Hangforrás	dB	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
Elméleti határ, normál légnyomás mellett	194	$\sim 2{,}5 \cdot 10^7$
Sugárhajtású repülőgép 30 méterről	150	10^3
Fájdalomküszöb, vonatkürt 10 méterről	120	1
Gyorsító motorkerékpár 5 méterről; láncfűrész 1 méterről	110	10^{-1}
Koncerten, diszkóban	100	10^{-2}
Porszívó hangja 1 méterről, zaj forgalmas utca járdáján	80	10^{-4}
Erős utcai forgalomtól 5 méterre	70	10^{-5}
Színházi csend	30	10^{-9}
Emberi hallásküszöb, alig hallható hang	0	10^{-12}

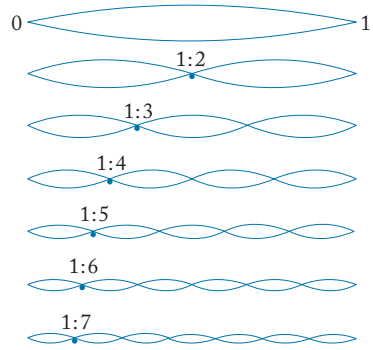
Hangok intenzitása

Hanghullám jellemzői

A hanghullám frekvenciája egyértelműen határozza meg a **hangmagasságot**. Az emberi fül a 16 Hz és 20 kHz közötti frekvenciatartományt érzékeli, legérzékenyebben a 300 Hz és 3000 Hz közöttieket.

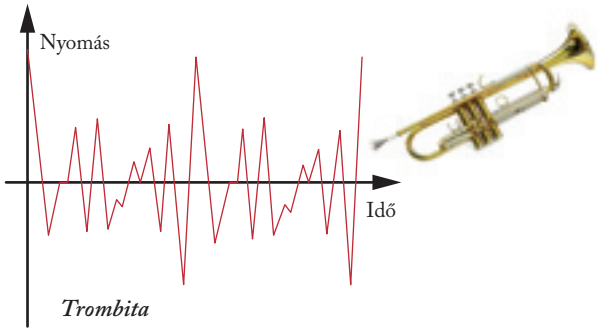
A hangvilla által keltett hang **tiszta hang**, hiszen egyetlen frekvenciával (hullámhosszal) lehet jellemezni. A zenében a „normál a hang" frekvenciája 440 Hz. Két hang egymáshoz viszonyított hangmagasságát az $\frac{f_1}{f_2}$ hányadossal megadott hangköz segítségével írjuk le. Például a 2 : 1 arányú hangköz neve az oktáv. A megpendített húron nem csak egyfajta állóhullám keletkezik.

Az **alaphanggal** (legnagyobb hullámhosszúságú, legkisebb frekvenciájú) egyidejűleg megszólalnak annak **felhangjai** is. A felhangok frekvenciái az alaphangénak egész számú többszörösei.

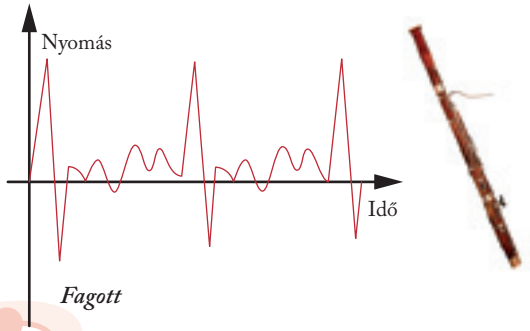


Alaphang és felhangsorok

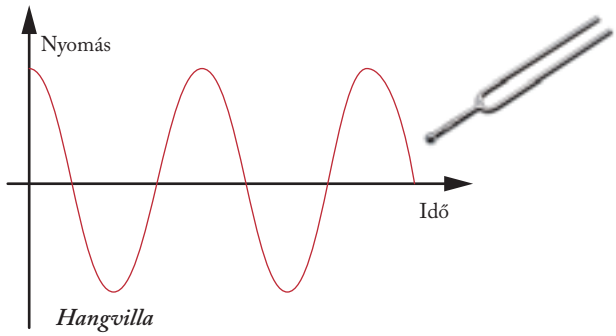
Az alaphanggal egyidejűleg megszólaló felhangok intenzitásának aránya adja a hang egyediségét, a **hangszínt**.



Trombita



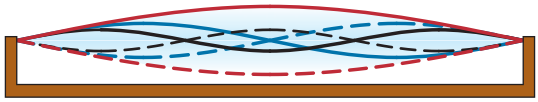
Fagott



Hangvilla

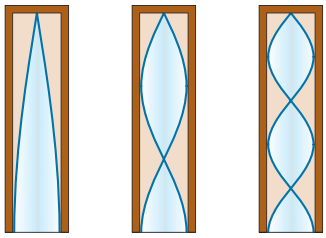
Húrok és sípok

Húrokon, mindkét végén rögzített rugalmas pontsoron, olyan állóhullámok alakulhatnak ki, amelyekre igaz, hogy a hullámtér *l* hossza a hullámhossz felének egész számú többszöröse.

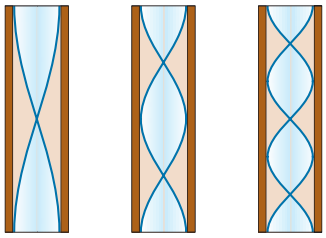


Megpendített húron kialakuló állóhullámok

Zárt sípokban egyik végén rögzített, másik végén szabad rugalmas közegben, olyan állóhullámok alakulhatnak ki, amelyekre igaz, hogy a hullámtér *l* hossza a hullámhossz negyedének páratlan számú többszöröse.



A zárt sípban megszólaló alaphang, első és második felhang

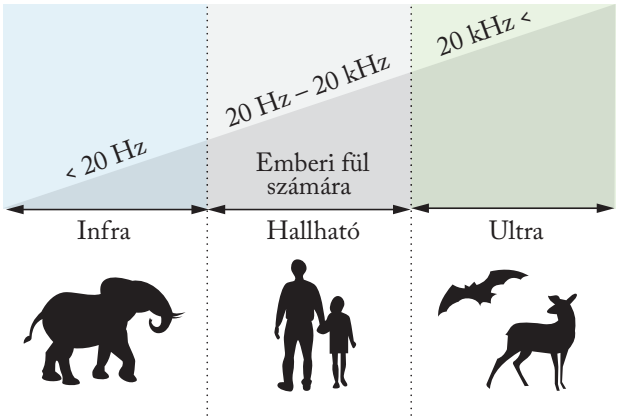


A nyitott sípban megszólaló alaphang, első és második felhang

Nyitott sípokban, mindkét végén szabad rugalmas közegben, olyan állóhullámok alakulhatnak ki, amelyekre igaz, hogy a hullámtér *l* hossza a hullámhossz felének egész számú többszöröse.

A hang frekvenciája

A 16 Hz-nél kisebb frekvenciájú hangokat **infrahangnak**, vagy rengésnek nevezzük. Az elefántok és egyes halak kommunikációra használják. A 20 kHz-nél nagyobb frekvenciájú hangokat **ultrahangnak** nevezzük. Orvosi és ipari diagnosztikában gyakran használják. Egyes állatok, például kutyák, denevérek érzékelnek ultrahangot. Ultrahanggal működik a szonár (víz alatti radar).



A hang csoportosítása frekvenciájuk szerint

A hanghullám tulajdonságai

A hang rendelkezik az összes olyan terjedési tulajdonsággal, amivel egy mechanikai hullám. Mindenki által ismert jelenség a **hangvisszaverődés**. Már az ókorban is használták a szócsövet vagy hangtölcsért, ami a hangot egy szűkebb térrészbe irányítja. A hallócső viszont több hangot gyűjt a fülhöz, hiszen a tölcsére a hangvisszaverődések segítségével nagyobb térrészből gyűjti oda a hanghullámokat.

Fülünk két hangot akkor hall különállónak, amikor meg lehet különböztetni az eredeti és a visszaverődött hangot. Ez akkor következik be, ha a két hang észlelése között legalább 0,1 másodperc telik el.

Számítsuk ki, milyen messze van a hangkeltő forrás előtt az akadály, ha visszhangot hallunk!

Tudjuk, hogy a hang terjedési sebessége $v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, és a hangnak kétszeres távolságot ($2l$) oda és vissza 0,1 s alatt kell megtennie. Ekkor fennáll:

$$2l = v \cdot t, \text{ amelyből } l = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{340 \cdot 0{,}1}{2} = 17 \text{ m}.$$

Tehát a **visszhang** (echo) létrejöttének feltétele, hogy a visszaverő sima felület legalább 17 méter távol legyen a hangforrástól.

A hideg levegőben kisebb a hang terjedési sebessége, mint a melegben. Emiatt – a Snellius–Descartes-törvénynek megfelelően – megváltozhat a hang terjedési iránya. Ez a jelenség a **hangtörés**.

A **hang elhajlása** az a jelenség, amikor nem látjuk a hangforrást, a hangot mégis észleljük. A beszédhang tipikus hullámhossza 10 cm és 1 m közötti. A hétköznapokban előforduló nyílások méretei ilyen nagyságrendűek, ezért érthető, hogy a hang megjelenik a rések árnyékterében.



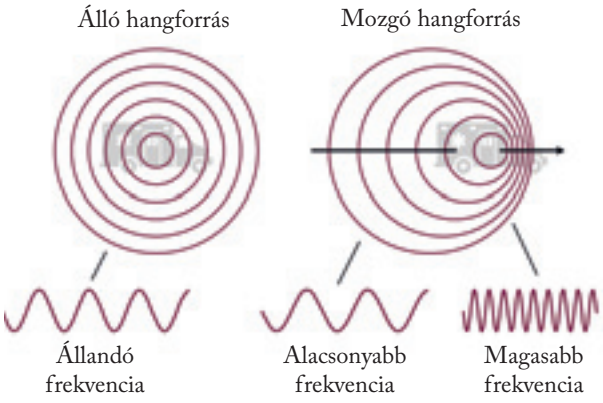
A hangelhajlás

A **hangelnyelődés** miatt a hanghullám amplitúdója a forrástól távolodva csökken. A csökkenés mértéke a közeg anyagi minőségétől, valamint a hanghullám frekvenciájától is függ. A nagyobb frekvenciájú hangok rövidebb úton nyelődnek el.

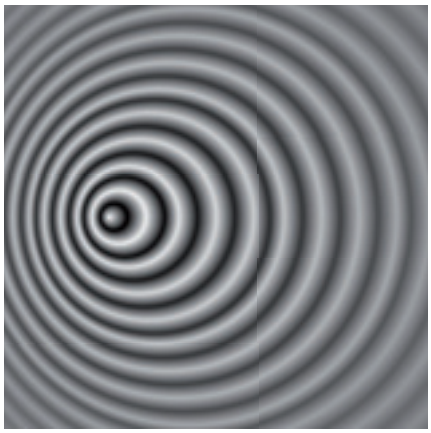
Doppler-effektus

Az észlelt hang frekvenciáját nemcsak a hangforrás frekvenciája határozza meg, hanem a hangforrásnak és az észlelőnek ahhoz a közeghez viszonyított sebessége is, amelyben a hang terjed. Ezt a jelenséget először Christian *Doppler* (1803–1854) osztrák fizikus írta le. Igen könnyen előidézhetjük magunk is ezt a jelenséget. Egy hosszabb gumicső egyik végére erősítsünk egy sípot! A cső másik végébe befújva szólaltassuk meg a sípot, miközben a fejünk fölött vízszintes síkban megforgatjuk azt. A tőlünk távolabb lévő társaink periodikusan változó magasságú hangot hallanak.

Hasonló élményünk van, ha egy autó szirénázva vagy bőgő motorral elhalad mellettünk az úton. Amikor közeledik hozzánk, akkor magasabb, amikor távolodik tőlünk, mélyebb hangot hallunk.



Doppler-jelenség



Hullámkádban mozgó hullámforrás által keltett hullámok

A jelenség lényegét a hullámkádban keltett körhullámok segítségével érthetjük meg. Most a pontszerű hullámforrás a vízhez képest állandó sebességgel mozogjon! Azt látjuk, hogy a kezdetben koncentrikus körök sajátosan, a hullámforrás sebességétől függően deformálódnak. Megfigyelhető, hogy mindegyik irányban más a hullámhossz. Az álló megfigyelőhöz közeledő hullámok hullámhossza kisebb, a távolodó hullámoké nagyobb lett. A frekvencia pontosan fordítva változott meg. Az alaposabb vizsgálat szerint: a v sebességgel mozgó forrás f_0 frekvenciájú hangot bocsát ki. A közeghez képest álló megfigyelő által észlelt frekvencia:

– Ha a forrás közeledik az észlelőhöz:

$$f = f_0 \cdot \frac{c}{c - v} > f_0$$

– Ha a forrás távolodik az észlelőtől:

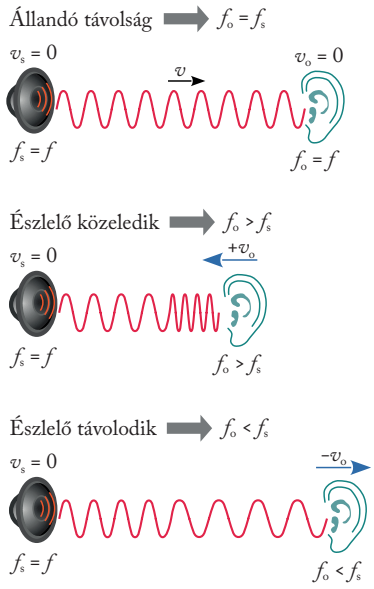
$$f = f_0 \cdot \frac{c}{c + v} < f_0$$

Amennyiben a hangforrás sebessége eléri vagy akár meghaladja a hang adott közegbeli sebességét, akkor a hangforrás előtt nincs hullámjelenség. A szuperszonikus repülőgépek képesek erre. Ilyenkor egy lökéshullám jön létre, amelynek a kúppalást alakú hullámfrontja igen nagy nyomású. A talajon állva ilyenkor hallunk „hangrobbanást”.



A repülőgép nagyobb sebességgel halad, mint a hang

Az alábbi ábra szemléletesen bemutatja, hogy a hangforrás és az érzékelő egymáshoz viszonyított mozgása esetén hogyan változik az érzékelő által hallott hang hullámhossza.



Mozgó érzékelő által hallott hang frekvenciái

KIDOLGOZOTT FELADAT

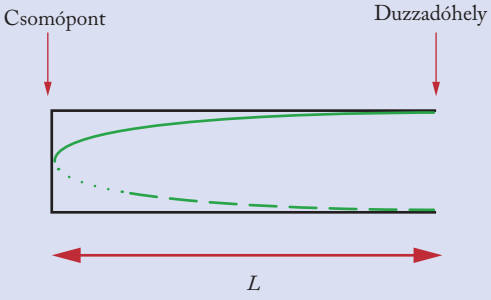
Egyik végén zárt, másik végén nyitott sípot megszólaltatva 660 Hz frekvenciájú alaphangot kapunk. Ha ugyanezt a sípot héliummal töltjük fel, akkor a megszólaló alaphang frekvenciája 1220 Hz lesz. A hang terjedési sebessége levegőben 330 m/s.

a) Készítsünk vázlatrajzot a sípban kialakuló hullámképről! Milyen hosszú a síp? Mekkora a hang terjedési sebessége héliumban?

b) Készítsünk vázlatrajzot az első felharmonikus hullámképéről a sípban! Számítsuk ki az első felharmonikus frekvenciáját levegő és héliumgáz esetén!

MEGOLDÁS

a) A hang longitudinális hullám, azaz a rugalmas anyag (levegő) sűrűsödéseit és ritkulásait látjuk. Ezt nehéz lenne ábrázolni. A sípban olyan állóhullám alakul ki, amelynél a zárt végnél csomópont, a nyitott végnél duzzadóhely alakul ki. A csomópontnál gyakorlatilag nincs sűrűségváltozás, a duzzadóhelynél viszont maximális. Transzverzális hullámoknál egyszerű a csomópontok és a duzzadóhelyek jelölése. A sípban kialakuló állóhullámot ábrázoljuk úgy, mintha transzverzális hullám lenne. Az alaphangot akkor kapjuk, ha nincs belső csomópont.



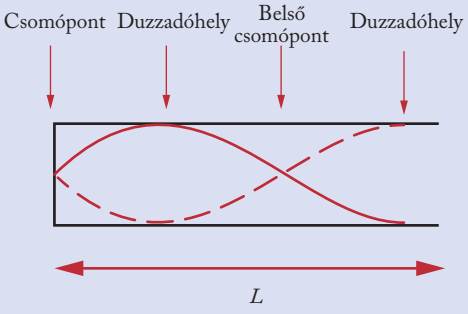
Az ábráról leolvasható, hogy a síp hossza pontosan a negyede a hullámhossznak:

$$L = \frac{1}{4}\cdot\lambda = \frac{1}{4}\cdot\frac{c}{f_0} = \frac{330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{660\,\frac{1}{\text{s}}} = 12{,}5\text{ cm}$$

A hang terjedési sebessége a héliumban:

$$c^* = 4\cdot L\cdot f_0^* = 4\cdot 0{,}125\text{ m}\cdot 1220\,\frac{1}{\text{s}} = 610\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Az első felharmonikus akkor áll elő, ha egy belső csomópont van. Hullámképe:



A vázlatrajzon látszik, hogy a hullámhossz a harmadára csökken, ami azt is jelenti, hogy a frekvencia a háromszorosára nő.

A levegővel telt zárt sípban az első felharmonikus:

$f_1 = 3\cdot f_0 = 3\cdot 660\text{ Hz} = 1980\text{ Hz}.$

A héliummal telt zárt sípban az első felharmonikus:

$f_1^* = 3\cdot f_0^* = 3\cdot 1220\text{ Hz} = 3660\text{ Hz}.$

MÉRÉSI FELADAT

A hang sebességének meghatározása méréssel

Szükséges eszközök: Nagyméretű, egyik végén zárt üveghenger; ebbe az edénybe illeszthető hosszú, mindkét végén nyitott üvegcső; mérőszalag; víz; ismert frekvenciájú hangvilla.

Mérés leírása: A hengert töltsük meg vízzel, majd a csövet merítsük a vízbe! Tartsuk az üvegcső fölé a megszólaltatott hangvillát! Mozgassuk a csövet – a hangvillával együtt – a legmélyebb helyzetétől felfelé! Egyszer csak erősen búgó hangot hallunk. A légoszlop rezonál a hangvillára. Mint a zárt sípnál, itt is a cső szabad végénél duzzadóhely, a víz felületén csomópont van. Rezonancia esetén a légoszlop hossza a hang hullámhosszának a negyede: $h = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4\cdot h$

A hullámterjedés alapösszefüggését felhasználva: $c = \lambda\cdot f = 4\cdot h\cdot f$



A mérésben használt hangvilla rezgésszáma: $f = 440$ Hz. Az alaphanghoz tartozó levegőoszlop hosszát $h = 18{,}8$ cm-nek mértük. Ezekkel az adatokkal a hang terjedési sebessége levegőben: $c = 331\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Ez az érték nagyon közel van az „irodalmi értékhez”.)

Ezt a mérést igen pontosan el lehet végezni egyszerű eszközökkel. Az első rezonanciahely észlelésekor az alaphangot halljuk. Hosszabb cső esetén az emelést folytatva megtalálhatjuk a második rezonanciahelyet is. Ez az első felharmonikus. Ekkor a rezonáló levegőoszlop hossza: $\frac{3}{4}\cdot\lambda$. Érdemes különböző frekvenciájú hangvillákkal is elvégezni a mérést.

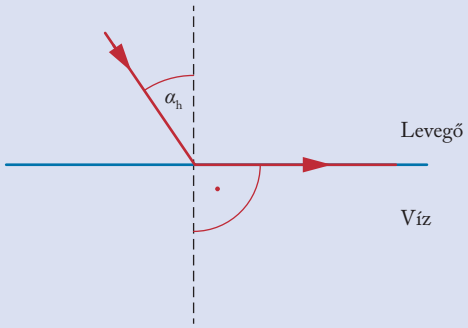
KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Számítsuk ki a hang teljes visszaverődésének határszögét levegőből vízbe haladva!

A hang terjedési sebessége levegőben $340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, vízben $1500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

MEGOLDÁS

Teljes visszaverődés akkor jöhet létre, ha a hang(hullám) hullámtanilag sűrűbb anyagból ritkább felé halad. Ez most teljesül. Érdemes megjegyezni, hogy a hullámtani sűrűség nincs szoros kapcsolatban az anyagsűrűséggel. A víz anyagsűrűsége nagyobb, mint a levegőé, mégis a víz a hullámtanilag ritkább anyag, hiszen benne nagyobb a hang terjedési sebessége, mint levegőben. Érkezzen a hang α_h határszöggel az anyaghatárhoz. Ekkor a törési szög 90°.



Alkalmazzuk a Snellius–Descartes törési törvényt.

$$\frac{\sin\alpha_h}{\sin 90} = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{víz}}},$$

$$\sin\alpha_h = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{víz}}} = \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}227 \Rightarrow \alpha_h \approx 13°$$

Azaz teljesen visszaverődik a hang a víz felszínéről, ha a beesési szöge nagyobb, mint 13°.

Ez magyarázza azt a hétköznapi megfigyelést, hogy egy tó sima vízfelszíne felett a hang messzebbre hallatszik.

2. FELADAT Szabolcsnak igen jó a zenei hallása. Az utcán sétálva meglepődve tapasztalta, hogy a mellette elhaladó autó által kibocsátott dudajel hangmagasságváltozása pontosan egy nagy nagyszekund (nagy egészhang). Hazaérve ki tudta számítani az autó sebességét. Betartotta-e az autó vezetője a lakott területen érvényes sebességkorlátozást?

MEGOLDÁS

Feltételezhető, hogy az autó sebességéhez képest Szabolcs sebessége elhanyagolható – „lassan sétál" –, ezért úgy tekinthetjük, mintha álló észlelőhöz közeledne, illetve távolodna a hangforrás. A Doppler-elv szerint az álló megfigyelő által észlelt hangfrekvencia v sebességgel közeledő hangforrás esetén:

$$f = f_0 \cdot \frac{c}{c - v}.$$

Távolodó hangforrás esetén:

$$f = f_0 \cdot \frac{c}{c + v}.$$

Az f_0 az autó által kibocsátott hang frekvenciáját, a c a hang, a v az autó sebességét jelöli. A fenti összefüggéseket figyelve kitűnik, hogy közeledéskor nagyobb, távolodáskor kisebb hangfrekvenciát érzékel Szabolcs, mint amit az autó kibocsát. A két érték különbsége adja a frekvenciaugrást. A szekund hangköz: $f_1 : f_2 = 9 : 8$. Eszerint:

$$\frac{9}{8} = \frac{\frac{c}{c - v}}{\frac{c}{c + v}} = \frac{c + v}{c - v}$$

Átrendezve és a keresett v sebességet kifejezve:

$$v = \frac{1}{17} \cdot c = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

A $72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó autó túllépte az $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-s sebességkorlátozást.

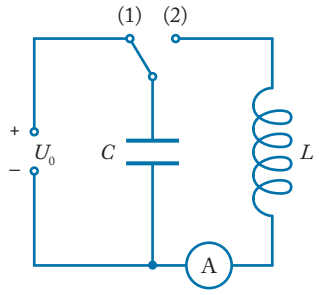
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért lesz minden emberi hang egyedi?
2. Azonos hosszúságú nyitott vagy zárt sípban megszólaló alaphang frekvenciája a nagyobb?
3. Magas üvegpohárba vizet csorgatunk. A megszólaló hang egyre magasabb lesz. Mi lehet ennek az oka? Próbáljuk is ki!
4. Milyen anyagszerkezeti oka lehet, hogy a levegőben a hang rövidebb úton nyelődik el, mint a vasban?
5. Egy mentőautó közeledik felénk, majd távolodik tőlünk. Hogyan változik az általunk észlelt hang frekvenciája?

4. Elektromágneses rezgés, hullám

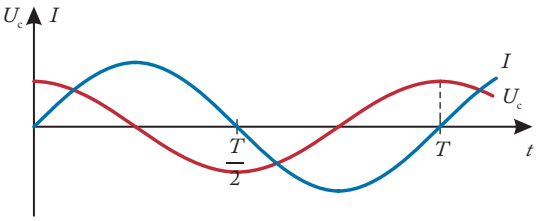
Az elektromágneses rezgés

A kondenzátorból és tekercsből álló zárt kört **elektromos rezgőkörnek** nevezzük. Az elektromosan feltöltött kondenzátort süssük ki a tekercsen keresztül!



Az elektromágneses rezgés műszerrel kimutatható

A kisülés nem pillanatszerű. Ahogy a kondenzátor feszültsége csökken, a tekercsen az áramerőssége nő. Akkor maximális az áramerősség, amikor a kondenzátor feszültsége (töltése) nullára csökken. A kondenzátor ellentétes polaritással kezd feltöltődni, majd fordított irányba ismétlődik a folyamat.

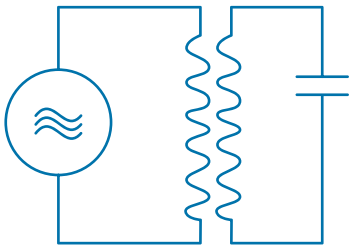


A rezgőkör feszültsége és áramerőssége az idő függvényében

A rezgőkörben folyó váltakozó áramot **elektromágneses rezgésnek** nevezzük. Ha semmilyen külső kényszer nem hat a rezgőkörre, akkor benne szabad elektromágneses rezgés jön létre, melynek frekvenciáját **sajátfrekvenciának** nevezzük. Kiszámítása **a Thomson-formulákkal** történik: $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$; $T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$.

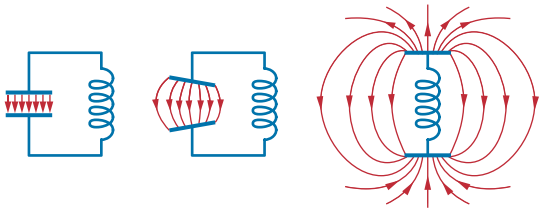
A valóságban minden rezgőkör rendelkezik ohmos ellenállással is, valamint a változó elektromos és mágneses terek némi energiát „szórnak” a környezetbe. A kezdetben a rendszerbe táplált energia folyamatosan csökken, a rezgések egy idő múlva megszűnnek. A rezgőkör áramerőssége és feszültsége csillapodó rezgést végez, ahhoz hasonlót, amilyent a közegellenállással csillapított fonálinga. Állandó amplitúdójú elektromágneses rezgést csak úgy kaphatunk, ha a fellépő energiaveszteséget folyamatosan pótoljuk. Ez történhet egy nagy frekvenciájú generátorral, ami induktív csatolásban van a rezgőkör tekercsével.

Ha egy rezgőkör tekercse közelébe egy másik, hangolható elektromos rezgőkört helyezünk, akkor a két rezgőkör induktív csatolásban áll egymással. Két induktív csatolásban álló rezgőkör közötti legintenzívebb energiafelvételt elektromágneses rezonanciának nevezzük. A rezonancia feltétele, hogy a két sajátfrekvencia megegyezzen: $L_1 \cdot C_1 = L_2 \cdot C_2$.



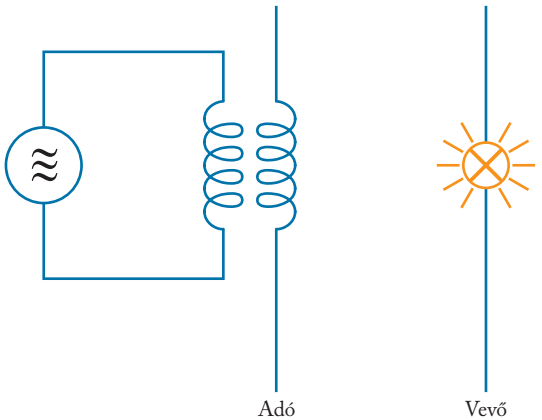
Csillapítatlan elektromágneses rezgés létrehozása

A bemutatott zárt rezgőkör csak lassan szórja szét az energiáját a környezetbe. Viszont ha a kondenzátort szétnyitjuk, akkor az elektromos és mágneses tereknek a rezgőkörről való leszakadása egyre nagyobb hatásfokú lesz. A legnagyobb mértékű leválást a **nyílt rezgőkörrel** érjük el.



Zárt rezgőkörből nyílt rezgőkört készítünk

A nagyfrekvenciás generátor zárt rezgőköre induktív csatolásban van egy adóantennával, ami egy nyílt rezgőkör. Az adóantenna (dipólantenna) egy hosszabb, egyenes vezeték, közepén néhány menettel. Az antennában a gyor-



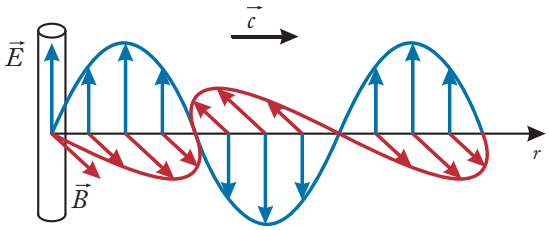
Az l hosszúságú antenna rezonanciában van a nagyfrekvenciás generátorral

suló elektronok által keltett változó elektromos és mágneses terek leválnak az adóantennáról, egymást keltve eltávolodnak az adótól. Érzékelni lehet ezeket a változó tereket egy olyan nyílt rezgőkörrel (vevőantennával), amelynek sajátfrekvenciája megegyezik a változó terek frekvenciájával, azaz az adó frekvenciájával.

Az elektromágneses hullám

Az olyan elektromágneses teret, amely a forrásáról leválik, és attól függetlenül tovaterjed, elektromágneses hullámnak (sugárzásnak) nevezzük.

Az elektromágneses hullámok terjedési sebessége vákuumban: $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Más anyagban ennél kevesebb. Az elektromágneses hullámok terjedéséhez nincs szükség közegre, hiszen benne az elektromágneses tér jellemzői: az $\vec{E}$ elektromos térerősség- és $\vec{B}$ indukcióvektor rezeg.



Az $\vec{E}$ és $\vec{B}$ fázisviszonyai a hullámban

Ettől eltekintve a mechanikai és az elektromágneses hullámok között sok hasonlóság van. A terjedési irány homogén közegben egyenes. Az elektromágneses hullám transzverzális. A hullámforrástól távolabb az $\vec{E}$ térerősség- és a $\vec{B}$ indukcióvektorok minden pontban merőlegesek egymásra és a terjedési irányra, és azonos fázisban vannak. Szigetelőanyagba behatol, fémfelületről visszaverődik a hullámtanban megismert törvények szerint. Interferenciára, elhajlásra képes, elektromágneses állóhullám is előállítható.

Az elektromágneses hullám hullámhossztartománya nagyobb mint 17 nagyságrend, ezért érdemes csoportokra osztani. A csoportokba szervezett elektromágneses hullámok hullámhossz szerinti sorozatát **teljes elektromágneses színképnek (spektrumnak)** nevezzük.

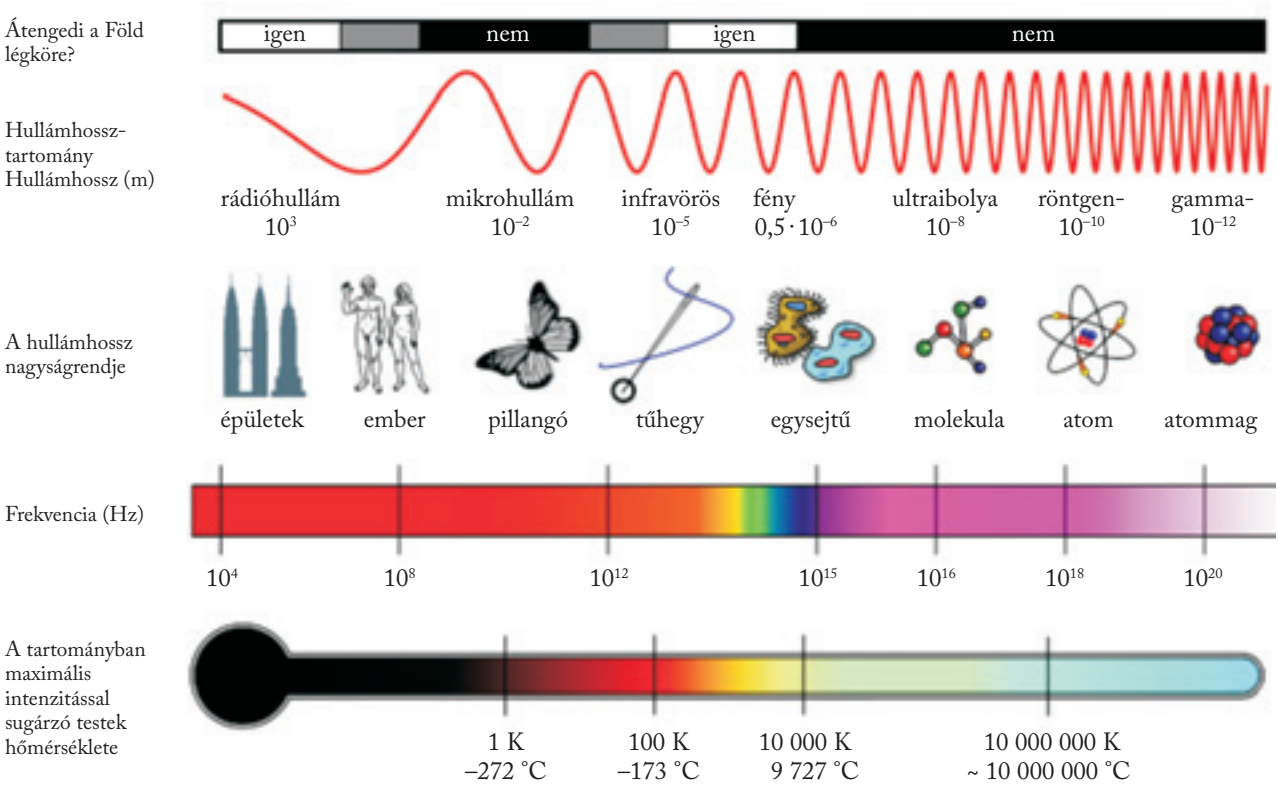
A **rádióhullámokat** elektromos rezgőkörrel állítjuk elő, alapvetően az információ (hang, kép) továbbításában játszanak fontos szerepet.

Az **infravörös hullámokat** szokás hősugárzásnak is nevezni. A napfény infravörös hullámai miatt lesz melegünk a tűző napon. Az infraszaunában a hősugárzás melegíti testünket.

A **látható fényhullám** után következik az **ultraibolya hullám**, mely már hatással van az élő szövetre, elsősorban a bőrre.

A **röntgensugárzás** áthalad a fémen is. Anyagvizsgálatra használják.

A **gammasugárzás** az atommagok átalakulásai során keletkezik. Az iparban anyagvizsgálatra, az élelmiszeriparban sterilizálásra használják.



Teljes elektromágneses színkép

Az elektromágneses tér törvényrendszere

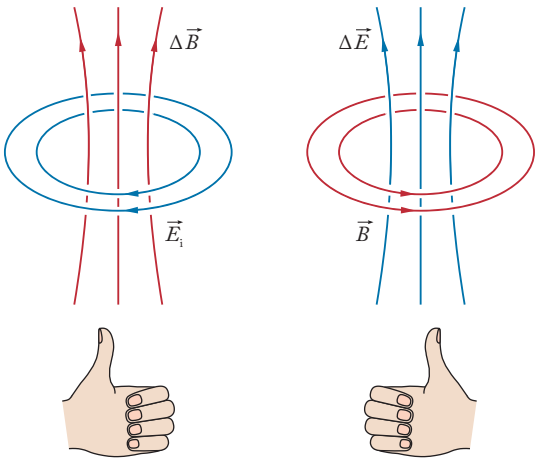
KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Michael *Faraday* 1831-ben fogalmazta meg az elektromágneses indukció törvényét: Időben változó mágneses tér maga körül örvényes elektromos teret kelt.

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_i$$

James Clark *Maxwell* (1831–1879) skót fizikus a fizika kölcsönhatás-szemléletéből kiindulva, feltételezte ennek a folyamatnak a megfordítottját: Időben változó elektromos tér maga körül örvényes mágneses teret kelt.

$$\frac{\Delta\Psi}{\Delta t} \Rightarrow B_i$$



A természet szimmetriája: balkéz-szabály – jobbkéz-szabály

Maxwell kísérletileg nem tudta igazolni feltételezését. Mégis a hipotézis helyességét sejtette az, hogy segítségével egyértelműen lehetett értelmezni néhány olyan jelenséget, amiket az eddigi törvényeink ellentmondásosan magyaráztak.

A Δt idő alatt $\Delta\Psi$ elektromosfluxus-változás olyan örvényes mágneses teret kelt maga körül, mint az $I' = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$ nagyságú elektromos áram.

Az $I' = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$ mennyiség neve **eltolási áram**.

Ezzel a felismeréssel 1865-ben teljessé vált az elektromágneses tér Maxwell-féle törvényrendszere. A megfogalmazott négy törvény segítségével tárgyalni lehet a témakörhöz tartozó összes jelenséget. Így a Maxwell-féle törvényrendszer jelentősége a mechanikában érvényes Newton-féle törvényrendszerhez mérhető.

Az elektromágneses hullám

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az elektromágneses tér elmélete szerint a változó mágneses tér megváltoztatja maga körül az elektromos teret, az így megváltozó elektromos tér pedig megváltoztatja maga körül a mágneses teret, és így tovább. Maxwell feltételezte, hogy ezek a változó terek a forrásukról leszakadva, egymást keltve fenntartják magukat.

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{Maxwell II. törvénye}} \frac{\Delta\Psi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{Maxwell IV. törvénye}} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{Maxwell II. törvénye}} \dots$$

Ez egy hullámjelenség, hiszen a tér egy pontján keltett zavar (változó mágneses, illetve elektromos tér) térbeli és időbeli tovaterjedéséről van szó.

Maxwell csak elméleti jóslatot tudott adni az elektromágneses hullámok létére, kísérletileg nem tudta előállítani. Egyenletei segítségével ki tudta számítani az elektromágneses hullámok terjedési sebességét vákuumban: $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ez a sebességérték megegyezik a fény már korábban megmért terjedési sebességével. A Maxwell-elmélet egyik igen megdöbbentő következménye, hogy **a fény is elektromágneses hullám**.

Az elmélet helyességének kísérleti igazolására több mint húsz évet kellett várni. Csak 1886-ban sikerült **Heinrich Hertz** (1857–1894) német fizikusnak elektromágneses hullámokat előállítani és bemutatni a Maxwell által megjósolt tulajdonságait. A feladat nehézsége abban állt, hogy mérhető sugárzás létrehozásához gyorsan változó elektromos térre van szükség.

A 4. Maxwell-törvény jobb oldalán szereplő második tag $\left(\mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}\right)$ fejezi ki a mágneses tér keletkezését a sugárzásban. Az ebben szereplő $\mu_0 \cdot \varepsilon_0$ tényező nagyon pici, csak 10^{-17} nagyságrendű. Ezért a második tag csak akkor eredményez érzékelhető sugárzást, ha a $\frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$ tényező nagy, azaz az elektromos tér igen gyorsan változó. Gyorsan változó elektromos és mágneses tereket állít elő az elektromos rezgőkör, ha a kondenzátor C kapacitását és a tekercs L induktivitását kellően kicsire választjuk. Ekkor az $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ elég nagy lehet.

A Maxwell-elmélettel megmutatható, hogy közegben az elektromágneses hullám terjedési sebessége:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \mu_0}} < 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ahol ε_r a közeg relatív dielektromos állandója, a μ_r a relatív mágneses permeabilitása.

Az elektromágneses hullámok további fizikai tulajdonságai

Az elektromágneses hullám képes a hullámtérben lévő elektromos töltéssel rendelkező testnek megváltoztatni az energiáját és lendületét. Az energia- és lendületmegmaradási törvények csak akkor maradnak érvényben, ha az elektromágneses hullámnak is energiát és lendületet tulajdonítunk. Emiatt tömeggel is rendelkezik.

Az elektromágneses hullámnak van energiája, lendülete, tömege, tehát az anyag egy megjelenési formája.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Az MR2-Petőfi Rádiót Pécsett a 103,7 MHz-en lehet fogni. Az adóantenna rezgőkörében lévő tekercs induktivitása 0,2 mH. Mekkora a rezgőkör kondenzátorának kapacitása?

MEGOLDÁS

Adatok:

$f = 103{,}7 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}$, $L = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ H

A Thomson-formula szerint: $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$.

Ebből a kondenzátor kapacitása kifejezhető:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot L}$$

Helyettesítsünk be:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \cdot \left(103{,}7 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{H}} \approx 1{,}18 \cdot 10^{-14}\ \text{F}$$

2. FELADAT Televíziós élőközvetítésnél gyakran láthatjuk, hogy a stúdióból feltett kérdést a helyszíni riporter a műholdas kapcsolat miatt csak késéssel hallja meg. Becsüljük meg, legalább mekkora ez az időkésés!

Az Egyenlítő síkjában, Budapest délköre felett keringő távközlési műhold pályasugara 42 240 km, a Föld sugara 6370 km, Budapest kb. a 47° szélességi körön van, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

MEGOLDÁS

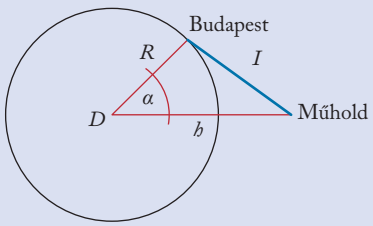
Adatok:

$R = 6370$ km,

$r = 42\,240$ km,

$\alpha = 47°$,

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Az ábra alapján a koszinusztétel felhasználásával számítjuk ki Budapest és a műhold távolságát:

$s = \sqrt{R^2 + h^2 - 2\,R \cdot h \cdot \cos\alpha} = 38\,181$ km.

A 2 s út megtételéhez szükséges idő:

$t = \frac{2\,s}{c} \approx 0{,}256$ s

Megjegyzés: A végeredmény jóval kisebb, mint amit tapasztalunk (néha 2-3-4 mp). A késés nagyobb része az adatcsomagok előkészítéséből, kezeléséből, nagyobb adathalmazok kötegeléséből, ki-becsomagolásából adódik. A számunkra érdekes infók óriási adattömegek pici elemeként botorkálnak, időnként rostokolnak a két végpont között.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Soroljuk fel azokat a fizikai mennyiségeket, amelyek az elektromos rezgőkörben rezgést végeznek!
2. Hogyan lehet elérni, hogy a rezgőkörben nagyobb energia áramoljon a kondenzátor és a tekercs között?
3. Hogyan változik a rezgőkör sajátfrekvenciája, ha
   a) kétszeresére növeljük a tekercs induktivitását?
   b) kétszeresére növeljük a kondenzátor kapacitását?
   c) az induktivitás és a kapacitás értékét is kétszeresére növeljük?
4. Egy rádión általában több szabályozó gomb található. A készülék állomáskereső gombját forgatva, mit változtatunk?



5. Járjon utána, milyen hullámhossz-, illetve frekvenciatartományban van a látható fény!
6. Soroljunk fel jelenségeket, melyek azt igazolják, hogy az elektromágneses hullámnak van energiája, lendülete!

5. Speciális relativitáselmélet

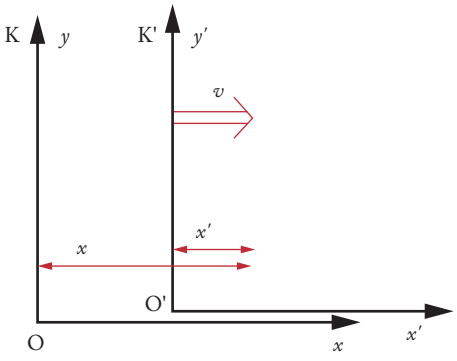
Galilei relativitási elve

Hétköznapi tapasztalatunk, hogy a mozgás relatív. Egy test mozgását mindig egy másik testhez viszonyítjuk. A mozgás leírásához vonatkoztatási rendszerre van szükségünk. Ennek megfelelően végtelen sok vonatkoztatási rendszert jelölhetünk ki. (Amikor ezt külön nem nevezzük meg, akkor a mozgást mindig a talajhoz képest írjuk le.) Ezek közül kitüntetjük azokat, amelyekben a legegyszerűbb a mozgások leírása, azaz amelyekben a magára hagyott test egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, vagy áll. Ezek az inerciarendszerek. Ha találunk egy inerciarendszert, akkor a hozzá képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszer szintén inerciarendszer. **Galilei relativitási elve az inerciarendszerek egyenértékűségét mondja ki.** A fizika törvényei minden inerciarendszerben azonos formájúak. Nincs olyan kísérlet, amivel közöttük különbséget lehetne kimutatni. Ebből az is következik, hogy nincs abszolút nyugvó vonatkoztatási rendszer, és abszolút sebesség sem. Emellett a newtoni mechanika feltételezi az *egyidejűség abszolút* voltát.

Egy eseményt három térbeli és egy időbeli koordinátával (x, y, z, t) adhatunk meg a K vonatkoztatási rendszerben. Ebben a rendszerben $+x$ irányban mozogjon v sebességgel a K′ vonatkoztatási rendszer. Ugyanazt az eseményt a következő négy koordináta jellemzi K′-ben: (x', y', z', t').

A fenti két feltevésből levezethető a két koordinátanégyes közötti kapcsolat, a **Galilei-transzformáció**:

$$x' = x - v \cdot t,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t$$



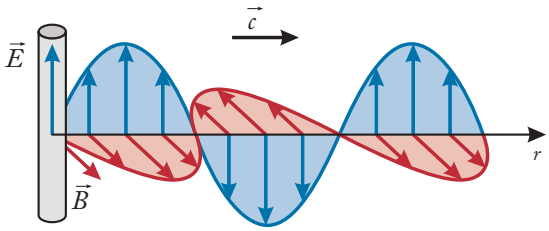
K′ v sebességgel mozog K vonatkoztatási rendszerben

Amennyiben egy adott inerciarendszerben ismerünk egy jelenséget leíró törvényt, majd a Galilei-transzformáció segítségével áttérünk egy másik inerciarendszerbe, akkor a törvény alakja nem változik, azaz a fizika törvényei **Galilei-invariánsak**.

Az elektromágneses hullám energiája, lendülete

Az elektromágneses teret leíró Maxwell-egyenletek segítségével megmutatható, hogy a sugárzási tér minden pontjában – az antennától távol – az $\vec{E}$ elektromos térerősség- és $\vec{B}$ mágneses indukcióvektorok merőlegesek egymásra és a terjedési irányra, és azonos fázisban vannak. Az elméletből az is következik, hogy minden pontban minden pillanatban:

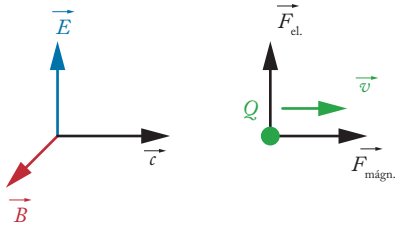
$$\frac{B}{E} = \sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = \frac{1}{c}$$



Az $\vec{E}$ és $\vec{B}$ fázisviszonyai a hullámban

Az elektromágneses hullám az elektromosan töltött testen munkát tud végezni, illetve annak lendületét is meg tudja változtatni. A megmaradási törvényeink csak úgy maradnak továbbra is érvényesek, ha az elektromágneses hullámnak van energiája és lendülete is.

Tekintsünk egy olyan töltött részecskét, amelynek v sebessége éppen párhuzamos az elektromos térerősséggel!



Az elektromos töltésre ható elektromos és mágneses erők

Ezen a Q elektromos töltésű részecskén az elektromos mező Δt idő alatt $\Delta W = F_{el.} \cdot \Delta s = QE \cdot v\Delta t$ munkát végez, a mágneses Lorentz-erő pedig $\Delta p = F_{mágn.} \cdot \Delta t = QB \cdot v\Delta t$-vel növeli a részecske lendületét a hullámterjedés irányába. Az átadott lendület és energia hányadosa:

$$\frac{\Delta p}{\Delta W} = \frac{QB \cdot v\Delta t}{QE \cdot v\Delta t} = \frac{B}{E} = \frac{1}{c}$$

Mivel az elektromágneses mező lendületváltozásának c-szerese az energiaváltozás, ezért ennek az aránynak kezdetben is meg kellett lenni a két mennyiség között:

Az elektromágneses mező E energiája és p lendülete között a következő összefüggés igaz: $E = p \cdot c$.

Problémák – A Maxwell-elmélet nem Galilei-invariáns

Nem sokkal a Maxwell-elmélet megszületése (1864) után kiderült, hogy az elektrodinamika törvényei a Galilei-transzformációra vonatkozóan nem invariánsak. Ezt nagyon szépen mutatja a következő példa.

Legyen egymástól d távolságra két párhuzamos szigetelőszál. Mindkettő legyen elektromosan töltött, ϱ vonal menti töltéssűrűséggel.

Először nézzük a jelenséget a talajhoz rögzített K vonatkoztatási rendszerben! Levezethető, hogy a két szál között elektromos taszítóerő hat, melynek nagysága l hosszú szakaszonként:

$$F_{\text{el.}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\varrho^2 l}{d}$$

Most nézzük a jelenséget a talajhoz képest v sebességgel, a szálakkal párhuzamosan mozgó K′ vonatkoztatási rendszerben! Innen nézve két párhuzamos áram vonzó kölcsönhatása látszik. Az elektromos erő mellett most fellép egy mágneses erő is:

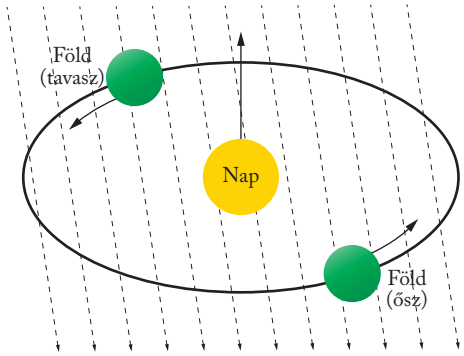
$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{\text{el.}} + \vec{F}_{\text{mágn.}}$$

Az eredő erő függ a v sebességtől, lehet vonzó, taszító, de akár nulla is. A XIX. század végén ez egy megoldatlan probléma volt.

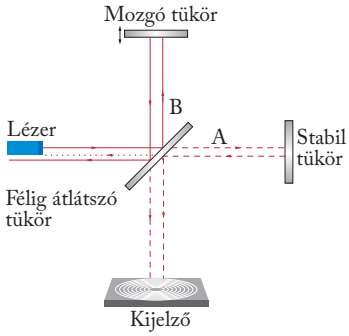
Problémák – Nincs éter

Maxwell igen hamar (1865) megmutatta, hogy az egyenletrendszereinek az az egyik következménye, hogy létrejöhetnek elektromágneses hullámok. Kiszámította az ilyen hullámok terjedési sebességét, ami nagyon közel esett a fényéhez. Innen már nem volt nagy lépés annak megállapítása, hogy a fény is elektromágneses hullám. Heinrich Hertz 1886-ban tudott először elektomágneses hullámot létrehozni. Akkoriban úgy gondolták, hogy az elektromágneses hullámok egy elképzelt közegben, az éterben terjednek, ahhoz hasonlóan, ahogy a hang a levegőben terjed. Azt a vonatkoztatási rendszert, amelyben az **éter** nyugalomban van, abszolút térnek nevezték. Az, hogy a Maxwell-egyenletek nem Galilei-invariánsak, azt jelenti, hogy elektromágneses (optikai) jelenség vizsgálatával meg lehet mérni az adott vonatkoztatási rendszer abszolút sebességét az éterhez képest.

Albert Michelson és **Edward Morley** 1887-ben végzett olyan optikai mérést, melynek az volt a célja, hogy megmérje a Föld sebességét az éterhez, azaz az abszolút térhez képest. A Föld a Nap körüli mozgása során kb. 30 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ sebességgel mozog. Ez azt jelenti, hogy az év bizonyos időszakában az „éterszélnek” is legalább ilyen gyorsnak kell lennie. Michelson és társa olyan interferenciaképet létrehozó berendezést épített, amely a fénysebesség nagyon kicsi változására is érzékeny. A legnagyobb meglepetésre a kísérlet negatív eredménnyel zárult: *nem sikerült kimutatni az éterhez viszonyított mozgást.*



Michelson és Morley a Föld éterhez viszonyított sebességét vizsgálta



Michelson–Morley-féle interferométer

A speciális relativitáselmélet

Az előző problémák, ellentmondások megoldására számos próbát tettek a kor fizikusai. Viszont ezen próbálkozások mindegyikének volt valamilyen hiányossága. Végül **Albert Einstein** 1905-ben adott egy egységes, ellentmondásmentes leírást. Einstein meg akarta tartani a relativitás elvét, valamint elfogadta a Michelson–Morley-kísérlet eredményét, a fénysebesség állandóságát. Elméletének két alaptörvénye:

A speciális relativitáselmélet I. alaptörvénye: A fizika minden törvényének ugyanaz a formája minden inerciarendszerben.

Galilei ezt az elvet már megfogalmazta a mechanikára vonatkozóan, Einstein kiterjesztette a teljes fizikára. A természet jelenségeit leíró törvények minden inerciarendszerben azonos alakúak, és a benne szereplő állandók (pl. γ gravitációs állandó, k elektrosztatikai állandó, …) is azonosak. Nincs kitüntetett inerciarendszer.

A speciális relativitáselmélet II. alaptörvénye: A fény vákuumban, bármely inerciarendszerben $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel terjed, a fényforrás és a fényt észlelő sebességétől függetlenül.

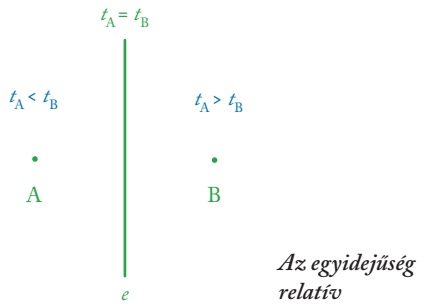
A fény terjedéséhez nincs szükség rugalmas közegre, éter nincs. A fény nem más, mint egymást keltő mágneses és elektromos terek tovaterjedése. A Michelson–Morley-kísérlet megmutatja azt is, hogy a fénysebesség közelében nem működik a korábban megszokott sebesség-összeadási képlet:

$$\left(300\,000 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{„=”} 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$$

A két alaptörvény alkalmazásával új tulajdonságait ismerhetjük meg az időnek, a hosszúságnak, a tömegnek és az energiának is.

Az időtágulás (időtágulás)

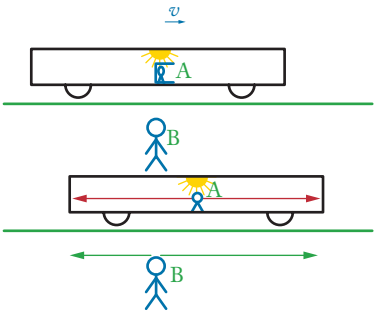
Történjen a sík A és B pontjaiban egy-egy esemény. Időzítsük úgy a két eseményt, hogy az AB szakasz felezőmerőleges egyenesének (e) pontjaiból a két esemény egyidejű legyen!



Az egyidejűség relatív

Az e egyenestől balra lévő pontokban lévő megfigyelő hamarabb látja az A eseményt, az egyenestől jobbra lévő pontokból viszont a B esemény látszik hamarabb. Megállapíthatjuk, hogy az **egyidejűség relatív**, függ a megfigyelő helyétől.

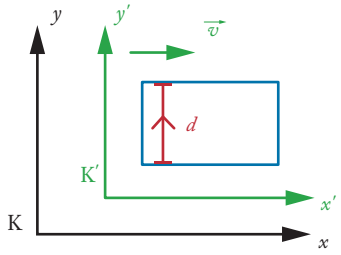
Üljön az állandó sebességgel haladó vonat közepén Anna, aki felett egy lámpa van. A vonat elhalad a peronon álló Bea mellett. Amikor Anna legközelebb van Beához, felkapcsolja a lámpát.



Az egyidejűség függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától

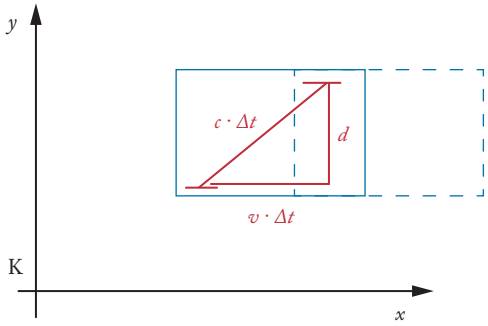
Anna úgy érzékeli, hogy a fény egyszerre érkezik a vonat két végébe. Bea úgy érzékeli, hogy a vonat végébe hamarabb jut el a fény, mint az elejébe. **Az egyidejűség függ a vonatkoztatási rendszertől is.**

Vizsgáljuk meg, hogyan függ az időtartamok hossza a vonatkoztatási rendszertől! Haladjon a K vonatkoztatási rendszer x tengelye mentén v sebességgel egy gyors jármű.



A fényjel útja a K′ vonatkoztatási rendszerben

Indítsunk egy fényjelet a járműben az x tengelyre merőlegesen! A járműhöz rögzített K′ vonatkoztatási rendszerben a fényjel a d utat Δt idő alatt teszi meg c sebességgel: $d = c \cdot \Delta t$.



A fényjel útja a K vonatkoztatási rendszerben

A talajhoz rögzített K vonatkoztatási rendszerben a fény $c \cdot \Delta t$ utat tesz meg. A $c \cdot \Delta t$ átfogójú derékszögű háromszög oldalaira írjuk fel a Pitagorasz-tételt:

$$(c \cdot \Delta t)^2 = d^2 + (v \cdot \Delta t)^2$$

Használjuk fel, hogy $d = c \cdot \Delta \tau$:

$$(c \cdot \Delta t)^2 = (c \cdot \Delta \tau)^2 + (v \cdot \Delta t)^2$$

Fejezzük ki Δt-t:

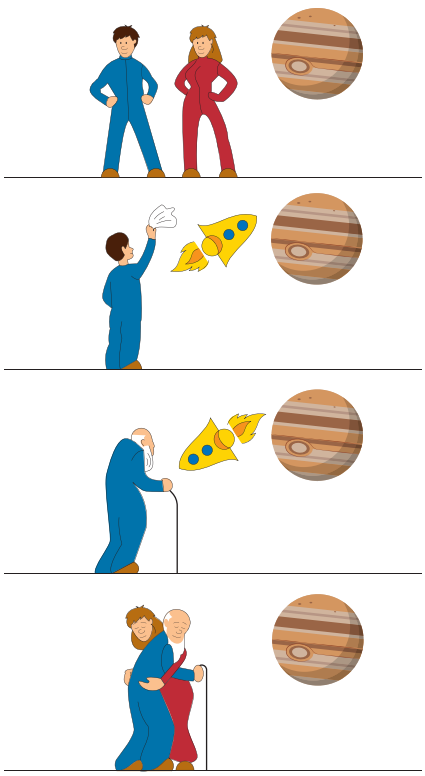
$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

A vizsgált jelenség a járműben $\Delta\tau$ ideig tart. Ugyanez a jelenség a járműhöz képest v sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerből tekintve hosszabb, Δt ideig tart. Az **időtágulás** az a relativisztikus jelenség, amikor mozgó koordináta-rendszerből nézve az időtartamok megnyúlnak. A nyugvónak képzelt vonatkoztatási rendszerben megfigyelt jelenség időtartama $\Delta\tau$ **sajátidő**. Mozgó rendszerből tekintve ugyanez a jelenség a megnyúlt Δt idejűnek tűnik. Nagyon fontos kiemelni, hogy az időtágulás nem az órák vagy az életfolyamatok „szerkezetében" végbemenő változás, hanem az idő természetéből adódik.

Az időtágulás összefüggését vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a tárgyak sebessége nem érheti el a c fénysebességet, amit határsebességnek nevezünk. Ez azt jelenti, hogy a vákuumbeli fénysebesség a sebesség felső határa.

Ikerparadoxon

Az időtágulációhoz kapcsolható az **ikerparadoxonnak** nevezett jelenség, ami egymaga több vitát okozott, mint bármely más kérdés a relativitáselméletben. Szemléletes megfogalmazása szerint, ha ikertestvérek közül az egyik fénysebesség közelébe menő rakétába ül, és fedélzeti órája szerint például egy évig utazik, akkor visszatérve a Földre, ikertestvérét sok évvel idősebbnek látja viszont. A Földön maradt testvér órái gyorsabban jártak, és életfolyamatai is gyorsabban zajlottak: megöregedett a rakétán utazó testvéréhez képest.



Ikerparadoxon

A paradoxon akkor adódik, ha felvetjük, hogy az utazó iker miért nem állíthatja a következőt: „Mivel az én vonatkoztatási rendszeremből nézve a Földön maradt testvér mozgott hozzám képest, nem én, hanem ő lesz fiatalabb hozzám képest." Másként megfogalmazva a problémát: Nem lehetne pontosan a relativitáselmélet szellemében az ikertestvérek közül bármelyiket mozgónak vagy nyugvónak tekinteni, és így a helyzetet szimmetrikusnak felfogni? A válasz egyértelmű nem, mert az utazó testvérnek valamiképpen gyorsulnia kell, hogy visszatérve megváltoztassa a sebességének irányát, a gyorsulás pedig csak az utazó iker vonatkoztatási rendszerében lép fel, sérül tehát a szimmetria.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki, hogy a fénysebesség 90%-ával utazó testvér egy évig tartó utazását a Földön maradt testvér hány évnek méri!

MEGOLDÁS

Ekkor $v = 0{,}9\ c$, $\Delta\tau = 1$ év $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 0{,}81$.

Ebből: $\Delta t = \dfrac{\Delta\tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2{,}29$ év.

Tehát a Földön maradt testvér 2,29 évet öregedett azon egy év alatt, amíg ikertestvére utazott. A hétköznapi életben nem fordul elő ilyen jellegű esemény, mivel a rakéták sebessége maximum kb. 0,01%-a a fénysebességnek. Ha ezzel a sebességgel számítjuk ki a fenti példát, akkor a Földön maradó testvér 1,000000005 évet öregedett csak, ami kb. 0,16 s. Ez hétköznapi órákkal kimutathatatlan, viszont a mai atomórákkal már kimutathatónak tűnik. Az időtágulás valóban közvetlenül mérhető atomórával, erre később látunk példát.

A fénysebesség állandósága

A fénysebesség állandóságát széleskörűen vizsgálták. Többek között **Bay Zoltán** a fénysebesség alapján definiált méter kapcsán évtizedekig vizsgálta ezt az állandóságot, és minden mérése alátámasztotta a relativitáselmélet egyik alaptörvényét. Az eltelt több mint száz év alatt számos esetben véltek már olyan jelenséget felfedezni, amikor valami látszólag a fénynél gyorsabban terjedt, de ezekről eddig mindig kiderült, hogy mérési hibáról, vagy a mérési eredmények hibás értelmezéséről volt szó. Hangsúlyoznunk kell, hogy a relativitáselmélet nagyon sok kísérleti bizonyítékkal alátámasztott elmélet, aminek már a gyakorlati vonatkozásai és felhasználásai is sokrétűek.

Hosszúságkontrakció (hosszrövidülés)

A vonatkoztatási rendszerben mozogjon az x tengely mentén v sebességgel a K′ vonatkoztatási rendszer. K′ vonatkoztatási rendszerben az x' tengellyel párhuzamosan nyugszik egy L_0 hosszú rúd. A K vonatkoztatási rendszerben azt tapasztaljuk, hogy $\Delta\tau$ idő alatt L hosszú rúd halad át az origó felett. Ez az időtartam a K′ vonatkoztatási rendszerben Δt időtartamnak tűnik.

A v sebességet írjuk fel mindkét vonatkoztatási rendszerben mért adatokkal:

$$\text{K}': v = \frac{L_0}{\Delta t}; \quad \text{K}: v = \frac{L}{\Delta \tau}.$$

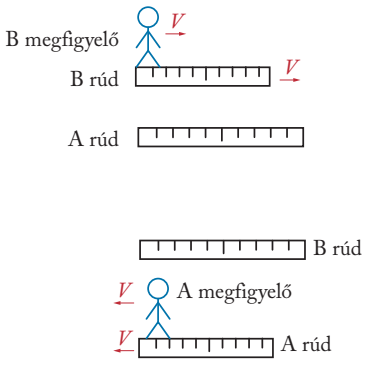
Tegyük egyenlővé a kétféle kifejezést:

$$\frac{L_0}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta \tau}$$

Használjuk fel az időtágulásról megismert összefüggést:

$$\frac{\frac{L_0}{\Delta \tau}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{L}{\Delta \tau}$$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$



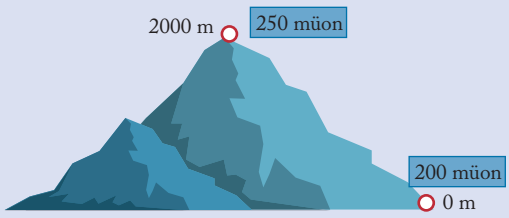
A mozgó testek látszólag megrövidülnek

A hosszúságkontrakció szerint a mozgó testek hossza a mozgásuk irányában megrövidül.

Az L_0 jelöli a test hosszát abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben nyugalomban van, L pedig a hozzá képest v sebességgel haladó vonatkoztatási rendszerben mért hossza.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A müonok a légkör felső részében keletkező, az elektronnál kb. 200-szor nagyobb tömegű részecskék, amelyek a fénysebességhez közeli ($0{,}995 \cdot c$) sebességgel mozognak a Föld felé. Laboratóriumban (nyugalmi állapotban) a felezési idejük 2,2 μs. Különböző magasságokban detektorral lehet mérni a négyzetméterenként, másodpercenként érkező müonok számát. A műszer által mért részecskeszám 2000 méter magasan 250. A müon 2,2 μs alatt $0{,}995 \cdot c$ sebességgel 656,7 métert tesz meg. Azt gondolnánk, hogy a 2000 méter megtétele során kb. háromszor (2000 : 653,4 = 3,05) feleződik a számuk, tehát a tengerszinten $\frac{250}{2^3} \approx 31$ részecskét detektálhatnánk. A valóságban viszont kb. 200 részecskét lehet kimutatni. A **müonprobléma** a speciális relativitáselmélet egyik kísérleti bizonyítékának tekinthető. Próbáljuk mi is megmagyarázni!



MEGOLDÁS

A 2,2 μs felezési idő a müon sajátideje. Ez az időtartam a Földről nézve megnyúlik az időtágulásra vonatkozó összefüggés szerint:

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx 10 \cdot \Delta \tau$$

Tehát a Földről nézve 22 μs idő alatt bomlik el a részecskék fele, ennyi idő alatt 6567 méter távolságra jutna a részecskék fele.

A mozgó müonhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a müon felezési ideje 2,2 μs, viszont a távolságkontrakcióra vonatkozó összefüggés szerint

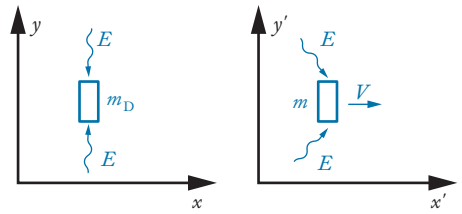
$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ métert kell csak megtennie. Ennyit viszont $\frac{200\text{ m}}{0{,}95} \cdot \text{c} = 7 \cdot 10^{-7}$ s idő alatt kevesebb, mint a felezési idő harmada alatt megteszi a részecske.

Tömeg-energia megmaradása

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az előzményekben megmutattuk, hogy a Maxwell-elmélet következménye, hogy a p lendületű fényadag egyúttal $\varepsilon = p \cdot c$ energiát is hordoz. Einstein megmutatta, hogy ez minden anyagfajtára érvényes.

Képzeljük el a K vonatkoztatási rendszerben nyugalomban lévő m_0 tömegű testet, amelybe $+y$ és $-y$ irányú azonos, E energiájú fényadagok érkeznek. Mivel a fényadagok lendülete azonos nagyságú, de ellentétes irányú, a test lendülete nem változik, nyugalomban marad annak ellenére, hogy az energiája nőtt $2\,\varepsilon$-vel.



Fényadagok elnyelése

Nézzük ugyanezt a folyamatot a K-hoz képest v-vel haladó K′ vonatkoztatási rendszerből! Innen nézve a fényadagok energiája ε, és a testnek m tömege, valamint v sebessége van $+x$ irányban. A fényadagok már nem párhuzamosan haladnak az y tengellyel. A kölcsönhatás után a test v sebessége nem változik, viszont az x-irányú lendülete nő:

$$\Delta p = 2p \cdot \sin\alpha = 2p \cdot \frac{v}{c}$$

Használjuk fel, hogy a fényadag energiája $\varepsilon = p \cdot c$:

$$\Delta p = 2\frac{\varepsilon}{c} \cdot \frac{v}{c} = \frac{2\varepsilon}{c^2} \cdot v$$

Változatlan haladási sebesség mellett a lendület megváltozása csak a tömegnövekedésnek köszönhető:

$$\Delta m = \frac{2\varepsilon}{c^2}$$

Használjuk fel, hogy a 2ε a test ΔE energiaváltozásával egyenlő:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

Átrendezve: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

A test tömegnövekedésének c^2-szerese éppen az energia növekedését adja. Miután a nulla tömegű testnek nem tulajdonítunk energiát, következik, hogy bármely anyagra $\boldsymbol{E = mc^2}$.

Bármilyen anyag energiája tömegének c^2-szeresével egyenlő. **Ez a tömeg és az energia ekvivalenciája.**

Megjegyzés: az m_0 nyugalmi tömegű, p lendületű test teljes energiáját számíthatjuk így is:

$$E = \sqrt{(m_0c^2)^2 + (p \cdot c)^2}$$

Tömeg a speciális relativitáselméletben

A speciális relativitáselméletben az időnek és a térnek a „változása” a tömegre is kihat. Már ismerjük a híres $E = mc^2$ képletet, ami az energia és a tömeg fogalmának radikális újragondolását kívánta. Tömegre is be kellett vezetni az annak látszólagos változását kifejező formulát:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

ahol m_0 a nyugvónak tekintett rendszerben mért úgynevezett nyugalmi tömeg, m a mozgó rendszerben értelmezett tömeg, v a vonatkoztatási rendszerek egymáshoz képesti sebessége, c a vákuumbeli fénysebesség. A formula értelmében látszólag a mozgó tömeg megnő a fénysebesség közelében. Hangsúlyozni kell azonban, hogy ez a **látszólagos tömegnövekedés** nem azt jelenti, hogy a tömeggel „történik valami”, hanem ez is a tér és idő változására vezethető vissza.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Mekkora lesz az $m_0 = 1$ kg tömegű test látszólagos tömege, ha a sebessége $1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, illetve $0{,}1c$, $0{,}5c$, $0{,}9c$?

MEGOLDÁS

Helyettesítsünk be a látszólagos tömegnövekedést kifejező összefüggésbe:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

v (m/s)	m (kg)
1	1
10	1
100	1
…	…
$0{,}1c$	1,005
$0{,}5c$	1,155
$0{,}9c$	2,290

Következmény: *A relativisztikus hatások csak a fénysebességhez közeledve mutatkoznak.*

2. FELADAT Mekkora az 5 MeV energiájú elektronnak a sebessége?

MEGOLDÁS

Írjuk fel a részecske teljes energiáját, és használjuk a látszólagos tömegnövekedésre vonatkozó összefüggést:

$$E = m \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot c^2, \quad \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{m \cdot c^2}{E}$$

Átrendezve: $v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E}\right)^2}$.

Helyettesítsünk be:

$$v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}\right)^2} =$$

$$= 0{,}9947 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}984 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Megjegyzés: Számítsuk ki az elektron nyugalmi energiáját:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 8{,}19 \cdot 10^{-14}\ \text{J} =$$

$$= \frac{8{,}19 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 511875\ \text{eV} \approx 512\ \text{keV}$$

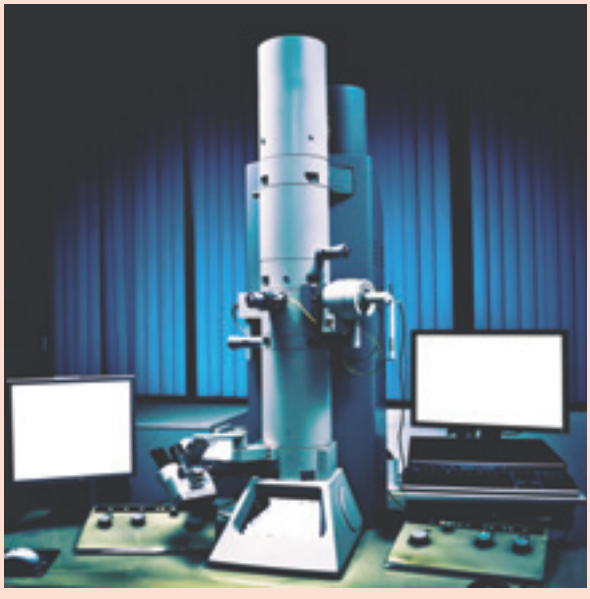
Ennek ismeretében gyorsabban számíthatjuk a keresett v sebességet:

$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E}\right)^2} \cdot c = \sqrt{1 - \left(\frac{512\ \text{keV}}{5000\ \text{keV}}\right)^2} \cdot c$$

$$= 0{,}9947 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}984 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Okos Domonkos szerint túl lehet lépni a fénysebességet például a következő módon.
   A tőlünk $\frac{c}{2}$-vel távolodó űrállomásról indítsunk egy fényjelet előre, akkor az a fényjel tőlünk $1{,}5 \cdot c$-vel fog távolodni. Mit gondol erről?
2. Okos Domonkos szerint túl lehet lépni a fénysebességet például a következő módon.
   Az 1 kg tömegű testet gyorsítsuk 1 N erővel sokáig! $3 \cdot 10^8$ s múlva a sebessége pont átlépi a $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ határsebességet. Ez kb. 9,5 évet jelent csak. Mit gondol erről?
3. Okos Domonkos szerint, ha a sebességnek van felső határa, akkor egy adott test mozgási energiájának $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ is van felső energiája. Mit gondolsz erről?
4. „Ezen egyszerű egyenlet ($E = m \cdot c^2$) oly elmélet szülötte, mely szépségében vetekszik egy Mozart-concertóval, hosszabb távon hasznosabb az emberiség számára, mint a tőzsde, és forradalmibb, mint a kommunista párt.” (Martin Gardner amerikai matematikus, tudománynépszerűsítő író a speciális relativitáselméletről). Miért illethetjük a szép, a hasznos, valamint a forradalmian újszerű jelzőkkel a relativitáselméletet?
5. Járjon utána az interneten, mi a létraparadoxon!



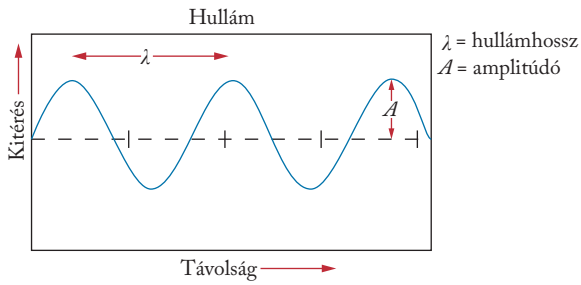
Az elektronmikroszkópban akár 100 kV feszültség gyorsítja az elektronokat

Összefoglalás

Mechanikai hullámok

Rugalmas közeg egy részén keltett deformáció (zavar, változás) térbeli és időbeli tovaterjedését **mechanikai haladó hullámnak** nevezzük.

A rezgőmozgás tanulásakor megismert jellemzőket a hullámjelenség leírásakor is használjuk: periódusidő, frekvencia, kitérés, amplitúdó…



A 2-es közegnek az 1-esre vonatkozó **törésmutatója**:

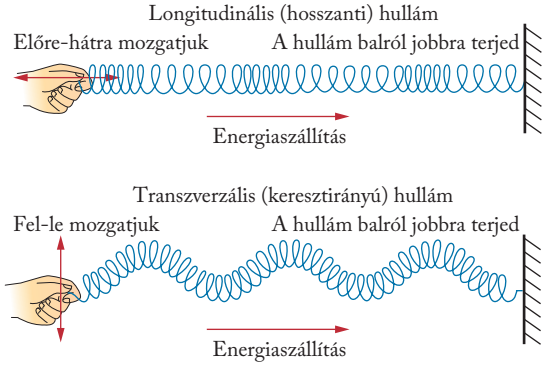
$$n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2}$$

Mértékegysége nincs, dimenzió nélküli arányszám. A törésmutató a hullám két közegbeli terjedési sebességének arányát adja.

Azt a sebességet, amellyel a hullám fázisa terjed, a hullám **terjedési sebességének** nevezzük. Jele: c.

Két, legközelebbi azonos fázisban rezgő pont távolságát **hullámhossznak** nevezzük. Jele: λ.

Transzverzális (keresztirányú) **hullámnak** nevezzük az olyan hullámot, amelyben a közeg részecskéi rezgéseiket az energiaterjedés (hullámterjedés) irányára merőlegesen végzik.



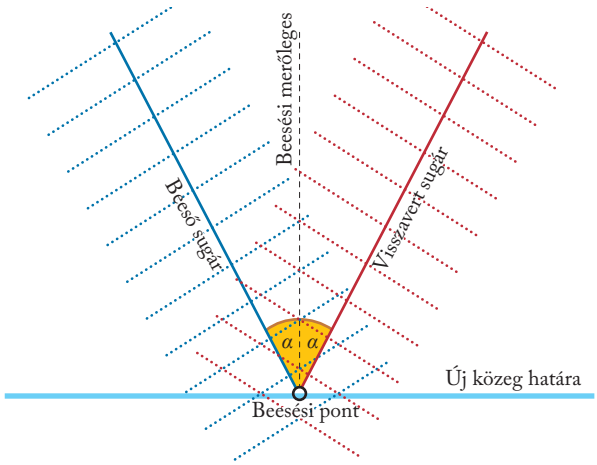
Longitudinális (hosszanti) **hullámnak** nevezzük az olyan hullámot, amelyben a közeg részecskéi rezgéseiket az energiaterjedés (hullámterjedés) irányában végzik.

A **szuperpozíció elve**: Hullámtalálkozásnál az eredő kitérés az egyedül jelen levőnek képzelt egyik, illetve másik hullám kitérésének vektori összege.

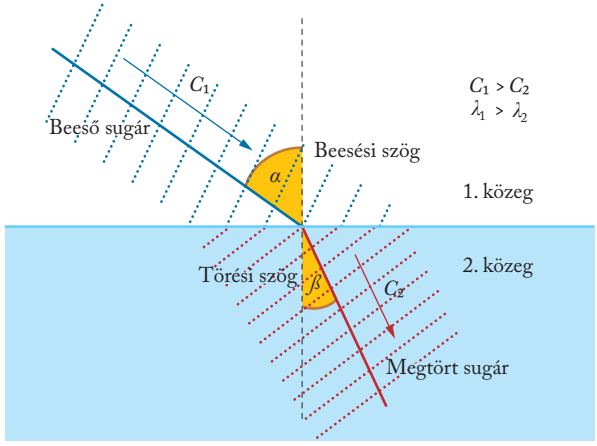
Az időben állandó fáziskülönbséggel találkozó hullámokat **koherens hullámoknak** nevezzük.

Hullámjelenségek

Visszaverődés, hullámtörés, interferencia, elhajlás, polarizáció.



Hullámok visszaverődése

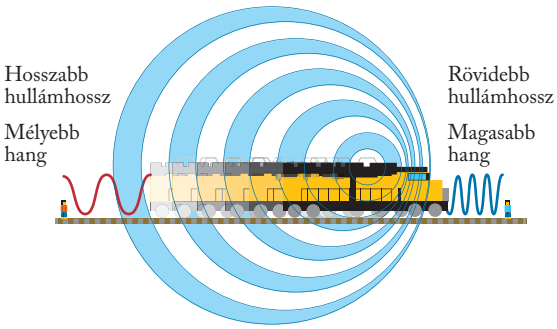


Hullámok törése

Hangtan

A hang létrejöttéhez elengedhetetlen egy **hangforrás** és az azt körülvevő rugalmas közeg.

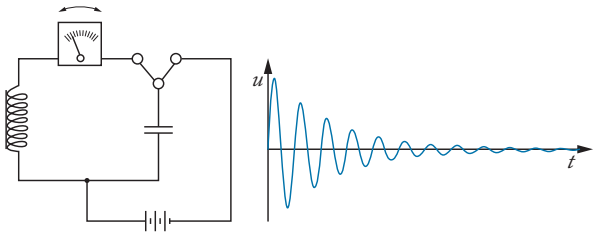
A hallószervünkkel felfogható mechanikai hullámot **hangnak** nevezzük. Általánosan: a rugalmas közegben keltett longitudinális hullámot **hanghullámnak** nevezzük.



Doppler-jelenség

Elektromágneses rezgés, elektromágneses hullám

A kondenzátorból és tekercsből álló zárt kört **elektromos rezgőkörnek** nevezzük.



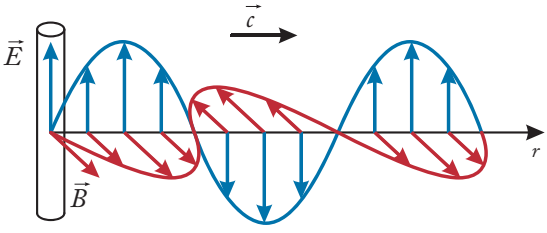
A rezgőkörben folyó váltakozó áramot **elektromágneses rezgésnek** nevezzük.

Thomson-formulák:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}; \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

Ha semmilyen külső kényszer nem hat a rezgőkörre, akkor benne **szabad elektromágneses rezgés** jön létre, melynek frekvenciáját **sajátfrekvenciának** nevezzük.

Az olyan elektromágneses teret, amely a forrásáról leválik, és attól függetlenül tovaterjed, **elektromágneses hullámnak** (sugárzásnak) nevezzük.



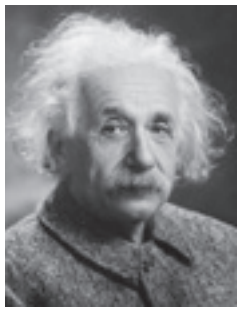
Az elektromágneses hullám transzverzális hullám.

Teljes elektromágneses hullám: rádióhullámok, optikai hullámok, sugárzások.

Az elektromágneses hullámok fizikai tulajdonságai: lendület, energia, tömeg.

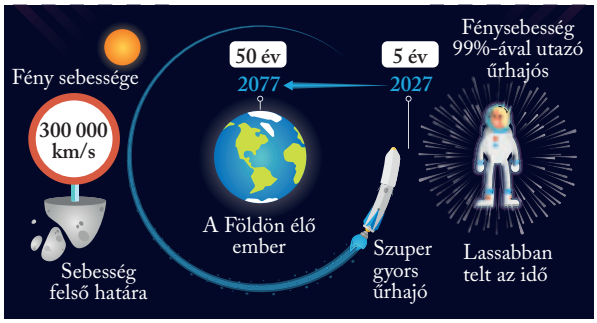
Speciális relativitáselmélet

A speciális relativitáselmélet I. alaptörvénye: A fizika törvényei a nyugvó vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végző rendszerben ugyanolyanok. Másként megfogalmazva: az inerciarendszerek teljesen egyenértékűek. Az inerciarendszerek egyenértékűségében egy általános természeti elv, az úgynevezett speciális relativitás elve mutatkozik meg.



Albert Einstein (1879–1955)

A **speciális relativitáselmélet II. alaptörvénye**: A fény terjedési sebessége (vákuumban) minden megfigyelő számára egyforma, függetlenül attól, hogy mekkora a megfigyelő vagy a fényforrás sebessége.



A vákuumbeli fénysebesség **határsebesség**. Értéke minden inerciarendszerben:

$$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Következmények: hosszrövidülés, időtágulás, látszólagos tömegnövekedés, tömeg-energia ekvivalencia.

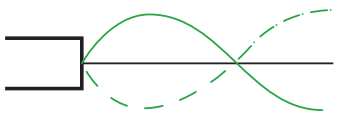
Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. A hullámkádban keltsünk egymáshoz rögzített két tűvel körhullámokat. Milyen alakzatok mentén találjuk meg a kioltási helyeket?
A) A két tűt összekötő szakaszfelező merőleges mentén.
B) A két tű mint fókuszpontok és a vízhullám fél hullámhosszának páratlan számú többszörösei által meghatározott hiperbolák mentén.
C) A két tű mint fókuszpontok és a vízhullám fél hullámhosszának páratlan számú többszörösei által meghatározott ellipszisek mentén.
D) A két tű mint átmérő által meghatározott körvonal mentén.

2. Melyik hullámjelenséget nem lehet érzékelni longitudinális hullám vizsgálatakor?
B) Állóhullámot.
C) Polarizációt.
D) Visszaverődést.
E) Törést.

3. Egyik végén szorosan befogott acéllemezen 30 Hz frekvenciájú gerjesztés esetén az ábrán látható állóhullám keletkezik. Mekkora frekvenciájú gerjesztés nem eredményez állóhullámot a lemezen?
A) 10 Hz.
B) 20 Hz.
C) 50 Hz.



4. Az L hosszú sípot előbb úgy szólaltatjuk meg, hogy mindkét vége nyitott (f_1), majd úgy, hogy egyik vége nyitott, másik vége zárt (f_2). A megszólaló két alaphang f_1 és f_2 frekvenciájú. Mennyi a két alaphang frekvenciájának aránya?
A) $\frac{f_1}{f_2} = 2$
B) $\frac{f_1}{f_2} = 1$
C) $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2}$
D) $\frac{f_1}{f_2} = 3$

5. Erős, tiszta hang indul a szomszéd szobából felénk. A falon át hozzánk érkező hang tulajdonságai közül melyek nem változtak meg a terjedés során?
A) Hangerősség.
B) Hangszínezet.
C) Terjedési sebesség.

6. Milyen lesz a visszhang színezete a hanghoz képest, és miért? Húzza alá a HELYES választ!
A) Nem változik, mert minden hang visszaverődik.
B) Magasabb lesz, mert a mély hangok rövidebb úton nyelődnek el.
C) Mélyebb lesz, mert a magas hangok rövidebb úton nyelődnek el.

7. Az elektromágnesség törvényeit vizsgáló tudósokat sorba rendeztük. Melyik sorban szerepelnek olyan sorrendben, ahogy a főbb kutatási eredményeik megszülettek?
A) Maxwell, Hertz, Oersted, Faraday.
B) Oersted, Maxwell, Hertz, Faraday.
C) Hertz, Oersted, Maxwell, Faraday.
D) Oersted, Faraday, Maxwell, Hertz.

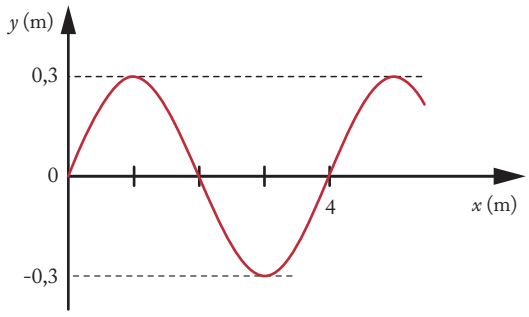
8. Válassza ki, melyik sor tartalmazza helyesen az elektromágneses hullámokat a hullámhosszuk szerint növekvő sorrendben!
A) Röntgensugárzás, látható fény, mikrohullám, rádióhullám.
B) Mikrohullám, infravörös fény, gamma-sugárzás, látható fény.
C) Gamma-sugárzás, infravörös fény, rádióhullám, látható fény.
D) Infravörös fény, mikrohullám, rádióhullám, röntgensugárzás.

9. Egy v_0 mikrorészecske mozgási energiáját négyszeresére növeljük. Mit állíthatunk a részecske megnövekedett v sebességéről?
A) $v = 4 \cdot v_0$
B) $2 \cdot v_0 < v < 4 \cdot v_0$
C) $v = 2 \cdot v_0$
D) $v_0 < v < 2 \cdot v_0$

10. Egy űrállomásról elindul egymással ellentétes irányba egy-egy űrrakéta. Mindkét jármű sebességének nagysága az űrállomáshoz viszonyítva $\frac{2}{3} \cdot c$. Mekkora sebességgel mozognak az űrrakéták egymáshoz képest?
A) $\frac{2}{3} \cdot c$
B) $\frac{4}{3} \cdot c$
C) c
D) $\frac{12}{13} \cdot c$

FELADATOK

1. Az ábra egy 3 Hz frekvenciájú harmonikus hullámról készült pillanatfelvétel.



a) Mekkora a hullám hullámhossza, amplitúdója?
b) Mekkora a legnagyobb sebessége, gyorsulása a rugalmas anyag egyes pontjainak?
c) Készítsük el a rugalmas közeg egy pontjának kitérés-idő függvényét!

2. Mindkét végén rögzített, 6 méter hosszú gumizsinóron 10 Hz frekvenciájú állóhullámokat alakítunk ki. A jelenség vizsgálata során két belső csomópontot látunk.
a) Készítsen vázlatrajzot a jelenségről!
b) Mekkora a hullámhossz?
c) Mekkora a hullám terjedési sebessége a gumizsinórban?

3. Levegőben keltett longitudinális hullám (hang) terjedési sebessége 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. A szén-dioxid levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,32.
a) Mekkora a hullám terjedési sebessége a szén-dioxidban?
b) Mekkora a levegő szén-dioxidra vonatkoztatott törésmutatója?

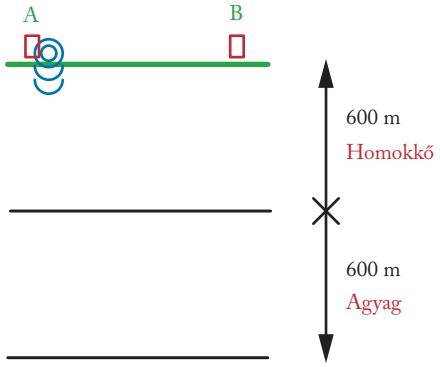
4. Az ábrán látható módon a gumizsinóron keltett egy hullámhossznyi hullámvonulat hullámtanilag ritkább közeg felé halad. Egy része behatol az új közegbe, másik része visszaverődik róla. Rajzoljuk be az új hullámvonulatokat!



5. Hullámkád egyik része 3 cm-es, másik része 2 cm-es vízrétegből áll. A mélyebből indított 20 Hz-es egyeneshullámok merőlegesen érkeznek a sík közeghatárra. (Sekély vizekben terjedő felületi hullámok terjedési sebességét a $c = \sqrt{g \cdot h}$ összefüggés írja le, ahol g a nehézségi gyorsulás, h a vízmélység.)
a) Mekkora sebességgel terjed a hullám a két közegben?
b) Mekkorák a hullámhosszak?
c) Adjuk meg a sekélyebb víznek a mélyebbre vonatkozó törésmutatóját!

6. Egyeneshullám ferdén érkezik hullámtanilag sűrűbb közegbe. Hogyan változik az új közegben a hullám frekvenciája, terjedési sebessége, hullámhossza, valamint a terjedési iránya?

7. Kutatófúrásokkal korábban megállapították, hogy a földfelszín alatti 600 méter mélységig homokkő van, illetve újabb 600 méter mélységig agyag. A felszín A pontjában lökéshullámként indítunk egy rezgéshullámot. Az indítás után 0,3 másodperc, illetve 0,7 másodperc múlva rezgést érzékel az A pontban lévő műszer.



a) Mekkora a hullám terjedési sebessége a homokkőben?
b) Mekkora a hullám terjedési sebessége az agyagban?
c) Készíts vázlatrajzot annak a hullámnak a pályájáról, amely az A pontból úgy indul, hogy a terjedési irány 45°-ot zár be a felszínnel, behatol az agyagba, majd annak alsó határfelületéről visszaverődik, és eljut a felszínen lévő B pontba!
d) Milyen távol van az A és a B pont egymástól?
e) Az indítás után mennyi idő múlva érzékel rezgést a B pontban lévő műszer?

8. Az Y alakú gumizsinór egyenlő hosszú szárait azonos frekvenciával és azonos fázisban mozgatjuk, viszont az amplitúdójuk különböző: $A_1 = 5$ cm, $A_2 = 3$ cm. Adjuk meg a harmadik ágban létrejövő hullám jellemzőit!

9. Az Y alakú gumizsinór egyenlő hosszú szárait azonos frekvenciával, de ellentétes fázisban mozgatjuk. Az amplitúdójuk különböző: $A_1 = 5$ cm, $A_2 = 3$ cm.
a) Adjuk meg a harmadik ágban létrejövő hullám jellemzőit!
b) Milyen feltétel mellett tapasztalnánk a harmadik ágban kioltást?

10. Mekkora frekvenciájú hullámforrás kelt az 1 méter hosszú, mindkét végén rögzített gumizsinóron négy duzzadóhellyel rendelkező állóhullámot? A hullám terjedési sebessége $c = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

11. Hullámkádban két, egymáshoz erősített tűvel azonos fázisban induló körhullámokat keltünk $f = 16$ Hz frekvenciával. A hullámok terjedési sebessége 0,8 m/s. Milyen hullámjelenség figyelhető meg a hullámtér azon pontjában,

a) amelyik az egyik hullámforrástól 12 cm, a másiktól 17 cm távolságra van?

b) amelyik az egyik hullámforrástól 14 cm, a másiktól 21,5 cm távolságra van?

12. A vadász célt téveszt. A vad mellett 1 méterrel halad el a lövedék. Milyen messze van a lövedék az állattól, amikor az állat meghallja a golyó süvítését? A lövedék sebessége 680 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, a hangé 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

13. Nyitott sípba fújva 400 Hz frekvenciájú hangot hallunk.

a) Mekkora a síp hossza?

b) A sípot zárttá tesszük. Most mekkora frekvenciájú hangot hallunk?

14. Egy kísérlet során a 9,5 GHz-es dipólantennával szemben egy függőleges fémlapot helyezünk el. Ekkor egy szondával az antenna és a fémlap között „kitapinthatóak" az elektromágneses állóhullám duzzadóhelyei és csomópontjai. Mennyivel szabad elmozgatni a fémlapot, ha ismét állóhullámokat akarunk tapasztalni?

15. Hány perces mobiltelefonálás okoz az ember fejének akkora sugárterhelést, mint a bázisállomás 1 év alatt? A telefon teljesítménye 2 W, a bázisállomásé 30 W. A telefon a fejünktől 2 cm-re van, a bázisállomás 20 méterre.

16. A Nap sugárzási teljesítménye kb. $3{,}86 \cdot 10^{26}$ W. Naponta mennyivel csökken a Nap tömege a sugárzás miatt?

17. Ugyanaz a fénynyaláb esik először matt fekete, másodszor fényes felületre. Melyik esetben nagyobb a fénynyomás?

18. A fénysebesség hány százalékával halad egy olyan elektron a gyorsítóban, amelynek a tömege látszólag megduplázódott? Más részecskénél ugyanezen a sebességen következik be a tömeg kétszereződése?

19. A CERN-ben, a világ legnagyobb részecskegyorsítójában a protonok a fénysebesség 99,99999%-ával mozognak. Hányszorosa a látszólagos tömegnövekedésük?

20. Egy, a Föld felszíne felett keringő műhold nyugalmi tömege 1000 kg, a nyugalmi hossza 5 m. A Föld körüli pályáján 10 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$-os sebességgel kering.

a) Mekkora a műhold relativisztikus tömegnövekedése?

b) Mekkora a műhold hosszának relativisztikus rövidülése?

A számítás egyszerűbb, ha felhasználjuk a következő közelítéseket:

ha $v << c$, akkor $\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \approx 1 + \frac{a^2}{2}$;

ha $\alpha << 1$, akkor $\sqrt{1-a^2} \approx 1 - \frac{a^2}{2}$.

ESSZÉKÉRDÉS

1. Hősugárzás

Macedonio Melloni 1798 ápr. 11-én Parmában született. Az észleletek iránti hajlama korán fejlődött, s már gyermekkorában kezdett a napsugarak melegítő hatása fölött elmélkedni, s egyszersmind a Nap és a földi hőforrásoktól kilövellt hő között analógiákat és különbségeket egybevetni. Ez az egy bizonyos pont felé irányuló törekvés, melyet Melloni már kora ifjúságában tanúsított, a fizikát később a legszebb eredményekkel vala gazdagítandó. „A természet látványa, mondja Melloni, volt rám nézve is, mint sok annyi másra, az a forrás, melyből a gyermekkor legélénkebb gerjedelmei fakadtak. Szerettem a mezőt, a síkot, az erdőt, a hegyet; bámultam a növényzet gazdagságát, melyben pompáznak, az élőlények sokaságát, melynek lakást adnak. De semmi sem lepte meg annyira képzeletemet, mint az a benső kapocs, mely az élet jelenségeit égboltunk ragyogó Napjához fűzi." (Term. tud. Ért., p. 325.)

Ismertesse, mit nevezünk elektromágneses hullámnak! Ki jelezte előre a létezésüket, és ki mutatta ki először?

Milyen módon keletkeznek az elektromágneses hullámok? Milyen szempontok alapján osztályozhatjuk őket? Ismertesse az elektromágneses színkép három nagy csoportját!

Hol helyezkednek el a spektrumban a hősugarak? Jellemezze a hősugarakat! Milyen alkalmazásait ismeri?

2. Tengeri orgona

(Emelt szintű érettségi feladat, 2018)

Horvátországban, Zára (Zadar) városában 2005-ben készült el a tengeri orgona.

A tengerpartra lefutó lépcsősor alá 35 sípot telepítettek. A sípokat a tenger hullámai a következő módon szólaltatják meg:

A rajzon látható módon egy cső a víz alá nyúlik (apálykor is), így az aljában víz, fölötte levegő van. Ha hullámzik a tenger, ahogy a hullámok a part felé futnak, a víz a csőben előrenyomul, maga előtt tolja a levegőt. A cső végét úgy képezték ki, hogy a belőle kiáramló levegő egy föld alatti sípot fújjon meg. A mindkét végén nyitott sípok hangja a kis nyílásokon át jut a szabadba. Frekvenciájuk 65 Hz és 250 Hz között változik. Az egymás melletti sípokat különböző hangmagasságra hangolták, gondosan ügyelve arra, hogy a hangzás a fülnek kellemes legyen. Hét ötös csoportban helyezték el a sípokat, minden csoportba úgy válogatva össze őket, hogy legyen a szomszédos sípok esetében közös felharmonikus.

Ismertesse, milyen állóhullámok alakulhatnak ki egy mindkét végén nyitott sípban!

Mit értünk alaphangon és felharmonikuson?

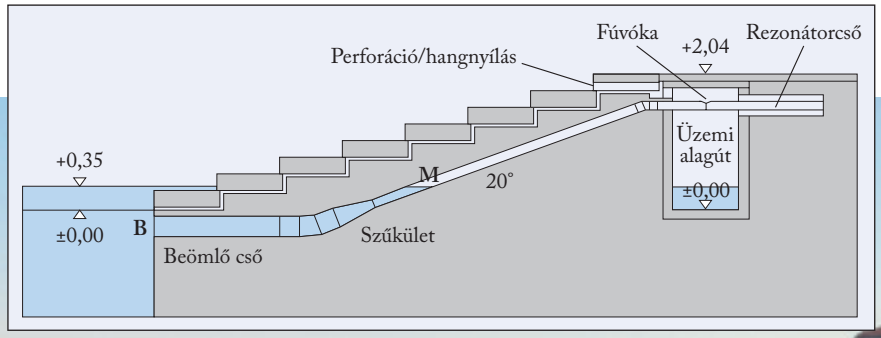
Mutasson be olyan példát, amikor két sípnak van közös felhangja! Hogyan aránylanak a példában a síphosszak egymáshoz?

Hogyan változik az ábrán jelzett M pontnál a vízfelszín magassága az árapály változásainál?

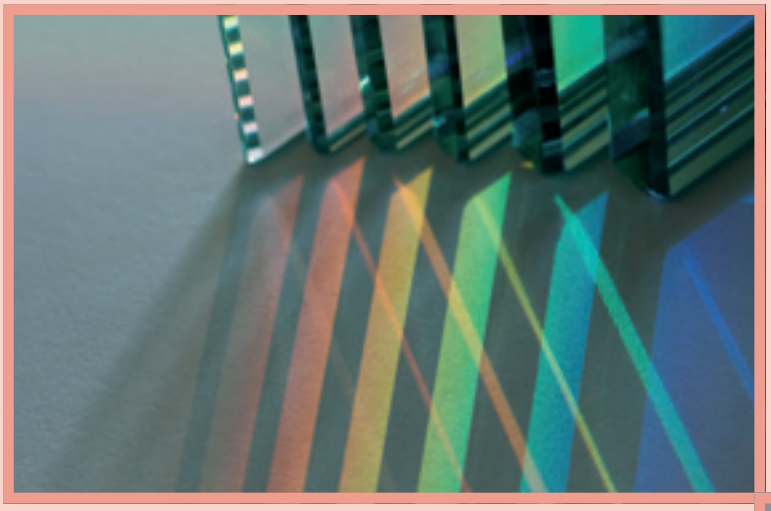
Mi ennek az oka?

Az M és B pontok keresztmetszet-területének aránya 1 : 20. Hogyan befolyásolja a szűkület a csőben felkúszó víz sebességét? Milyen fizikai magyarázat adható a jelenségre? Hogyan lesz a kiáramló levegő sebessége elegendően nagy a síp megszólaltatásához?

Milyen hosszú a rezonátorcső, ha az alaphangjának frekvenciája 250 Hz? (A hang terjedési sebességét a levegőben vegyük 330 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-nak!)



IX. Optika







1. Fénytani alapjelenségek

EMLÉKEZTETŐ

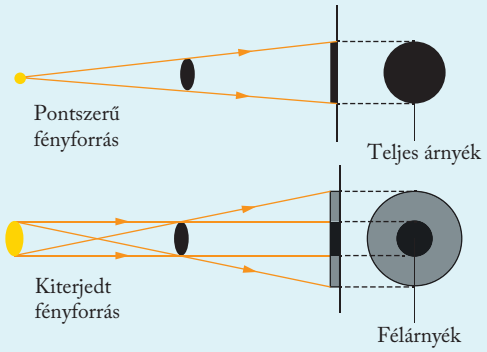
A fény terjedési tulajdonságaival, annak törvényszerűségeinek feltárásával foglalkozik az optika (fénytan). Annak ellenére, hogy tudjuk, az optika az elektromágneses spektrum egy része csupán, mi mégis az optika klasszikus leírásával ismerkedtünk meg.

Az optika (fénytan) két nagy fejezetben tárgyalja a fényjelenségeket aszerint, hogy a fény (λ) hullámhossza hogyan viszonyul a terjedése során útjába kerülő akadályok, illetve rések (d) méretéhez: ($d \gg \lambda$): **geometriai optika** (vagy **sugároptika**) és ($d \approx \lambda$): **fizikai optika** (vagy **hullámoptika**).

A fény terjedési tulajdonságai

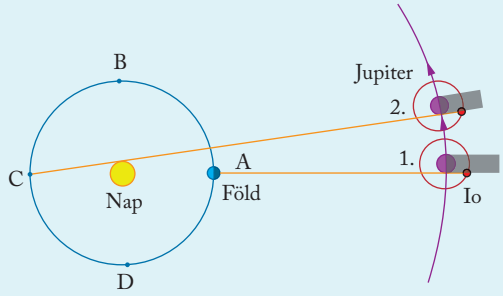
Azt a testet, amelyikről a fény a szemünkbe érkezik, **fényforrásnak** nevezzük. Az önállóan világító testek az **elsődleges fényforrások**. A testek a rájuk eső fény egy részét visszaverik, s így ők **másodlagos fényforrássá** válnak. A különböző hullámhosszúságú fény más-más színérzetet kelt a szemünkben. A fény sebessége vákuumban kb. $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, anyagban ennél kisebb.

Egy megvilágított test mögött **árnyékjelenség** alakul ki, aminek hátterében a fény egyenes vonalú terjedése áll. Átlátszatlan test környílásán áthaladó fény **fénynyalábban** halad. A fényforrást a nyílástól távolítva **párhuzamos fénynyalábot** kapunk. A lehető legkisebb keresztmetszetű párhuzamos fénynyalábot **fénysugárnak** nevezzük.



A megvilágított test mögötti árnyékjelenség

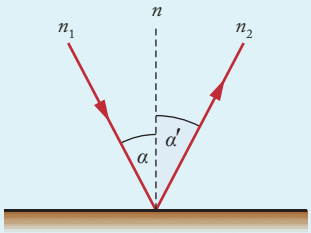
A fénysebesség mérésének klasszikus módszerét például **Olaf *Römer*** (1644–1710) mérésével vagy **Hippolyte *Fizeau*** (1819–1896) kísérletében mutathatjuk be. Römer a Jupiter legbelső holdjának (Io) keringési idejében észlelt periodikusan ismétlődő változásokat. A Nap, a Föld és a Jupiter együttállását követő kb. fél évig nagyobb keringési időket mért, az azt követő kb. fél évben kevesebbet, ugyanis a Föld Jupitertől való távolodása során az Io egy keringési idejének a végén a két bolygó távolabb van egymástól, mint az elején. Fizeau fénysugarat bocsátott át egy fogaskerék két foga között. A keréktől nagy távolságban lévő síktükörről visszaverődő fény ugyanezen a fogközön eljut a megfigyelő szemébe. A kerék fordulatszámát növelve a visszavert fény fogra esik, ezért nem jut el a megfigyelő szemébe. A fordulatszámot tovább növelve a fény a következő fogközön már áthalad. A fény vákuumbeli sebessége határsebesség. Ennél nagyobb sebességgel semmilyen test sem haladhat.



Fénysebesség mérésének meghatározása

A fényvisszaverődés törvénye

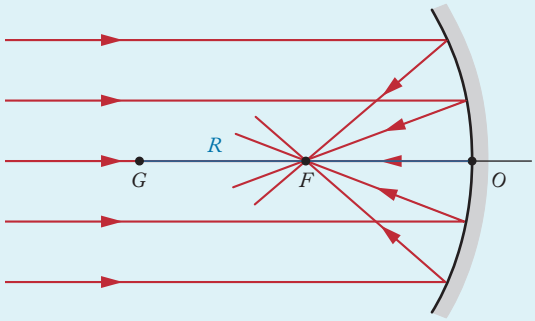
A tapasztalat szerint a fényvisszaverődés törvénye: A visszavert fénysugár (n_2) a beeső fénysugár (n_1) és a beesési merőleges (n) által meghatározott síkban van, és a visszaverődési szög egyenlő a beesési szöggel.



Fénysugár visszaverődése síktükörről

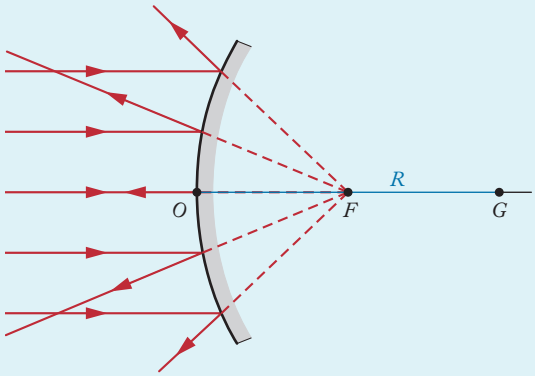
Görbült tükörfelület esetén is érvényes a visszaverődés törvénye. Ilyenkor a tükör bármely pontjában a beesési merőleges megegyezik az adott ponthoz tartozó érintősíkra merőleges egyenessel. A kis nyílásszögű **homorú gömbtükör** esetén a visszavert fénysugarak az optikai tengelyen ugyanazon a helyen, a **fókuszpontban** (F) metszik egymást. A fókuszpont optikai középponttól mért távolságát **fókusztávolságnak** (f) hívjuk. Skalármennyiség, mértékegysége a m. A tapasztalat

szerint a homorú tükör fókusztávolsága a gömb sugarának a fele: $f = \frac{R}{2}$ $(OG = R)$.



Fényvisszaverődés homorú tükörről optikai tengellyel párhuzamosan érkező fénysugarak esetén

Az optikai tengellyel párhuzamosan érkező fénysugarakat a kis nyílásszögű **domború gömbtükör** széttartóan veri vissza. A visszavert fénysugarak hátrafelé eső meghosszabbításaik metszik egymást. Emiatt a domború gömbtükör fókusztávolsága negatív előjelű $f = -\frac{R}{2}$.



Fényvisszaverődés domború tükörről optikai tengellyel párhuzamosan érkező fénysugarak esetén

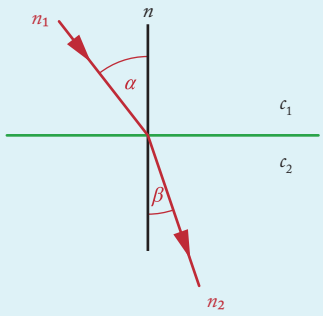
A fénytörés törvénye

A tapasztalat szerint a fénytörés törvénye (Snellius–Descartes törési törvény):

- **A megtört fénysugár a beeső fénysugár és a beesési merőleges által meghatározott síkban van;**
- **a határfelületre merőlegesen érkező ($\alpha = 0$) fénysugár az új közegben irányváltoztatás nélkül halad tovább;**
- **a közeghatárra ferdén érkező ($\alpha \neq 0$) fénysugár iránya az új közegben megváltozik. A beesési szög szinusza egyenesen arányos a (β) törési szög szinuszával. Az arányossági tényező a fény két közegbeli sebességének hányadosával egyenlő:**

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$

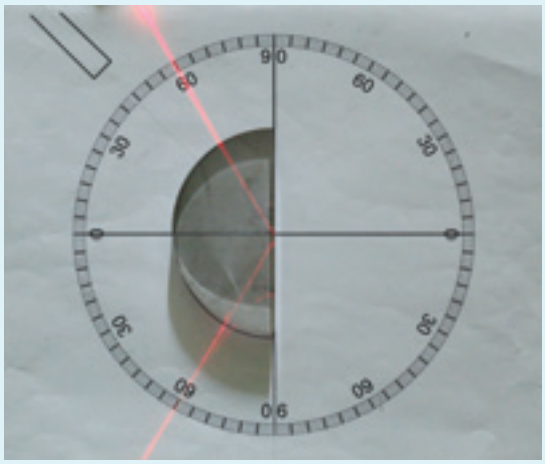
A fény két közegbeli sebességeinek hányadosát **relatív törésmutatónak** nevezzük.



Fénytörés jelensége

Valamely fényáteresztő anyagnak a légüres térre vonatkoztatott törésmutatóját **abszolút törésmutatónak** nevezzük, és n-nel jelöljük. Két anyag közül azt nevezzük optikailag sűrűbbnek, amelyiknek nagyobb az abszolút törésmutatója, azaz amelyikben kisebb sebességgel terjed a fény. Két anyag egymásra vonatkozó relatív törésmutatóját megkaphatjuk az abszolút törésmutatók hányadosaként: $n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$.

Ha a fény optikailag sűrűbb közegből lép ritkábba, akkor a törési törvény szerint a törési szög nagyobb a beesési szögnél. Van olyan α_h beesési szög, amelyhez tartozó törési szög $\beta = 90°$. α_h a **teljes visszaverődés határszöge**. Ha $\alpha > \alpha_h$, akkor a fény nem lép ki az optikailag sűrűbb közegből, hanem teljesen visszaverődik. A visszaverődés és törés törvényét optikai Hartl-korong segítségével tudjuk könnyen bemutatni, vizsgálni.



Fény teljes visszaverődése

A teljes visszaverődés határszögére igaz: $\sin \alpha_h = \frac{1}{n}$.

A teljes visszaverődés jelenségének egyik legfontosabb gyakorlati alkalmazása az optikai szál vagy fényvezető kábel. Az **optikai szálak** legnagyobb alkalmazási területei: digitális információk továbbítása, orvosi (ipari) diagnosztika.



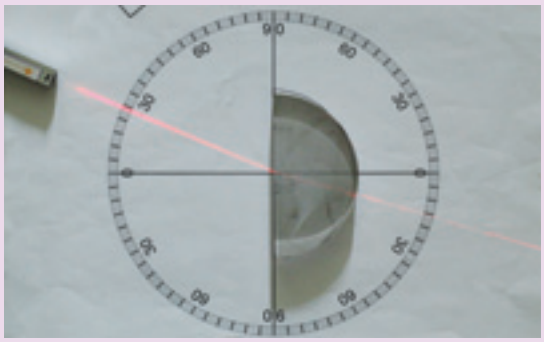
Teljes visszaverődés

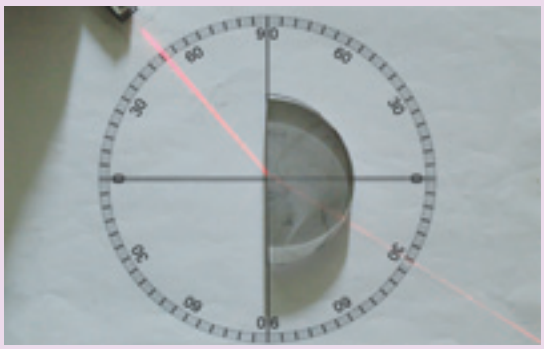
MÉRÉSI FELADAT

Az üveg abszolút törésmutatójának meghatározása

Szükséges eszközök: fokbeosztású korong, üveg félhenger, fényforrás (lézer).

Mérés menete: Helyezzük a félhengert a korong közepére! A fényforrást úgy állítsuk be, hogy a korong nulla fokbeosztásán áthaladó fénysugár a félhengerre merőlegesen érkezzen! Mozgassuk a fényforrást a korong kerülete mentén úgy, hogy a fénysugár beesési pontja mindig a korong közepén legyen! Olvassunk le a korong széléről legalább öt különböző beesési szöget (α) és a hozzájuk tartozó törési szögeket (β)! A leolvasott értékeket foglaljuk táblázatba, majd számítsuk ki a szögek szinuszait! Most már számítható az üveg törésmutatója.







Törésmutató mérése refraktométerrel

A mért és számított értékeket foglaljuk táblázatba:

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés
α (fok)	10	20	30	40	50
β (fok)	7	13	20	26	32
$\sin \alpha$	0,174	0,342	0,5	0,643	0,766
$\sin \beta$	0,12	0,225	0,342	0,438	0,53
$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$	1,45	1,52	1,46	1,47	1,45

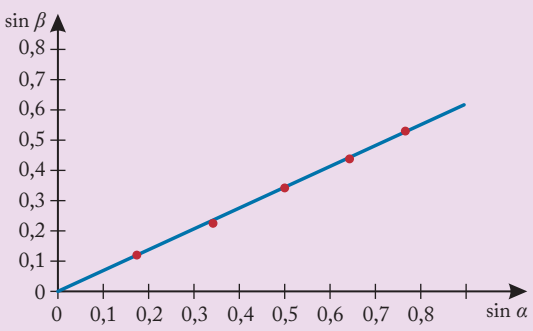
Ezután a mérés eredményének megállapítására két lehetőségünk adódik.

1. módszer: Az öt különböző szögpárból számolt törésmutatók számtani közepe adja a víz törésmutatóját.

$$n = \frac{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5}{5} =$$

$$= \frac{1{,}45 + 1{,}52 + 1{,}46 + 1{,}47 + 1{,}45}{5} = 1{,}47$$

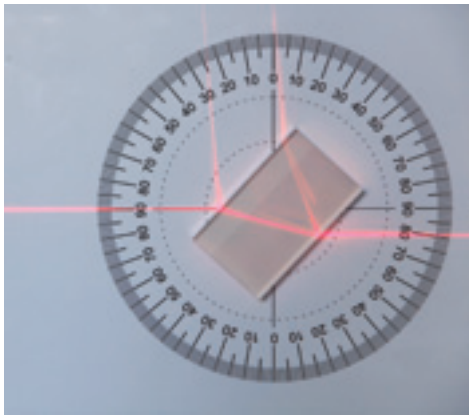
2. módszer: Ábrázoljuk koordináta-rendszerben a beesési szög szinuszát ($\sin \alpha$) a hozzá tartozó törési szög szinuszának ($\sin \beta$) függvényében! A grafikus ábrázolásból kitűnik a $\sin \alpha \sim \sin \beta$ arányosság. Az ábrázolt pontokra könnyedén illeszthető egy origón átmenő egyenes. Az egyenes meredeksége $\left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}\right)$ a törésmutató értékével egyenlő.



A mérés pontatlansága alapvetően arra vezethető vissza, hogy a szögek értékeit csak foknyi pontossággal olvastuk. A függvénytáblázat szerint a különböző fajtájú üvegek törésmutatója eltérő: 1,43-tól 1,8-ig terjedhet. Például a folypát törésmutatója 1,43, a nehézflint törésmutatója 1,8.

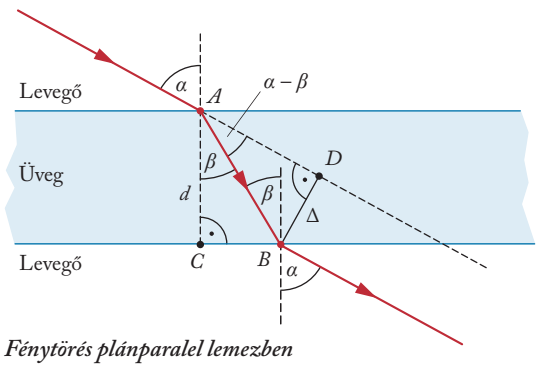
Fénytörés plánparalel lemezben

A két párhuzamos síklappal határolt fénytörő közeget plánparalel lemeznek nevezzük. A lemez mindkét oldalán ugyanakkora törésmutatójú anyag van. A ferdén ráeső fénysugár mindkét felületen megtörik. Az első közeghatáron létrejövő törési szög (β) egyenlő a második felülethez érkező fénysugár beesési szögével. Mondhatjuk, hogy a második felületnél a beesési szög akkora, mint az elsőn a törési szög, emiatt mindkét szöget bétával jelölhetjük a sugármenet ábrázolásakor. A fénysugár megfordíthatóságának elve miatt a lemezből kilépő fénysugár törési szöge egyenlő a lemezbe belépő fénysugár beesési szögével. Végső soron a plánparalel lemezre ferdén eső fénysugár a kétszeres törés után párhuzamosan eltolódva halad tovább.



Fénysugár útja plánparalel lemezben

Határozzuk meg a „d” vastagságú lemezre α beesési szöggel eső fénysugár párhuzamos eltolódásának (Δ) mértékét!



Fénytörés plánparalel lemezben

Az α beesési szöggel érkező fénysugár az üvegben β törési szöggel halad, majd β beesési szöggel érkezik a második közeghatárhoz. Az újabb törés után α törési szöggel hagyja el a plánparalel lemezt. A lemez vastagsága (AC) legyen „d”!

Az ABC derékszögű háromszögben: $\cos\beta = \dfrac{d}{AB}$

Az ABD derékszögű háromszögben:

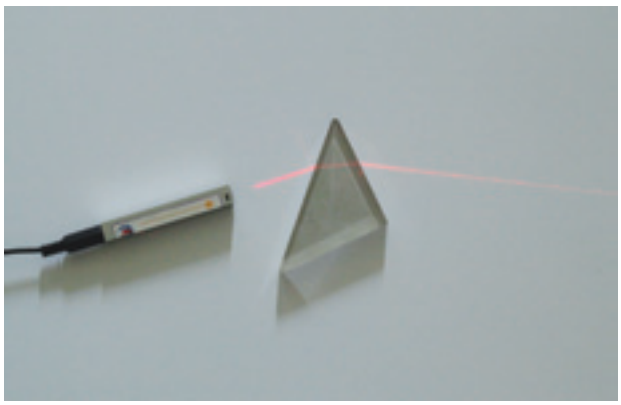
$\sin(\alpha - \beta) = \dfrac{\Delta}{AB}$

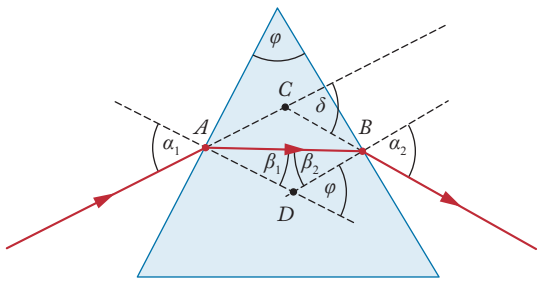
A két egyenlet hányadosát véve, és rendezve, a párhuzamos eltolódás mértéke: $\Delta = \dfrac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} \cdot d$

Az eltolódás mértéke egyenesen arányos a lemez vastagságával, valamint az eltolódás akkor nagyobb, ha nagyobb a beesési szög, illetve a törésmutató.

Fénytörés prizmában

Az egymással szöget bezáró, síklapokkal határolt fénytörő testet **prizmának** nevezzük. Az egyik lapjára ferdén beeső fénysugár általában kétszeri törés után az eredeti irányával δ szöget bezárva halad tovább. A δ eltérítési szög **(deviáció)** függ a prizma törésmutatójától, a síklapok által bezárt φ szögtől (törőszögtől), valamint a beesési szögtől (α_1).





Fénytörés prizmában

Vizsgáljuk a fénysugár útját a prizmában!
Az ABC háromszög külső szöge: δ.

$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2)$

Az *ABD* háromszög külső szöge: φ.

$\varphi = \beta_1 + \beta_2$

A két egyenletet összevetve a deviáció nagysága:

$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$

Ha ismert a prizma törésmutatója, törőszöge és az α_1 beesési szög, akkor a törési törvény kétszeri alkalmazásával és a fenti geometriai összefüggések segítségével az összes többi adat meghatározható.

Előfordulhat olyan α_1 beesési szög, amelyhez a második törősíknál olyan β_2 beesési szög tartozik, ami nagyobb a teljes visszaverődés határszögénél. Ilyenkor a fény itt nem lép ki a prizmából, teljesen visszaverődik.

KIDOLGOZOTT FELADAT

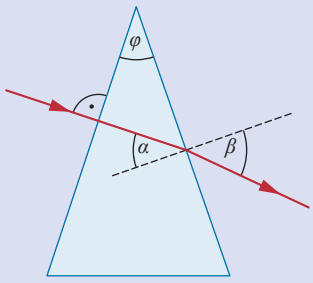
A $\varphi = 30^\circ$ törőszögű egyenlő szárú háromszög alapú üvegprizma egyik lapján merőlegesen lép be egy fénysugár. Az üveg törésmutatója: $n = 1{,}5$.

a) Mekkora törési szöggel lép ki a másik lapon?
b) Mekkora sebességgel terjed a fény az üvegben?
c) Mekkora beesési szög esetén halad a fénysugár az üvegben a harmadik oldallal párhuzamosan?
d) Mekkora δ szöggel térül el ekkor a fénysugár?

MEGOLDÁS

Adatok:
$n = 1{,}5$
$\varphi = 30^\circ$

a) $\beta = ?$
b) $c_{\text{üveg}} = ?$
c) $\alpha_1 = ?$
d) $\delta = ?$



a) Az első törőlapra merőlegesen beeső fénysugár a prizmában irányváltoztatás nélkül halad, és φ beesési szöggel érkezik a második közeghatárhoz. (A φ törőszög és a második közeghatárhoz érkező fénysugár beesési szöge merőleges szárú hegyesszögek. $\alpha = \varphi$) Alkalmazzuk a törési törvényt:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\beta} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin\beta = n \cdot \sin\varphi = 0{,}75 \Rightarrow \beta = 48{,}6^\circ$$

b) A törésmutató értelmezése: $n = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{üveg}}}$

$$c_{\text{üveg}} = \frac{c_{\text{levegő}}}{n} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A fény sebessége üvegben: $c_{\text{üveg}} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) A prizmában akkor halad a fénysugár a harmadik oldallal (az alappal) párhuzamosan, ha $\beta_1 = \beta_2$.

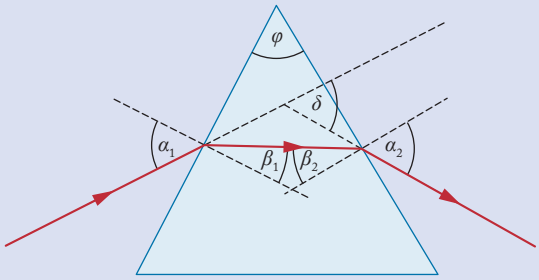
A törőszögre ismert összefüggés ($\varphi = \beta_1 + \beta_2$) miatt:

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{\varphi}{2} = 15^\circ.$$

Alkalmazzuk az első törősíkra a törési törvényt:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n$$

$$\sin\alpha_1 = n \cdot \sin\beta_1 = 0{,}388 \Rightarrow \alpha_1 = 22{,}8^\circ$$



d) A fénysugár útja megfordíthatóságának elve miatt a második törési szög megegyezik az első beesési szöggel: $\alpha_2 = \alpha_1$

Az eltérítés szöge: $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi = 15{,}6^\circ$.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Soroljunk fel minél több elsődleges és másodlagos fényforrást!
2. Hogyan helyezkedik el a Nap, a Föld és a Hold napfogyatkozáskor, illetve holdfogyatkozáskor?
3. Mi lehet az oka, hogy a napfogyatkozás gyakoribb a holdfogyatkozásnál?
4. A két (vagy három), egymással derékszöget bezáró síktükröt saroktükörnek nevezzük. Hogyan halad a saroktükörre eső fénysugár két (vagy három) egymást követő visszaverődés után?
5. Az optikai szál (fényvezető kábel) működésének milyen jelenség az alapja? Melyek a legfontosabb alkalmazási területei?
6. Értelmezzük az abszolút és relatív törésmutató fogalmakat!
7. Mi lehet az oka, hogy a medence vize fentről nézve sekélyebbnek látszik?
8. A víz és a levegő is átlátszó. A vízben felszálló buborékok mégis fényesen csillognak. Mi ennek a magyarázata?

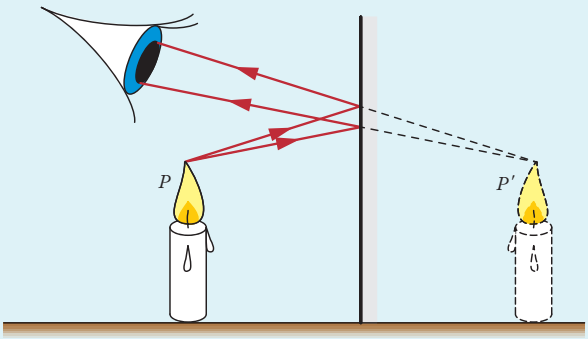
2. Optikai képalkotás

EMLÉKEZTETŐ

Optikai képalkotás akkor történik, ha a fénysugarak irányát fényvisszaverő felület vagy fénytörő közeg megváltoztatja.

Síktükör képalkotása

A síktükör mögött keletkező képet ernyőn nem lehet felfogni. A tükörre nézve olyan illúzió alakul ki, hogy a tükörről széttartóan visszaverődő fénysugarak hátrafelé eső meghosszabbításainak metszéspontjából indulnak. A síktükör által alkotott képet **látszólagos**, vagy **virtuális képnek** nevezzük.



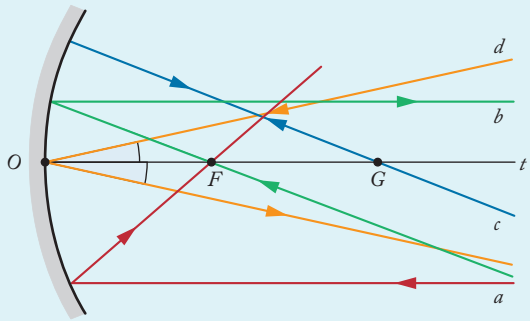
Síktükör képalkotása

A tárgynak, illetve a képnek a tükörtől mért távolsága a **tárgytávolság** (jele: t), illetve a **képtávolság** (jele: k). Valódi tárgy tárgytávolsága pozitív, látszólagos kép képtávolsága negatív.

A síktükör által alkotott kép
– a tárggyal azonos állású,
– a tárggyal megegyező nagyságú ($K = T$),
– látszólagos.

Homorú gömbtükör képalkotása

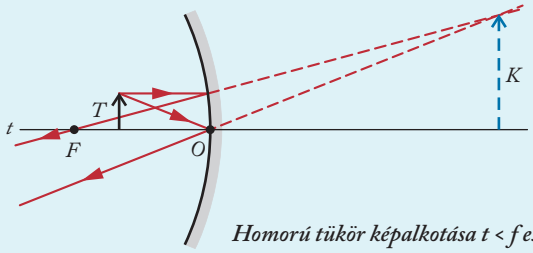
A homorú gömbtükör által alkotott kép megszerkesztésében segítenek a **nevezetes fénysugármenetek**.
a) Az optikai tengellyel párhuzamos fénysugár a visszaverődés után a fókuszponton halad át.
b) A fókuszponton át beeső fénysugár a visszaverődés után az optikai tengellyel párhuzamosan halad tovább.
c) A geometriai középponton át beeső fénysugár önmagába verődik vissza.
d) Az optikai középpontba beeső fénysugár az optikai tengelyre szimmetrikusan verődik vissza.



A homorú gömbtükör nevezetes sugármenetei

A nevezetes sugármenetek segítségével érdemes megszerkeszteni a homorú gömbtükör által létrehozott képet a tárgytávolság függvényében!

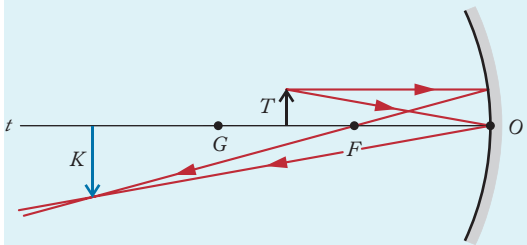
a) $t < f$. A visszaverődött fénysugarak meghosszabbításai metszik egymást. A keletkezett kép: látszólagos, nagyított, a tárggyal azonos állású.



Homorú tükör képalkotása $t < f$ esetén

b) $t = f$. A visszavert fénysugarak párhuzamosak lesznek, nem keletkezik kép.

c) $f < t < 2f$. A visszavert fénysugarak metszik egymást. A keletkezett kép: valódi, a tárggyal fordított állású, nagyított.



Homorú tükör képalkotása $f < t < 2f$ esetén

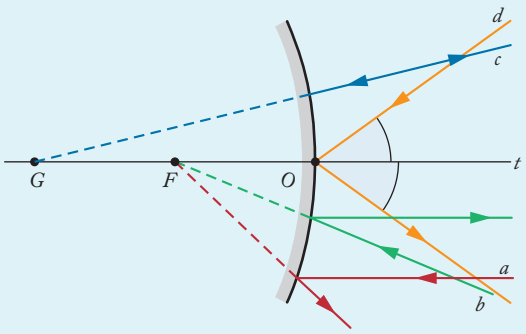
Ernyőn felfogható, **valódi kép** akkor jön létre, amikor a tárgy egy pontjáról kiinduló különböző fénysugarak a tükörről visszaverődve metszik egymást. Ilyenkor a képtávolságot pozitívnak vesszük ($k > 0$), és a kép a tárggyal fordított állású ($K < 0$).

d) $t = 2f$. A visszavert fénysugarak metszik egymást. A keletkezett kép: valódi, a tárggyal fordított állású, a tárggyal azonos méretű.

e) $t > 2f$. A visszavert fénysugarak metszik egymást. A keletkezett kép: valódi, a tárggyal fordított állású, kicsinyített.

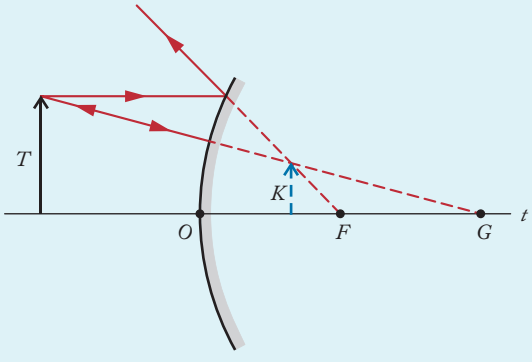
Domború gömbtükör képalkotása

A domború gömbtükör által alkotott kép megszerkesztésében segítenek a nevezetes fénysugármenetek.
a) Az optikai tengellyel párhuzamos fénysugár úgy verődik vissza, mintha a tükör mögül a fókuszpontból indult volna.
b) A fókuszpont irányába beeső fénysugár a visszaverődés után az optikai tengellyel párhuzamosan halad tovább.
c) A geometriai középpont irányába beeső fénysugár önmagába verődik vissza.
d) Az optikai középpontba beeső fénysugár az optikai tengelyre szimmetrikusan verődik vissza.



A domború gömbtükör nevezetes sugármenetei

A nevezetes sugármenetek segítségével a domború gömbtükör képalkotását is megszerkeszthetjük. A domború gömbtükör által alkotott kép a tárgytávolságtól függetlenül mindig látszólagos, a tárggyal azonos állású, kicsinyített.



A domború tükör képalkotása

Optikai lencsék

A gömbfelületdarabokkal, esetleg egyik oldalán síklappal határolt fényáteresztő testet **optikai lencsének** nevezzük. A határoló felületek alakja szerint megkülönböztetünk **domború és homorú lencséket**. A lencsék mindkét oldalán van egy-egy fókuszpont szimmetrikusan, még akkor is, ha a lencse két oldalának görbülete különböző.

A vékony lencsék fókusztávolsága egyrészt a határoló felületek görbületi sugarától (R_1, R_2), másrészt a lencse anyagának a környezetére vonatkozó törésmutatójától (n) függ:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

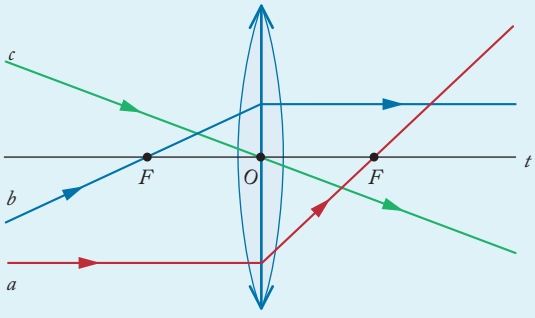
Ez a **lencsekészítők alapképlete** vékony lencsékre.

Ha a lencse optikailag ritkább közegben van, akkor a **gyűjtőlencse** fókusztávolsága pozitív, a **szórólencséé** negatív.

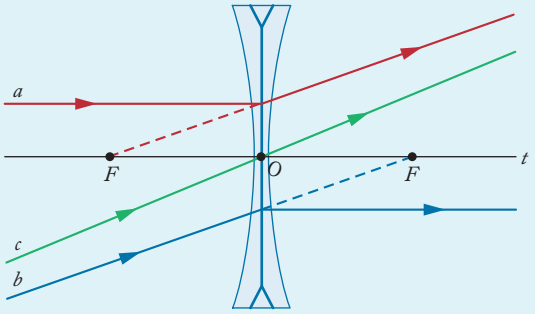
A lencsék jellemzésére a fókusztávolság mellett használjuk annak méterben mért reciprokát, a dioptriát (D) is: $D = \frac{1}{f}$

A dioptria skalármennyiség, mértékegysége: $\frac{1}{\text{m}}$ (dioptria).

A vékony lencsék által alkotott kép megszerkesztését segítik a nevezetes fénysugármenetek, melyek nagyon hasonlóak a tükröknél megismertekhez.



A gyűjtőlencse nevezetes fénysugármenetei



A szórólencse nevezetes fénysugármenetei

A gyűjtőlencse képalkotása függ a tárgytávolságtól. A keletkező kép hasonló a homorú tükör által alkotott képhez.

A szórólencse képalkotása nem függ a tárgytávolságtól. A keletkező kép hasonló a domború tükör által alkotott képhez.

A leképezési törvény

A vékony lencsék és a kis nyílásszögű gömbtükrök által alkotott kép jellemzői között fogalmaz meg kapcsolatot a geometriai optika alapegyenlete, vagy röviden **leképezési törvény**:

A fókusztávolság reciproka egyenlő a tárgytávolság és a képtávolság reciprokainak összegével:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

A kép méretének jellemzésére használjuk a **nagyítás** (N) fogalmát: $N = \frac{K}{T} = -\frac{k}{t}$.

Ha $|N| > 1$, akkor *nagyított,* ha $|N| < 1$, akkor *kicsinyített* a keletkező kép.

Nagyon fontos, hogy ügyeljünk az előjelek helyes használatára. Valódi tárgy esetén a tárgytávolság pozitív. Homorú tükör és a gyűjtőlencse fókusztávolsága pozitív. Domború tükör és a szórólencse fókusztávolsága negatív. Ha a nagyítás pozitív, akkor a kép tárggyal egyező állású és látszólagos. Ha a nagyítás negatív, akkor a kép tárggyal fordított állású és valódi.

Optikai eszközök

Tárgyak apró részleteiről kapunk nagyobb látószögű képet a **nagyító** használatával, ami tulajdonképpen egy gyűjtőlencse. A fókusztávolságon belüli tárgyról a **lupe** látszólagos, a tárggyal azonos állású, nagyított képet ad.



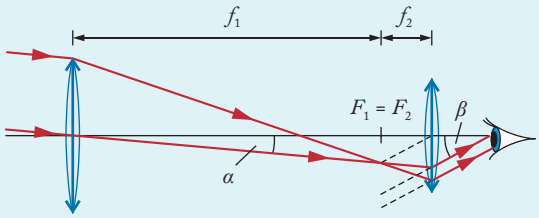
Pentaprizmás fényképezőgép

A **fényképezőgép** egy gyűjtőlencsével (objektív) ellátott sötétkamra. A tőle különböző távolságban (általában a kétszeres fókusztávolságon kívül) lévő tárgyakról alkot fordított állású, kicsinyített, valódi képet.

A **vetítőkészülék** egy erős fényforrás, amely egy homorú gömbtükör, egy gyűjtőlencserendszer (kondenzor), valamint egy gyűjtőlencse segítségével hoz létre a diáról nagyított, fordított állású valódi képet.

A **fénymikroszkóp** két gyűjtőlencséből áll. Az objektív a tárgy nagyított, valódi képét hozza létre a tubusban. A valódi képről a szemlencse mint egyszerű nagyító egy erősen nagyított látszólagos képet ad.

A **Kepler-féle (csillagászati) távcső** felépítése nagyon hasonló a mikroszkópéhoz. A két gyűjtőlencse itt is közös optikai tengelyen van a távcső tubusának két végén. A két lencse belső fókuszpontja viszont egybeesik.



A Kepler-féle távcső képalkotásának vázlata

A **Galilei-féle** (vagy **hollandi**) **távcső** objektívje gyűjtőlencse, okulárja viszont szórólencse. A két lencse azonos oldali fókuszpontjai egybeesnek. A távoli tárgyról egyenes állású, nagyított képet alkot. A **Newton-féle tükrös távcső** lelke egy homorú tükör.

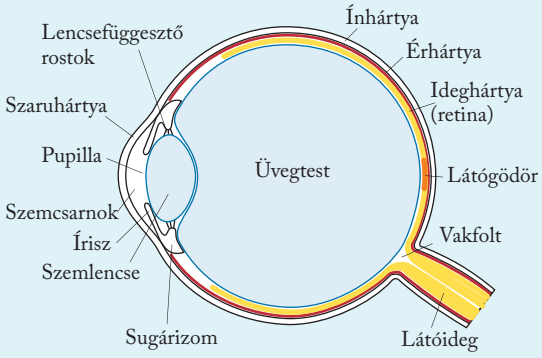
Az emberi szem

A látás szerve a **szem**, ami egy olyan összetett optikai leképező rendszer, ami a külső tárgyak valódi, kicsinyített képét hozza létre az ideghártyán. A szem a fókusztávolságának megfelelő változtatásával éri el, hogy különböző tárgytávolságokhoz ugyanakkora képtávolság tartozik. A lencsefüggesztő rostok képesek a szemlencse görbületét változtatni. Közeli tárgyak nézésekor domborúbb, távoli tárgyak esetén laposabb a szemlencse.

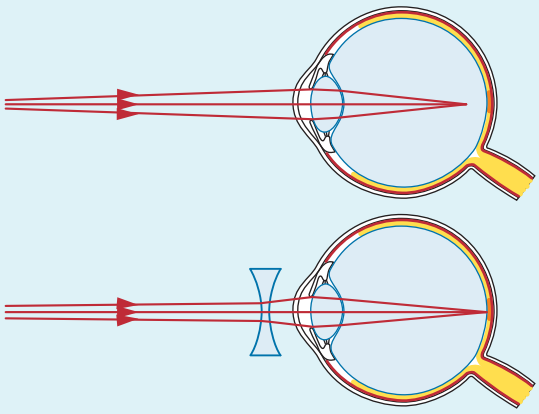
A **rövidlátás** kialakulásának hátterében a szemgolyó hossztengelyének megnyúlása áll. Ilyenkor a szembe érkező párhuzamos fénysugarak az ideghártya előtt metszik egymást. A közeli tárgyak képe még éles, de a távoliaké homályos. Ezt megfelelő homorú lencsejű szemüveg viselésével lehet korrigálni.

A **távollátó** szem az ideálisnál rövidebb hossztengellyel rendelkezik. A párhuzamosan beeső fénysugarak a retina mögött metszik egymást. A közeli tárgy képe homályos, a távoliaké éles. Ezen megfelelő domború lencsejű szemüveg viselésével lehet segíteni. Elterjedtek

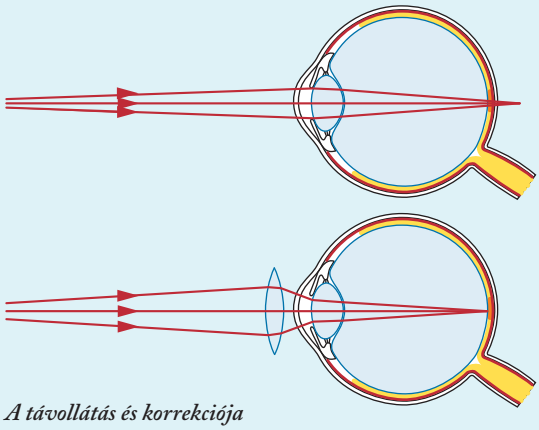
a bifokális, illetve a multifokális szemüveglencsék is. Lézeres láttáskorrekció során a rövidlátó szem szaruhártyájának a közepét, a távollátóénak a szélét vékonyítják el. Öregkori **távollátás** azért alakulhat ki, mert a szemlencse elveszíti rugalmasságát, kevésbé tud meggörbülni. A korrigálása gyűjtőlencsével (olvasószemüveggel) történik.



Az emberi szem felépítése



A rövidlátás és korrekciója



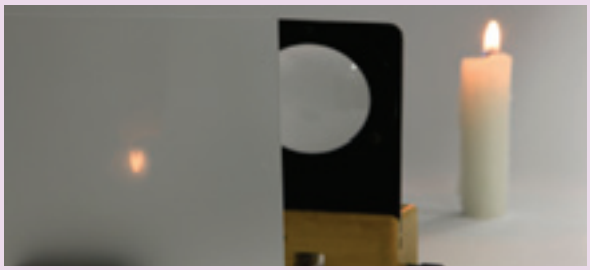
A távollátás és korrekciója

MÉRÉSI FELADAT

Domború lencse fókusztávolságának meghatározása

Szükséges eszközök: Optikai pad mozgatható lovasokkal, ismeretlen fókusztávolságú (üveg vagy műanyag anyagú) gyűjtőlencse, fehér papírernyő, lámpa izzóval (esetleg gyertya).

Mérés menete *(1. módszer)*: A fókusztávolság meghatározása a leképezési törvénnyel.



A gyertya éles képe jelenik meg az ernyőn

Optikai lovasok segítségével helyezzük az optikai sínre a fényforrást, a lencsét és az ernyőt! Állítsunk be legalább öt különböző tárgytávolságot! Mindegyik esetében mozgassuk az ernyőt olyan helyzetbe, hogy rajta az izzószál vagy gyertya éles képe látszódjon! Olvassuk le és foglaljuk táblázatba az összetartozó tárgy- és képtávolságokat!

Az $\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$ egyenletből a fókusztávolságot ki tudjuk fejezni: $f = \frac{t \cdot k}{t + k}$

A mért és számított értékeket foglaljuk táblázatba!

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés
t (cm)	15	20	25	30	35
k (cm)	61	32	23	21	18
f (cm)	12,04	12,3	11,98	12,35	11,88

Az öt különböző távolságpárból számolt fókusztávolságok számtani közepe adja a lencse fókusztávolságát.

$$f = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}{5} =$$

$$= \frac{12{,}04 + 12{,}3 + 11{,}98 + 12{,}35 + 11{,}88}{5} =$$

$$= 12{,}11 \text{ cm}$$

Mérés menete *(2. módszer)*: A fókusztávolság meghatározása Bessel-módszerrel.

A mérést szintén az optikai padon végezzük! A lámpát (tárgy) és az ernyőt rögzítsük egymástól L távolságra. Ezt a távolságot lemérjük, és a továbbiakban nem

változtatjuk. Megkeressük a tárgy és az ernyő között azt a lencsehelyzetet, amelynél az ernyőn az izzószál vagy a gyertya éles, nagyított képe látszik. Ezután a lencsét eltoljuk az ernyő irányában a sínen egészen addig, amíg az ernyőn éles, kicsinyített kép nem látszik. A módszer csak akkor alkalmazható, ha L nagyobb mint $4f$. Mérjük le a két, éles képet adó lencsehelyzet távolságát (s)! A fénysugár útjának megfordíthatósága miatt a két lencsehelyzet az ernyő és a tárgy között az ábrának megfelelően szimmetrikusan helyezkedik el.

A nagyított kép esetén a tárgytávolság $\frac{L-s}{2}$, a képtávolság $\frac{L+s}{2}$, a kicsinyített kép esetén fordítva. A leképezési törvényből a fókusztávolság kifejezhető:

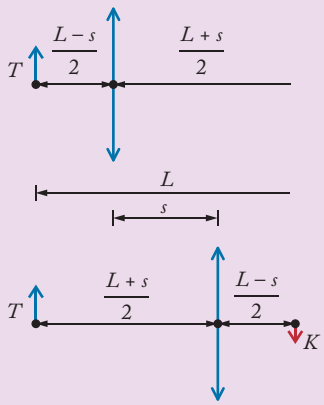
$$f = \frac{t \cdot k}{t+k} = \frac{(L+s)\cdot(L-s)}{4 \cdot L}$$

Gyakorlatilag csak két hosszúságot kell mérnünk:

$L = 100$ cm, $s = 72$ cm

A lencse fókusztávolsága:

$$f = \frac{(L+s)\cdot(L-s)}{4 \cdot L} = 12{,}04 \text{ cm}$$



A Bessel-féle elrendezésben az első esetben $N = 1{,}5$

A mérés pontatlansága alapvetően arra vezethető vissza, hogy a hosszúságértékeket csak milliméter pontossággal tudtuk leolvasni. A Bessel-módszer előnye, hogy az „L” és „s” távolságok pontosabban mérhetők, mint a tárgy- és képtávolságok.

(A gyűjtőlencse fókusztávolságát erős napsütésben igen könnyen megmérhetjük. Tartsuk a lencsét úgy a napfénybe, hogy a beeső fénysugarak az optikai tengellyel párhuzamosan érkezzenek! A túloldalon egy papírlap vagy a tenyerünk segítségével a gyújtópont könnyen megtalálható. A fókuszpont lencsétől mért távolsága a fókusztávolság. Vigyázzunk, a gyújtópontba helyezett tárgy hőmérséklete igen hamar jelentősen megnőhet!)

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora távolságra helyezzük el a gyertyát a gyűjtőlencsétől, hogy a láng háromszoros nagyítású valódi képét kapjuk? A lencse fókusztávolsága 12 cm. Mekkora távolság esetén lesz a kép ugyanekkora, de virtuális?

MEGOLDÁS

Adatok:

$N = -3$

$f = 12$ cm

$t = ?, \quad t' = ?$

Alkalmazzuk a leképezési törvényt, valamint a nagyítás fogalmát!

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}, \quad N = -\frac{k}{t}$$

A nagyítás fogalmát leíró egyenletből fejezzük ki a képtávolságot ($k = -N \cdot t$), és helyettesítsük a leképezési törvénybe:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{-N \cdot t} = \frac{N-1}{N \cdot t} \Rightarrow t = \frac{N-1}{N} \cdot f = 16 \text{ cm}$$

A gyűjtőlencse a tőle 16 cm-re lévő gyertyáról alkot háromszoros nagyítású valódi képet.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t'} + \frac{1}{-N \cdot t'} = \frac{N-1}{N \cdot t'} \Rightarrow t' = \frac{N-1}{N} \cdot f = 8 \text{ cm}$$

Virtuális kép esetén a nagyítás pozitív: $N' = 3$, a lencse fókusztávolsága változatlan: $f = 12$ cm. A feladat első részében kapott összefüggésből most az új tárgytávolságot fejezzük ki:

A gyűjtőlencse a tőle 8 cm-re lévő gyertyáról alkot háromszoros nagyítású látszólagos képet.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a feltétele annak, hogy az utcáról belássunk az ablaküvegen keresztül egy szobába, illetve azt tükörnek lássuk?
2. Homorú tükör, domború tükör, gyűjtőlencse, szórólencse. Csoportosítsuk ezeket az optikai eszközöket több szempont alapján!
3. Lehet-e egy domború lencse szórólencse? Miért?
4. Milyen képet láthatunk, ha a gömb alakú karácsonyfadíszre pillantunk?

3. Hullámoptika

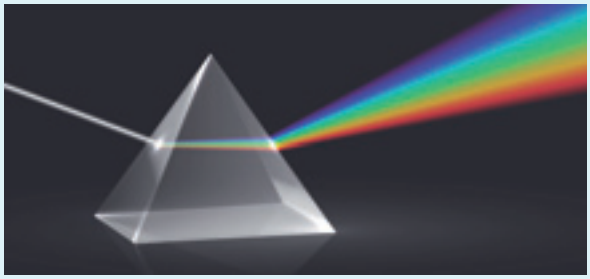
EMLÉKEZTETŐ

A továbbiakban olyan jelenségeket fogunk vizsgálni, amelyek értelmezésekor csak a fény hullámként való értelmezése vezet eredményre (fizikai vagy hullámoptika).

A legrövidebb, kb. 380 nm hullámhosszúságú fény ibolyaszínű. A leghosszabb, kb. 760 nm hullámhosszúságú fény vörös színű. A fehér fényben a spektrum minden színe jelen van. A teljes elektromágneses színkép csak nagyon kicsi tartománya a látható fény.

Színszóródás, színek

A prizma a megfelelően ráeső fehér fényt színeire bontja, különböző mértékben téríti el. Ezt a jelenséget nevezzük **színszóródásnak (diszperziónak)**. Fehér fényfolt helyett szivárványszínű sávot, színképet (spektrumot) látunk.

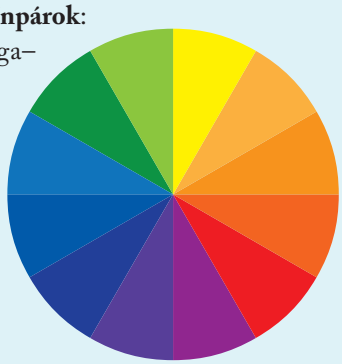


Fehér fény törése prizmában

A jelenség hátterében az áll, hogy az anyagok törésmutatója függ a ráeső fény frekvenciájától (színétől). A legkisebb mértékben a vörös szín térül el, a legnagyobb mértékben az ibolya. A spektrum színei: vörös, narancs, sárga, zöld, kék és ibolya. A színkép színei tovább nem bonthatók, **homogén** (egynemű, monokromatikus) **színek**.

A spektrumból kiszűrt homogén és a maradék keverésével előálló **összetett szín** kiegészítő színpárt alkot.

Komplementer színpárok: vörös–kékeszöld, sárga–kék, zöld–bíborvörös.



Komplementer színpárok

A kiegészítő színeket egyesítve újra fehér fényt kapunk.

Additív színkeverés akkor valósul meg, ha a szemünkbe egyidejűleg több különböző színű fény jut. A vörös, a zöld és a kék színekkel előállítható (RGB színmodell) a többi:

vörös + zöld = sárga,
vörös + kék = bíbor,
kék + zöld = kékeszöld,
vörös + zöld + kék = fehér.

Additív színkeveréssel alkotnak képet a plakátokon, illetve a képernyőkön.



Additív színkeverés

Szubtraktív színkeveréskor a beeső fényből bizonyos színeket kiszűrünk. Például a fák leveleiben lévő klorofillmolekula a ráeső fehér fényből a vöröset és a kéket elnyeli, a többit visszaveri. Ezért zöldek a levelek.

Fényinterferencia, polarizáció

Időben tartós interferencia csak olyan találkozó fényhullámok között jöhet létre, amelyek között a fáziskülönbség időben állandó. Az ilyen fényhullámokat koherensnek nevezzük.

Fényinterferencia alakul ki például vékony szappanhártyán vagy vékony olajrétegen. A szappanhártya, illetve az olajréteg két határrétegéről azonos irányba visszaverődő két koherens fényhullám a szemünkben találkozva interferenciát eredményez. A fényhullámok haladási irányától, valamint a rétegek vastagságától függően különböző színekre teljesül a kioltás feltétele.



Színes szappanbuborék

A fehér fényből megmaradt komponensek keveréke együtt a kioltott szín komplementerét eredményezi.

A **lézerfény** merőben más tulajdonságokkal rendelkezik, mint amilyet a hagyományos fényforrásoknál megismertünk: a lézerfény egyszínű (monokromatikus), teljesítménysűrűsége nagy, időben és térben koherens, széttartása nagyon kicsi.

A fény polarizálhatósága azt bizonyítja, hogy a fény transzverzális hullámként terjed. A transzverzális hullámban az E elektromos térerősség és a B mágneses indukció egymásra és a terjedési irányra merőlegesen rezeg. Az elektromos térerősség irányát egyben a polarizáció irányának is szokás nevezni. A **fénypolarizáció** során a kezdetben polarizálatlan fény polarizálttá válik, csak egy bizonyos rezgési irány marad a fényhullámban. A fényt **polárszűrővel** polarizálhatjuk. Például a szemüveg polárszűrője a ráeső fénynek kb. a felét elnyeli, a keresztezett állású polárszűrők a teljes fényt elnyelik.



Polárszűrős szemüveggel ellenőrizhetjük, hogy napkeltekor vagy napnyugtakor polarizált fény érkezik fentről

A fényinterferencia feltétele

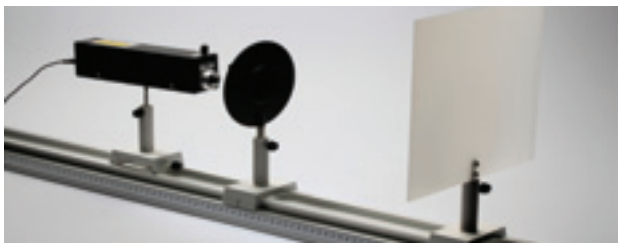
A szobában nagyon gyakran több lámpa világít egyidejűleg. Mégsem tapasztalunk sem erősítési, sem kioltási helyet. Mi lehet az oka annak, hogy ilyen esetekben nem jön létre interferencia? A fénykibocsátás atomi folyamat. Az izzószál atomjai egymástól függetlenül bocsátanak ki (néhány cm hosszú) elemi hullámvonulatot. Az ilyen jellegű fényhullámok találkozásakor is történik ugyan erősítés és gyengítés, de az így előálló interferenciakép olyan gyorsan (10^{-9} másodpercenként) változik, hogy szemünk ezt nem képes követni. A két fényforrás által kibocsátott fényhullám fáziskülönbsége adott helyen folyamatosan változik, tartós interferenciakép nem jön létre. A szemünk csak a megvilágítás átlagát képes érzékelni.

Időben tartós interferencia csak olyan találkozó fényhullámok között jöhet létre, amelyek közötti fáziskülönbség időben állandó. Az ilyen fényhullámokat koherensnek nevezzük.

Egy izzólámpa két pontjáról induló fényhullámok nem koherensek. Ezért a legegyszerűbben úgy kaphatunk koherens fényhullámokat, ha a fényforrásról induló fényhullámot valamilyen módon kettéosztjuk, majd kicsi útkülönbséggel egyesítjük. Az ék keresztmetszetű szappanhártya és a színes olajfoltok interferenciáját okozó fényhullámok koherenciája is ilyen természetű.

A fényelhajlás és interferencia optikai résen

Lézerfénnyel világítsunk meg egy változtatható szélességű **rést**!



A kísérleti összeállítás: He–Ne-lézer, rés és ernyő

Amíg a rés széles, semmi különöset nem tapasztalunk: a résen áthaladó fénynyaláb útjában, a réstől több mint egy méterre elhelyezett ernyőn egy fényfolt jelenik meg. Szűkítsük a rés méretét! Egyszer csak az eddigi fényfolt mellett, a résre merőlegesen mindkét irányban több fényfolt jelenik meg. Ezek az újabb fényfoltok a rés árnyékterében jelennek meg, ahol a fény egyenes vonalú terjedése miatt nem várnánk fényjelenséget.

Ez a fényjelenség teljesen hasonló a mechanikai hullámoknál megismert **elhajláshoz**. A résen való elhajlást követő interferencia eredményezi az erősítési, illetve kioltási helyeket. A rés további szűkítésével a fényfoltok az ernyőn távolodnak egymástól, szélesednek, valamint a fényük gyengül. Fehér fényt használva, a fényfoltok színesek lesznek, a fehér fény színképéből állnak. Belül az ibolya, kívül a vörös szín van.



A résre merőlegesen mindkét irányban több fényfolt jelenik meg az ernyőn

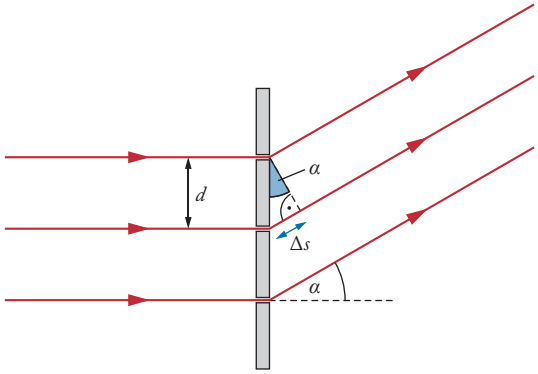
A fényelhajlás jelensége csak akkor jön létre, ha a rés mérete összemérhető a ráeső fény (360 nm – 780 nm) hullámhosszával. A rés kicsisége miatt lesz fényszegény az optikai rés elhajlási képe.

Fényelhajlás és interferencia optikai rácson

A mechanikai hullámok vizsgálatakor ismertük meg az elhajlás jelenségét. Ha felületi hullámot indítottunk egy széles rés felé, akkor az irányváltoztatás nélkül úgy haladt át rajta, hogy az akadályok mögötti részbe a hullám gyakorlatilag nem hatolt be. Amennyiben a rés méretét a hullámhossz néhányszorosára csökkentettük, akkor egyrészt a hullám behatolt a rések mögötti árnyéktérbe (elhajlás) is, másrészt a hullám sávos szerkezetű lett, azaz a hullámtérben voltak erősítési és gyengítési helyek (interferencia).

Optikai rácsot fénnyel megvilágítva elhajlási interferenciaképet kapunk. Az **optikai rács** nagyon sok, egymáshoz nagyon közel „elhelyezett" résből áll. Praktikusan egy üveglemezt vagy műanyag lapot nagyon sűrűn megkarcolnak. (1 mm-en akár több ezer karcolás is lehet. Jedlik Ányos korának legfényerősebb optikai rácsait állította elő mm-enként több mint 2000 karcolással.) Két szomszédos karcolás közötti átlátszó rész a rés. Két szomszédos rés közepének távolságát ***„d" rácsállandónak*** nevezzük. Optikai rácsot megvilágítva csak akkor tapasztalunk elhajlási képet, ha a rácsállandó összemérhető a fény hullámhosszával. Határozzuk meg a „*d*" rácsállandójú optikai rácsra eső λ hullámhosszúságú fény elhajlási interferenciaképében az erősítési irányokat!

Az optikai rácsra merőlegesen beeső fény elhajlási képében α-val jelöljük az erősítési irányt. Két szomszédos fényhullám akkor erősíti egymást, ha azonos fázisban érik el az ernyőt, azaz a Δs útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse: $\Delta s = k \cdot \lambda$, $k = 0, 1, 2, \ldots$



Interferencia optikai rácson

Az ábrán található derékszögű háromszögben a Δs útkülönbség: $\Delta s = d \cdot \sin\alpha$.

Használjuk fel az erősítést kifejező $\Delta s = k \cdot \lambda$ feltételt!

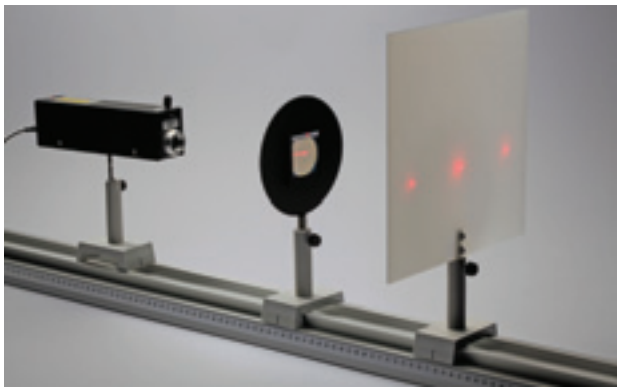
$k \cdot \lambda = d \cdot \sin\alpha$

Az erősítés irányára adódik: $\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d}$,

$k = 0, 1, 2, \ldots$

Ha $k = 0$, akkor a nulladrendű erősítést kapjuk a fény eredeti irányában, az elhajlási interferenciakép közepén. Ha $k = 1, 2, \ldots$, akkor a k-ad rendű (elsőrendű, másodrendű, …) erősítések jönnek létre az elhajlási kép közepétől mindkét irányban.

Az optikai rácsra bocsátott fehér fény elhajlási képe színes lesz. A rács a fehér fényt színeire bontja, belül az ibolya, kívül a vörös szín van.



Fény hullámhosszának mérése optikai ráccsal

Polarizáció visszaverődéskor

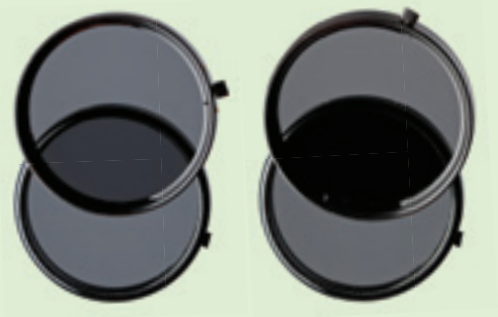
Polarizált fény a legtöbbször **visszaverődés** során jön létre. A visszavert fény bizonyos mértékben minden visszaverődés során polárossá válik.

ALKALMAZÁSOK

A polárszűrő

A *polárszűrő* párhuzamosan elhelyezkedő hosszú láncmolekulákból (polivinil-alkohol) áll. A műanyag lemezt először melegítik, majd nyújtják. Így érhető el, hogy a láncmolekulák párhuzamosan álljanak. Ezután a műanyag lemezt jódoldatba merítik. Ezáltal a molekulákhoz jódatomok kötődnek, és a láncmolekulában vezetési elektronok jelennek meg. A polárszűrőre eső fény rezgéseinek a láncmolekulával párhuzamos komponensei képesek ezeket az elektronokat a molekula mentén megrezegtetni. Az ilyen polarizációjú fény elnyelődik. A láncmolekulára eső merőleges polarizációjú fényhullám csaknem gyengítetlenül áthalad a szűrőn. A polárszűrő a ráeső fénynek kb. a felét elnyeli. A keresztezett állású polárszűrők a teljes fényt elnyelik.

Polárszűrő-bevonatot használhatnak napszemüvegnél, illetve fényképezésnél. Ennek használatával az üveg- vagy vízfelszínről visszaverődő zavaró csillogás megszüntethető, valamint az égbolt kontrasztossága növelhető.



Két polárszűrő

A tapasztalat szerint a visszavert fény akkor lesz teljesen poláros, amikor a visszavert és a közegbe hatoló megtört fénysugár egymásra merőleges. Ezt a törvényt (Brewster-törvény) Sir David *Brewster* (1781–1868) skót fizikus ismerte fel 1812-ben.

Az üveglapra eső természetes fényben mindenféle rezgési irány jelen van. A 100%-osan polarizált visszavert fényben csak az üveglappal párhuzamos rezgési irány van jelen.

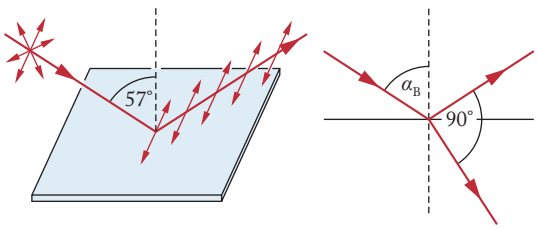
A Brewster-törvény segítségével határozzuk meg azt az α_B beesési szöget, amely esetén az üveglapról visszavert fény teljesen polarizált!

A Snellius–Descartes törési törvény szerint $\frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta} = n$.

A Brewster-törvény szerint a visszavert és a közegbe hatoló megtört fénysugár egymásra merőleges, ezért a törési szög a beesési szög pótszöge ($\beta = 90° - \alpha_B$).

$$n = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin (90° - \alpha_B)} = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \operatorname{tg} \alpha_B$$

A fenti módon definiált α_B beesési szöget **Brewster-szögnek** nevezzük. Az $n = 1{,}54$ törésmutatójú üvegre α_B értéke 57°.



Az üveglapról visszavert fény 100%-osan polarizált, ha a beesési szög 57°

MÉRÉSI FELADAT

Határozzuk meg a lézerfény hullámhosszát optikai rács segítségével!

Eszközök: He–Ne-lézer (esetleg kis teljesítményű fénymutató lézer), ernyő, ismert rácsállandójú optikai rács, mérőszalag, vonalzó, ernyő, optikai sín lovasokkal.
A mérés leírása: Az optikai sín egyik végén legyen az ernyő, a másikon a fényforrás, a lovasba helyezett optikai rács közepén. A rácsra a lézerfény merőlegesen essen! Az ernyőn szimmetrikusan jelenik meg az elhajlási kép. Mérjük meg az optikai rács és az ernyő (L) távolságát, valamint az ernyőn megjelenő első elhajlási maximum és a direkt sugár fényfoltjának (x) távolságát! Legalább 4 különböző „L” távolsághoz mérjük meg a hozzá tartozó „x” távolságot! A $\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{L}$ összefüggéssel számíthatjuk az első elhajlási maximumhoz tartozó α szöget. Majd a $\lambda = d \cdot \sin \alpha$ ($k = 1$) összefüggéssel számíthatjuk a fény hullámhosszát. Az optikai rácsunkon 600 rés van mm-enként. Az optikai rács rácsállandója: $d = 1{,}67 \cdot 10^{-6}$ m.

TAPASZTALAT

A mért és számított értékeket foglaljuk táblázatba!

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés
x (cm)	29,6	33,5	36	40,5
L (cm)	70	80	90	100
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{L}$	0,423	0,419	0,4	0,405
α (fok)	22,92	22,72	21,8	22
$\lambda = d \cdot \sin \alpha$ (10^{-9} m)	649	644	619	626

A négy különböző hosszúságpárból számított hullámhosszak számtani közepe adja a vizsgált fény hullámhosszát.

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}{4} =$$

$$= \frac{694 + 644 + 619 + 626}{4} \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 634{,}5 \cdot 10^{-9}\ \text{m} =$$

$$= 634{,}5\ \text{nm}$$

Megjegyzések: a mérés pontatlansága alapvetően arra vezethető vissza, hogy a hosszúságértékeket csak milliméter-pontossággal tudtuk leolvasni.

Ezt a mérést igen pontosan lehet elvégezni. Csak ellenőrzésként: a He–Ne-lézer által kibocsátott fény hullámhossza az eszköz leírása alapján 633 nm.

Ha az eltérítés szöge pici, akkor az α szög szinusza és tangense közel egyenlő. (Ha az α szög kisebb mint 15°, akkor az eltérés kisebb 4%-nál.) Az alapösszefüggéseket összevetve és alkalmazva ezt a közelítést, adódik a következő összefüggés az elhajlási maximumok irányára vonatkozóan:

$$x = \frac{k \cdot \lambda \cdot L}{d}\ k = 0, 1, 2, \ldots$$

Az első elhajlási irányt akkor kapjuk, ha:

$$k = 1:\ \lambda = \frac{d \cdot x}{L}$$

(A mérésünkben az első erősítési irányhoz tartozó 22–23° nem tette lehetővé ennek a közelítésnek az alkalmazását, mert az már csaknem 9%-os eltérést eredményezne.)

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT A fényképezőgép-objektívek modern lencséi ún. antireflexiós bevonattal vannak ellátva. Ennek a bevonatnak az a feladata, hogy a lencse-levegő határfelületeken fellépő visszaverődéseket csökkentse. Ezáltal a lencserendszer nagyobb fényerejű lesz, valamint a benne ide-oda verődő fény kevesebb lesz, s így annak a képalkotást zavaró hatása is kisebb. Számítsuk ki, hogy a flintüvegből ($n_1 = 1{,}8$) készült lencsét milyen vastag magnéziumfluorid ($n_2 = 1{,}38$) réteggel kell bevonni, hogy a merőlegesen beeső 550 nm hullámhosszúságú fény (kb. ez a látható spektrum közepe) visszaverődését teljesen meggátolja!

MEGOLDÁS

Adatok:

$n_1 = 1{,}8,\ n_2 = 1{,}38,\ \lambda = 550\ \text{nm}$

A lencsére eső fény egy része a levegő-bevonat, másik része a bevonat-flintüveg határáról verődik vissza. Mindkét visszaverődés optikailag sűrűbb anyagról történik, azaz π fázisugrással. A két visszavert fénysugár közötti útkülönbség megegyezik a flintüvegről visszaverődő fénysugár többletútjával, ami a bevonat vastagságának kétszerese: $\Delta s = 2 \cdot d$.

Akkor találkoznak ellentétes fázisban, ha ez az útkülönbség a fény magnéziumfluoridbeli hullámhosszának a fele: $\Delta s = \frac{\lambda_2}{2}$. Az útkülönbség kétféle kifejezésének egybevetése után:

$$2d = \frac{\lambda_2}{2}$$

$$d = \frac{1}{4} \cdot \lambda_2 = \frac{\lambda}{4 \cdot n_2} = 9{,}96 \cdot 10^{-8}\ \text{m}$$

A visszaverődés-mentes bevonat vastagsága 99,6 nm. Hasonló bevonattal lehet elérni, hogy a szemüveglencsék tükröződésmentesek legyenek.

2. FELADAT Határozzuk meg a lézermutató vörös színű fényének hullámhosszát! A fényt egy olyan optikai rácsra bocsátjuk, amelyen 200 karcolat van mm-enként. A rácstól 1,5 méter távol lévő ernyőn a két elsőrendű elhajlási maximum egymástól mért távolsága 40 cm.

a) Mekkora a lézermutató vörös színű fényének hullámhossza?

b) Milyen messze van egymástól a két másodrendű erősítési hely?

c) A kísérletet megismételjük egy ritka szövésű függönyanyaggal. A függönyanyagtól szintén 1,5 méterre elhelyezett ernyőn megjelenő két elsőrendű elhajlási maximum egymástól mért távolsága 8 cm. Az anyagban hány szövetszál fut centiméterenként azonos irányban?

MEGOLDÁS

Adatok:

$d = \frac{1\ \text{cm}}{200} = 5 \cdot 10^{6}\ \text{m},\ L = 1{,}5\ \text{m},$

$2 \cdot x_1 = 40\ \text{cm},\ 2 \cdot x_2 = 8\ \text{cm}$

---

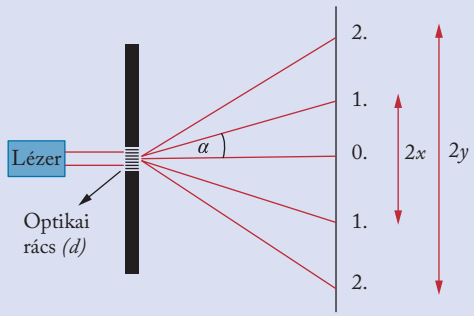
a) Az első elhajlási szög pici:

$\text{tg}\,\alpha = \frac{x}{L} = 0{,}133 \Rightarrow \alpha = 7{,}66°\ (\sin\alpha = 0{,}132)$

Ezért használható a következő összefüggés: $\lambda = \frac{d \cdot x}{L}$. (A levezetése a lecke mérési részében található.)

Tehát

$$\lambda = \frac{d \cdot x_1}{L} = \frac{5 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \cdot 0{,}2\ \text{m}}{1{,}5\ \text{m}} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 667\ \text{nm}$$



b) A másodrendű erősítési helyek távolságát jelöljük $2y$-nal! Használjuk a leckében megismert általános összefüggést, amely kicsi szögekre ad közelítést:

$$x = \frac{k \cdot \lambda \cdot L}{d},\ k = 1, 2, \ldots, \text{most } k = 2.$$

$$y = \frac{2 \cdot \lambda \cdot L}{d}$$

A keresett távolság:

$$2y = \frac{4 \cdot \lambda \cdot L}{d} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\lambda \cdot L}{d} = 2 \cdot (2x) = 2 \cdot 40 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$$

A két másodrendű erősítési hely egymástól kb. 80 cm távol van.

c) Az előző összefüggésből fejezzük ki a függönyanyag rácsállandóját, és helyettesítsünk be!

$$d = \frac{\lambda \cdot L}{x_2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \cdot 1{,}5\ \text{m}}{0{,}04\ \text{m}} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

A szálak száma cm-enként: $\frac{10^{-2}\ \text{m}}{2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{m}} = 400$

A függöny anyagában azonos irányban 400 szál fut centiméterenként.

3. FELADAT Mekkora emelkedési szögben látszik a Nap, amikor a tó felszínéről visszavert fénye teljesen polarizált? A víz törésmutatója $\frac{4}{3}$.

MEGOLDÁS

Adatok: $n = \frac{4}{3}$

A visszavert fény akkor lesz 100%-osan polarizált, ha a beesési szög megegyezik az α_B Brewster-szöggel. A Brewster-törvény szerint:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha_B = 53{,}13^\circ$$

Amikor a Nap 53,13° emelkedési szögben látszik, a vízfelületről visszavert fénye 100%-osan polarizált.

ALKALMAZÁSOK

Optikai rácsok a mindennapokban

Ritkán ugyan, de a természetben is találunk optikai rácsot. Vékony, áttetsző madártollon át nézzünk erős fényforrás felé! Ekkor megpillanthatjuk a madártoll mint optikai rács által okozott látszólagos elhajlási képet.

A CD (Compact Disk) felületébe körkörös spirálvonalban, 0,1 μm mély, különböző hosszúságú „gödröcskék" vannak égetve. Ezekben van digitálisan tárolva az információ. A mikrobarázdák mérete összemérhető a fény hullámhosszával. A fehér fényben forgatva a lemezt az alsó oldalán, sugárirányban megjelennek rajta a spektrum színei, ezzel jelezve az interferencia létét. A CD tükrös (reflexiós) optikai rácsnak tekinthető.



A CD alsó, „írott" oldala

Optikai keresztrácsként működik a ritkább szövésű függöny. Ha este a szobánkból az utcai lámpát a függönyön keresztül nézzük, akkor szabályos elhajlási képet láthatunk. Hasonlót láthatunk szúnyoghálón, esernyő-, illetve ejtőernyővásznon átnézve.



Az utcai lámpák fényének elhajlási képe a függönyön át nézve

ALKALMAZÁSOK

Holográfia

Gábor Dénes (1900–1979) az optikai leképezések vizsgálatával jutott el a *holográfia felfedezéséhez.* A fény hullámtermészetét felhasználó képrögzítő eljárást, amellyel a tárgy térbeli képe állítható elő, holográfiának nevezzük. A hagyományos módon készült fénykép egyes pontjain a „feketedés" a fény intenzitásának megfelelően jön létre. Az ilyen fényképet más-más pontból nézve gyakorlatilag ugyanolyannak látjuk, nem jutunk új információhoz. Gábor Dénes felismerte, hogy a tökéletes leképezéshez a tárgyról visszavert fényhullámnak nemcsak az intenzitását, hanem a fázisát és amplitúdóját is fel kell használni. Ehhez koherens fényt adó fényforrásra van szükség. Ezért a holográfia elterjedését a lézer 1960-ban történt feltalálása tette lehetővé.

A fizikai Nobel-díjat 1971-ben „a holografikus módszer felfedezéséért és kifejlesztéséért" kapta.



Egy kb. 2300 éves görög szoborfej (Aphrodité feje) és a szoborfejről 1978-ban készült hologram (a hologram két szögből lett lefotózva)



ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen színt érzékelünk, ha a fehér színből kivonjuk a kéket?
2. Milyen tényezők határozzák meg az olajfolton látható színeket?
3. Hogyan változik az optikai rés mögött kialakuló elhajlási kép a rés további szűkítésekor?
4. Fogalmazzuk meg, mi a különbség a prizmával és az optikai ráccsal előállított színképek között!
5. Lehet-e polarizálni longitudinális hullámokat? A választ indokoljuk!

Összefoglalás

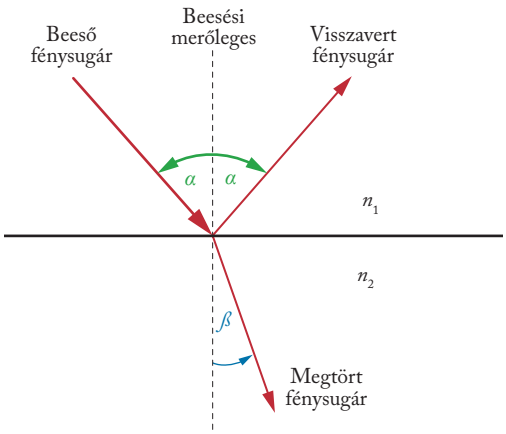
Fénytani alapjelenségek

A fény sebessége vákuumban kb. $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A fényérzet létrejöttének szükséges feltétele, hogy a szemünkbe fény jusson. Azt a testet, amelyikről a fény a szemünkbe érkezik, fényforrásnak nevezzük. Az önállóan világító testek az **elsődleges fényforrások**.

A fényvisszaverődés törvénye

– A visszavert fénysugár a beeső fénysugár és a beesési merőleges által meghatározott síkban van.
– A visszaverődési szög egyenlő a beesési szöggel.



A fénytörés törvénye

– A megtört fénysugár a beeső fénysugár és a beesési merőleges által meghatározott síkban van.
– A határfelületre merőlegesen érkező fénysugár az új közegben irányváltoztatás nélkül halad tovább ($\alpha = 0^\circ \Rightarrow \beta = 0^\circ$).
– A közeghatárra ferdén érkező fénysugár iránya az új közegben megváltozik. Az (α) beesési szög szinusza egyenesen arányos a (β) törési szög szinuszával. Az arányossági tényező a fény két közegbeli sebességének hányadosával egyenlő:

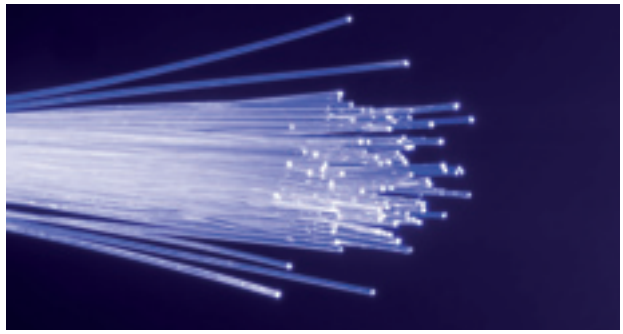
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$

Teljes visszaverődés akkor jöhet létre, ha a fény optikailag sűrűbb anyagból a ritkább felé indul. Ez a jelenség történik az optikai szálban.

Két anyag egymásra vonatkozó relatív törésmutatóját megkaphatjuk az abszolút törésmutatók hányadosaként:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$$

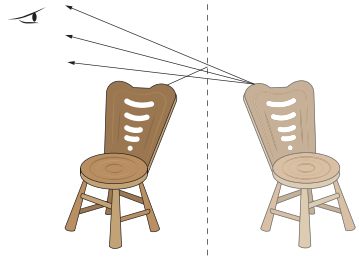
Két anyag közül azt nevezzük optikailag sűrűbbnek, amelynek nagyobb az abszolút törésmutatója, azaz amelyikben kisebb sebességgel terjed a fény.



Optikai képalkotás

A síktükör által alkotott kép

– egyenes állású;
– a tárggyal megegyező nagyságú ($K = T$);
– látszólagos.

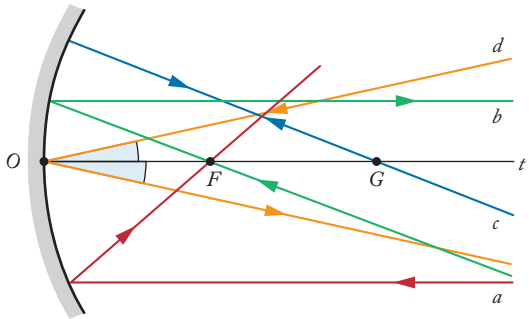


Tárgy

Másodlagos kép:
a fénysugarak nem találkoznak, csak a meghosszabbításuk

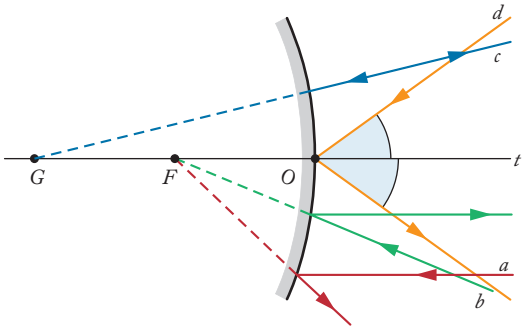
Gömbtükrök képalkotása

A homorú és a domború gömbtükrök által alkotott kép megszerkesztésében segítenek a nevezetes fénysugármenetek.



A homorú gömbtükör nevezetes sugármenetei

Ernyőn felfogható, valódi kép akkor jön létre, amikor a tárgy egy pontjáról kiinduló különböző fénysugarak a tükörről visszaverődve metszik egymást. Ilyenkor a képtávolságot pozitívnak vesszük ($k > 0$), és a kép a tárggyal fordított állású ($K < 0$).



A domború gömbtükör nevezetes sugármenetei

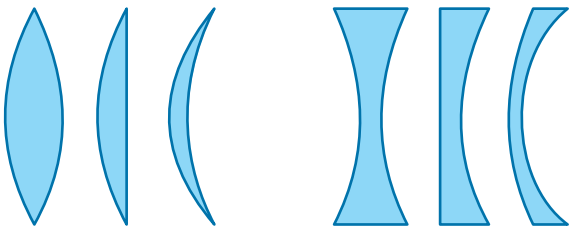
A domború gömbtükör által alkotott kép a tárgytávolságtól függetlenül mindig látszólagos, a tárggyal azonos állású, kicsinyített.

A gömbtükrökre fennáll a tüköregyenlet:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

A lencsék jellemzésére a fókusztávolság mellett használjuk annak méterben mért reciprokát, a **dioptriát** is. Jele: D.

$$D = \frac{1}{f}$$



Gyűjtőlencsék

Szórólencsék

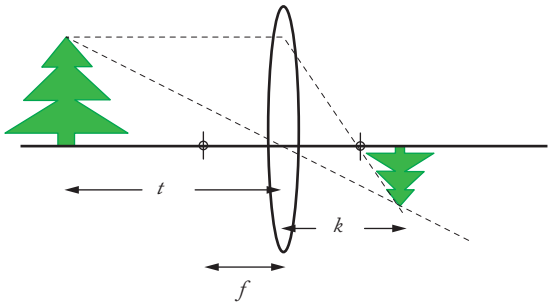
Vékony lencsékre vonatkozik a **lencsekészítők alapképlete**:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

Kis nyílásszögű gömbtükrök **fókusztávolsága** homorú tükör esetén: $\frac{R}{2}$, domború tükör esetén: $-\frac{R}{2}$.

Geometriai optika alapegyenlete (leképezési törvény): A fókusztávolság reciproka egyenlő a tárgytávolság és a képtávolság reciprokainak összegével:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$



A kép jellemzésére használjuk a **nagyítás** (N) fogalmát:

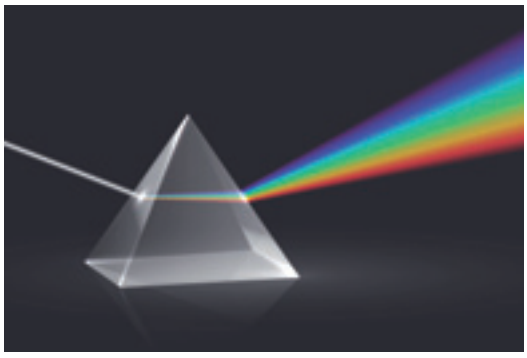
$$N = \frac{K}{T} = -\frac{k}{t}$$

Hullámoptika

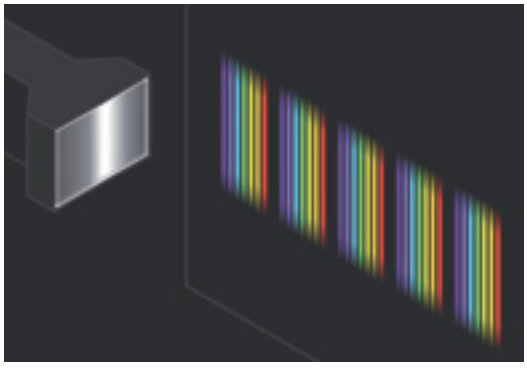
A fény polarizálhatósága azt bizonyítja, hogy a **fény transzverzális hullámként** terjed.

Időben tartós interferencia csak olyan találkozó fényhullámok között jöhet létre, amelyek közötti fáziskülönbség időben állandó. Az ilyen fényhullámokat **koherensnek** nevezzük.

A vékony, fehér fénynyaláb a kétszeri törés után a **diszperzió** miatt széttartó, színes nyalábként lép ki a **prizmából**. A legkisebb mértékben a vörös szín térül el, a legnagyobb mértékben az ibolya. A spektrum színei: vörös, narancs, sárga, zöld, kék és ibolya.



Az **optikai rácson** áthaladó fehér fény elhajlási interferenciaképet hoz létre. A rács a fehér fényt színeire bontja, belül az ibolya, kívül a vörös szín van.



Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. A napkorong éppen eléri a látóhatárt. Hol van ekkor a Nap valójában?
A) Egy kicsit feljebb, mint ahol látjuk.
B) Ott, ahol látjuk.
C) Egy kicsit lejjebb, mint ahol látjuk.

2. Ki határozta meg először nagyságrendileg helyesen a fény terjedési sebességét légüres térben?
A) Römer.
B) Newton.
C) Fizeau.
D) Galilei.

3. Zöld lézerfény levegőből vízbe lép. Mely tulajdonsága nem változik meg?
A) Frekvenciája.
B) Sebessége.
C) Hullámhossza.

4. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatója 4/3, az üvegé 3/2. Mennyi az üveg vízre vonatkoztatott törésmutatója?
A) 2.
B) $\frac{9}{8}$.
C) $\frac{1}{2}$.
D) $\frac{8}{9}$.

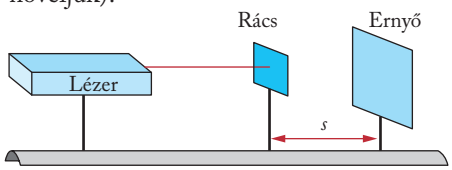
5. A közeghatárra 45 fokos beesési szögben érkező fénysugár 32 fokos törési szög mellett halad tovább. Mekkora a második közegnek az első közegre vonatkoztatott törésmutatója?
A) Kb. 0,75.
B) Kb. 1,4.
C) Kb. 0,71.
D) Kb. 1,33.

6. Melyik optikai eszköz képes nagyított képet alkotni?
A) A homorú tükör a geometriai középponttól távolabbi tárgyról.
B) A domború tükör a bárhol lévő tárgyról.
C) A szórólencse a fókuszon belüli tárgyról.
D) A gyűjtőlencse a fókusz és a kétszeres fókusztávolság közötti tárgyról.

7. Egy vékony gyűjtőlencsétől másfélszeres fókusztávolságra, a lencse tengelyére merőlegesen áll egy gyertya. Hányszorosa lesz a keletkező kép nagysága a tárgy nagyságának?
A) A kép és a tárgy nagysága megegyezik.
B) A kép nagysága kétszerese lesz a tárgy nagyságának.
C) A kép nagysága a tárgy nagyságának fele lesz.
D) Ebben az esetben nem keletkezik kép.

8. Fehér fényt szeretnénk összetevő színeire felbontani. Rendelkezésünkre áll homorú tükör, üvegprizma, optikai rács. Melyiket használjuk?
A) Mindhárom eszköz használható.
B) Csak az üvegprizma és az optikai rács használható.
C) Csak az üvegprizma használható.
D) Csak a homorú tükör használható.

9. Hogyan változik az ernyőn létrejövő interferenciaképen a szomszédos intenzitásmaximumok közötti távolság, ha az ernyőt a rácstól távolítjuk (az s távolságot növeljük)?



A) A szomszédos maximumok közti távolság nő.
B) A szomszédos maximumok közti távolság nem változik.
C) A szomszédos maximumok közti távolság csökken.

10. Optikai rácsra fehér fényt bocsátunk, az elhajlási képen a szivárvány színeit látjuk. Melyik színt téríti el a legkevésbé a rács?
A) A zöldet.
B) Az ibolyát.
C) A vöröset.
D) A rácsállandótól függ.

FELADATOK

1. Fizeau fénysugarat bocsátott át egy fogaskerék két foga között. A keréktől 8633 méter távolságban lévő síktükörről visszaverődő fény ugyanezen a fogközön eljut a megfigyelő szemébe, ha a kerék áll. A kerék fordulatszámát növelve a visszavert fény fogra esik, ezért nem jut el a megfigyelő szemébe. A fordulatszámot tovább növelve a fény a következő fogközön már áthalad. (És így tovább.) A fény első eltűnése 12,6 $\frac{1}{s}$ fordulatszámnál következett be. A fogaskeréken 720 darab egyenlő szélességű fog és 720 darab egyenlő szélességű fogköz volt. Ezekből az adatokból Fizeau már ki tudta számítani a fénysebességet. Számítsa ki ön is!

2. Két síktükör 45°-os szöget zár be egymással. A tükrökre merőleges síkban beeső fénysugár mindkét tükörről egyszer visszaverődik. Hogyan halad tovább az eredeti irányához képest?

3. Határozzuk meg, milyen mélynek látjuk az uszoda „h" mélységű vizét!

4. A $\varphi = 30°$ törőszögű, egyenlő szárú háromszög alapú üvegprizma egyik lapjára fénysugár érkezik. Az üveg törésmutatója: $n = 1{,}5$.
a) Mekkora beesési szög esetén halad a fénysugár az üvegben a harmadik oldallal párhuzamosan?
b) Mekkora δ szöggel térül el ekkor a fénysugár?

5. A víz alól mekkora szögben látszik a naplemente?

6. Plánparalel üveglemezre 50°-os beesési szögben érkezik fénysugár. Az üveg törésmutatója $n = 1{,}5$. A lemezből 2 cm-es párhuzamos eltolódással lép ki a fénysugár. Milyen vastag az üveg?

7. Mekkora görbületi sugara van annak a kozmetikai tükörnek, amelyik a tisztalátás távolságában 2-szeres nagyítású képet ad? (A tisztalátás távolsága – 24 cm – az a távolság, amelynél közelebbi tárgyakat vagy képeket csak homályosan látunk.)

8. Homorú tükörrel valódi képet állítunk elő. A kép mérete megkétszereződik, ha a tárgytávolságot 70 cm-ről 40 cm-re csökkentjük. Mekkora a tükör görbületi sugara? Vázoljuk fel a két esetben a képalkotást!

9. Adott fókusztávolságú gyűjtőlencsére tetszőleges irányból fénysugár érkezik. Szerkesszük meg a fénysugár útját a lencsén való áthaladás után!

10. Egy gyertya távolsága az ernyőtől 80 cm. A közöttük lévő lencse két helyzetben adja a láng éles képét. A két helyzet távolsága 50,6 cm. Mekkora a lencse fókusztávolsága?

11. A szemünktől 15 cm-re lévő porcelánelefántot 6 dioptriás gyűjtőlencsével nézzük úgy, hogy a kép a szemünktől a tisztalátás távolságában ($d = 25$ cm) keletkezik. Milyen messze van a lencse a szemünktől? Hányszoros a nagyítás?

12. Az autó visszapillantó tükrének görbületi sugara 1 méter. Mögöttünk, tőlünk 30 méter távolságban egy 2,5 méter magas teherautó van. Jellemezzük a tükörben keletkező képet!

13. Egy cm^3 vízben oldott egy gramm répacukor a rajta áthaladó lineárisan poláros fény polarizációs irányát 6,7°-kal forgatja el centiméterenként. Mekkora annak a cukoroldatnak a koncentrációja, amelyik a 20 cm hosszú polariméterben 10° szögelfordulást okoz?

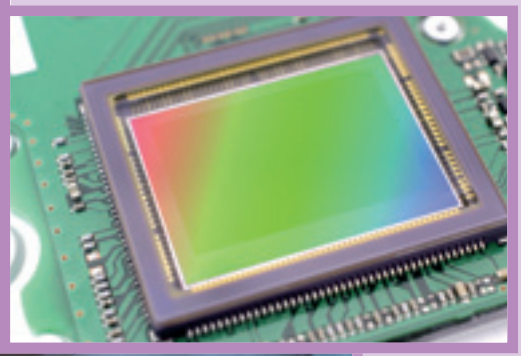
ESSZÉKÉRDÉSEK

A domború tükör képalkotása

a) Mutassa be a fény visszaverődésének törvényét!
b) Ismertesse a domború gömbtükör legfontosabb jellemzőit, nevezetes sugármeneteit!
c) Mutassa be a képalkotását szerkesztéssel egy, a tükörhöz nem túl távol elhelyezett tárgy esetén!
d) Ismertesse a **c)** pontban megszerkesztett kép jellemzőit!
e) Értelmezze a valódi kép és látszólagos kép, a képtávolság és tárgytávolság, a kép- és tárgynagyság, valamint a nagyítás fogalmát!
f) Ismertesse a leképezési törvényt!
g) Adjon meg két gyakorlati példát a domború tükör felhasználására!

X. Atomfizika: foton és elektron







1. Az atomok kémiai jellemzői és az elektron

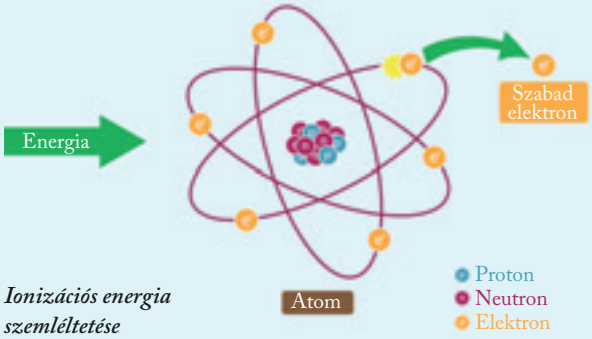
EMLÉKEZTETŐ

Az **atom** az anyag legkisebb olyan egysége, amely kémiai módszerekkel tovább nem bontható. A **mól** az atomok, molekulák és egyes részecskék mennyiségének egysége. Egy mol anyagban, jó közelítéssel $6 \cdot 10^{23}$ darab részecske (Avogadro-számnyi) található, azaz ennyi atom van 12 g szén 12-es (^{12}C) izotópjában. Egy atom tömegét meg tudjuk határozni a moláris tömeg és az Avogadro-szám ismeretében:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

Az **elemek** olyan anyagok, amelyekben csak egyfajta atom fordul elő. Jelenleg 118 különböző kémiai elemet ismerünk, de ebből csak 94 fordul elő a természetben. **Molekulának** nevezzük a kémiai kötésekkel összekapcsolódott, atomokból álló atomcsoportot. Ha különböző elemek alkotnak molekulát, akkor **vegyületről** beszélünk.

Az **ion** olyan atom vagy molekula, amely elektromos többlettöltéssel rendelkezik. A negatív töltésű ion, más nevén **anion**, olyan atom vagy molekula, amelynek egy vagy több elektrontöbblete van, a **kation** pedig pozitív töltésű ion, amiben egy vagy több elektronhiány van, mint az eredetileg elektromosan semleges részecskében. Az **ionizációs energia** az az energiamennyiség, amely azt mutatja meg, hogy mekkora energia szükséges ahhoz, hogy egy alapállapotban levő szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektront eltávolítsunk. A kémiában általában 1 molra vonatkoztatják.



Ionizációs energia szemléltetése

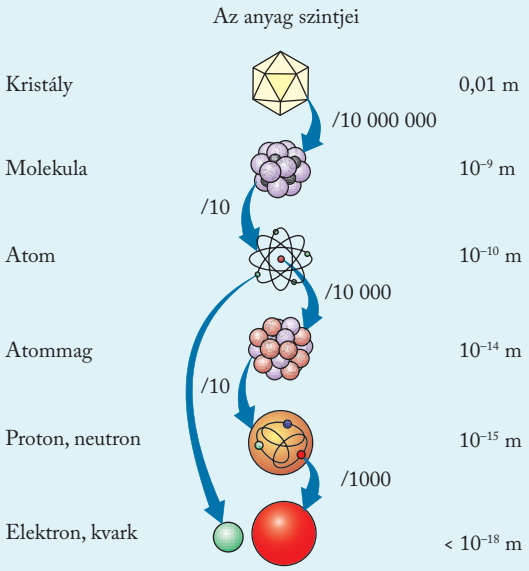
Kémiai és fizikai tanulmányainkban tanultunk az **elektrolízisről** is. Ha egy elektromosan vezető folyadékon keresztül elektromos áramot vezetünk, akkor a folyadékba merülő elektródákon anyagkiválás történik. A **Faraday-féle állandó (F = 96 500 C/mol)** megmutatja, hogy egy mol egy vegyértékű ion elektrolízissel történő kiválasztásához mennyi töltésmennyiségre van szükség. Így ha a Faraday-féle állandót elosztjuk a mólnyi mennyiségnek megfelelő Avogadro-számmal, akkor megkapjuk az egyetlen darab egy vegyértékű ion kiválasztásához szükséges töltésmennyiséget.

$$e = \frac{96\,500 \text{ C/mol}}{6 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Erről a töltésmennyiségről sejtették már, hogy jelentős szerepe lesz, és hogy kapcsolatban áll az elektromos jelenségekben fontos szerepet betöltő, közelebbről még nem ismert részecskével. Erre a részecskére már a XIX. század közepén használták a görög eredetű **elektron** szót, de az elektron még mindig kimutatásra várt.

A szabad elektront J. J. Thomson fedezte fel 1897-ben. Thomson felfedezése után néhány évvel kimérték az elektron töltését is, aminek abszolút értékét **elemi töltésnek** nevezzük. Az „elemi" kifejezés itt azt jelenti, hogy **ennél kisebb töltés a természetben nem fordul elő** az ionok és az elektromosan töltött testek között. A tapasztalatok szerint a természetben fellelhető töltésnagyságok közt ennek az elemi töltésnek csak egész számú többszörösei fordulnak elő. Ezt úgy fogalmazzuk meg, hogy az **elektromos töltés kvantált**. (A kvantum szó jelentése: elemi adag.)

A töltés lehet pozitív (pl. a protonnál) és negatív is (pl. az elektronnál). Ennek **az elemi töltésnek az értéke: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**.

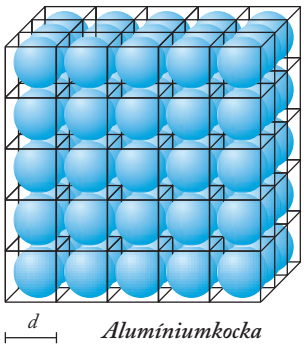


Az anyag szintjei és hozzávetőleges méreteik

Az atomok méretének becslése számítással

Szilárd testek esetén az Avogadro-szám, a sűrűség és az atomtömeg ismeretében megbecsülhető egy atom mérete. Mivel a szilárd testek gyakorlatilag összenyomhatatlanok, ezért legegyszerűbb feltételezéssel úgy tekinthetjük, hogy ezekben az atomok szorosan egymás mellett helyezkednek el, egy úgynevezett szabályos (köbös) kristályban. Így, az ábrának megfelelően, minden gömb alakú atom egy-egy d hosszúságú elemi kockában foglal helyet. Egy ilyen kis elemi kocka d^3 térfogatú. Tekintsünk most egymolnyi anyagot. Akkor ennek a tömege éppen moláris tömegnyi lesz, az össztérfogatát pedig úgy tudjuk kiszámítani, hogy a d^3 térfogatú elemi cellát megszorozzuk az Avogadro-számmal. Ezek ismeretében az anyag sűrűségét így tudjuk kifejezni:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{N_A\, d^3}$$



Alumíniumkocka

Szilárd test egyszerű köböskristály modellje

Ebből átrendezéssel kapjuk meg azt, hogy mennyi lesz egy elemi cella d élhosszúsága, ami jó közelítéssel az atom átmérőjének felel meg:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki az aranyatom sugarát! Az arany sűrűsége 19 300 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, moláris tömege 197 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$. A kapott eredményt vessük egybe a 144 pm-nek talált tényleges atomsugárral!

Az összefüggésbe behelyettesítve:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}197\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{19\,300\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}}} =$$

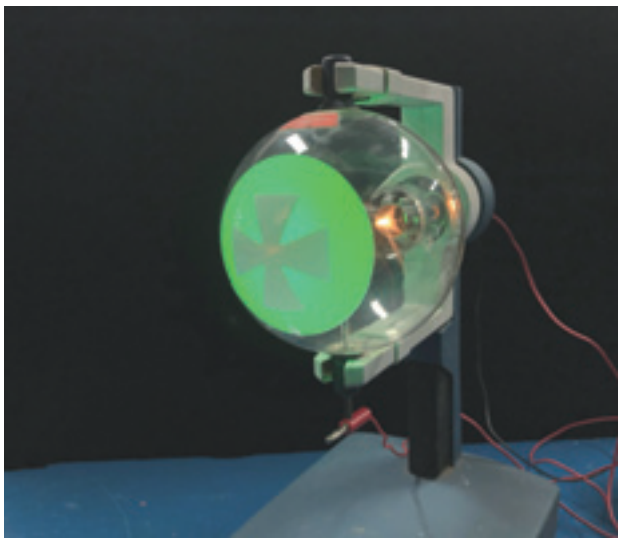
$$= 0{,}257 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 257\ \text{pm},$$

ahonnan $r \approx 129\ \text{pm} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$. Az atom sugarára kapott érték nagyságrendileg megfelel az atom méretéről tanult 10^{-10} m-nek.

Láthatjuk, hogy a feladatban a sugárra kapott érték mintegy 10%-kal kisebb a tényleges atomméretnél. Ez arra utal, hogy az ábrával szemben valamivel jobb térkitöltésben helyezkedhetnek el az atomok. Jobb térkitöltés esetén pedig nagyobb méretű atomok is elférnek ugyanakkora térfogatban.

A katódsugárzás tulajdonságai

A XIX. század közepén a gázok vezetési jelenségeit széles körben vizsgálták. Észrevették, hogy a kisnyomású gázok nagy feszültség hatására, érdekes fényjelenségek (pl. ködfénykisülés) közepette, elektromosan vezetővé váltak. (A kis nyomás jellemzően a normál légköri nyomás kétszázad részétől az ezredrészéig tart, a feszültség pedig általában néhány kV.) Az áramerősség a vezetés közben nem nagy, legfeljebb mA-es nagyságrendű.



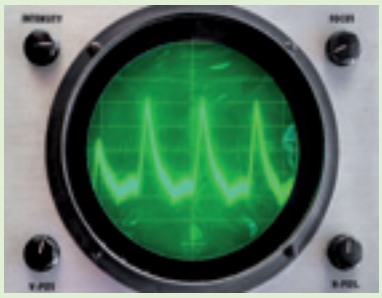
Máltai keresztes katódsugárcső

Még érdekesebb és rejtélyesebb volt viszont az, hogy a szinte tökéletes vákuum is elektromos vezetőnek bizonyult. Ekkor a csőben már nincsenek fényjelenségek, de a katóddal szemközti üvegfal zöldesen foszforeszkál. Jogos volt a feltételezés, hogy a katódból kiinduló sugárzás hatására teszi ezt. Ezt az ismeretlen eredetű sugárzást nevezték el **katódsugárzásnak**.

Csaknem fél évszázadon keresztül kutatták kiváló fizikusok a katódsugárzás rejtélyét. Nagyjából két álláspont alakult ki. A német kutatók inkább azt vallották, hogy a katódsugárzás elektromágneses hullám lehet, a brit tudósok jobbára eddig ismeretlen részecskét láttak benne.

ALKALMAZÁSOK

A XX. század elején már kifejlesztették az oszcilloszkóp ősét, amiben az elektromos és mágneses térrel eltérített elektronnyaláb rajzol ki jelet a katódsugárcső ernyőjére. Az **oszcilloszkóp** olyan elektronikus mérőműszer, amely időben állandó vagy változó elektromos feszültségek ábrázolására és mérésére szolgál. Kiegészítőkkel sokféle mérés megvalósítását teszi lehetővé. Az elektron kis tömege és igen nagy fajlagos töltése révén elektromos és mágneses mezőben rendkívül gyorsan mozgatható. Ez alkalmassá teszi arra, hogy gyorsan változó jeleket rajzoljunk ki vele. Az elektronok hatásosabb kiléptetése érdekében egy elektronágyút használtak, amelyben a katódot izzították. Az üveg felületét is fényporral vonták be, az erőteljesebb fényhatás kedvéért.



Egy régebbi oszcilloszkóp



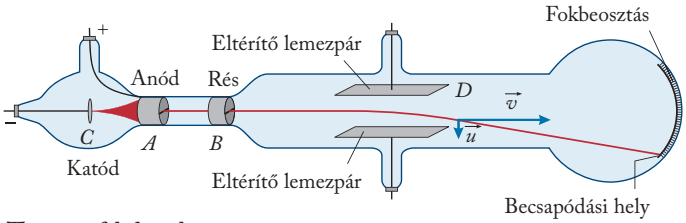
Megsemmisítésre váró régi televíziós képcsövek. Több milliárd ilyen katódsugárcső készült, amelyek ma már csak veszélyes elektronikai hulladéknak számítanak

A XIX. század legvégére a következő megfigyeléseket tették a rejtélyes katódsugárzásról:

- A sugárzás a katódból indul ki, arról merőlegesen és egyenes vonalban terjed, az anód helyétől függetlenül. Az egyenes terjedés eredménye az éles árnyék.
- Becsapódásakor számos anyagon fénykibocsátást okoz (fluoreszkálás, foszforeszkálás).
- Mechanikai és hőhatása van. Egy kis lapátos kereket képes forgásba hozni, a sugárzás útjába tett fémszál felhevül.
- A katódsugárcsőből kivezethető fémfóliás ablakon, levegőben, energiájától függően, hosszabb-rövidebb úton elnyelődik.
- Bármilyen anyagú katódot is használunk, a katódsugárzás tulajdonságai nem változnak.
- Mágneses térben eltérül.
- Elektromos mezőben is eltéríthető.

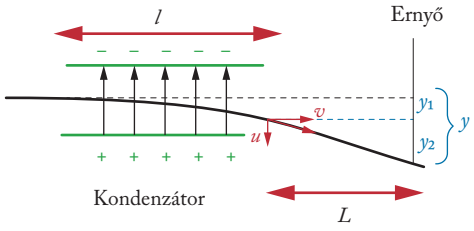
Az elektromos mezőben való eltérülés bizonyult perdöntőnek J. J. Thomson számára. A Thomson előtti fizikusok nem tudtak elég jó vákuumot létrehozni a csőben, ezért az elektromos eltérítést nem sikerült kimutatniuk. Az elektromos és mágneses eltérítés együtt egyértelműen utalt arra, hogy a **sugárzásban negatív töltésű részecske** terjed, amely minden típusú katódból kilép. Ezek után Thomson meghatározta a repülő részecskék sebességét, majd a **fajlagos töltését**, azaz a töltés és a tömeg hányadosát: $\left(\frac{e}{m}\right)$. Thomson azt kapta, hogy a részecske sebessége sokkal kisebb, mint a fénysebesség, $10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságrendű. Nem lehet tehát elektromágneses hullám. A kapott fajlagos töltés pedig több mint ezerszerese az addig az elektrolízissel kapott legnagyobb értéknek, a hidrogénion értékének. Ez alapján jelenthette ki Thomson 1897-ben, hogy „a katódsugarak az anyag új állapotát jelentik". Ezt az eseményt tekintjük tehát az elektron felfedezésének.

A fajlagos töltés meghatározása Thomson módszerével



Thomson-féle katódsugárcső

Az ábrán látható katódsugárcsővel végezte el Thomson a sorsdöntő méréseit. A rajzon pirossal jelöltük az elektronnyaláb útját. A *C*-vel jelölt katódból kilépő elektronok az *A*-val jelölt anódig gyorsulnak, majd az anód résén keresztül a *B*-vel jelölt résig száguldanak. Ezt követően kerülnek egy kondenzátor eltérítő lemezpárjai közé, ahol az elektromos mező hatására haladási irányuk megváltozik. A nyaláb nemcsak a kondenzátor fegyverzeteire kapcsolt feszültséggel, hanem a cső külső felületéhez illeszkedő (a rajzon nem ábrázolt) tekercspár mágneses mezejével is eltéríthető. A két eltérítés alapján határozhatjuk meg a következő oldalon részletezett módon a sugárzást alkotó részecske fajlagos töltését.



Elektron pályája a katódsugárcsőben

Tekintsük meg tehát az ábrát, ahol a katódsugárcsőben haladó elektronnyalábot ábrázoltuk a kondenzátorban és azt követően.

Ha a kondenzátor eltérítő lemezpárjai közti homogén térrészben az elektromos mező térerőssége E, akkor a benne mozgó e töltésű részecskére $F = e \cdot E$ erő fog hatni, ami $a = \frac{e \cdot E}{m}$ gyorsulást hoz létre az erővonalak mentén, függőlegesen lefelé. (Az elektromos erőhöz képest a sok nagyságrenddel kisebb nehézségi erőt természetesen végig elhanyagolhatjuk.) Ha az eltérítő lemezpár hossza l, és a részecske sebessége v, akkor az elektromos térben $t = \frac{l}{v}$ ideig mozgó részecske

$$u = a \cdot t = \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{l}{v} \tag{1}$$

sebességre tesz szert, mire a kondenzátor végéhez ér. A kondenzátor terében függőlegesen gyorsuló elektron függőleges irányú elmozdulása a kondenzátor végéhez érve a következőképpen számítható ki:

$$y_1 = \frac{a}{2} t^2 = \frac{e \cdot E}{2m} \cdot \left(\frac{l}{v}\right)^2 \tag{2}$$

A kondenzátorból kilépő elektron tehetetlenségénél fogva repül az ernyőig. A kilépő **u** és **v** sebességvektorai által meghatározott háromszög hasonló lesz az L és y_2 által meghatározott háromszöghöz. Ez alapján felírható, hogy

$$\frac{u}{v} = \frac{y_2}{L}$$

Ebből a következő adódik a kondenzátor utáni függőleges eltérülésre, ha beírjuk u (1)-nél kifejezett alakját:

$$y_2 = L \cdot \frac{u}{v} = L \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{l}{v} \cdot \frac{1}{v} = \frac{e \cdot E}{m \cdot v^2} \cdot L \cdot l \tag{3}$$

A kísérlet során csak az $y = y_1 + y_2$ teljes függőleges eltérülés mérhető oly módon, hogy először bejelöljük a nyaláb becsapódási helyét úgy, hogy a kondenzátorra nem kapcsolunk feszültséget, majd úgy is, hogy bekapcsoljuk azt. A teljes Y eltérülés tehát a következőképpen alakul a (2)-es és (3)-as egyenletet figyelembe véve:

$$Y = y_1 + y_2 = \frac{e \cdot E}{2m} \cdot \left(\frac{l}{v}\right)^2 + \frac{e \cdot E}{m \cdot v^2} \cdot L \cdot l \tag{4}$$

A négyzetre emelés és a kiemelések elvégzése után a teljes eltérülést

$$Y = \frac{e \cdot E}{m \cdot v^2} \cdot l \left(\frac{l}{2} + L\right) \tag{5}$$

alakban kaphatjuk meg. Ebből az egyenletből az átrendezés után kiszámíthatjuk a fajlagos töltést is:

$$\frac{e}{m} = \frac{Y v^2}{E l \left(\frac{l}{2} + L\right)} \tag{6}$$

A képletben szereplő Y, L, l távolságadatok lemérhetőek. Az elektromos térerősség is könnyen meghatározható a kondenzátor fegyverzeteinek a távolságából és a feszültségéből az $E = \frac{U}{d}$ összefüggés alapján. Egy ismeretlen maradt, az elektronok v sebessége. Ezt kellett még Thomsonnak meghatároznia ahhoz, hogy az $\frac{e}{m}$ kiszámítható legyen.

Ennek meghatározására alkalmazta Thomson a külső mágneses mezőt, amit a kondenzátor elektromos terével egyidejűleg használt.

A kondenzátor elektromos terénél olyan mágneses mezőt alkalmazott, amelyben az elektromos Coulomb-erőt a mágneses mezőben fellépő Lorentz-erővel teljesen kompenzálta. A mérés elvégzése során tehát a külső mágneses mező B indukcióját addig növelte, amíg az elektronnyaláb vissza nem tért eredeti állapotába, azaz az Y eltérülés 0 lett.

Ekkor felírható a Coulomb- és a Lorentz-erő egyenlőséggé: $E \cdot e = B \cdot e \cdot v$.

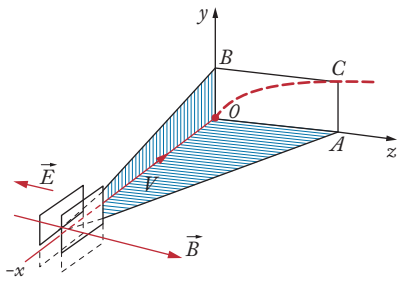
Ebből a sebességre a következőt kapjuk: $v = \frac{E}{B}$

Thomson ebből ki tudta számítani a nyaláb sebességét, ami jóval kisebbnek ($10^5 - 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) adódott a fénysebességnél. Ez egyértelműen bizonyította, hogy a katódsugárzás nem lehet elektromágneses hullám. A v sebesség ismeretében pedig az (5) képletből a fajlagos töltés meghatározható volt.

Elektron fajlagos töltésének meghatározása parabolamódszerrel

Az elektron fajlagos töltésének meghatározásánál feltételezték, hogy az elektronnyalábban minden egyes elektron azonos sebességgel halad. Ez azonban nincs így. Az eltérő sebességgel mozgó elektronok különböző helyre képesek becsapódni, így az Y távolság nem egy pont távolsága lesz a kezdőponttól, hanem egy elkenődött „paca”, azaz a mérés nagy hibával járt. A hiba nagyságának a csökkentésére dol-

gozta ki Thomson az úgynevezett parabolamódszert, amely során egyszerre alkalmazott elektromos és mágneses eltérítést olyan módon, hogy a kondenzátor fegyverzetei között nemcsak elektromos mező, hanem egy homogén mágneses mező is volt, ahogy azt az alábbi ábra mutatja.



Elektromos és mágneses mező együttes hatása az elektronnyalábra

A különböző sebességű elektronok becsapódási helyei a parabola egyes pontjait adják meg az ernyőn. Innen kapta a mérési eljárás a parabolamódszer elnevezést is.

Az izotópok felfedezése

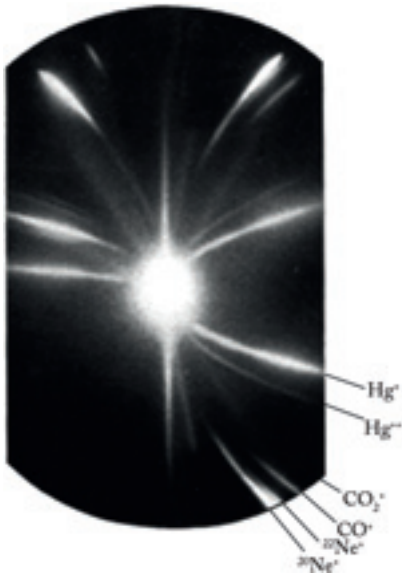
A parabolamódszerrel Thomson nemcsak az elektron töltését határozta meg, hanem más jelentős felfedezéseket is tett. Különböző ionnyalábokat is vizsgált, például ionizált neonnyalábot. Ekkor vette észre, hogy *egyazon térben haladó neonnyalábhoz két becsapódási parabolaív is kapcsolódott*. Ez nem volt másként magyarázható (miután meggyőződött róla, hogy azonos töltésű ionok haladtak a nyalábban), mint hogy a neonnak kétfajta atomtömegű változata van, a ^{20}Ne és a ^{22}Ne. Ez vezetett az **izotópok** felfedezéséhez is.

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Kaufmann német fizikus 1901-ben ezzel a parabolamódszerrel vizsgálta extrém nagy sebességű elektronok fajlagos töltését, és azt kapta, hogy az ilyen nagyon nagy sebességű elektronok tömege szokatlanul nagy. Ennek a jelenségnek az okára a speciális relativitáselmélet adott magyarázatot.



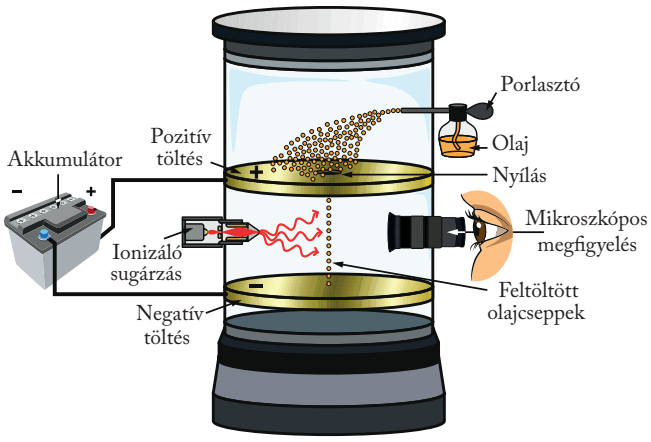
Walter Kaufmann (1874–1947)



Az első bizonyíték egy stabil elem izotópjaira. J. J. Thomson fotografikus lemezének jobb alsó sarkában láthatóak a ^{20}Ne és ^{22}Ne izotópok elkülönülő becsapódási nyomai

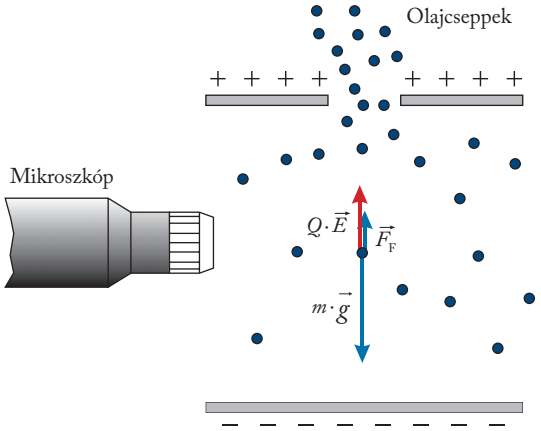
Millikan-kísérlet

Az elektron fajlagos töltésének meghatározása után döntő lépés volt az elektron töltésének a meghatározása, amit Robert Millikan amerikai fizikus végzett el 1913 tájékán.



Millikan kísérleti eszköze

A porlasztó segítségével olajcseppeket juttatott a berendezés belsejébe. Az olajcseppek mikroszkopikus méretűek voltak, a porlasztás során elektrosztatikusan feltöltődtek, negatív töltésük lett. A közegellenállástól fékezve lassan estek egy kondenzátor felé, ahol egyesek a felső fegyverzet nyílásán keresztül a kondenzátor belsejébe hulltak. A kondenzátor változtatható feszültségre kapcsolható. A mikroszkóp a cseppek megfigyelését szolgálja. Vizsgáljuk meg ezek után, hogy a kondenzátor fegyverzetei közé került olajcseppel mi történik!



Egy olajcseppre ható erők

Az olajcseppre három erő hat: a nehézségi erő (mg), a felhajtóerő (F_f) és a $Q \cdot E$ Coulomb-erő. A feszültség megfelelő megválasztásával elérhető egy olyan helyzet, hogy egy kiszemelt olajcsepp éppen lebeg. (Valójában az olajcsepp kis tömege miatt némi Brown-mozgást mindig végez, de ettől eltekinthetünk.)

Ekkor felírható a következő összefüggés:

$$m \cdot g = E \cdot Q + F_F \qquad (1)$$

A lebegő olajcsepp átmérőjét a mikroszkóp skálájának segítségével meg tudjuk mérni, ebből a csepp V térfogata meghatározható egyszerű térfogatszámítással. A csepp m tömegét ezek után ki tudjuk fejezni az olaj sűrűségének ismeretében.

A felhajtóerőre fennáll a következő összefüggés:
$F_F = V \cdot \varrho_{\text{levegő}} \cdot g$.

A kondenzátor fegyverzetei közti térerősség a fegyverzetek d távolságának és a kondenzátor U feszültségének az ismeretében meghatározható:

$$E = \frac{U}{d}$$

A fenti két összefüggést az (1) egyenletbe beírva:

$$V \cdot \varrho_{\text{olaj}} \cdot g = \frac{U}{d} Q + V \cdot \varrho_{\text{levegő}} \cdot g,$$

amelyből az olajcsepp Q töltése meghatározható.

A kísérlet során Millikan több ezer olajcsepp töltését határozta meg. Az elektromos mezőben mozgatott olajcseppek töltése mindig egy elemi töltésadag, $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C egész számú többszörösének bizonyult.

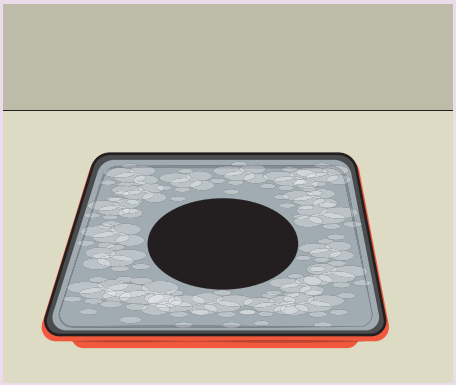
Azt is megmutatta Millikan, hogy ha egy kiszemelt olajcseppet röntgensugárzással ionizál, és ennek következtében megváltozik annak a töltése, akkor ez a töltésváltozás is csak az elemi töltésadag egész számú többszöröse lehet. Ennek az elemi töltésnek a nagyságát az elektron töltésének nagyságával lehetett azonosítani. Az elektron töltésének meghatározásával az elektron tömege is kiszámíthatóvá vált.

Összefoglalva az elektron két legfontosabb adata:
Elektron töltése: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Elektron tömege: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

MÉRÉSI FELADAT

Molekulák méretének nagyságrendi becslése

Ismert mennyiségű olajsavat cseppentve a vízfelszínre és az olajfolt méretét mérve, határozzuk meg a réteg vastagságát, ezáltal a molekulaméret nagyságrendjét!



Az olajsavfolt szétterülése hintőporos vízfelületen

Szükséges eszközök:
Nagy méretű, belül vízálló festékkel feketére festett lapos fotótál, tiszta víz tartóedényben, ismert koncentrációjú, 0,05 térfogatszázalékos benzines olajsavoldat, szemcseppentő, 10 ml-es mérőhenger, tiszta benzin, hintőpor, vattadarab, mérőszalag.

A kísérlet leírása:
A tálba öntsünk néhány centiméter magasságban vizet! A víz tetejét óvatosan szórjuk meg kevés hintőporral! Várjuk meg, amíg a víz áramlása a tálban teljesen megáll, majd cseppentsünk nem túl magasról egyetlen csepp ismert koncentrációjú benzines olajsavoldatot a víz közepére! A finoman cseppentett olajsavoldat szabályos kör alakú foltban fut szét a vízfelszínen, eltolva útjából a porszemeket. A felszínről a benzin gyorsan elpárolog, így a foltnyi területet az olajsav-molekulák foglalják el, monomolekuláris réteget alkotva.

Mérjük le mérőszalaggal az olajfolt átmérőjét! Kiegészítő méréssel határozzuk meg, mennyi olajsav-molekula tölti ki a vízen szétterülő foltot!

Ehhez az ismert koncentrációjú olajsavoldat egy cseppjének térfogatát kell meghatározni. Mivel az oldat híg, a cseppek térfogata lényegében megegyezik az

ugyanazon cseppentővel adott tiszta benzincseppek térfogatával. Csepegtessünk tiszta benzint a mérőhengerbe, mérjük le a cseppek együttes térfogatát, és ezt osszuk el a cseppek számával! Célszerű 1 ml-nyit csepegtetni, és számolni a cseppeket. Az olajsavoldat cseppnyi térfogatát ily módon megmérve és a koncentrációt ismerve, határozzuk meg a foltban lévő olajsavmennyiség térfogatát! Ez a térfogat egyenlő a lemért területű és kb. molekulaméret vastagságú réteg térfogatával.

Számítsuk ki a molekulaméret nagyságát!

MEGOLDÁS

Mért adatok:
Az olajfolt átmérője: 23 cm,
1 cm^3 benzin 45 csepp.

Ha 1 cm^3 = 45 csepp, akkor 1 csepp oldat 0,022 cm^3.
Felhasználva, hogy az oldatban 0,0005 rész az olajsav, az 1 cseppben lévő olajsav térfogata:
$V = 1{,}11\ 10^{-5}\ cm^3$.
Az olajsav térfogata: $V = r^2 \cdot \varrho \cdot d$,
ahol d a keresett monomolekuláris réteg vastagsága.

$$d = \frac{V}{r^2\pi} = \frac{1{,}11 \cdot 10^{-5}\ cm^3}{11{,}5^2\ cm^2 \cdot \pi} = 2{,}7 \cdot 10^{-8}\ m = 270\ pm$$

Egy olajréteg mért vastagsága 270 pm.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Magyarázza el, hogy az alábbi jelenségek, kísérletek miért voltak jelentősek az elektron megismerése szempontjából!
a) Elektrolízis.
b) Katódsugárzás.
c) Millikan-kísérlet.

2. Milyen technikai jelentősége volt és van a katódsugárzásnak?

3. Milyen irányú mágneses mezőt kell alkalmaznunk az *Elektron pályája a katódsugárcsőben* című ábrán, hogy az elektroneltérülés kompenzálható legyen?

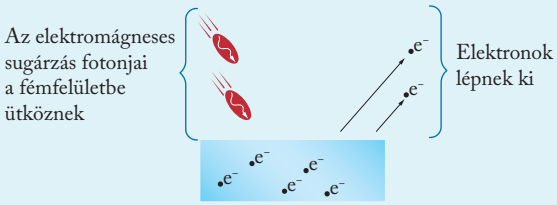
4. A téma szövegében a következő mondat szerepel: „A Thomson előtti fizikusok nem tudtak elég jó vákuumot létrehozni a csőben, ezért az elektromos eltérítést nem sikerült kimutatniuk.” Mi lehet a magyarázata ennek?

5. Az $\frac{e}{m}$ mérését látszólag nagyban egyszerűsítené, ha az elektron fajlagos töltésére vonatkozó (6) összefüggésben az elektron sebességét az ismert gyorsító-egyenletből, az $eU = \frac{1}{2} m v^2$ alapján határoznánk meg. Miért nem jó módszer ez?

2. A fényelektromos jelenség

EMLÉKEZTETŐ

Ha egy fémből a fény hatására elektronok lépnek ki, akkor azt **fényelektromos jelenségnek**, vagy másként **fotoeffektusnak** nevezzük.



A fényelektromos jelenség

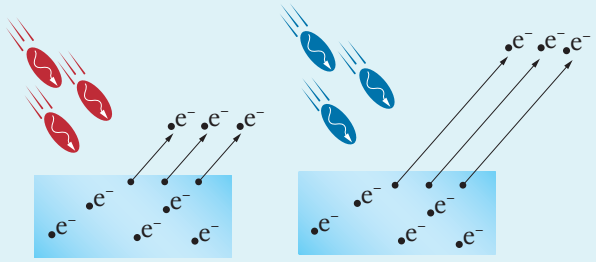
A fényelektromos jelenség akkor következik be, amikor az elektromágneses sugárzás következtében a fémből elektronok lépnek ki.

Az, hogy fénnyel történt megvilágítás hatására egy fémből elektronok lépnek ki, a hagyományos fizika számára is érthető: a fény, mint tudjuk, elektromágneses hullám, tehát energiát szállít. Ha egy elektron felveszi ezt az energiát, akkor annak felhasználásával elég energiára tehet szert, és kiléphet. De amikor a jelenséget gondosabban tanulmányozták, rájöttek, hogy az előbbi magyarázattal számos, az alábbiakban részletezett tapasztalat nem értelmezhető. Ezeket Einstein a Planck-féle $\varepsilon = hf$ **hatáskvantum** új értelmezésével magyarázta meg. A hatáskvantumot Planck egy egészen más területen, a hősugárzásnál vezette be, ott is csak úgy, mint egy matematikai segédfogalmat, amely azt fejezi ki, hogy az elektromágneses tér kvantált, azaz az elektromágneses energiának elemi adagjai vannak.

Einstein a hatáskvantumnak új értelmezést adott. Feltételezte, hogy *az* $\varepsilon = hf$ a fény egy részecskéjének, az úgynevezett **fotonnak** az energiája. A fényelektromos jelenség pedig egy foton és egy elektron kölcsönhatásaként jön létre, és erre a kölcsönhatásra nem alkalmazhatóak az elektromágneses hullámok energiáját leíró hagyományos egyenletek.

Ezek alapján a fényelektromos jelenség kísérleti tapasztalatai a következőképpen magyarázhatók:

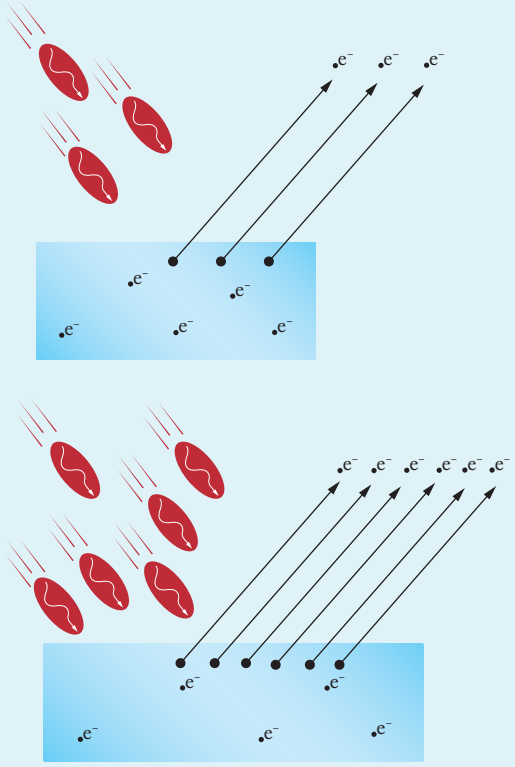
1. tapasztalat: Ha egy f frekvenciájú fénnyel világítjuk meg a fémfelületet, és abból elektronok lépnek ki, akkor azt tapasztaljuk, hogy a kilépő elektronoknak a mozgási energiája $\left(\frac{1}{2} m \cdot v^2\right)$ csak az f frekvencia növelése esetén növekszik, a fényerősség növelésével nem változik.



A megvilágító fény frekvenciáját növelve (UV felé) a kilépő elektronok nagyobb mozgási energiával lépnek ki

Magyarázat: A hf alapján a nagyobb frekvenciájú foton nagyobb energiát tud az elektronnak átadni.

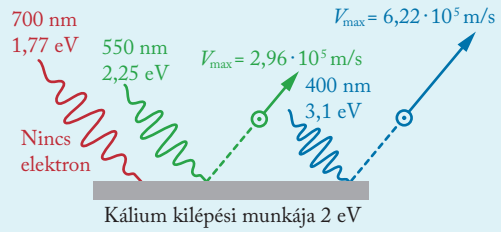
2. tapasztalat: Ha a megvilágító fény erőssége nő, akkor a kilépő elektronok száma nő, az energiájuk változatlan marad.



Kisebb fényerősség esetén kevesebb, nagyobb fényerősség esetén több elektron lép ki

Magyarázat: A fényerő növelése több fotonnal történő besugárzást jelent. Így több foton-elektron párkölcsönhatás játszódik le, azaz növekszik a kilépő elektronok száma.

3. tapasztalat: Ha csökkentjük a megvilágító fény frekvenciáját, akkor elérhető egy olyan **küszöbfrekvencia**, amely alatt bármilyen erős fényt is használunk, nem lépnek ki elektronok.



Három különböző energiájú foton kölcsönhatása a káliummal

Az ábrán látható, hogy a legkisebb energiájú (piros színű) fény nem okoz fényelektromos jelenséget, mert energiája kisebb a kilépési munkánál. A zöld színű megvilágító fény esetén már lesz kilépő elektron, mert a zöld színű fény $\varepsilon = hf$ energiája nagyobb, mint amekkora energia szükséges az elektronok fémből való kilépéséhez (W_{ki}).

A zöld és kék színnel ábrázolt fényt összehasonlítva látható, hogy a zöld színű fény esetében a kilépő elektron sebessége kisebb lesz, mint a kék színű fényé.

Magyarázat: A küszöbfrekvencia alatti fotonenergia nem képes fedezni a fémből az elektron kiléptetéséhez szükséges úgynevezett **kilépési munkát** a foton-elektron párkölcsönhatásban. Ha a megvilágító fény a küszöbfrekvenciánál nagyobb energiával rendelkezik, akkor a többletenergia a kilépő elektron mozgási energiájára fordítódik.

4. tapasztalat: A megvilágítás és az elektron kilépése közti késési idő felső határa nagyon kicsi. (Kisebbnek bizonyult, mint 1 μs.)

Magyarázat: A foton-elektron kölcsönhatás pillanatszerű.

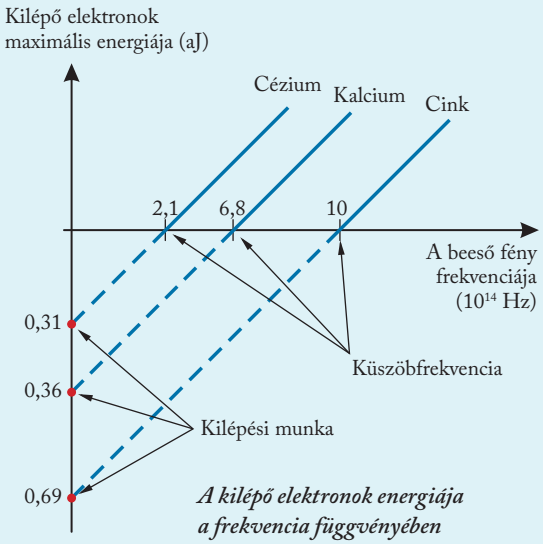
Összegzés:

A fenti tapasztalatokat Einstein egy összefüggéssel írta le, amelyet Einstein-féle fényelektromos egyenletnek nevezünk:

$$\underbrace{h \cdot f}_{\text{A foton energiája}} = \overbrace{W_{ki}}^{\text{A fémre jellemző kilépési munka}} + \underbrace{\frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2}_{\text{A kilépő elektron maximális energiája}}$$

ahol h: Planck-állandó ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js), f a fény frekvenciája.

Megjegyzés: Az ábrán a kilépő elektronok maximális energiáját ábrázoltuk a beeső fény frekvenciájának a függvényében (1 aJ = 10^{-18} J).



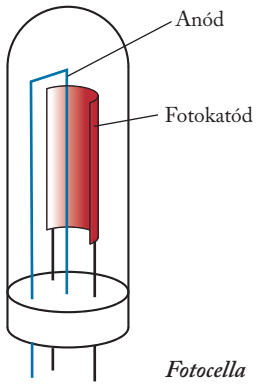
A kilépő elektronok energiája a frekvencia függvényében

Az ábrán látható, hogy a küszöbfrekvencia felett, a frekvencia növelésével arányosan, a kilépő elektronok maximális energiája is nő. Az ábrán a grafikon függőleges tengellyel való metszéspontja adja meg a kilépési munka értékét.

A fotocella

A fényelektromos jelenséget használjuk fel a **fotocella** nevű eszköznél.

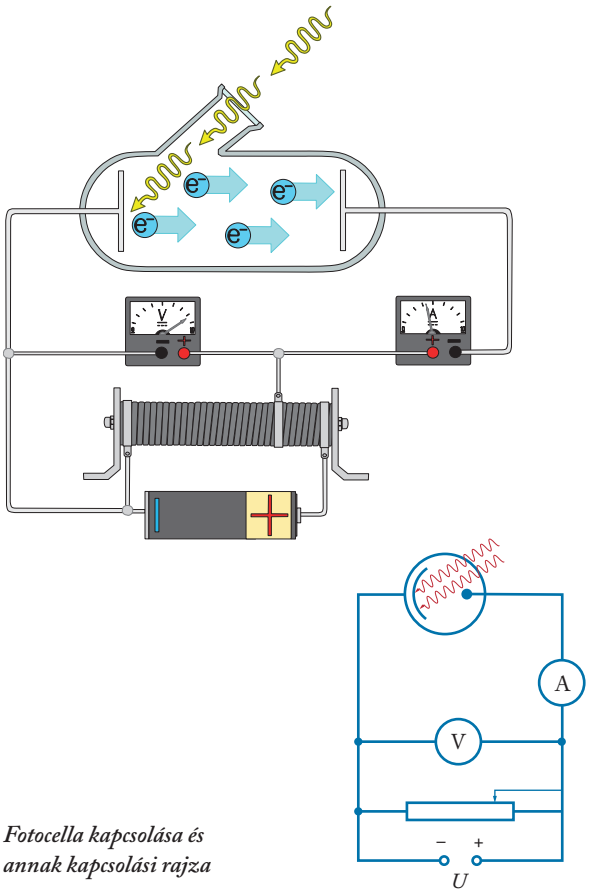
A fotocella lényegében nem más, mint egy olyan kis méretű katódsugárcső, amely a fény hatására elektromos áramot állít elő. A fotocella katódja általában valamilyen alkálifémmel van bevonva, aminek kicsi a kilépési munkája, nagy felületű, íves kiképzésű. Az anód általában gyűrű alakú vagy tűszerű, hogy ne árnyékolja nagyon a katódot, és nagy kilépési munkájú fémből készítik.



Fotocella

Ha a cellára a *Fotocella kapcsolása és annak kapcsolási rajza* című ábrának megfelelően feszültséget kapcsolunk, és a katódra fényt bocsátunk, akkor az érzékeny ampermérő fotoáramot jelez. A fotocellák leggyakrabban már a látható fény hatására is működnek. A katódra eső fény elektronokat vált ki, amik a feszültség hatására az anódhoz vonzódnak, így ennek hatására indul meg a fotoáram. Ha a megvilágítás megszűnik, akkor vele együtt a fotoáram is 0 lesz. A fotoáram nem nagy, jellemzően mA-es nagyságrendű.

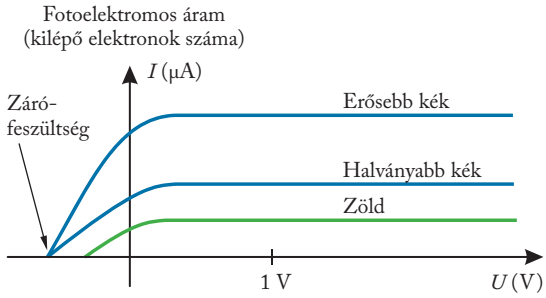
Ha a fotocellára nem kapcsolunk feszültséget, de megvilágítjuk a küszöbfrekvencia feletti hullámhosszal, akkor is mutat valamekkora áramot, hiszen az elektronok ilyenkor is kilépnek. Most azonban feszültség nem fogja őket gyorsítani az anód felé, a fotoáram még kisebb lesz, jellemzően μA-es, vagy még kisebb nagyságrendű. Ez csak nagyon érzékeny műszerrel mutatható ki.



Fotocella kapcsolása és annak kapcsolási rajza

A fényelektromos jelenség vizsgálata fotocellával

A következő grafikonon egy fotocella idealizált feszültség-áramerősség grafikonja látható a *Fotocella kapcsolása és annak kapcsolási rajza* ábra szerinti kapcsolásban. A grafikon alapján megállapítható, hogy a fotoáram egyáltalán nem követi Ohm törvényét. Ha a fotocellára nem kapcsolunk



Fotocella áram–feszültség grafikonja

feszültséget, de megvilágítjuk, akkor is kapunk már egy gyenge fotoáramot. A katód-anód feszültség növelésével ez hamar eléri maximális telítettségét, és ez nem változik a növekvő feszültség ellenére sem, hiszen az elektronok lényegileg már rögtön elérik az anódot.

Az áramot csak a fényerő növelésével növelhetjük. A fényerősség növelése több fotont jelent, nagyobb lesz így a fotoáram. Az **ellenteret alkalmazva** (azaz a telepek polaritását felcserélve) a fényerősségtől függetlenül ugyanannál a zárófeszültségnél szűnik meg a fotoáram. Az ellentérrel ugyanis a kilépő elektron mozgási energiája nullára csökkenthető, a munkatétel értelmében tehát fennáll a következő egyenlőség:

$$W = e \cdot U_{\text{záró}} = \frac{1}{2} m_e \cdot v_{\max}^2,$$

ekkor a fényelektromos egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$\boldsymbol{hf = W_{ki} + e \cdot U_{záró}}$$

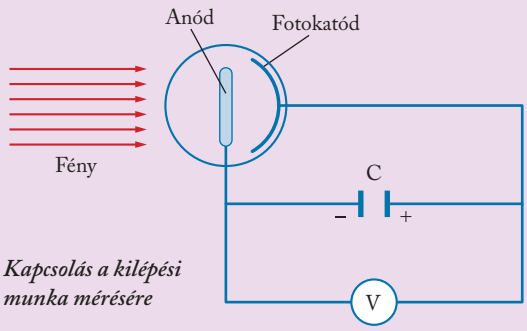
Látható tehát, hogy a zárófeszültséget a fény frekvenciája határozza meg. Mivel a kék fénynek nagyobb a frekvenciája, ezért a kék fénynél a zárófeszültség (abszolút értékben) nagyobb lesz, mint például a zöld fénynél.

A fenti összefüggés alkalmas arra is, hogy a megvilágító fény frekvenciájának ismeretében a zárófeszültség mérésével a kilépési munkát meghatározzuk.

MÉRÉSI FELADAT

A kilépési munka mérése fotocellával

A kilépési munka a következő oldali ábrán lévő kapcsolással is vizsgálható. Ennek a kapcsolásnak a nagy előnye az, hogy ekkor nem kell változtatható feszültségű áramforrást használnunk, aminek belső ellenállása hibaforrás lehet. A fotocellával párhuzamosan egy kondenzátort kötünk, aminek feszültségét mérjük a rákapcsolt voltmérővel. A fotocellát besötétített környezetben egy adott λ hullámhosszúságú, monokromatikus fénnyel világítjuk meg. Ennek hatására a fotokatódból elektronok lépnek ki, amik feltöltik a kondenzátort. Ugyan-



Kapcsolás a kilépési munka mérésére

akkor a katód és az anód közt a töltődő kondenzátor hatására ellentér alakul ki. A kondenzátor addig képes töltődni, amíg a katódból kilépő elektronok energiája nagyobb, mint amekkora munkát képes rajta az ellentér végezni. Ekkor azt tapasztaljuk, hogy a kondenzátorra kapcsolt voltmérő elér egy maximális feszültségértéket, a zárófeszültséget. Ekkor az e töltésű és m tömegű elektronok lefékeződésekor fennáll, hogy az elektronok mozgási energiája egyenlő az ellentér által az elektronon végzett munkával, azaz $\frac{1}{2} m_e \cdot v_{max}^2 = e \cdot U_{záró}$.

Az Einstein-féle fényelektromos egyenletbe behelyettesítve a $hf = W_{ki} + e \cdot U_{záró}$ összefüggést kapjuk, amelyből a kilépési munka kiszámítható.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Ismeretlen anyagú fotokatóddal ellátott fotocella katódja és anódja közé 1 μF-os kondenzátort kötünk, ami maximálisan 2,12 V-ra töltődik fel 265 nm-es UV fény hatására.

a) Mekkora a kilépési munka nagysága, és milyen anyagú lehet a fotocella fotokatódja? (A fotocella anyagának a megállapításához használjuk a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadványt.)

b) Mennyi töltés gyűlt össze a kondenzátoron?

MEGOLDÁS

Adatok:

$C = 1\ \mu F$

$U = 2{,}12\ V$

$\lambda = 265\ nm$

---

a) $W_{ki} = ?$

b) $Q = ?$

a) A fotokatód anyagának meghatározásához a kilépési munkát kell megadnunk. Az Einstein-féle fényelektromos egyenletből:

$$h\frac{c}{\lambda} - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = W_{ki}$$

Az elektron mozgási energiája a kondenzátor fékező terének munkájával egyenlő:

$$eU = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Így $W_{ki} = h\frac{c}{\lambda} - eU$,

amelyből

$W_{ki} = 4{,}11 \cdot 10^{-19}\ J = 0{,}41\ aJ.$

A *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadvány alapján a bárium kilépési munkája 0,42 aJ, tehát bárium lehet a fotocella katódja. Ez el is képzelhető, mert régebben a báriumot használták elektroncsöveknél.

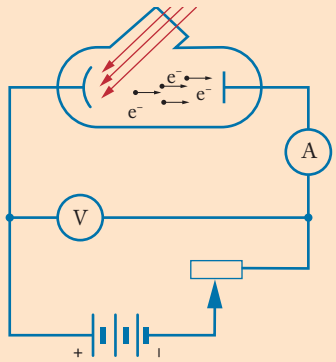
b) A kondenzátoron $Q = CU$ töltés halmozódik fel.

Így $Q = CU = 2{,}12\ \mu C$.

KÍSÉRLET

A Planck-állandó mérése

A Planck-állandó egyszerűbben meghatározható két ismert frekvenciájú fényforrással (vagy két jó minőségű, azaz monokromatikus fényelőállító színszűrővel is) a lenti ábrának megfelelő kapcsolással.



A fotocella Planck-állandó mérésére szolgáló kapcsolása

A mérés elve azon alapszik, hogy a fotocellára kapcsolt ellenteret addig növeljük, amíg az elektronokat lefékezi. Ekkor a fotocellán átfolyó áram erőssége nulla lesz, az ampermérő nem mutat áramot. Ekkor megmérjük azt a feszültséget, ami ahhoz szükséges, hogy egy adott frekvenciájú fény által kiváltott elektronokat visszaszorítsa a fotocella anódjáról.

Ebben az esetben a katódból kilépő elektronok $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ mozgási energiája egyenlő az elektromos mező által végzett munkával, amely az elektronokat lefékezi:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = eU$$

A foton $E = hf$ energiája egyrészt a kilépési munkát (W_{ki}), másrészt a kilépő elektronok mozgási energiáját fedezi:

$$hf = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + W_{ki}$$

A két összefüggést felhasználva és a mérést két különböző frekvenciájú fénnyel elvégezve felírható a

$hf_1 = eU_1 + W_{ki}$ és a $hf_2 = eU_2 + W_{ki}$ egyenlet.

A két egyenlet kivonása után $hf_1 - hf_2 = eU_1 - eU_2$ adódik. Ebből a Planck-állandóra a következőt kapjuk:

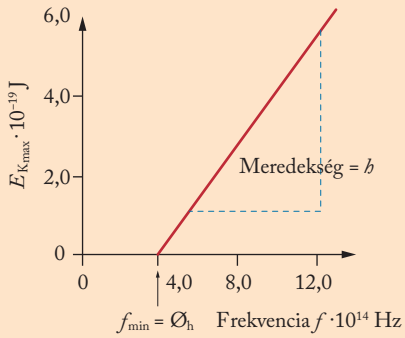
$$h = e \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2}$$

Az eredmény annál pontosabb, minél nagyobb a két mérés frekvenciájának különbsége.

A mérés elvileg egyszerű, de inkább csak becslésnek tekinthető. Ugyanis nehézkes a nagyon kis áramerősségek pontos mérése, és annak megállapítása, hogy az mikor csökken nullára. A fotocellán is számos szennyeződés lehet, ami szintén negatívan befolyásolja a mérés pontosságát.

Megjegyzés: Ha sok frekvencián megmérjük a kilépő elektronok energiáját az ellenteres módszerrel, akkor elvileg nagy pontossággal meghatározható a Planck-állandó, mint az energia-frekvencia függvény grafikonjának meredeksége. (Ez alapján már Millikan 1916-ban nagy pontossággal meghatározta azt.)

Ennek a módszernek az a hátránya, hogy több monokromatikus fényforrást igényel. A fényelektromos jelenség alkalmas arra is, hogy segítségével az egyik legfontosabb állandót, a Planck-állandót megmérjük.



A fémből kilépő elektron mozgási energiája a foton frekvenciájának függvényében

A $hf = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + W_{ki}$ összefüggésből következik, hogy a grafikon egyenesének meredeksége éppen a Planck-állandó. Ez könnyen belátható, hiszen az egyenes egyenletét $y = ax + b$ alakban keressük, a fényelektromos egyenletünk átrendezett alakja pedig

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = hf - W_{ki},$$

ahol y az $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ kilépő elektron mozgási energiája, x a foton f frekvenciája, az a meredekség a h Planck-állandót határozza meg, b-nek pedig a W_{ki} felel meg.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy fotocella segítségével határozzuk meg a Planck-állandó értékét. A fotocellát először 430 nm-es ibolyaszínű fénnyel, majd 610 nm-es narancssárga fénnyel világítjuk meg. Az első esetben minimálisan 2,20 V, míg a második esetben 1,41 V zárófeszültség esetén lett zérus az anódáram.

a) Az elemi töltés ismeretében határozzuk meg a Planck-állandó értékét!

b) Mekkora lesz a fotocella kilépési munkája?

MEGOLDÁS

Adatok:

$\lambda_1 = 430$ nm

$\lambda_2 = 610$ nm

$U_1 = 2{,}20$ V

$U_2 = 1{,}41$ V

---

a) $h = ?$

b) $W_{ki} = ?$

a) A Planck-állandó mérésénél levezetett összefüggés alapján:

$$h = e \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2} = \frac{e}{c} \frac{U_1 - U_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = 6{,}14 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Ez az irodalmi értéknél kicsit kisebb.

b) Az adatokat az ellentérkapcsolásnál levezetett $W_{ki} = h \frac{c}{\lambda} - eU$ alakú fényelektromos egyenletbe behelyettesítve: $W_{ki} = 1{,}38 \cdot 10^{-19}$ J.

ALKALMAZÁSOK

A fotocella

A fotocella leggyakoribb alkalmazásai közé a **fényelektromos reléberendezések** tartoztak. Ha *A fotocella Planck-állandó mérésére szolgáló kapcsolása* című ábrán (225. oldal) a kapcsolásnál az ellenállás helyébe egy közönséges relé elektromágnese kerül, akkor a fotoáram (megfelelő erősítés után) tetszőleges áramkört nyithat, vagy zárhat. Ilyen önműködő kapcsoló-, számláló-, biztosító- stb. berendezések egész sora használatos az automata kapuktól a tűzjelzőkig.

Egy másik alkalmazása a fotoelektron-sokszorozó, amelynél akár egyetlen foton is lavinaszerű elektronsokszorozást indíthat el. Ez az atomfizika egyik legalapvetőbb érzékelője, ami nagyon kis fényintenzitások detektálására szolgál.

Napjainkban a **fotocellák** szerepét a **félvezető eszközök** vették át. Félvezetők külső megvilágítás hatására vezetési képességüket nagymértékben megváltoztathatják. A digitális fényképezőgépek és kamerák CCD áramkörei lényegében a félvezető eszközökben létrejövő úgynevezett belső fotoeffektussal működnek, amelyek sokban hasonlítanak az általunk is tárgyalt, gyakran külsőnek nevezett fotoeffektushoz. Ilyenkor a fény hatására nem a külső térbe lépnek ki szabad elektronok, hanem a megvilágított félvezetők elektromos vezetőképessége nő meg. A jelenség során a megvilágítás hatására és időtartamára a mozgásra képes töltéshordozók koncentrációja növekszik meg. A CCD-ben egy pixelben keletkezett töltés, mint egy csomag lesz léptetve és kiolvasva. A napelemek is a fotoeffektushoz hasonló elven működnek. Az ilyen típusú félvezető eszközök fejlesztése napjainkban is hatalmas lendülettel folyik.



Egy digitális kamera fotoszenzora is a fényelektromos jelenség alapján működik

MÉRÉSI FELADAT

A Planck-állandó egyszerű meghatározása LED-ekkel

A következő egyszerű mérési módszerrel nagyságrendileg helyesen megkaphatjuk a Planck-állandó értékét.

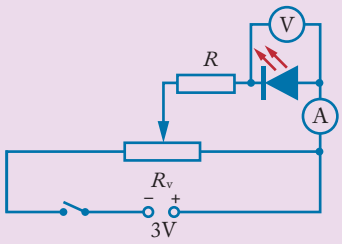
A mérés elve a következő:
A világító diódák csak egy meghatározott feszültségnél, az úgynevezett nyitófeszültség hatására kezdenek vezetni, és ezzel egy időben világítani. Ekkor a feszültségforrás által biztosított eU energia már elég az adott színű foton kibocsátásához. Ilyenkor a következő egyenlet teljesül: $e \cdot U_{NY} = h \cdot f$, ahol e az elektron töltése, U_{NY} a nyitófeszültség, h a Planck-állandó, f pedig a LED által kibocsátott fény frekvenciája. Ez utóbbit a hullámhossza alapján tudjuk meghatározni. A hullámhosszt pedig optikai ráccsal mérhetjük a hullámoptikánál megismert módon, vagy egyszerűen a LED adatlapjáról átvesszük. Ebből egyszerű módon származtatható a Planck-állandó.

$$e \cdot U_{NY} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Ebből a Planck-állandó: $h = \frac{e \cdot \lambda \cdot U_{NY}}{c}$

A mérés menete

Állítsunk össze *A LED kapcsolása a Planck-állandó meghatározásához* című ábrának megfelelő kapcsolást! A kapcsolásban a LED előtt egy néhány száz ohmos R előtét-ellenállást kötünk be. A feszültség szabályozását egy néhány kiloohmos R_V ellenállású potenciométerrel végezzük.



A LED kapcsolása a Planck-állandó meghatározásához

Először kapcsoljuk be az áramforrást, majd tekerjük a potenciométert olyan irányba, hogy a LED kialudjon! Ezek után keressük meg azt a feszültséget, amelyen a LED újra elkezd világítani! Érdemes az ampermérőt is figyelni, mert az ampermérő ekkor kezd áramerősséget mutatni a μA-es tartományban.

ALKALMAZÁSOK

A szupravezetés

A XX. század elején hélium cseppfolyósító berendezésekkel végzett kisérletekkel azt tapasztalták, hogy bizonyos anyagok (pl. higany, alumínium) nagyon alacsony hőmérsékleten minden elektromos ellenállásukat elvesztették, és úgynevezett szupravezetővé váltak. Némileg meglepő volt, hogy a szobahőmérsékleten jó vezetőnek számító anyagoknak (pl. réz, arany) 0 K-es hőmérséklet közelében is marad valamennyi maradék ellenállása. A jelenség magyarázatát az atomfizikai elméletek alapján sikerül megtalálni. Eszerint a szupravezető áramot szállító töltések elektronpárokba állnak (felfedezőjükről **Cooper-párnak** nevezik), amelyek az egyszerű elektronoktól eltérő módon terjednek.

A **magas hőmérsékletű szupravezetők** felfedezésével (1986) vált lehetővé, hogy a folyékony héliumnál lényegesen olcsóbb folyékony nitrogén forráspontján is elérhető legyen a szupravezetés. Az ekkor felfedezett új anyagok tulajdonságaival vált elképzelhetővé a szupravezető motorok vagy távvezetékek készítése. Ha egy szupravezető tekercsbe áramot vezetünk, majd a tápegységet lekapcsoljuk és a tekercs végeit rövidre zárjuk, akkor a tekercsben keringő, akár 100 A nagyságú, időben állandó, több Tesla nagyságú mágneses tereket tarthatunk fenn. Erre az elvre épülnek a mágnesesen lebegtetett vonatok, az orvosi MRI készülékek és a CERN részecskegyorsító szupravezető mágneses tekercsei.

A többi LED esetén is jegyezzük fel azt a feszültséget, amelyen elkezd világítani. Valójában a nyitófeszültség meghatározása nem is olyan egyértelmű, annak pontosabb meghatározása kissé bonyolultabb ennél. Ez egyben a mérés legnagyobb hibája is, emiatt a nagyságrendi közelítésnél jobb eredményt nem is remélhetünk. A másik hibaforrás abból adódik, hogy az elektronok nemcsak a telep feszültségéből kapnak energiát, hanem a hőmozgásból is.

Mérési eredmények

Az alábbi táblázatban az U_{Ny} oszlopban rögzítettük a mérések során kapott nyitófeszültségeket.

LED színe	λ (nm)	U_{Ny} (V)	$h = \frac{e \cdot \lambda \cdot U_{NY}}{c}$ (10^{-34} Js)	h átlaga (10^{-34} Js)
Piros	620	1,56	5,16	5,14
Narancs	590	1,68	5,29	
Zöld	520	1,79	4,97	

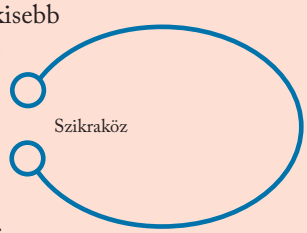
A Planck-állandó irodalmi értéke: $h_{IR} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js. A mérés relatív hibája:

$$\frac{|5{,}14 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} - 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}|}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}} \cdot 100\% = 22{,}4\%$$

Ez elég nagy hiba, de a módszer említett gyengéit figyelembe véve, nagyságrendileg megfelelő.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Kalciumbevonatú lemezt megvilágítunk vörös, majd kék fénnyel. Azt tapasztaljuk, hogy a kék fény hatására elektronok lépnek ki a lemezből, míg vörös fény esetében nem. Mi a magyarázat?
2. Változik-e a fotocella áramának erőssége, ha a megvilágító fényforrás teljesítményét növeljük, miközben a fény hullámhossza állandó marad?
3. András és Bernadett a fizikaszakkörön egy fotocellát vizsgál. Vörös színű lézerrel világítják meg a fotocella katódját, de semekkora fotoáramot nem tapasztalnak. András azt javasolja, hogy világítsák meg még egy ilyen lézerrel, kétszer akkora fényerővel talán már sikerül fotoáramot elindítani. Bernadett azt javasolja, hogy használják inkább a zöld színű lézerüket. Melyiküknek lehet igaza?
4. Hertz az elektromágneses hullámok tanulmányozása során az elektromágneses hullámokat az alábbi antennával mutatta ki. Egy fémgyűrű egyik végén kis hasíték volt, ezen két kisebb gömb közti szikraközben figyelt meg apróbb szikrákat, ha elektromágneses hullámok haladtak az antenna környezetében. Hertz felfedezte, hogy könnyebb a szikraközben szikrákat kiváltani, ha a két kis gömböt UV sugárzás éri. Ez alapján sokan Hertzet tekintik a fényelektromos jelenség felfedezőjének. Magyarázzuk meg, hogy miért!



5. A fotocella tűszerű, vagy gyűrű alakú anódját olyan fémből készítik, aminek nagy a kilépési munkája. Erre miért van szükség?

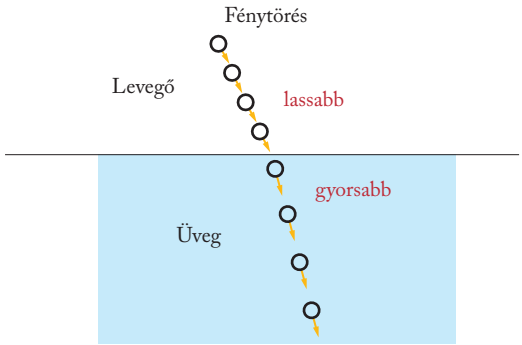
3. A fény kettős természete

Néhány korai elmélet a fény természetéről

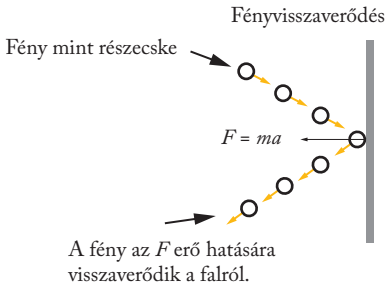
A XVII. század legvégén Newton, a fény részecsketermészetének híve, komoly vitákat folytatott a kiváló holland fizikussal, Huygensszel a fény természetéről.

A fény Newton-féle korpuszkuláris elmélete

Newton a **fény korpuszkuláris elméletét** alkotta meg. Úgy gondolta, hogy a fény apró részecskékből áll. Ezt az elméletet felhasználva matematikai értelmezést tudott adni a fényvisszaverődés és a fénytörés törvényeinek. Elképzelte, hogy a fényrészecskék a felületekről visszapattannak, mint egy falról visszapattanó labda, ezzel megmagyarázta a fényvisszaverődést. A fénytörésről úgy gondolkodott, hogy a fényrészecskék sebessége megváltozik, amikor az egyik anyagból a másikba lépnek át.

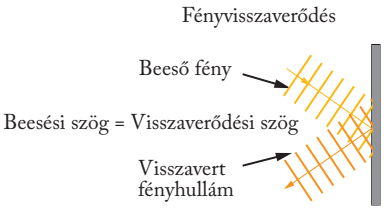


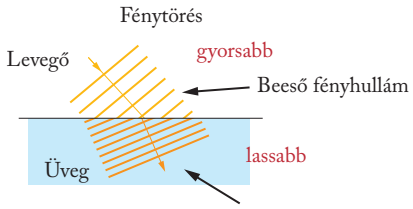
A fény gyorsabban halad egy optikailag sűrűbb közegben, aminek következtében meggörbül az üvegbe belépve.



A fény visszaverődése és törése Newton korpuszkuláris elmélete szerint

Huygens egészen más elképzeléssel állt elő. Azt állította, hogy **a fény hullámokból áll**. Ezek a hullámok szétterülnek ugyanúgy, mint amikor egy kő a vízbe esik. Hullámelméletével képes volt megmagyarázni a fényvisszaverődés és a fénytörés törvényeit is. Newton elméletétől eltérően a hullámelmélet megkövetelte, hogy a fény sebessége kisebb legyen üvegben vagy vízben, mint levegőben.





A fény lassabban halad az optikailag sűrűbb közegben, ezért megtörik a közeghatáron.

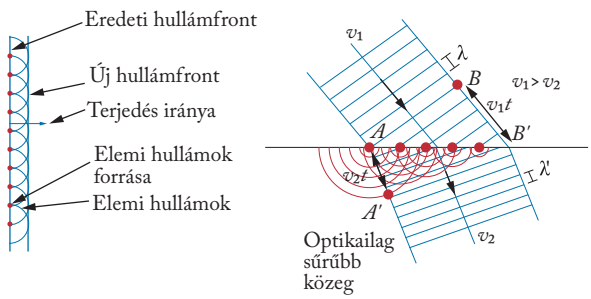
A fényvisszaverődés és a fénytörés Huygens hullámelmélete alapján

A fénytörés magyarázata Huygens elméletével

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Látjuk, hogy Newton elképzelése összeegyeztethetetlen a mai ismereteinkkel, hiszen a fény közegben (pl. vízben vagy üvegben) lassabban terjed, mint levegőben, Newton elméletében pedig ez pontosan fordítva volt. Huygens elméletéhez a hullámfont fogalmát vezette be. Azt feltételezte, hogy a hullámfront minden egyes pontja elemi hullámok kiindulópontja, és az időben később észlelt hullámfront pedig ezeknek az elemi hullámoknak lesz a közös burkolófelülete. Ezzel sikeresen magyarázta a fénytörést.

Tekintsük a 2. rajzon azt a pillanatot, amikor a kiszemelt hullámfrontunk A pontja éppen eléri a két közeg határát. Ekkor a hullámfront másik végén a B pont $v_1 t$ távolságra van még attól a B' ponttól, ahol majd a közeg határához ér. Mire a B pont B'-höz ér, addigra az A pont-



Huygens hullámelméletének értelmezése fénytörés esetén

ból elindult elemi hullám az új (kisebb terjedési sebességű) közegben A'-höz ért, $v_2 t$ távolságot megtéve. Mivel a hullám terjedési iránya a hullámforrásra merőleges, ezért a geometriai viszonyokból következik, hogy a hullám a Snellius–Descartes-törvénynek megfelelően megtörik.

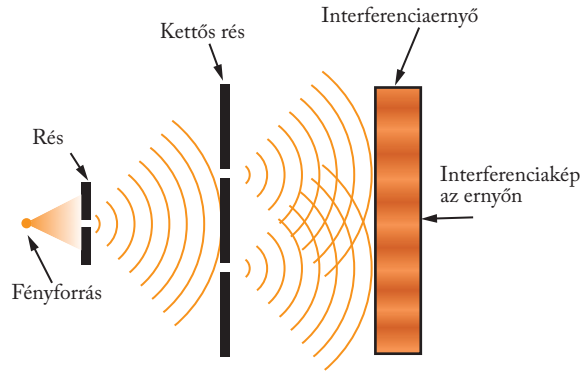


Christiaan Huygens (1629–1695)

Young-féle hullámelmélet

A XIX. század elején azonban a vita eldőltnek tűnt: ekkor fedezték fel a fény interferenciáját, amit csak a hullámtermészettel lehetett értelmezni. Több mint száz éven keresztül a legkiválóbb fizikusok sora egyre-másra fedezte fel az újabb és újabb interferencia- és polarizációs jelenségeket, amelyek elmélyítették a fényről mint hullámról alkotott ismereteket.

Thomas Young a XIX. század elején további bizonyítékkal szolgált Huygens hullámelméletéhez. Híres, **kétréses kísérlete** bemutatta az interferenciajelenséget, amely akkoriban csak úgy volt megmagyarázható, hogy a fényt hullámnak tekintették.



A fény interferenciája kettős résen

A XIX. század derekán pedig, mint korábbi tanulmányainkban láttuk, **Maxwell a fényt mint elektromágneses hullámot** is leírta már, a század végére pedig Hertz és mások az elektromágneses hullámokra vonatkozó elméleti jóslatok nagy részét igazolták. A fény hullámtermészete a XIX. század egyik legsikeresebb fizikai elmélete volt.

Einstein fotonelmélete

Ilyen előzmények után Einstein ötletét a foton bevezetésére kezdetben meglehetősen idegenkedve fogadták. A fény részecsketermészetének felfedezése komoly világnézeti kérdéseket vetett fel. Hiába lehetett ezzel a feltételezéssel a fényelektromos jelenséget elegánsan értelmezni, a foton léte csak lassan vált elfogadottá. *A fénynek ugyanis kettős természete van: egyaránt képes részecske- és hullámtulajdonságokat mutatni.* A fény és az anyag kölcsönhatásai során gyakran a fotonokkal történő leírást alkalmazzuk, ami a fény részecskejellegét támogatja. A fénytani jelenségek közt van olyan, ami a hullámmodellel könnyen magyarázható. Ilyen az interferencia, a polarizáció. Akad olyan, amelyik mind a részecsketermészettel, mind a hullámtermészettel értelmezhető (pl. az, hogy a fénynek nyomása van), és van olyan is, ami a klasszikus szemléletmóddal való gyökeres szakítással érthető csak meg.

A foton kettős természetének a nagy tanulsága: olyan újfajta szemléletmódot kíván meg, ami a hétköznapi szemléleten, a klasszikus fizikán is messze túlnyúlik. Hamarosan látni fogjuk, hogy ez a kettős természet a fizika egyik alapvető jelensége, és nem csak a fény értelmezhető így.

A foton tulajdonságai

A foton (energiaadag) energiája $\varepsilon = hf$, mely az elektromágneses hullám terjedési sebességére jellemző $c = \lambda \cdot f$ felhasználásával $\varepsilon = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ **alakban is felírható.**

Az alábbi táblázat tartalmazza a foton tulajdonságaival kapcsolatos összefüggéseket.

Energiája (ε)	$\varepsilon = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$
Vákuumbeli sebessége (c)	$c \sim 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Tömege	0
Lendülete (p)	$p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$
Elektromos töltése	0
Élettartama	stabil

A **foton lendülete** a $p = \frac{h \cdot f}{c}$ összefüggéssel írható le, amely abból következik, hogy az elektromágneses tér energiája és lendülete közt fennáll (ld. a *Speciális relativitáselmélet* témáját) az $E = pc$ összefüggés.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora a hullámhossza egy $5{,}5 \cdot 10^{-19}$ J energiájú fotonnak?

MEGOLDÁS

Adatok:

$\varepsilon = 5{,}5 \cdot 10^{-19}$ J, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js, $c = 3 \cdot 10^{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\lambda = ?$

A foton energiája és hullámhossza között fennáll az $\varepsilon = hf = h\frac{c}{\lambda}$ összefüggés, amelyből λ kiszámítható:

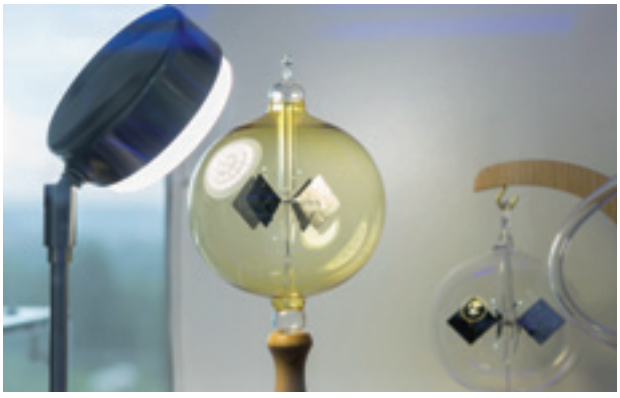
$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^{8})}{5{,}5 \cdot 10^{-19}} = 3{,}616 \cdot 10^{-7} \approx$$

$$\approx 3{,}62 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

A fény hullámhossza $3{,}62 \cdot 10^{-7}$ m.

A fénynyomás

A fény hullámelméletéből már a XIX. század végén levezették, hogy a fénynek van nyomása, ahogy azt *Az elektromágneses jelenségek* című fejezetben láttuk. A fénynyomás azonban a fotonokkal is nagyon egyszerűen magyarázható ahhoz hasonlóan, ahogy a gázok nyomását is értelmeztük: Az anyagba becsapódó fotonok lendületváltozást szenvednek, és ennek következtében erőt gyakorolnak arra a felületre, amelyik őket elnyeli vagy visszaveri. Ebből az erőből származik a fénynyomás.



A fénynyomás kísérleti igazolása radiométerrel

A számítások szerint a Nap sugárzásának fénynyomása a Földön 10^{-5} Pa nagyságrendű nyomást okoz. Ez kimutathatatlan a normál légköri nyomás, a 10^{5} Pa nagysága mellett. A Nap fénynyomása azonban az üstökösök rendkívül ritka csóvaanyagára már hatással van. A korai műholdak pályája már észrevehetően módosult a sugárnyomás hatására. Űrállomások nagy méretű napelemtábláinál is érzékelték azt a forgatónyomatékot, ami a sugárnyomásból adódott. Csillagok belsejében pedig akkora lehet az értéke, hogy hatalmas méretűre fújja fel az égitestet.

MÉRÉSI FELADAT

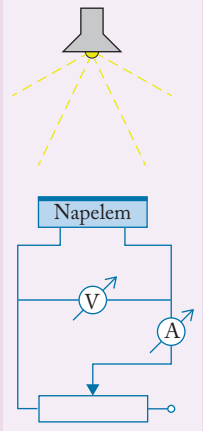
Napelemcella vizsgálata

Feladat: A rendelkezésre álló eszközökből állítsuk össze a kísérletet! Mérjük ki a lámpa alatt 25-30 cm távolságban elhelyezett napelemcella feszültség-áramerősség karakterisztikáját! Mérési adataink alapján határozzuk meg a cella teljesítményének terhelésfüggését (áramerősség-függését), tegyünk javaslatot a cella optimális terhelésére!

Szükséges eszközök:
Napelemcella (a napelemes kerti lámpa cellája) banándugós csatlakozással, feszültség- és árammérő műszerek, 1000 Ω-os 50 mA-ig terhelhető változtatható ellenállás, állítható magasságú lámpa (75 W).

A kísérlet leírása:
A kísérleti összeállítást a rajz és a fotó mutatja.





A mérés leírása:
Állítsuk össze a kapcsolást az ábra szerint! A lámpát állítsuk kb. 25 cm magasságba a napelemcella fölé, a változtatható ellenállást állítsuk maximális értékre, és olvassuk le a műszereken a cella feszültségének és a kör áramának értékét! Az ellenállást fokozatosan csökkentve növeljük lépésről lépésre az áramot 2-3 mA-rel, és minden lépés után jegyezzük fel a műszerek adatait!

A mérési adatokat foglaljuk táblázatba, és rajzoljuk fel a cella feszültség-áramerősség karakterisztikáját! Értelmezzük a kapott görbét!

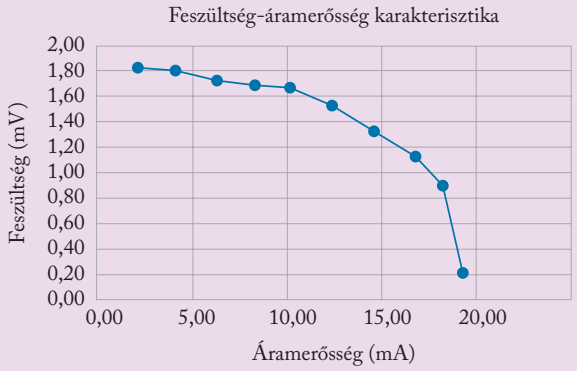
A mért adatok alapján határozzuk meg a cella teljesítményét a terhelés (áram) függvényében, és az eredményt ábrázoljuk grafikonon!

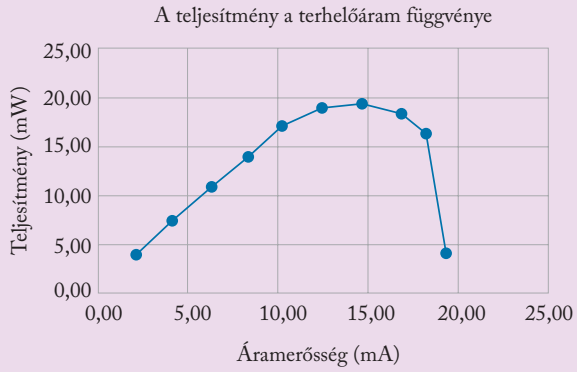
MEGOLDÁS

A leírás szerint elvégzett mérés adatait táblázatba foglaljuk. A harmadik oszlopban a $P = U \cdot I$ szorzattal kiszámítjuk a cella teljesítményét is.

U (V)	I (mA)	P (mW)
1,82	2,10	3,82
1,80	4,10	7,38
1,72	6,30	10,84
1,68	8,30	13,94
1,66	10,20	16,93
1,52	12,40	18,85
1,32	14,60	19,27
1,13	16,80	18,98
0,89	18,20	16,20
0,21	19,30	4,05

Majd ábrázoljuk a feszültség-áramerősség grafikont és a teljesítmény-áramerősség grafikont.





Az eredmények értékelése:

A feszültség-áram karakterisztikáról leolvasható, hogy a terhelés (áram) növekedésével az üresjárási feszültség eleinte lassan, majd egyre fokozódó ütemben csökken, a cella rövidzárási áramát megközelítve a feszültség hirtelen esik zérus közelébe. A cellát az adott megvilágítás mellett adódó U_0 üresjárási feszültséggel és az I_{rz} rövidzárási árammal jellemezhetjük. A mérési példánkban ezek az adatok: $U_0 \approx 1{,}8$ V, $I_{rz} \approx 19{,}3$ mA.

A teljesítmény az áram függvényében kezdetben közel lineárisan nő, majd egy maximum elérése után hirtelen csökken. Az általunk vizsgált cella maximális teljesítménye az alkalmazott megvilágítás esetén kb. 19 mW, amit kb. 14-15 mA-es terhelőáramnál érhetünk el. Ha maximális teljesítményt akarunk kinyerni a napelemcellából, akkor ezt a terhelőáramot kell beállítanunk.

Mérési hibát okozhat a műszerek leolvasási pontatlansága, illetve a mérés során a fényforrás esetleges elmozdulása, a változtatható ellenállás kontakthibája.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Soroljunk fel olyan jelenségeket, amelyek a fény részecsketermészete mellett, és olyanokat, amelyek a fény hullámtermészete mellett szólnak!
2. Miben volt helyes, és miben nem a Newton-féle korpuszkuláris elmélet?
3. A fény milyen tulajdonságait igazolta Huygens hullámelmélete?
4. Milyen hullámjelenséget igazolt Young kétréses kísérlete?
5. Einstein fotonelmélete hogyan igazolta a fény kettős természetét?
6. Milyen alakokban írhatjuk fel a foton energiáját és lendületét?
7. Mit nevezünk fénynyomásnak?
8. Mit mutat meg a napelemcella vizsgálatakor felvett teljesítmény-áramerősség grafikon?

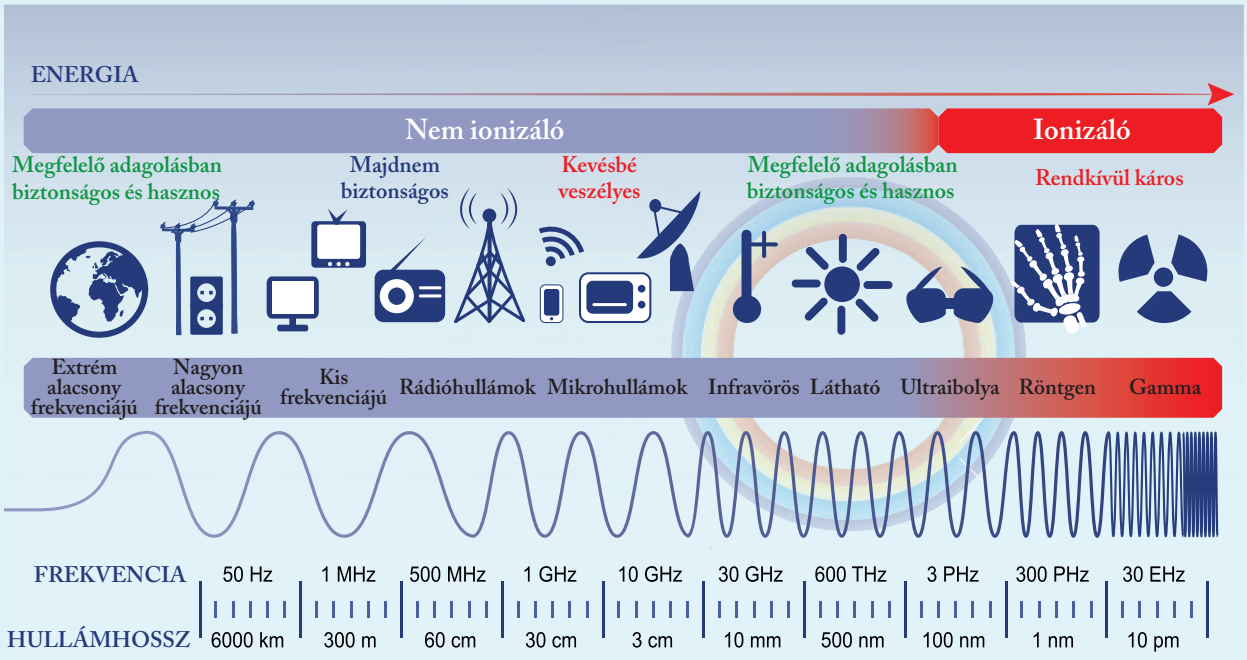
4. A röntgensugárzás és tulajdonságai

EMLÉKEZTETŐ

Korábbi tanulmányaink során már megismerkedtünk a teljes elektromágneses színképpel, amit a teljes elektromágneses színkép ábrája alapján ismételhetünk át. Az ábra szemléletesen mutatja be, hogy milyen tartományai vannak az elektromágneses színképnek.

Az alsó sorban a frekvencia és hullámhosszak nagyságrendjét szemléltettük. Az elnevezés felett néhány piktogram a gyakorlati szerepükről ad némi információt. A legfelső sorokban pedig láthatjuk, hogy a növekvő energiával miként nő meg az ionizáló hatásuk. Az ionizáló hatással függ össze a veszélyességük.

A nem ionizáló tartományba esik a mikrohullámú sütő 2,45 GHz-es frekvenciája, amely a vízmolekulák rezonciafrekvenciája. Mivel a mi szervezetünk nagy része is víz, ezért lehet számunkra is veszélyes ez a frekvencia. Így érthető, hogy a mikrohullámnak csak egy szűk tartománya veszélyes az élő szervezetre, nem a teljes mikrohullámú tartomány.



A teljes elektromágneses színkép

A fény fotokémiai hatása

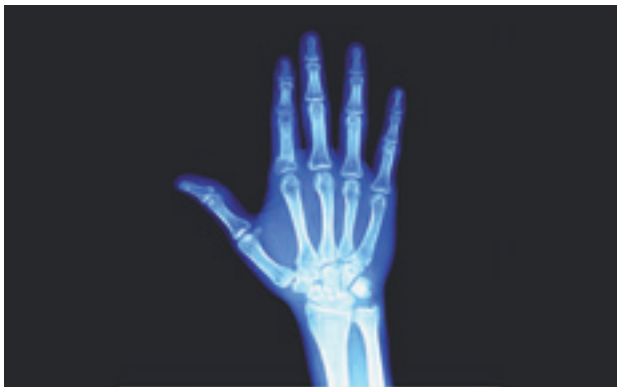
A nagy frekvenciájú, azaz nagy energiájú fotonok az anyaggal már különleges módon vannak kölcsönhatásban. Az UV sugárzásnak például ismert fotokémiai hatásai vannak. A fotokémiai hatás lényege, hogy bizonyos kémiai reakciókat csak adott frekvencia feletti fénnyel, azaz bizonyos minimális energiával rendelkező fotonokkal hozhatunk létre.

Ismert, hogy a Nap UV sugarainak hatására lebarnulunk. Ha üveg mögött ülünk, bármennyire is melegünk van a napsugárzástól, nem barnulunk, mert az üveg az UV fény nagy részét elnyeli. Csak az UV fény fotonjainak van elég energiája ahhoz, hogy a bőrünkben létrehozzák a barnulás néven jelentkező fotokémiai reakciót. Az UV és az annál nagyobb energiájú sugárzások káros élettani hatása is ezekkel a nagy energiájú fotonokkal magyarázható.

Természetesen még számos más példát említhetünk a fotokémiai hatásra. Elég például csak arra gondolni, hogy nyilván nem véletlenül teszik a söröket, illetve a vörösborokat sötétzöld vagy barna üvegbe, és a fénnyel aktivált gyógyszerekről is egyre többet hallani.

A röntgensugárzás és a fotonok

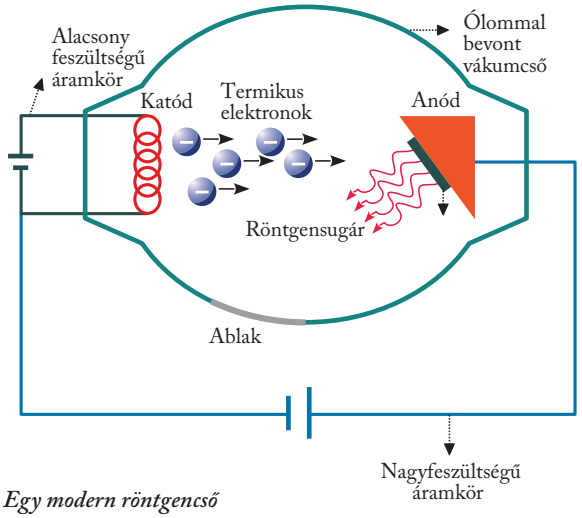
A röntgensugárzás és az anyag különleges kölcsönhatása széles körben ismert. A röntgensugárzás nagy energiájú fotonjai például már számos kis rendszámú elemből álló anyagon áthaladnak, és csak a nagyobb rendszámú fémek nyelik el hatásosan. Ismert ionizáló hatásáról is. Mindezek rávilágítanak arra, hogy a nagy energiájú fotonok anyaggal való kölcsönhatásai különlegesek, érdemes ezeket jobban is megvizsgálni.



Kézfej röntgenképe

A röntgensugárcső működése

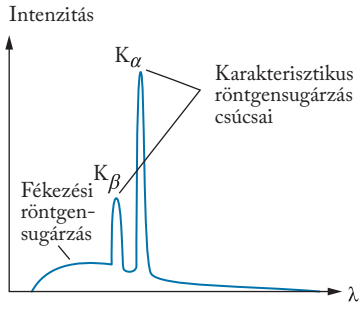
Elektromosan fűtött katódról elektronok lépnek ki. Ezeket termikus elektronoknak nevezzük. Az elektronokat U feszültségű elektromos térrel gyorsítjuk, míg – az elektronok mozgásához képest 45°-os szögben álló – **a nagy sebességű elektronok az anódra** nem érnek. Itt többszöri ütközés következtében energiájuk túlnyomó része hővé és kis része (néhány %-a) elektromágneses energiává, röntgensugárrá alakul. Az ütközések során az anód felmelegszik, a túlmelegedés megakadályozására forgó anódot alkalmaznak.



Egy modern röntgencső

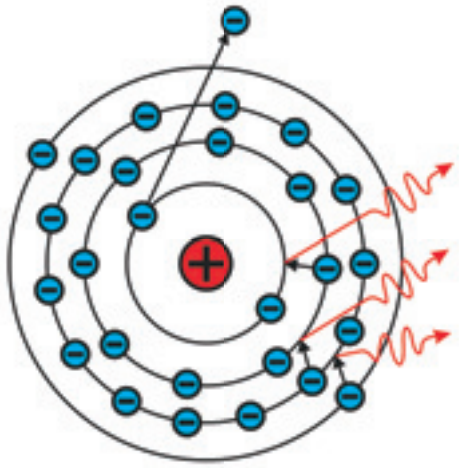
Röntgensugárzás keletkezése

A röntgencsövek működésének megismerésekor megtudtuk, hogy röntgensugárzás keletkezik mindenütt, ahol nagy sebességű elektronok anyagba ütköznek. Nagyobb részük lefékeződik az atommagokat körülvevő pozitív elektromos térben (többszöri ütközés következtében). Ekkor folytonos **fékezési röntgensugárzás** keletkezik.



Molibdén anódú röntgencső fékezési és karakterisztikus sugárzásának egymásra szuperponálódott spektrumai. Megfigyelhetők a molibdénre jellemző K_α és K_β vonalak.

Az elektronok kisebb része pedig elektronokat lök ki az atommagok körül lévő K, L, M és N energianívóról. Ekkor a magasabb pályák valamelyikéről egy elektron ugrik a megüresedett helyre. A felszabaduló többletenergiáját **karakterisztikus röntgensugarakként** bocsátja ki. Egy elektronkilökődés következtében több karakterisztikus röntgensugárzás is keletkezik.



Karakterisztikus röntgensugárzás folyamata

Röntgensugárzás határfrekvenciájának kiszámítása

A röntgensugárzás előállítható röntgencsővel, illetve gyorsítóberendezésekkel is, például ciklotronnal. A Maxwell-elméletből következik ugyanis, hogy egy gyorsuló töltés elektromágneses hullámokat kelt. A röntgencsőben a sugárzás egyik része, az úgynevezett fékezési sugárzás akkor keletkezik, ha a katódból kilépő elektronok becsapódnak az anódba, vagy egy speciálisan erre a célra kiképzett antikatódba, és ott hirtelen lefékeződnek. A sugárzás során az elektron mozgási energiája alakulhat át a kibocsátott röntgenfoton energiájává. A legnagyobb frekvenciájú fotonra tehát a következőt írhatjuk fel:

$$eU = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = hf_{max}$$

A fenti képlet a hullámhosszra is kifejezhető, ekkor az úgynevezett fékezési határhullámhosszt kapjuk:

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{hc}{eU}$$

Ezt azért nevezik fékezési határhullámhossznak, mert ez a fékezési sugárzás során keletkező legrövidebb hullámhossz, ennél kisebb hullámhosszú sugárzás nem keletkezhet.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora minimális gyorsítófeszültséggel tudunk létrehozni $3 \cdot 10^{17}$ Hz frekvenciájú röntgensugárzást?

MEGOLDÁS

Adatok:

$f = 3 \cdot 10^{17}$ Hz; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Egy f frekvenciájú foton energiája:

$$E = (6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}) \cdot (3 \cdot 10^{17}\ \frac{1}{\text{s}}) \approx 2 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

Az U gyorsítófeszültség által leadott $W_{el} = eU$ elektromos energiából röntgentartományba eső foton keletkezik. Így $eU = hf$, ahonnan

$$U = \frac{h \cdot f}{e} = \frac{2 \cdot 10^{-16}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1250\ \text{V}$$

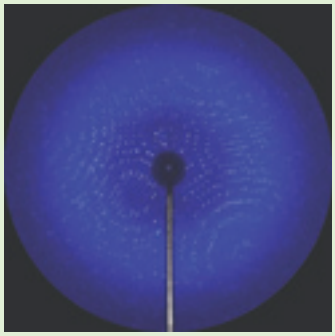
Ekkora gyorsítófeszültségnél a röntgencsövekben már keletkezhet egy röntgentartományba eső foton. Valójában a röntgencsövek feszültsége ennek vagy húszszorosa, ami azt mutatja, hogy a fenti összefüggés inkább tájékoztató jellegű, hiszen a relativisztikus jelenségeket sem vesszük figyelembe.

ALKALMAZÁSOK

Röntgenkrisztallográfia

A röntgensugárzás elektromágneses hullám voltát 1912-ben Max von Laue elméleti számításai alapján munkatársainak sikerült kimutatniuk. Laue kiszámította az anyagokban (kristályokban) az atomok egymástól való távolságát, és feltételezte, hogy az anyagok szabályos térbeli kristályrácsot alkotnak, amelyeknek nagyságrendje a röntgensugarak hullámhosszával egyezik meg.

Ezzel nemcsak a röntgensugár hullám- és fénytermészete igazolódott, hanem az anyagtudományban a hullámhosszúság mérésére és a kristályok szerkezeti felépítésének vizsgálatára (röntgenkrisztallográfia) is találtak egy eljárást, ugyanis a röntgensugárzás a szilárd test kristályain áthaladva elhajlási képet eredményez.



Röntgenkrisztallográfia kristályon

Ebből következtetni lehet a kristályszerkezetre. A módszerhez számos nagyon fontos felfedezés köthető. Így fedezték fel a DNS kettős spirál szerkezetét, de így határozták meg nagy pontossággal az Avogadro-féle számot is. A röntgensugárzást használják az iparban a belső szerkezetek vizsgálatára, az élelmiszeriparban sterilizálásra és még számos más helyen is.

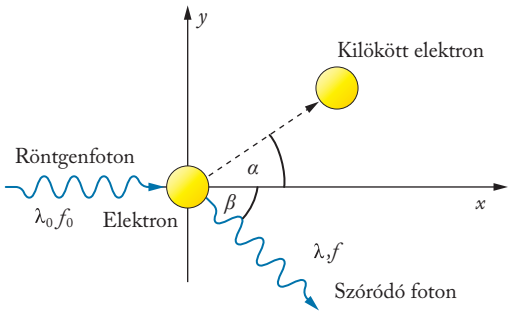
A röntgensugárzást széles körben alkalmazzák az orvostudományban, erről később még részletesen fogunk tanulni.



Emlékbélyeg a német tudós tiszteletére, aki felfedezte a röntgenkrisztallográfiát. A bélyegen egy kristályon áthaladó röntgennyaláb elhajlási képét láthatjuk

Nagy energiájú foton ütközése szabad elektronnal

Ha a foton részecsketermészetű, akkor „elvárható tőle”, hogy „biliárdgolyószerű” ütközéseket is produkáljon. Ilyeneket ténylegesen is tapasztaltak az 1920-as években, például akkor, amikor röntgenfotonokkal világítottak meg grafitot. A grafitban és sok más anyagban gyengén kötött elektronok vannak. A röntgenfotonok a grafitból egy adott irányba elektronokat ütöttek ki. A rugalmas ütközés közben a foton energiájának egy részét átadja az elektronnak, így frekvenciája is lecsökken, miközben egy másik irányba „elpattan”. A nagy energiájú elektromágneses sugárzás (UV, röntgen-, gamma-) ionizáló hatását ez a jelenség magyarázza. Az anyagba behatoló foton útja során akár több elektront is kiüt, közben energiája (frekvenciája) csökken, hullámhossza nő, miközben váltakozó irányba halad előre. Ez az oka egyúttal annak is, hogy nagy az áthatolóképességük az említett sugárzásoknak, főleg kis rendszámú, nemfémes anyagokban.



Nagy energiájú röntgenfoton és elektron ütközése

Egy ilyen ütközésre alkalmazhatjuk a lendület és az energiamegmaradás törvényét is. Ezeket írjuk fel most nem relativisztikus esetben a fenti ábra jelöléseit használva. Jelölje λ_0, illetve f_0 a nagy frekvenciájú röntgen- (vagy UV, gamma-) sugárzás hullámhosszát, illetve frekvenciáját. Az ütközés után β szöggel „lepattanó” szóródó foton jellemzői λ, illetve f. Az α szögben kilökődő elektron tömege m, sebessége v.

Először felírhatjuk az energiamegmaradás egyenletét:

$$hf_0 = hf + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \qquad (1)$$

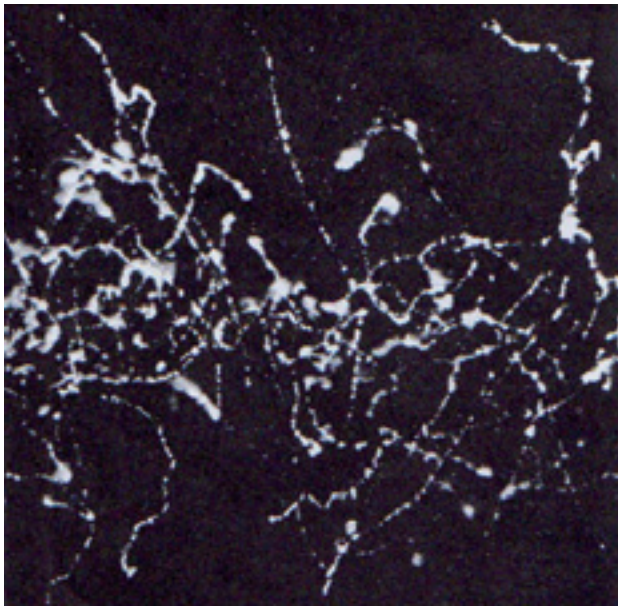
A lendületvektorokat x és y összetevőkre bontva írjuk fel. A beérkező fotonnak nem volt y irányú lendülete, így az elektron y irányú lendülete egyenlő kell legyen a szóródó foton y irányú lendületével:

$$mv \cdot \sin\alpha = \frac{hf}{c} \sin\beta \qquad (2)$$

A lendületmegmaradás x irányába:

$$\frac{hf_0}{c} = mv \cdot \cos\alpha + \frac{hf}{c} \cos\beta \qquad (3)$$

Foton-elektron ütközés esetén ezt a három egyenletből álló egyenletrendszert kell megoldani, ami általában igen nehézkes, és közelítő lépéseket is kell tennünk. Néhány speciális esetben azonban könnyen megoldható.



Röntgensugárzás ködkamraképe (a ködkamra működéséről későbbi tanulmányainkban lesz szó). A felvételen középen balról jobbra haladt egy nagy energiájú röntgennyaláb. Mivel a röntgensugárzás fotonjainak nincs elektromos töltése, ezért ezek nem hagytak nyomot a felvételen. A nyaláb fotonjai a ködkamrában lévő gázmolekulákból elektronokat ütöttek ki, ezeknek az elektronoknak jelenik meg a nyoma a képen.

KIDOLGOZOTT FELADAT

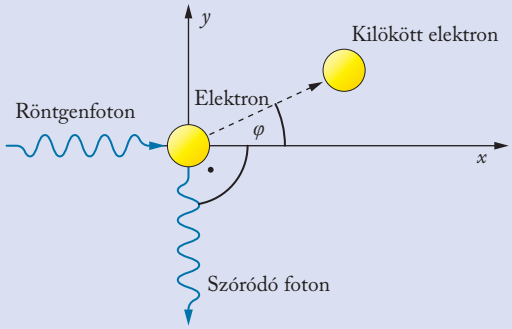
Tekintsük azt az esetet, amikor egy 100 pm hullámhosszúságú röntgenfoton úgy ütközik az elektronnal, hogy szóródása 90°-os lesz, a szóródás utáni hullámhossza pedig 102,43 pm. Határozzuk meg a kilökött elektron lendületének nagyságát és irányát!

MEGOLDÁS

Adatok:

$\lambda_0 = 100$ pm, $\lambda = 102{,}43$ pm, $\vartheta = 90°$

Keressük φ-t és v-t!



ALKALMAZÁSOK

Kvantumoptika

A kvantumoptika a geometriai optika és a hullámoptika mellett az optika harmadik fejezetének tekinthető. Olyan jelenségek leírásával foglalkozik, amelyek nem értelmezhetők pusztán a fény hullámtermészetével. Ilyen alapvető jelenségek a fény keletkezése és elnyelődése különféle anyagokban, vagy azok, amelyek a lézerek, fényérzékelők, optikai adathordozók, mikrocsipek stb. fejlesztéséhez elengedhetetlenek. A kvantumoptika elméleti háttere a hullám- és a részecsketermészetet egyszerre kezelő, igen absztrakt és bonyolult matematikát használó kvantummechanika.

Vegyük észre, hogy a (2) egyenlet a $\beta = 90^\circ$ és az $f = \frac{c}{\lambda}$ miatt így egyszerűsödik:

$$mv \cdot \sin\varphi = \frac{h}{\lambda} \qquad (4)$$

A (3) egyenlet speciális alakja pedig a következőre módosul:

$$\frac{h}{\lambda_0} = mv \cdot \cos\varphi \qquad (5)$$

Észrevehetjük, hogy a (4) és (5) egyenlet egymással történő osztása után a következő egyszerű egyenletet kapjuk: $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\lambda_0}{\lambda}$.

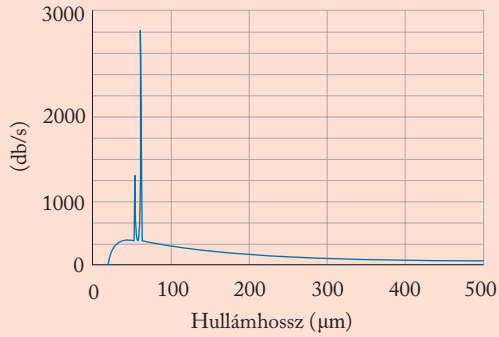
Ebből $\varphi = 44{,}3^\circ$. Ennek ismeretében most már könnyen ki tudjuk számítani, például a (4) egyenletből:

$$mv = \frac{h}{\lambda \cdot \sin\varphi} = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Az elektron sebessége ebben az esetben $\sim 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-nak adódik, ami még nem esik relativisztikus tartományba.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. A röntgensugárzás semleges fotonokból áll, mégis erősen ionizál. Mi ennek az oka?
2. Nézzen utána, ki volt Arthur Compton! Témánk melyik fejezetéhez kapcsolódik?
3. A mellékelt ábrán egy röntgensugárzás tipikus színképét láthatjuk. Mi lehet az oka annak, hogy a bal oldalán a színkép „hirtelen véget ér”?



4. Tegyük fel, hogy egy foton-elektron ütközésnél a szóródó foton hullámhossza kétszerese lesz a beeső foton hullámhosszának. Hogyan aránylik egymáshoz a beeső foton és kiütött elektron energiája?

Összefoglalás

Az atom

Az atom az anyag legkisebb olyan egysége, amely kémiai módszerekkel tovább nem bontható.

Méretének nagyságrendje: 10^{-10} m.

Az elektron alapvető tulajdonságai

Az elsőként felfedezett elemi részecske. (Azért nevezzük eleminek, mert mai ismereteink szerint nincs belső szerkezete.)

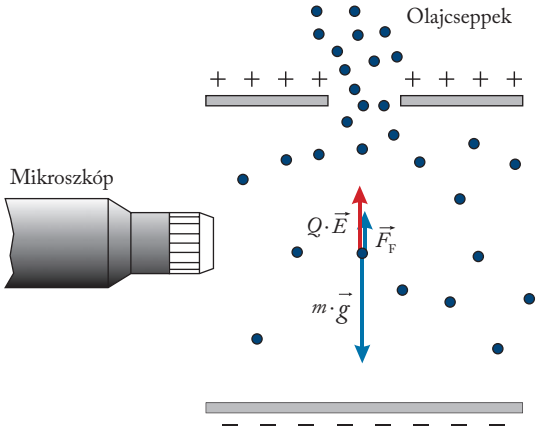
Töltése: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Tömege: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg (a proton tömegének 1/1836-od része).

Az elektron felfedezése (J. J. Thomson, 1897)

Thomson katódsugárcsőben **elektromos és mágneses mezővel** történő eltérítés során határozta meg a **fajlagos töltését** ($\frac{e}{m}$), ami sokkal nagyobb volt, mint a korábbról ismert legnagyobb érték.

Az elektron a katódsugárcső kondenzátorának fegyverzetei közt az elektromos tértől $a = \frac{e \cdot E}{m}$ gyorsulást kap, amitől függőleges irányú eltérülést szenved. Ez az eltérülés az elektromos mezővel egyidejűleg alkalmazott mágneses $B \cdot e \cdot v$ Lorentz-erővel kiegyenlíthető, és így a fajlagos töltés meghatározható. A katódsugárcsöves kísérletek vezettek az **izotópok** felfedezéséhez is.

Millikan-kísérlet (1911)



Egy olajcseppre ható erők

A kísérlet vezetett az **elemi töltés**, közvetve az elektron tömegének **meghatározáshoz**.

Kondenzátor terébe porlasztott, elektrosztatikusan feltöltődött lebegő olajcseppekre ható erők egyenlősége alapján felírható:

$$V \cdot \varrho_{\text{olaj}} \cdot g = \frac{U}{d} Q + V \cdot \varrho_{\text{levegő}} \cdot g$$

A fenti egyenletből az olajcsepp Q töltése meghatározható: Minden olajcsepp töltése az **elemi töltés egész számú többszörösének** adódott.

A foton

A fény részecskéje, az elektromágneses jelenségekért felelős elemi részecske. Legfőbb tulajdonságai:

energiája $\varepsilon = h \cdot f = = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

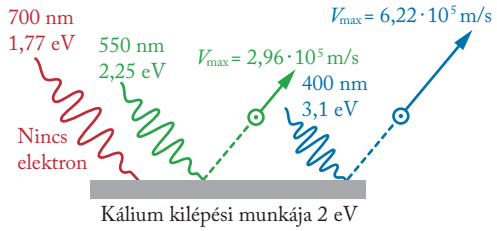
nyugalmi tömege: 0, tömege: $m_{\text{foton},c} = \frac{h \cdot f}{c^2}$

lendülete: $p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

A foton bevezetése (Albert Einstein, 1905)

Ha egy fémből a fény hatására elektronok lépnek ki, akkor azt **fényelektromos jelenségnek**, vagy másként **fotoeffektusnak** nevezzük. A fényelektromos jelenség egy foton és egy elektron kölcsönhatásaként létre.

$$\underbrace{h \cdot f}_{\text{A foton energiája}} = \overbrace{W_{\text{ki}}}^{\text{A fémre jellemző kilépési munka}} + \underbrace{\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2}_{\text{A kilépő elektron maximális energiája}}$$



Három különböző energiájú foton kölcsönhatása a káliummal

A fényelektromos jelenségnek alkalmazásai

A **fotocellák** a fényelektromos jelenség alapján működnek. Alkalmasak a kilépési munka, a Planck-állandó megmérésére, felhasználhatók **fényelektromos relék** működtetésére. Napjainkban a fotocellák szerepét a félvezető eszközök vették át, amik az úgynevezett belső fotoeffektussal működnek. (CCD kamerák, napelemek)

A fény kettős természete

A fény természetéről a XVII. század óta kétfajta elképzelés élt: **részecske** (Newton) vagy **hullám** (Huygens). A XIX. században az **interferencia** és a **polarizáció** felfedezése látszólag tisztázta, hogy a fény **transzverzális hullám**, aminek hitét **a Maxwell-féle elektromágneses hullámelmélet** tovább mélyítette.

A foton bevezetés után a fényt részecskének is elképzelhetjük, azaz **egyaránt képes részecske- és hullámtulajdonságokat mutatni.**

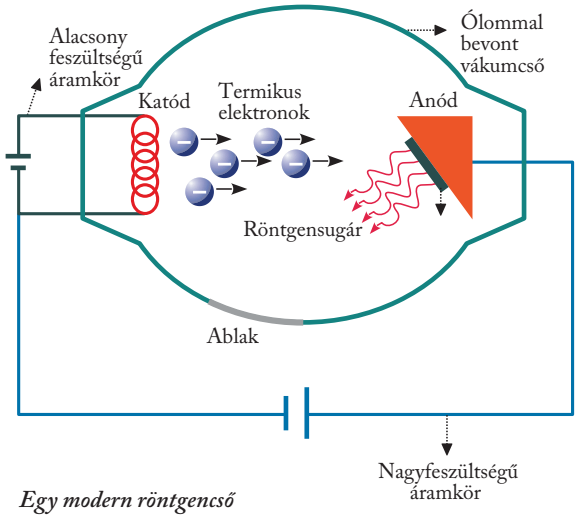
Részecsketermészettel könnyen értelmezhető a **fotoeffektus** vagy nagy energiájú **foton ütközése** szabad elektronnal.

A röntgensugárzás

Leggyakrabban nagy energiájú katódsugárzás céltárgyba való becsapódásával hozzák létre.

Ekkor az elektronok lassulása miatt a **fékezési sugárzás,** az anyag atomjaival történő kölcsönhatás miatt a **karakterisztikus sugárzás** jön létre.

Fő alkalmazása az orvostudomány mellett a röntgenkrisztallográfia, azaz a kristályszerkezet kutatása.



Egy modern röntgencső

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Egy fémet 10 eV energiájú fotonnal világítunk meg. Ennek hatására a fémből maximálisan 6 eV mozgási energiával rendelkező elektronok lépnek ki. Mi történik, ha ugyanezt a fémet feleakkora frekvenciájú fénnyel világítjuk meg?
A) A fémből nem lép ki elektron.
B) A fémből kilépő elektron maximális mozgási energiája 1 eV.
C) A fémből kilépő elektron maximális mozgási energiája 2 eV.
D) Nem történik semmi változás.

2. Egy fémet 10 eV energiájú fotonnal világítunk meg. Ennek hatására a fémből maximálisan 4 eV mozgási energiával rendelkező elektronok lépnek ki. Mi történik, ha ugyanezt a fémet kétszer akkora hullámhosszúságú fénnyel világítjuk meg?
A) A fémből nem lép ki elektron.
B) A fémből kilépő elektron maximális mozgási energiája 1 eV.
C) A fémből kilépő elektron maximális mozgási energiája 2 eV.
D) Nem történik semmi változás.

3. A fotoeffektus során egy zöld színű lézer hatására elektronok lépnek ki. Mi történik, ha a lézer fényerősséget kétszeresére növeljük?
A) Kétszer annyi elektron lép ki változatlan sebességgel.
B) Változatlan számú elektron lép ki kétszer akkora mozgási energiával.
C) Változatlan számú elektron lép ki kétszer akkora sebességgel.
D) A kilépő elektronok száma és sebessége is nőhet.

4. Egy 40 nm-es hullámhosszúságú lézer fotonja egy elektront vált ki egy fémből. Hogyan változik az ütközésben részt vevő foton hullámhossza?
A) Kevesebb lesz, mint 40 nm.
B) Több lesz, mint 40 nm.
C) Változatlan marad.

5. Egy „A” jelű lézer 400 nm-es hullámhosszúságú, egy „B” jelű lézer 800 nm hullámhosszúságú fotonokat bocsát ki. Mindkét lézer azonos teljesítményű. Jelöljük N_A-val, illetve N_B-vel az 1 másodperc alatt kibocsátott fotonok számát! Mit mondhatunk az $\frac{N_A}{N_B}$ arányról?

A) $\frac{N_A}{N_B} = \frac{1}{2}$; B) $\frac{N_A}{N_B} = 2$; C) $\frac{N_A}{N_B} = \sqrt{2}$; D) $N_A = N_B$

6. Egy fotocellán zöld színű lézerrel hozunk létre fényelektromos jelenséget. Hogy változik a fotocella áramának erőssége, ha a megvilágító fényforrás teljesítményét megkétszerezzük? Melyik válasz helyes?
A) Nem változik a fotocella árama, mert az egyes fotonok energiája nem változik.
B) A fotocella árama azért fog növekedni, mert a fényforrás teljesítményét növelve a fotonok energiája is nő.
C) Nem változik a fotocella árama, mert bár a kibocsátott fotonok energiája nő, számuk nem változik.
D) A fotocella árama kétszeresére nő.

7. Egy erős lámpával megvilágítunk egy ideális tükröt. Első esetben merőlegesen, második esetben 45°-os beesési szöggel. Melyik esetben gyakorol a fénynyaláb nagyobb erőt a tükörre?
A) Egyik esetben sem gyakorol a fénynyaláb erőt a tükörre, hiszen a fény fotonjainak nincs ilyen hatása.
B) 45°-os beesési szög esetén.
C) Merőleges becsapódás esetén.
D) Mindkét esetben azonos erőt gyakorol a tükörre.

8. Egy röntgenfoton és egy szabad elektron ütközik. Mely tulajdonsága változhat meg a fotonnak az ütközés során?
A) A sebessége.
B) A frekvenciája.
C) A foton „széttörhet”, részeire hullhat.
D) Egyik sem.

9. Egy alumíniumtömbben nagyjából 3 g a benne lévő összes elektron tömege. Mekkora az alumíniumtömb tömege?
A) Körülbelül 11 kg.
B) Körülbelül 110 kg.
C) Körülbelül 1,1 kg.
D) Körülbelül 3 kg.

10. Melyik részecskének nagyobb a lendülete, a fotonnak vagy az elektronnak?

A) A foton és az elektron lendülete megegyezik.
B) A kérdés csak a fény frekvenciájának és az elektron sebességének ismeretében dönthető el.
C) A fotonnak.
D) Az elektronnak.

FELADATOK

1. Tételezzük fel, hogy 32 gramm kén minden egyes atomját egyenletesen szétszórjuk a Föld felszínén. Számítsuk ki, hogy minden egyes mm^2-re hány kénatom jut!

2. Becsüljük meg, hogy mekkora az uránatomnak az átmérője, ha moláris tömege 238 $\frac{g}{mol}$, sűrűsége pedig 19 100 $\frac{kg}{m^3}$!

3. Egy elektroncsőben az anódáram erőssége 0,2 mA. Számítsuk ki, hogy hány elektron csapódik ilyenkor az anódba másodpercenként!

4. Egy régi, fekete-fehér képcsöves tévé képernyőjének szélessége 36 cm. A kép 625 sorból áll össze, soronként 800 képponttal. (A képernyőn látható kép úgy jön létre, hogy az elektronnyaláb ezeket a képpontokat sorról sorra haladva felvillantja.) Másodpercenként 25 képet kell létrehozni, hogy azokat a szem összefüggő képsornak lássa. A képcső elektronnyalábjának a gyorsítófeszültsége $U = 10$ kV.

a) Mekkora sebességgel csapódnak az elektronok a gyorsítófeszültség hatására a képernyőbe?
b) Mekkora sebességgel mozog vízszintesen az elektronnyaláb?

5. Mi lehetett az oka annak, hogy a régi katódsugaras (képcsöves) tévékészülékek képernyője a mai tévékészülékeknél sokkal jobban porosodott?

6. Millikan-kísérlet során egy kiszemelt olajcsepp sugarát meghatároztuk, ez alapján kiszámítottuk a térfogatát, és ez $V = 5{,}23 \cdot 10^{-28}$ m^3-nek adódott.
A felhasznált olaj sűrűsége $\rho_{olaj} = 920{,}0$ $\frac{kg}{m^3}$, a levegő sűrűsége $\rho_{levegő} = 1{,}290$ $\frac{kg}{m^3}$. A nehézségi gyorsulás értéke $g = 9{,}81$ $\frac{m}{s^2}$. A kondenzátor fegyverzeteinek távolsága $d = 15{,}2$ mm. Az olajcsepp lebegését létrehozó feszültség $U = 896{,}2$ V. Mekkora volt az olajcsepp töltése? Hányszorosa ez az elemi töltésnek?

7. Egy Millikan-kísérletben egy négyszeres elemi töltéssel rendelkező olajcsepp éppen lebeg a $d = 5$ cm-es fegyverzettávolságú, $U = 200$ V feszültségű kondenzátor terében.

a) Mekkora az olajcsepp tömege?
b) Az olajcseppet hirtelen röntgensugárzás éri, amelynek hatására a töltése másfélszeresére nő. Mekkora gyorsulással indul el az olajcsepp?

8. Thomson-kísérlet során egy 5 cm hosszú, 2 cm-es fegyverzettávolságú kondenzátor közepén szeretnénk átvezetni egy 5 kV-tal felgyorsított elektronnyalábot. Mekkora feszültséget kapcsolhatunk maximálisan a kondenzátorra, ha mindenképpen el akarjuk kerülni azt, hogy a nyaláb a fegyverzetbe csapódjon?

9. Thomson-kísérlet során egy 5 cm hosszú, 2 cm-es fegyverzettávolságú, 200 V-os feszültségű kondenzátor közepén szeretnénk átvezetni egy 5 kV-tal felgyorsított elektronnyalábot. Mekkora és milyen irányú mágneses mezőt kell alkalmaznunk ahhoz, hogy az elektronnyaláb ne térüljön el a kondenzátor fegyverzetei közt?

10. Egy fotocella katódjának kilépési munkája 0,432 aJ.

a) Mekkora minimális frekvenciájú fény tud fényelektromos hatást létrehozni?
b) Milyen színű ez a fény?
c) Mekkora maximális sebességgel léphetnek ki elektronok, ha 405 nm-es ibolyaszínű fénnyel világítjuk meg?

11. Fotocellával kísérletet végzünk. Először 546 nm-es zöld fényt bocsátunk rá. Ekkor 0,42 V-os ellentérrel tudjuk az anódáramot nullázni, majd 405 nm-es ibolyaszínű fénynél 1,22 V-os ellentérrel.

a) Mekkora értéket kapunk a Planck-állandóra?
b) Mekkora a fém kilépési munkája?

12. Bárium-oxidos fotokatódot 2 mW-os teljesítményű, 640 nm-es hullámhosszúságú lézerfénnyel világítunk meg. A kilépési munka: 0,16 aJ.

a) Legfeljebb mekkora erősségű fotoáramra számíthatunk?
b) Mekkora lesz a zárófeszültség?
c) Ha ténylegesen elvégezzük a fotoáram mérését, akkor azt tapasztaljuk, hogy annak értéke csak töredéke lesz az **a)**-ban kiszámított értéknek. Milyen okai lehetnek ennek?

13. Az emberi szem nagyjából az 500 nm-es zöldes fényre a legérzékenyebb. A beérkező fénynek legalább $1{,}6 \cdot 10^{-18}$ W teljesítménnyel kell rendelkeznie, hogy a szemben fényérzet alakuljon ki. Hány foton érkezik ekkor az ember retinájához adott hullámhosszúságú fotonból másodpercenként?

14. A barnulást egy kb. $5{,}6 \cdot 10^{-19}$ J energiájú foton biokémiai reakciója tudja kiváltani. Milyen hullámhosszúságú fénytől lehet ezek alapján barnulni? Lehet-e barnulni egy 254 nm-es hullámhosszt kibocsátó higanygőzlámpánál?

15. Mekkora a 642 nm-es hullámhosszon működő lézer egy fotonjának a lendülete? Ha a lézer teljesítménye 2 mW, akkor mennyi az egy másodperc alatt kibocsátott fotonok száma?

16. A NIF (National Ignition Facility) lézerrendszer Kaliforniában 192 db lézer fényét egyetlenegy kis pontra összpontosítja. A NIF lézerrendszer összteljesítménye 500 TW. Egy impulzusa 10 ps-ig tart, és 1053 nm-es infravörös tartományban sugároz. Az eszközt a fúziós kísérletek céljaira fejlesztették ki.

a) Számítsuk ki, mennyi lesz ebben a kis pontban egyesülő fotonok összes lendülete egy impulzus alatt!

b) Ha ezek a fotonok nem egy pontban egyesülnének, hanem mindegyik párhuzamosan haladva egy tökéletesen elnyelő lapnak ütközne merőlegesen, akkor mekkora erőt gyakorolnának egy impulzus alatt?

17. Egy 100 pm hullámhosszúságú foton ütközik egy nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal. A visszaverődő elektron a beesővel ellentétes irányba halad, és hullámhossza 104,86 pm lesz.

a) Milyen irányba fog haladni az elektron?

b) Mennyi a foton energiája kezdetben?

c) Mennyi lesz a meglökött elektron sebessége? (A relativisztikus hatásokat hagyjuk figyelmen kívül!)

18. Egy nagy energiájú foton-elektron ütközésnél a szóródó foton és ez elektron szöge is 45°-os szöget zár be a beeső foton egyenesének a szögével. Mi lesz a beeső és a szóródó foton hullámhosszának aránya?

19. Mutassuk meg egy monokromatikus fénynyaláb fekete felületre történő merőleges beesése esetén, hogy az általa kifejtett erőhatás nem függ az alkalmazott fény hullámhosszától (frekvenciájától), csak a fény teljesítményétől!

20. Egy tőlünk két méter távolságra lévő, pontszerű fényforrás egyforma erősséggel világít minden irányba. A fényforrás teljesítménye 100 W, a kisugárzott fény hullámhossza $\lambda = 650$ nm. A fényforrást $\frac{1}{100}$ másodperces rekeszidővel lefényképezzük. A fényképezőgép objektívja 50 mm átmérőjű. Hány foton vesz részt a fénykép elkészítésében?

21. A Szegeden felépített ELI-ALPS (Attosecond Light Pulse Source) egyik lézere a HR1 lézer, amelynek főbb paraméterei egyik üzemmódjában a következők: egy impulzus energiája: 1 mJ, impulzusideje: 6,2 fs (1 fs = 10^{-15} s), az ismétlési frekvencia: 100 kHz, hullámhossza 1030 nm.

a) Mekkora egy impulzus teljesítménye?

b) Hány fotont sugároz ki egy egy másodperc alatt?

c) Mekkora a lézer átlagteljesítménye?

22. (Emelt szintű érettségi feladat, 2010)
Ha egy lapot erős fénnyel megvilágítanak, akkor a fény nagyon kicsi, de mérhető erőt fejt ki a lapra.

a) Mekkora erőt fejt ki egy 2 W teljesítményű, 360 nm hullámhosszúságú kék lézer fénye a fénysugárra merőlegesen elhelyezett fekete lapra, amely ezt a fényt teljesen elnyeli?

b) Mekkora erőt fejt ki egy 2 W teljesítményű, 780 nm hullámhosszúságú vörös lézer fénye egy merőlegesen elhelyezett tükörre?

c) Az **a)** és **b)** eseteket összegezve fogalmazza meg, hogy mitől függ a fény által kifejtett erő!

23. (Emelt szintű érettségi feladat, 2012)
Az európai részecskefizikai kutatóközpontban, a CERN-ben elkészült a világ legnagyobb protonütköztető berendezése, az LHC (Large Hadron Collider). Ebben egy 26 660 m kerületű körpályán a fénysebesség 99,9999991%-ára gyorsítják a protonokat. Ekkor ezek energiája 7000 GeV-ra nő. Ezután összeütköztetik őket, abban a reményben, hogy az óriási energiájú protonok ütközése új, sosem látott részecskéket kelt.

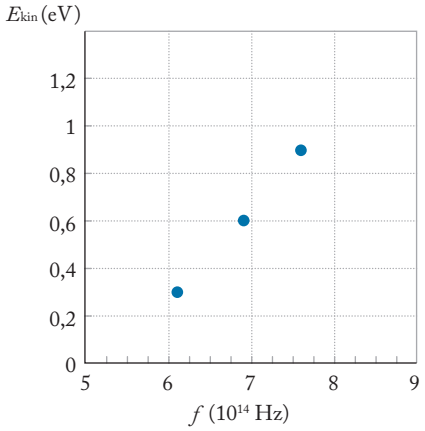
a) Másodpercenként hányszor fut körbe a proton a körpályán?

b) Mekkora átlagos erősségű elektromos áramnak felel meg egyetlen ilyen nagy sebességgel köröző proton?

c) Hány proton nyugalmi energiájának felel meg egy ilyen gyors proton energiája?

24. (Emelt szintű érettségi feladat, 2016)
Egy vákuum-fotocellás mérésnél egy ismeretlen anyagú, negatívan töltött fémlemezt különböző frekvenciájú, monokromatikus fénysugarakkal világítunk meg egymás után. A fény hatására kilépő elektronok maximális mozgási energiájának értékét a fény frekvenciájának függvényében a következő oldalon lévő grafikon mutatja. Az alábbi táblázat néhány fém kilépési munkáját tartalmazza eV egységekben.

Anyag neve	Cézium	Kálium	Cink	Platina
Kilépési munka (eV)	1,94	2,24	4,27	5,36



a) A grafikon alapján határozza meg a fémre jellemző határfrekvenciát!

b) Számítsa ki a fémre jellemző kilépési munkát, és határozza meg a fémlemez anyagát!

c) Mekkora a kilépő elektronok maximális sebessége $f = 7{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz megvilágító fény esetén?

ESSZÉKÉRDÉS

A fény kettős természete

„Ez a gondolatmenet közvetlen és erőteljes módon kimutatta, hogy a Planck-féle kvantumnak valamiféle közvetlen realitást kell tulajdonítani, vagyis hogy a sugárzásnak energetikai szempontból molekuláris szerkezete van."

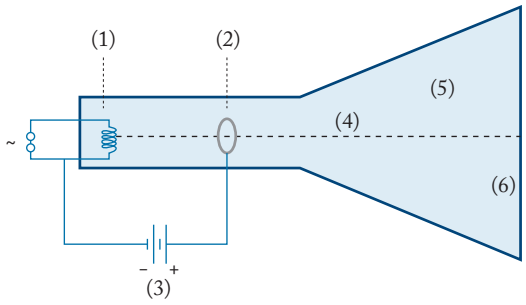
(Einstein: *Önéletrajz*)

Ismertesse, hogy mi a kettős természet lényege! Mutassa be, hogy a fény természetéről milyen feltételezések és ismeretek voltak a XX. század előtt, ezekre milyen kísérleti tapasztalatok léteztek! Említse meg az egyes elképzelések mögött álló jelentősebb fizikusok nevét is! Mi volt Planck úttörő szerepe a kettős természet megalkotásában? A fenti idézet alapján fejtse ki, hogy Einstein miként adott a Planck-féle kvantumnak „közvetlen realitást", mit érthetett Einstein „molekuláris szerkezet" alatt! Ismertesse, hogy a XX. század elején milyen új felfedezések révén nyert végső bizonyosságot a kettős természet! (Legalább két jelenséget tárgyaljon ebből a szempontból.)

Az elektron felfedezése

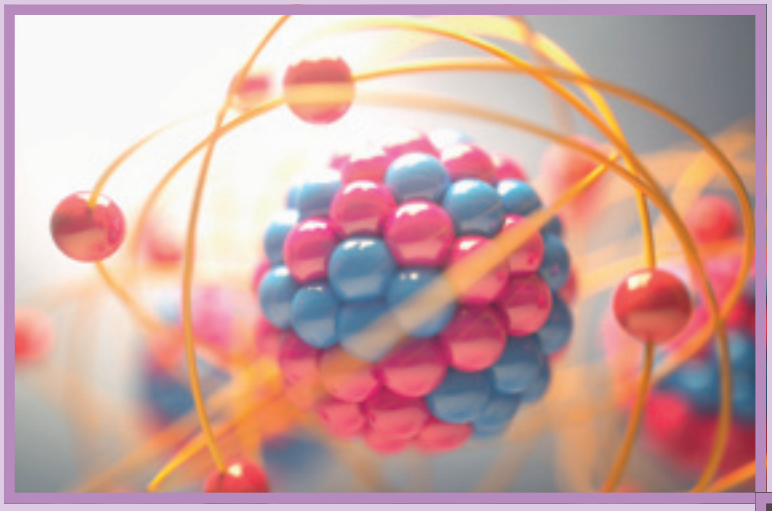
(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2006)
A XIX. század második felében a katódsugárzás vizsgálata volt a fizikusok legfontosabb kutatási területe. A katódsugárról többek között a következőket állapították meg:
- a katódból lép ki, a katód felületére merőlegesen,
- tulajdonságai függetlenek a katód anyagától,
- egyenes vonalban terjed,
- több anyagon fluoreszcenciát okoz,
- mágneses térben elhajlik.

A mellékelt rajz segítségével ismertesse az izzókatódos katódsugárcső felépítését, mutassa be működésének lényeges mozzanatait! Ismertessen vázlatosan egy eljárást, amellyel meghatározható a katódsugárcsőben mozgó részecskék töltésének és tömegének aránya! Mutassa be a Millikan-kísérlet lényegét, mellyel az elemi töltés nagyságát, az elektron töltésének értékét határozták meg!

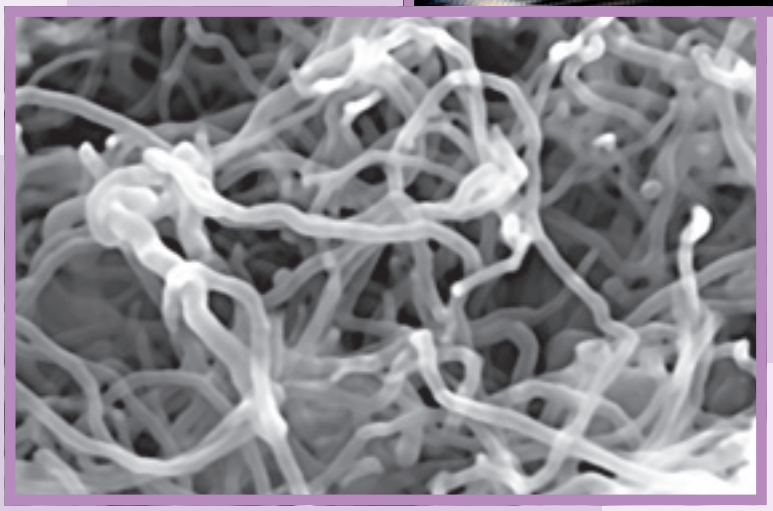


Izzókatódos katódsugárcső sematikus rajza

XI. Az atommodellek





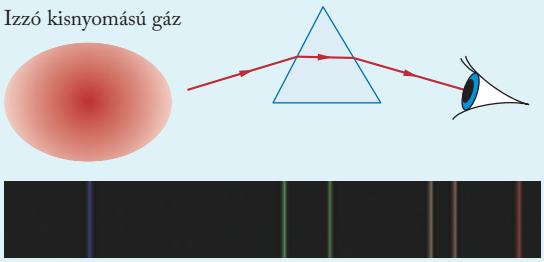


1. A korai atommodellek

EMLÉKEZTETŐ

Vonalas színképek

Az atomos anyag (a gázok és gőzök) prizmával vagy optikai ráccsal előállított színképében a közismert folytonos, szivárványszerű színkép helyett különálló színes vonalak találhatók, azaz csak bizonyos frekvenciák fordulnak elő. Ezt nevezzük **vonalas színképnek**.



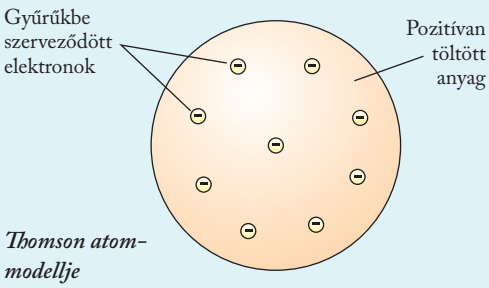
A vonalas színkép keletkezése



A hidrogén és a vas vonalas színképe

Thomson atommodellje

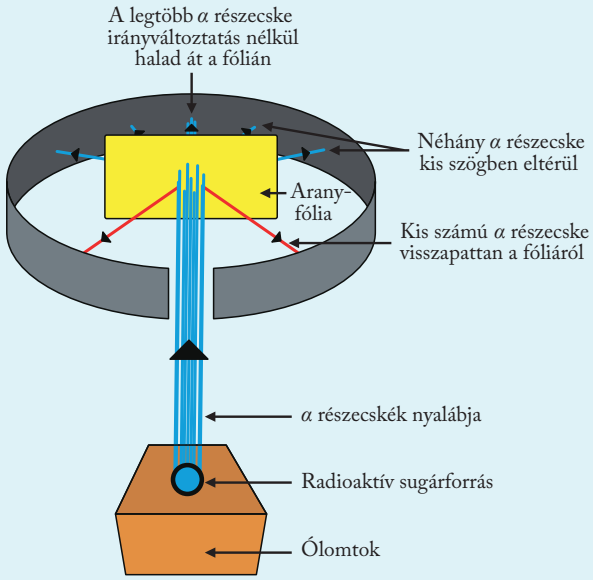
A vonalas színkép keletkezésének megmagyarázása az atomról alkotott elképzelések egyik próbaköve, azaz egy jó atommodell magyarázatot kellett, hogy adjon ennek keletkezésére. A korai atommodelleknek ez nem sikerült még. Egy atommodell ezenkívül meg kell, hogy magyarázza az atom stabilitását. Ezt a követelményt már **J. J. Thomson modellje** (1904) is teljesítette. Thomson „mazsolás puding" modellje szerint az atom mintegy 10^{-10} m nagyságrendű gömbjében egyenletesen oszlik meg a pozitív töltés, és ebben a gömbben mozognak a kis tömegű elektronok.



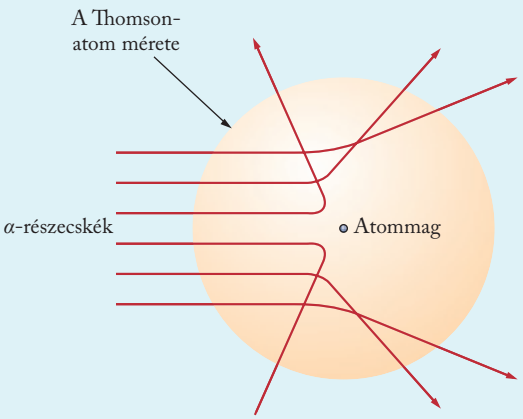
Thomson atommodellje

Rutherford atommodellje

A vékony fémfóliákon való elektronnyaláb-áthaladás már utalt arra, hogy az anyag nem lehet annyira tömör, mint ahogy az a Thomson-modellből következett, és az 1911-es **Rutherford-féle szórási kísérlet** pedig végleg tönkrezúzta a Thomson-modellt. Rutherford nagy energiájú He^{++} atommagokkal (α-részecskékkel) bombázott vékony aranyfóliát, és azt kapta, hogy az α-részecskék nagy része valóban szinte irányváltoztatás nélkül halad át a vékony fólián, viszont néha egy-egy részecske igen jelentős mértékű eltérülést szenved, és nagy ritkán van olyan is, ami szinte „visszapattan" a vékony fóliáról. A kapott szórási képet Rutherford csak úgy tudta értelmezni, hogy az atom pozitív töltése egy pontszerű, kb. 10^{-15} méter nagyságrendű atommagban összpontosul.



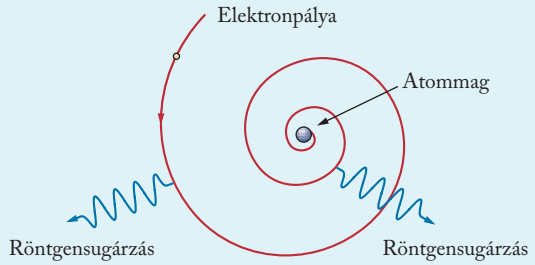
A Rutherford-féle szórási kísérlet



Egy atommag környezetében lejátszódó szóródás képe Rutherford szerint (nem méretarányos kép)

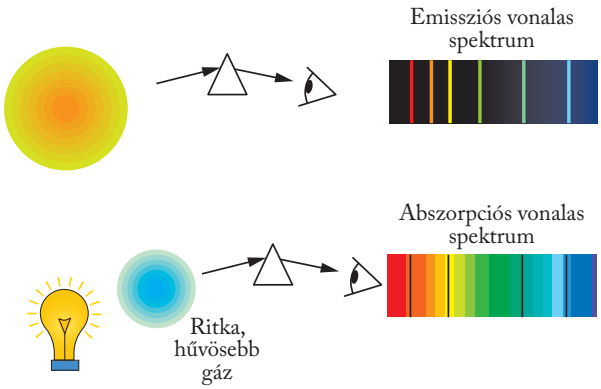
Ez alapján **Rutherford** is megalkotta a **modelljét** (1911): A magban koncentrálódik az atom teljes pozitív töltése és szinte az összes tömege, és a mag körül keringenek az elektronok, mint egy mini Naprendszerben a bolygók a Nap körül.

A modell hiányossága volt, hogy nem magyarázta a vonalas színképet. Jelentősebb probléma volt viszont az, hogy ellentmondott az elektromágneses sugárzás elméletének: Ha egy elektron körpályán kering az atommag körül, akkor centripetális gyorsulása van. Egy gyorsuló töltés pedig elektromágneses hullámokat kelt. Ez két következménnyel járna: egyrészt az atomok állandóan sugároznának, másrészt a keringő elektronok állandóan sugározva energiát veszítenének, és így nagyon rövid idő alatt a magba zuhannának. Sugárzást nem észleltek, a magba zuhanó elektron pedig ellentmond a stabilitásnak.



A Rutherford-modell hiányosságai

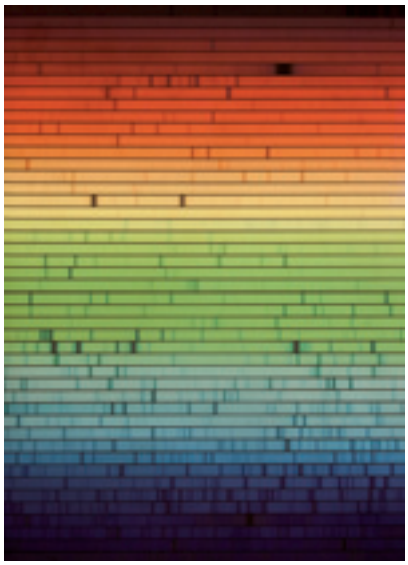
Az elnyelési (abszorpciós) színkép



Az emissziós és abszorpciós színkép keletkezése

Figyeljük meg, hogy az abszorpciós vonalak pontosan az emissziós vonalak alá esnek. Érdemes megjegyezni, hogy egy anyag emissziós színképében általában több vonal van, mint az abszorpciós színképében.

Abszorpciós színkép keletkezik, amikor egy folytonos színképet kisugárzó anyag fénye ritka, hűvös gázon megy keresztül. Ekkor a ritka gáz elnyeli azokat a frekvenciákat (illetve ezek közül néhányat), amiket izzó állapotában kibocsátana, és a színképben sötét vonalak jelennek meg.



A Nap színképe rengeteg abszorpciós vonallal. A mintegy 25 000 vonal mindegyikét még ma sem sikerült beazonosítani

ALKALMAZÁSOK

A vonalas és abszorpciós színkép az atomok, molekulák egyfajta „ujjlenyomatai". A vonalak száma, elhelyezkedése alapján egy elem egyértelműen beazonosítható. Az intenzitásból pedig az adott anyag részarányára lehet következtetni. A vonalas és abszorpciós színképeket a színképelemzésben használják. Nem véletlen tehát, hogy számos elemet a színképének újszerűsége alapján fedeztek fel. (Pl. cézium, rubídium, hélium, tallium, indium, holmium, szamárium, gadolínium, rádium.) A csillagászati megfigyelésekben is alapvető fontosságú, ugyanis a távoli csillagok színképének elemzéséből tudunk következtetni az égitest anyagi összetételére. A fény abszorpciója különböző anyagokban különböző. Ezt méri a spektrofotométer, amely összetettebb anyagok, molekulák azonosítására is használható anyagvizsgálati eljárások során, például a gyógyászatban, a bűnügyi vizsgálatoknál.



Egy vízminőség-vizsgálathoz kézi spektrofotométerbe helyeznek egy küvettát

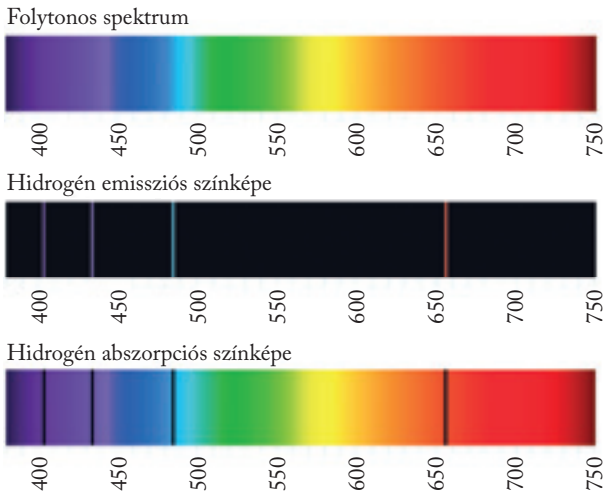
A hidrogén színképe

A legkisebb rendszámú elemnek, a hidrogénnek a legegyszerűbb a színképe. „Négyzetesen besűrűsödő” vonalaira 1885-ben Johann Balmer svájci gimnáziumi tanár talált formulát. Ezek szerint a hidrogén emissziós (és abszorpciós) vonalainak a frekvenciáját a következő összefüggés adja meg a látható tartományban:

$f = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, ahol $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ Hz, $m = 3, 4, 5\ldots$

(A fenti összefüggésben az R állandó a Rydberg-állandót jelöli. Többféle, hasonló szerepet betöltő állandót is ezzel a névvel illetnek, így beszélnek Rydberg-energiáról, Rydberg-hosszról is. Mi a Rydberg-frekvenciát írtuk fel.)

Későbbi vizsgálatok megmutatták, hogy a zárójelben szereplő kifejezés első tagjában a tört felvehet 1, $\frac{1}{3^2}$, $\frac{1}{4^2}\ldots$ értékeket is, de csak az $\frac{1}{2^2}$-re kapunk a látható fény tartományába eső frekvenciákat.



A hidrogén emissziós és abszorpciós színképe a folytonos spektrummal

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT A csillagászatban kiemelkedő jelentősége van a hidrogén alfa-vonalának (H_α), amely alapján könnyen azonosítható a hidrogén, valamint esetleges eltolódásából a csillag vagy galaxis mozgására is tudnak következtetni. Ennek hullámhossza 655,3 nm. A Balmer-formulában melyik m értéke tartozik ehhez?

MEGOLDÁS

Adat:
$\lambda = 655{,}3$ nm

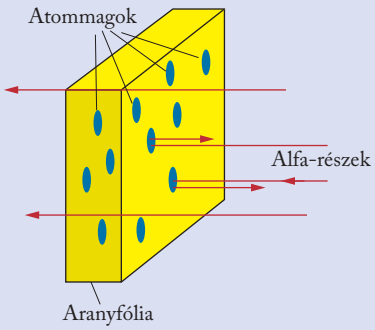
Számítsuk ki H_α frekvenciáját!

$f = \frac{c}{\lambda} = 4{,}578 \cdot 10^{14}$ Hz.

Rendezzük át az $f = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ egyenletet, majd helyettesítsük be!

$$m = \sqrt{\frac{4R}{R - 4f}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}}{3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 4 \cdot 4{,}578 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}}} = 3$$

2. FELADAT **Rutherford szórási kísérlete**
Tegyük fel, hogy egy pontszerűnek gondolt α-részecske akkor pattan vissza (azaz szenved 180°-os eltérülést), amikor pontosan egy atommagnyi felületen igyekezne áthaladni, ahogy ezt a következő rajz igyekszik szemléltetni. Az atommag sugara $7 \cdot 10^{-15}$ m. Becsüljük meg ez alapján, hogy az α-részecskék hányadrésze fog teljes mértékben visszaverődni! Rutherford a kísérletében 1 μm vastag aranyfóliát használt.



MEGOLDÁS

Határozzuk meg egy aranyatommag felületét!
$A_0 = r^2\pi = 1{,}54 \cdot 10^{-28}$ m^2. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy egy 1 cm^2-es felületű aranyfóliával szembe érkeznek az alfa-részecskék véletlenszerű eloszlásban.

Számítsuk ki, hogy mennyi aranyatom van egy 1 cm^2-es alapterületű és 1 μm vastagságú aranyfóliában! 1 mol arany 197 g tömegű. Mivel az arany sűrűsége $19{,}3\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, ezért 1 cm^3 arany közel 0,1 mol. Így 1 cm^3-ben közel $6 \cdot 10^{22}$ db atom van. A μm a cm tízezredrésze, ezért a kiszemelt térfogatban körülbelül $6 \cdot 10^{18}$ db aranyatom van.

Ezek után már meghatározható, hogy az aranyatommagok mekkora maximális felületet takarhatnak le a létező legoptimálisabb elrendezésben.

$A = 6 \cdot 10^{18} \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-28}$ m^2 $= 9{,}2 \cdot 10^{-10}$ m^2 $= 9{,}2 \cdot 10^{-6}$ cm^2

Ez a teljes 1 cm^2-es felület $\frac{1}{108\,696}$ része. Tehát azt mondhatjuk, hogy durván 100 000 α-részecskéből egy teljesen visszapattan, azaz 180°-os eltérülést szenved.

3. FELADAT **Rutherford-modell**

Az elektromágneses hullámok elméletéből következik, hogy ha egy töltéssel rendelkező részecske körpályán mozog, akkor a körmozgás frekvenciája megegyezik az általa a gyorsulás következtében kisugárzott elektromágneses sugárzás frekvenciájával. Tegyük fel, hogy a Rutherford-modellben a hidrogén elektronja a mag körül 50 pm távolságra kering. Milyen frekvenciájú sugárzást kellene ekkor kibocsátania a klasszikus elektromágneses elmélet szerint?

MEGOLDÁS

Adatok:
$r = 50\ \text{pm}$

Szükségünk van ezenkívül még az elemi töltésre, az elektron tömegére és a Coulomb-törvényben szereplő k állandó értékére.

Ha az elektron körpályán mozog, akkor a centripetális erőt a köztük lévő Coulomb-erő biztosítja:

$$m r \cdot \omega^2 = k \frac{e \cdot e}{r^2}$$

Beírva a frekvenciát:

$$m r \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 = k \frac{e^2}{r^2}$$

Ebből a frekvencia:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot e^2}{r^3 \cdot m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{C}^2}{\text{m}^2} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C})^2}{(50 \cdot 10^{-12}\ \text{m})^3 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} =$$

$$= 6{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Ez az UV tartományba eső sugárzás lenne.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen színképeket ismerünk?
2. Ki és miként cáfolta meg J. J. Thomson atommodelljét?
3. Ha a szórási kísérletet α-részecskék helyett azonos energiájú protonokkal végezzük el, ugyanolyan szórási képet kapunk?
4. A Balmer-képlet minden m-re a látható fény tartományába eső frekvenciát határoz meg?
5. Hogyan változik a Rutherford-atom által kisugárzott foton frekvenciája, ha egyre kisebb sugarú pályára kerül az elektron?

2. A Bohr-modell

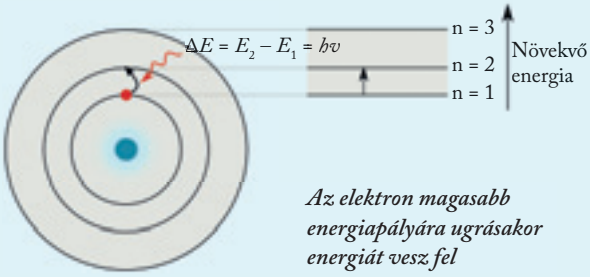
EMLÉKEZTETŐ

Niels Bohr atommodellje (1913) a Rutherford-modell továbbfejlesztése. Sajátos keveréke lett a klasszikus fizikának és a fotonelméletnek. Sikerült megmagyaráznia a hidrogén vonalas színképét, és ez más fontos kísérleti eredményekkel is összhangban volt.

Bohr atomelmélete három állításra (axiómára, posztulátumra) épül. Ezek a következők:

I. Az elektron a mag körül körpályán mozog a klasszikus mechanika törvényei szerint, azaz a Coulomb-erő biztosítja a centripetális erőt. Ezt a pályát elektronpályának vagy atompályának is szokás nevezni.

II. Minden elektronpályához meghatározott energia rendelhető. Az elektronpályák közti átmenetek úgy mennek végbe, hogy egy elektron az egyik pályáról átugrik egy másikra, miközben az atom egy fotont bocsát ki vagy nyel el. A foton energiája egyenlő két elektronpálya energiájának a különbségével.



Az elektron magasabb energiapályára ugrásakor energiát vesz fel

III. Az elektronok csak bizonyos megengedett pályákon mozoghatnak, ezeken viszont nem sugározhatnak.

Bohr három állításából levezethető, hogy a lehetséges elektronpályák sugara a következő egyenlet alapján határozható meg:

$r_n = r_0 \cdot n^2$,

ahol r_n az n-edik pálya sugara, r_0 az úgynevezett Bohr-sugár. Értéke: r_0 = 53 pm.

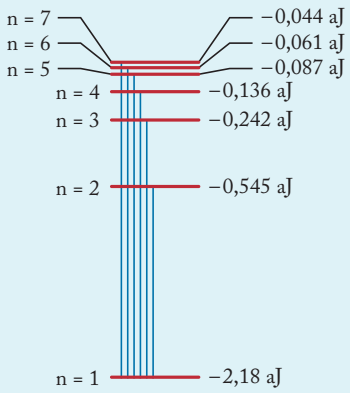
Bohr állításaiból levezethető az is, hogy **az n-edik pálya energiája** $E_n = -\frac{2{,}18\ \text{aJ}}{n^2}$.

A fenti összefüggésben szereplő negatív előjel szerint tehát az atom körül keringő elektron energiája mindig negatív, azaz az elektron kötött állapotban van. Ha a hidrogénatom elektronja az n = 1-nek megfelelő –2,18 aJ értéket veszi fel, akkor az elektron **alapállapotban** van.

Ha n = 2, 3, 4, …, akkor az elektron energiája nagyobb lesz, az elektron **gerjesztett állapotba** kerül.

Ha n = ∞, akkor az elektron elhagyja az atomot (azaz a „végtelenbe” távozik), **ionizáltuk** azt. Az ehhez szükséges energia az **ionizációs energia**:

$E_{\text{ionizációs}} = E_\infty - E_1 = 0 - (-2{,}18\ \text{aJ}) = 2{,}18\ \text{aJ}$.



A Bohr-modell alapján számított első hét pálya energiája

A Bohr-modell matematikai leírása

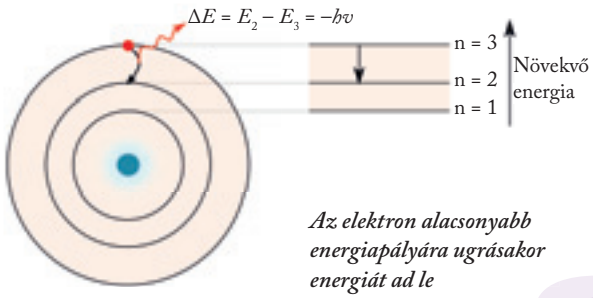
Írjuk fel a Bohr-axiómák matematikai alakját:

I. Dinamikai feltétel: Az elektron a mag körül körpályán mozog a klasszikus mechanika törvényei szerint, azaz a Coulomb-erő biztosítja a centripetális erőt. Az első axióma a hidrogénatomra felírva:

$$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

II. Frekvenciafeltétel: Minden elektronpályához meghatározott energia rendelhető. Az elektronpályák közti átmenetek úgy mennek végbe, hogy egy elektron az egyik pályáról átugrik egy másikra, miközben az atom egy fotont bocsát ki vagy nyel el. A foton energiája egyenlő két elektronpálya energiájának a különbségével:

$hf = E_n - E_m = \Delta E$



Az elektron alacsonyabb energiapályára ugrásakor energiát ad le

III. Pályafeltétel: Megengedett pályák azok, amelyeken az elektron mrv perdülete a 2π-vel osztott Planck-állandónak egész számú többszöröse. A perdület pontszerű körpályán mozgó testek esetén úgy számítható ki, hogy a test mv lendületét megszorozzuk azzal az r sugárral, amelyik a körpályája jellemzője.

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar$$

2π-vel osztott Planck-állandónak a jelölésére vezettük be a $\hbar$ („h vonás”) jelölést.
n természetes szám (n > 0), főkvantumszámnak szokták nevezni.

Az elektronpálya sugara

A Bohr-modell a hidrogénatom leírására és a színképvonalait leíró Balmer-formula magyarázatára született. Nézzük meg matematikai leírással, miként tehető ez meg.

A keringő elektron a magnál jóval kisebb tömegű, ezért eltekintünk a mag mozgásától, hiszen a keringés középpontja így az atommag középpontjába vehető. A mag és az elektron közti gravitációs erő is teljességgel elhanyagolható. A Bohr-féle pályafeltétel a következőt jelenti:

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar \qquad (1)$$

Az I. axióma szerint:

$$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad (2)$$

Ezen két egyenletből kifejezhető a pályasugár az n főkvantumszám függvényében. Ez a kifejezés történhet például úgy, hogy az (1)-et négyzetre emeljük:

$$m^2v^2r^2 = n^2\hbar^2 \qquad (3)$$

(2)-ben szorozzunk be r-rel:

$$k\frac{e^2}{r} = mv^2$$

Ezt követően szorozzuk meg mindkét oldalt m-mel:

$$k\frac{me^2}{r} = m^2v^2$$

Most vegyük észre, hogy a (3)-ból

$k\,m^2 = \dfrac{n^2\hbar^2}{r^2}$ következik.

Ezek után a $k\dfrac{me^2}{r} = \dfrac{n^2\hbar^2}{r^2}$ egyenlethez jutunk. Ebből r-rel történő beszorzás és átrendezés után ezt kapjuk:

$$r = \frac{\hbar^2}{k\,m\,e^2} \cdot n^2 \qquad (4)$$

Ebből az n = 1 esetre kapjuk a hidrogén alapállapotbeli sugarát, ami $r_0 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ m-nek, azaz 53 pm-nek adódik. Ezt nevezzük **Bohr-sugárnak**. Az így kapott atomi méret nagyságrendje jól egyezik a kinetikus gázmodell által becsült nagyságokkal.

Így a pályasugarak az $r = r_0 \cdot n^2 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \cdot n^2$ alakban számíthatók. Jól látható az összefüggésből az is, hogy **a pályasugarak arányosak az n főkvantumszám négyzetével**.

Az elektron energiája

A pályafeltétellel az elektron energiája is meghatározható az egyes pályákon.

Az n-edik pályán keringő elektron energiája mozgási és potenciális energiából tevődik össze:

A potenciális energiát a következő alakban tudjuk felírni: $E_{pot} = -k\dfrac{e^2}{r}$. Így a teljes energia:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r}$$

A (2) egyenletből helyettesítsünk $m \cdot v^2$ helyére $\dfrac{ke^2}{r}$-t, így azt kapjuk, hogy:

$$E = -\frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$$

A (4) egyenletből írjuk be r helyére a pályasugarat, majd rendezzük algebrailag a kifejezést. Így ezt kapjuk:

$$E_n = -\frac{k^2e^4m}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \qquad (5)$$

Ebben a kifejezésben állandó, értéke

$$E_0 = \frac{k^2e^4m}{2\hbar^2} = 2{,}18\ \text{aJ} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}. \qquad (6)$$

Így az n-edik állapot energiáját a következő összefüggés adja meg:

$$\boldsymbol{E_n = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{2{,}18\ \text{aJ}}{n^2}} \qquad (7)$$

A negatív előjel azt mutatja, hogy az elektron kötött állapotban van. Az n = 1 értéket **alapállapoti energiának** nevezzük, az n = 2 az **1. gerjesztett állapothoz**, az n = 3 a 2. gerjesztett állapothoz tartozik, és így tovább.

A Bohr-féle frekvenciafeltétel

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Most használjuk fel a Bohr-féle frekvenciafeltételt! Ugorjon egy elektron az m-edik szintről az n-edik szintre:

$$hf = E_m - E_n \qquad (8)$$

Ha most az (5)-beli energiákat a (8)-ba beírjuk, megkapjuk a kisugárzott fény frekvenciájára vonatkozó formulát:

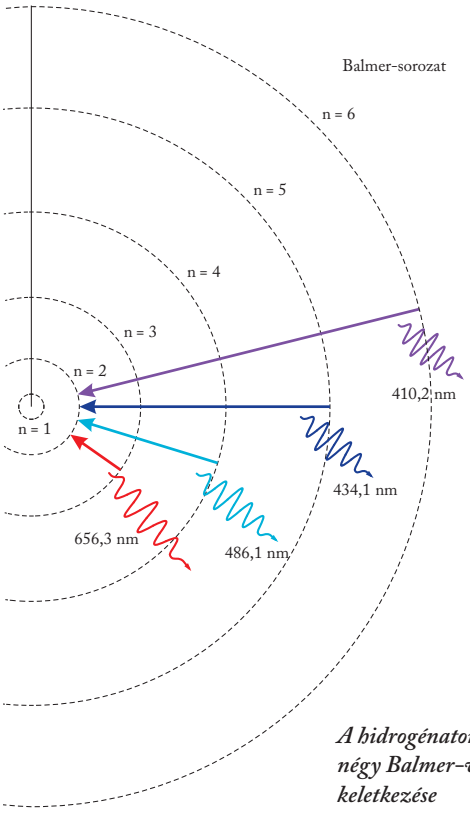
$$f_{m\to n} = \frac{k^2e^4m}{2\hbar^2}\frac{1}{h}\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right) \qquad (9)$$

Ebben az összefüggésben a zárójel előtti kifejezést nevezik a XI. 1-es leckében már megismert Rydberg-állandónak:

$$R = \frac{k^2e^4m}{2\hbar^2}\frac{1}{h} = 3{,}29\cdot10^{15}\ \text{Hz}$$

Vegyük azt is észre, hogy R-ben az első tag megegyezik a (6) egyenlet első tagjával, azaz

$$R = \frac{E_0}{h}$$



A hidrogénatom első négy Balmer-vonalának keletkezése

Így az összefüggésünk végső alakja a következő:

$$f_{m\to n} = R\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right) \text{ vagy } f_{m\to n} = \frac{E_0}{h}\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right) \qquad (10)$$

A kapott összefüggés az előző fejezet első témakörében (kémia-elektron) vett Balmer-formula általánosítása, és megadja az UV, illetve az infravörös tartományba eső vonalak frekvenciáját az n < m feltétel mellett. Ha n = 2, akkor jutunk vissza a Balmer-formulához.

Az n = 1-re az UV tartományban kapunk egy sorozatot, n = 2-re a Balmer-sorozatot kapjuk,

n > 3-ra az infravörösben kapunk további sorozatokat.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A hidrogén színképének második, kék színű vonala a béta-vonal, amelynek hullámhossza H_β = 486,1 nm.

a) Mutassuk meg, hogy a H_β a 3. és az 1. gerjesztett állapot közti átmenetből származik!

b) Mekkora a 3. gerjesztett állapotban lévő elektron pályájának sugara?

MEGOLDÁS

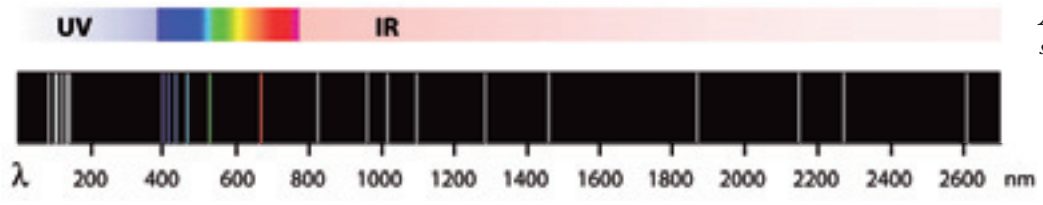
a) Használjuk a (6) és a (10) formulát. A 3. gerjesztett állapotban m = 4, az elsőben n = 2.
Ezt felhasználva a (10) összefüggés így írható le:

$$f_{4\to2} = \frac{E_0}{h}\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right) = \frac{2\cdot18\ \text{aJ}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot\frac{3}{16} = 6{,}17\cdot10^{14}\ \text{Hz}$$

Ebből a hullámhossz $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot10^8}{6{,}17\cdot10^{14}} = 488{,}6$ nm.

A kis különbség szinte csak a kerekítésekből adódik.

b) Ehhez az $r = r_0\cdot n^2 = 0{,}53\cdot10^{-10}\ \text{m}\cdot n^2$ (4) összefüggést érdemes használnunk, n = 4-es helyettesítéssel. Ebből $8{,}46\cdot10^{-10}$ m adódik.



A hidrogén teljes spektruma

A Bohr-modell kiterjesztése magasabb rendszámú elemekre

A Bohr-modell – némi kompromisszummal – alkalmasnak bizonyult a „hidrogénszerű” ionok leírására is. Hidrogénszerű ionnak azt tekinthetjük, ami (Z – 1)-szeresen ionizált, tehát csak egy elektront tartalmaz.

Ekkor a pályasugár: $r_n = 0{,}53\ \text{pm} \cdot \frac{n^2}{z}$, ahol z az elem rendszámát jelöli.

Az elektron energiája:

$$E_n = -2{,}18\ \text{aJ} \cdot \frac{z^2}{n^2} = -13{,}6\ \text{eV} \cdot \frac{z^2}{n^2}$$

Más esetben azzal az elvvel élhetünk, hogy a hidrogén elektronjai számára előálló gerjesztett állapotok a magasabb rendszámú elemek elektronjainak számára alapállapotok. Ekkor a fenti összefüggések közelítő esetnek tekinthetők. Az alkáli elemeknél még mutatkozik némi hasonlóság, de ezeken kívül a színképek egyre kevésbé emlékeztettek a hidrogénére. Ez utalt arra, hogy a Bohr-elmélet semmiképpen nem tekinthető teljes körű atommodellnek.

A Bohr-modell értékelése

Az alábbi táblázatban összegyűjtöttük a modell erősségeit és hiányosságait:

A Bohr-modell erősségei	A Bohr-modell hiányosságai
– Lehetővé tette egyes színképek keletkezésének magyarázatát. – Sok kísérleti tapasztalat is alátámasztotta az atompályák létezését, pl. a röntgensugárzással kapcsolatos megfigyelések, vagy elektronokkal gerjesztett gázok kisülési jelenségei. – A stabilitásra, a periódusos rendszer felépítésére is (nem teljes) magyarázatot adott. – Szemléletesség.	– Csak a hidrogén és a hidrogénszerű ionok színképeinek magyarázata volt kielégítő. – Továbbfejlesztett változatban sem volt teljesen alkalmas a periódusos rendszer kiépülésének magyarázatára. – Elvi alapjai tisztázatlanok voltak: pl. a keringő elektron a gyorsulása közben miért nem sugároz? Miért csak bizonyos megengedett pályákon mozoghatnak az elektronok? – Nem adott jó magyarázatot arra a kérdésre, hogyan képződnek a molekulák. – Nem adott számot az atom térbeliségéről, sajátosan kétdimenziós modell volt.

A Bohr-elmélet tipikus „félklasszikus” elmélet volt. A klasszikus mechanika törvényeiből indult ki (I. axióma), de ezen túllépve az akkor még újszerűnek számító fotonelméletet is beépítette (II. axióma). Ugyanakkor ma is jól használható a kémiai-fizikai fogalmak egyszerű szemléltetésére.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mik a Bohr-elmélet axiómái?
2. Mik a Bohr-modell erényei és hibái?
3. Foglaljuk össze kvalitatívan, hogy miként magyarázta meg a Bohr-modell a hidrogén vonalas színképét!
4. Minden színképvonal-sorozatnak van egy alsó határa. Ez a Balmer-sorozatnál 364,6 nm, azaz ez már az UV tartományba esik. A (10) képlet alapján hogyan tudjuk ezt az alsó hullámhosszt megkapni?
5. A hidrogénszerű ionok pályasugarának képlete, mint láttuk: $r_n = 0{,}53\ \text{pm} \cdot \frac{n^2}{z}$. Mivel indokolható az, hogy itt a pályasugár a rendszámmal fordítottan arányos?

3. Az elektron kettős természete. Az elektronmikroszkóp

A de Broglie-féle anyaghullámok

A foton kettős természetének sikere után logikus dolognak tűnt annak kiterjesztése, és az addig részecsketermészetűnek elképzelt objektumok hullámtermészettel való felruházása. Ezt az elképzelést az alábbi gondolatmenet csak erősítette. Az elektromágneses hullám részecskéje, a foton hf energiával rendelkezik. A tömeg-energia ekvivalencia szerint egy m nyugalmi tömegű részecske energiája mc^2. Ha a két természetet egyesítjük, akkor ez a két energiakifejezés is egyenlő: $hf = mc^2$, ahonnan

$$mc = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad (1)$$

Másrészt a relativitáselméletnél láttuk, hogy a foton lendületére teljesül a

$$p = mc \qquad (2)$$

összefüggés. Így a fenti (1) és (2) egyenlet figyelembevételével azt kapjuk, hogy

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (3)$$

A fenti gondolatmenet alapján feltételezte Louis de Broglie (1892–1987), hogy léteznek az úgynevezett anyaghullámok, azaz részecskék is rendelkeznek hullámtermészettel. A (3) összefüggéssel kiszámítható hullámhosszt de Broglie-hullámhossznak nevezzük, magát az összefüggést pedig de Broglie-összefüggésnek.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Becsüljük meg, hogy mennyi egy sprinter hullámhossza!

MEGOLDÁS

Egy sprinter a 100 m-es távot kb. 10 s alatt futja végig. Így a sebessége $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A sprinter tömegét vegyük 100 kg-nak (Usain Bolt „versenysúlya” 94 kg volt). Így a lendülete $p = mv = 1000\ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$. A hullámhossza pedig a de Broglie-összefüggésből:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{m}}{1000\ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}} = 6{,}63\cdot10^{-37}\ \text{m}$$

Ez kimutathatatlanul kicsiny hullámhossz. A hullámtermészetet interferenciával tudnánk kimutatni, ehhez szűk réseket, rácsokat használhatnánk. De vegyük figyelembe, hogy az atomi méret 10^{-10} m nagyságrendű, tehát 10^{-37} m nagyságrendű rés nem létezik, a sprinter hullámtermészetét ezért nem tudjuk kimutatni.

2. FELADAT Egy 100 kg-os embernek mekkora sebességgel kellene mozognia, hogy a hullámhossza 10^{-10} m legyen?

MEGOLDÁS

Fejezzük ki a de Broglie-összefüggésből a sebességet!

Az $mv = \frac{h}{\lambda}$ összefüggésből a sebességet kifejezve:

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{Js}}{100\ \text{kg}\cdot10^{-10}\ \text{m}} = 6{,}63\cdot10^{-26}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ez értelmezhetetlenül kicsiny sebesség, de ha még lehetne is ilyen kis sebességgel menni, akkor sincs értelme egy 100 kg-os testet egy 10^{-10} m-es résen átküldeni. A megoldás abszurditása tehát rámutat arra, hogy a hétköznapi, **makroszkopikus testekre a hullámtermészet értelmezhetetlen**.

A de Broglie-féle atommodell

Bohr elektronpályákra vonatkozó axiómáját de Broglie ötlete is alátámasztotta. Bohr 3. axiómája a következőt mondja ki: Elektronpályák csak ott lehetségesek, ahol teljesül a következő feltétel:

$$mvr = n\cdot\frac{h}{2\pi}, \qquad (1)$$

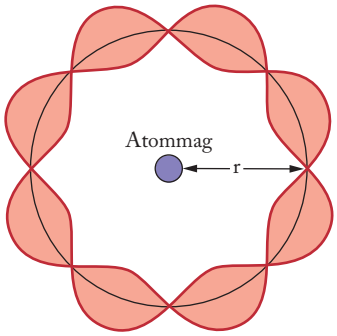
ahol n természetes szám. Ha ezt átrendezzük, akkor a következőt kapjuk, felhasználva a $p = mv$ jelölést:

$$2\pi\cdot r = n\cdot\frac{h}{mv} = n\cdot\frac{h}{p} \qquad (2)$$

A fotonnal kapcsolatban ismert volt a következő:

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad \text{átrendezve} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

De Broglie ötlete az volt, hogy mi lenne, ha a fotonra vonatkozó összefüggést felhasználná az elektronra is. Ha ezt elfogadjuk, akkor a (2) összefüggéssel összevetve láthatjuk, hogy a $2\pi \cdot r = n \cdot \lambda$ összefüggést kapjuk. Ennek bal oldalán egy Bohr-féle elektronpálya kerületének a hosszát látjuk. A jobb oldalon pedig azt, hogy egy hullámhossz egész számú többszöröse adja ki ezt a kerületet. Ez az állóhullámok felírásánál használt összefüggés. Tehát a Bohr-féle pályafeltétel úgy magyarázható, hogy a mag körül csak olyan pályák lehetségesek, ahol az elektronhullám állóhullámként foglalhat helyet.



A de Broglie-féle atommodell. Az elektron az atommag körül olyan atompályákon foglalhat helyet, ahol mint állóhullám létezhet. Az ábrán az n = 4-es főkvantumszámhoz tartozó állapot látható, 4 db hullámmal

Az elektron hullámtermészetének kimutatása

Azzal mindenki tisztában volt, hogy az elektronhullám kimutatása nem ígérkezik egyszerű feladatnak, mivel a makroszkopikus tárgyak hullámhossza nem mutatható ki. Egy elektronhoz rendelhető hullámhossz elegendően nagy sebesség esetén 10^{-10} m nagyságrendű lehet. Ez már kristályrácsokon áthaladva interferenciát hozhat létre.

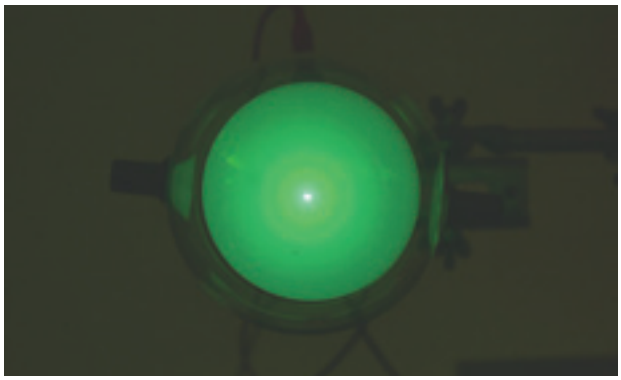
1923-ban egy amerikai ipari kutatólaboratóriumban két fizikus, Clinton Davisson és Lester Germer azzal kísérletezett, hogy nikkelfelületet bombáztak elektronokkal. Amikor véletlenül egy olyan helyen találták el a nikkelfelületet, ahol az szabályos kristályszerkezetet mutatott, akkor azt vették észre, hogy bizonyos elektronsebességnél a visszaverődő elektronnyaláb határozott csúcsokat mutatott. Ez azt jelenti, hogy egyes irányokba feltűnően sokat lehet kimutatni, míg más irányokba szinte nem is volt visszavert elektron. Erre ekkor még rossz magyarázatot adtak. 1927-ben azonban Davisson egy oxfordi konferencián értesült a de Broglie-féle anyaghullám ötletéről, és rögtön rájött arra, hogy *a határozott csúcsok megléte a visszaverődő elektronnyalábban az elektronok interferenciájának az eredménye.* Ez volt az elektronok hullámtermészetének első bizonyítéka, amiért tíz évvel később meg is kapták a Nobel-díjat.

Egészen más úton indult el G. P. Thomson, a legendás J. J. Thomson fia. Kísérlete volt az első tudatosan tervezett elektroninterferencia-kísérlet. A kísérlet első változatát Thomson 1927-ben végezte el. Elektronokat lőtt át $3 \cdot 10^{-8}$ m vastag celluloidrétegen, és fényképészeti lemezen



Davisson és Germer. Davisson kezében tartja azt a bonyolult felépítésű elektroncsövet, amellyel a kristályos nikkel felületén bekövetkező elektronszóródást vizsgálták

rögzítette az elektroninterferenciára utaló gyűrűket. Ezt követően *fémfóliákon és grafitrácson áthaladó elektronnyaláb esetén is kimutatta a koncentrikus interferenciagyűrűket.*



Egy modern taneszköz grafitrácson létrejövő interferenciaképe

A Davisson–Germer-kísérlet értelmezése

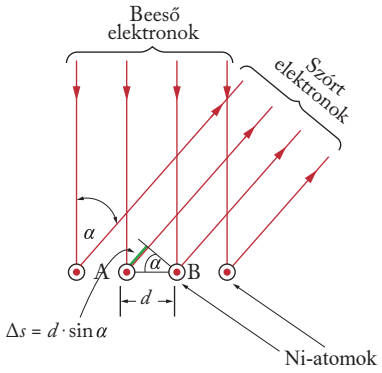
KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A Davisson–Germer-féle kísérletnél a mérések szerint a legélesebb maximum 54 V-os feszültséggel gyorsított elektronoknál mutatkozott, 50°-os szögben visszaverődve.

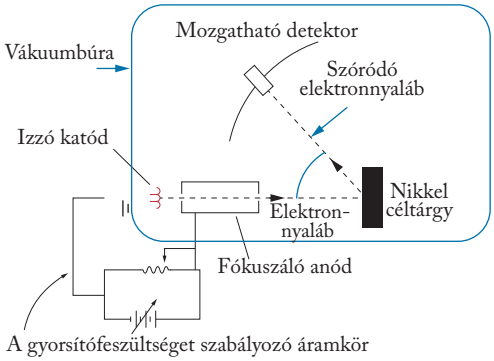
A beeső elektronhullám a nikkelkristály atomsorain szóródva interferenciaképet hoz létre. Tegyük fel, hogy az α szögben szóródó elektronok egy erősítési hely felé tartanak. Az erősítésnek az a feltétele, hogy a nyalábok közti útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse kell, hogy legyen, ahogy azt az optikánál is tanultuk:

$$\Delta s = m \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha, \qquad (1)$$

ahol d rácsállandó, esetünkben a nikkel atomsorainak távolsága (értéke $d = 0{,}216$ nm), m természetes szám, a szórás rendjét adja meg, esetünkben a legerősebb maximumnál $m = 1$.



A szórt elektronok interferenciájának értelmezése



A Davisson–Germer-kísérlet elvi vázlata

Davisson azt kapta, hogy 50°-os irányban van egy nagyon erős maximumhely. Az (1) összefüggésből a hullámhosszt kifejezve:

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{1} = 0{,}216 \text{ nm} \cdot \sin 50° = 0{,}165 \text{ nm} \qquad (2)$$

Az elektron U gyorsítófeszültség hatására tesz szert a lendületre, úgyhogy alkalmazzuk a munkatételt:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{p^2}{2m} = eU$$

Az összefüggésben e az elektron töltése: $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, m az elektron tömege: $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. A fenti egyenletből kifejezhetjük a p lendületet $p = \sqrt{2meU}$ alakban, és ezt beírhatjuk a de Broglie-összefüggésbe. Ekkor az elektron hullámhosszára a következő összefüggést kapjuk:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \qquad (3)$$

Ha most még a konstansok (m, e és h) helyettesítését is elvégezzük, akkor a következő összefüggéshez jutunk, nem relativisztikus elektronok esetére, U helyére csak a számértéket írva.

$$\lambda = \frac{1{,}228}{\sqrt{U}} \text{ nm} \qquad (4)$$

Elvégezve a behelyettesítést:

$$\lambda = \frac{1{,}228 \text{ nm}}{\sqrt{54}} = 0{,}167 \text{ nm} \qquad (4)$$

Láthatjuk, hogy a kristályrácsról visszaverődő elektron optikai módszerrel meghatározott hullámhosszára – lásd a (2) egyenletet – csaknem ugyanazt a hullámhosszt kaptuk, mint amit a de Broglie-összefüggés jósolt. Ez a de Broglie-összefüggés helyességének ékes bizonyítéka volt.

Elektronmikroszkóp felbontása és működése

Hogy egy mikroszkóp mennyire jó, azt főként az határozza meg, hogy mekkora a felbontása. A felbontás azt mutatja meg, hogy milyen közel lehet egymáshoz két olyan pont, amit még külön tudunk érzékelni. Ez az emberi szemnél 25 cm-ről nagyjából 0,1 mm, fénymikroszkóppal elvileg 200 nm körüli érték lehet. Hogy ez a felbontás fénymikroszkóppal nem csökkenthető tovább, annak az oka az, hogy a fény hullámhosszának nagyságrendjébe eső méretű testeken a fény elhajlást szenved, így a képük foltszerű lesz.



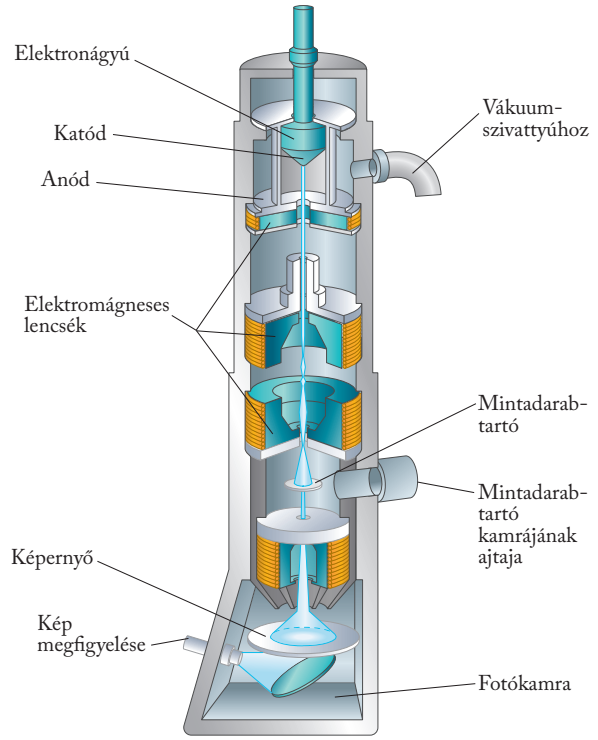
A felbontóképesség szemléltetése

A hullámtermészet miatt egy pontszerű testet érő hullám elhajlást szenved, így képe már nem pontszerű lesz, hanem kiterjedtebb folt. Így ha két pontszerű test túl közel van egymáshoz, az elhajlási képek átfedettsége miatt már nem különíthetők el.

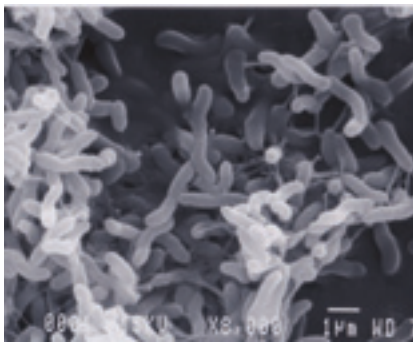
Az **elektronmikroszkópot** azért használjuk, mert nanométeresnél kisebb hullámhossz érhető el. Mint láttuk, az elektron hullámhossza a sebességétől függ, és viszonylag kis gyorsítófeszültség mellett is kis hullámhossz érhető el. Kis hullámhossz esetén pedig az elhajlási kép is csak nagyon kis méretű test közelében lesz zavaró, így a felbontóképesség is nagymértékben megnő.

Az elektonmikroszkóp tetején egy elektronágyút helyeznek el. Az ebből kilépő elektronnyaláb a katód és az anód közti térben felgyorsul, majd elektromágneses lencsék során megy keresztül. Az elektronmikroszkópban alkalmazott lencsék tulajdonképpen olyan elektromágnesek, amelyek speciális szerkezetű mágneses mezőt hoznak létre. Ebben a mágneses mezőben a fellépő Lorentz-erő irányítja és fókuszálja az elektronnyalábot a vizsgálandó

mintadarabra. A mintáról szóródó nyalábot újabb elektromágneses lencse vetíti ki az ernyőre. Az egész berendezés nagy vákuumban, 10^{-5}–10^{-8} Pa nyomáson működik.



Az elektronmikroszkóp

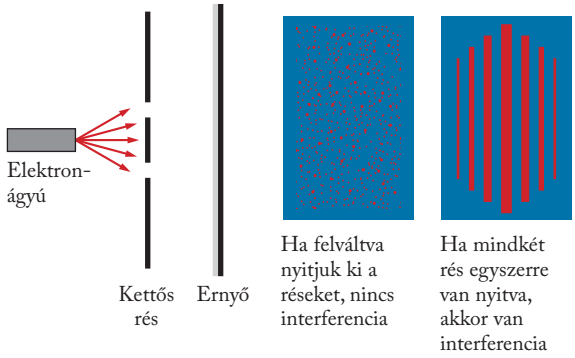


Baktériumok elektronmikroszkópos képe. A képen feltüntették az elektron gyorsítófeszültségét (15 kV), a nagyítást (8000-szeres) és azt, hogy mekkora szakasz felel meg 1 μm-es hossznak

Az anyag kettős természete

Az optikában klasszikusnak számító, és Young által 1801-ben elvégzett **kétréses interferenciakísérletet** elektronokkal 1961-ben végezték el. A kísérlet vázlatát a következő ábrán látjuk.

A kísérlet elvileg akkor is működik, ha az elektronnyaláb intenzitása hihetetlenül kicsi, azaz a készülékben egyidejűleg csak egy elektron tartózkodik. Fotonnál egy részecskével is sikerült kimutatni. Amint az egyik rés mellett egy detektort helyezünk el, hogy kimutassuk, hogy az elektron vagy a foton melyik résen haladnak át, akkor az interferencia megszűnik. Az elektron vagy a foton a kimutatása pillanatában ugyanis „részecsketermészetűvé válik". Ha részecskeként detektáljuk őket, akkor részecsketermészetet mutatnak, ha viszont hullámként akarjuk kimutatni őket, akkor hullámként viselkednek. Röviden fogalmazva, az elektron és a foton kettős természetű, és a **hullám-részecske tulajdonságuk egymástól elválaszthatatlan**, a kísérlet jellege határozza meg, hogy a két természet közül melyik dominál.



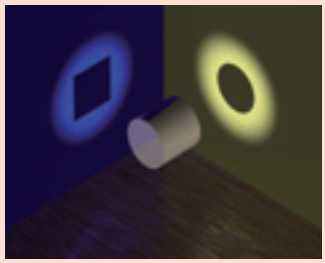
A kétréses interferencia elvi vázlata

Az elektron és a foton mellett számos más elemi részecskének, neutronnak, protonnak is igazolták a kettős természetét, de legkönnyebben a kis tömegük miatt az elektronnál és a fotonnál mutatható ki ez a tulajdonság. Azonban nem csak elvi jelentősége van annak, hogy az elektron után más részecskének is kimutatták a kettős természetét. A neutronelhajlás például fontos szerkezetvizsgáló módszerré is vált.

A elvégzett kísérletek és a részecskék alkalmazási területei bizonyítják, hogy a kettős természet, a részecske-hullám kettősség tehát a természet egyik legáltalánosabb törvényszerűsége.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért használunk sok esetben elektronmikroszkópot fénymikroszkóp helyett?
2. Mi a de Broglie-összefüggés, hogyan kapható ez meg a tömeg-energia ekvivalenciát felhasználva?
3. Mivel egészítette ki a de Broglie-féle anyaghullám-elképzelés a Bohr-modellt?
4. A kettős természetet általában az elektronnal kapcsolatban szoktuk emlegetni. Ennek mi lehet az oka?
5. A mellékelt illusztrációt a kettős természet szemléltetésére szokták alkalmazni. Értelmezzük ebből a szempontból az ábrát!



A kettős természet illusztrálása

4. A kvantummechanikai atommodell

A kvantummechanikai atommodell lényege

1. **Heisenberg** és **Schrödinger** modellje tisztán matematikai modell. Le kell mondani arról a szemléletes képről, hogy az elektronok a mag körül szigorúan megszabott pályán keringenek. A modell az elektront egy úgynevezett **állapotfüggvénnyel** (más néven **hullámfüggvénnyel**) jellemzi. Ebből a függvényből olvasható ki az, hogy az atommag elektromos terében keringő elektron milyen megtalálási valószínűséggel rendelkezik egyes térrészekben. A Bohr-modell a hidrogén vonalas színképének magyarázatánál azért volt sikeres, mert a Bohr-féle pályák a legegyszerűbb esetekben az elektronnak a legvalószínűbb tartózkodási helyei a mag körül.

2. Az atomba zárt elektron különböző alakú, és térbeli elhelyezkedésű, állóhullámszerű pályákat alkothat. Ezeket a különböző pályákat az úgynevezett kvantumszámok jellemzik. (A kvantumszámokkal a következő témánál foglalkozunk.)

3. Minden állóhullámszerű alakhoz meghatározott energiaértékek tartoznak. Az atomok által kibocsátott vagy elnyelt fotonok energiája az állóhullámszerű állapothoz tartozó energiaértékek különbségével egyenlő. Érvényben marad tehát a Bohr-féle frekvenciafeltétel.

Heisenberg-féle határozatlansági reláció

A részecske-hullám kettősséget nagyon szemléletesen fogalmazta meg **Heisenberg a határozatlansági relációkkal**. Hagyományos megfogalmazásában az egyik így szól: egy részecske x helyét és p lendületét egyszerre tetszőleges pontossággal nem tudjuk megmérni elvi okokból.

Ha Δx egy részecske x koordinátájának megadásakor a hely bizonytalansága, Δp az impulzus bizonytalansága ezen koordinátatengely mentén, akkor a két mennyiség bizonytalanságának a szorzata nem lehet kisebb, mint a Planck-állandó 4π-ed része.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy 10 grammos lövedék sebességét $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-os pontossággal meghatároztuk. Mekkora ekkor a helymérés pontosságának elvi határa?

MEGOLDÁS

Alkalmazzuk a határozatlansági relációt az alábbi alakban:

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx \frac{h}{4\pi} \approx 0{,}5 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}.$$

$$\text{Ebből } \Delta x \approx \frac{0{,}5 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{0{,}01\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5 \cdot 10^{-33}\ \text{m}.$$

Ez a méret az atommag méreténél is 18 nagyságrenddel kisebb. A makroszkopikus világban tehát a határozatlansági relációnak nincs szerepe.

2. FELADAT Egy elektron egy 10^{-9} m nagyságrendű molekulába van bezárva. Határozzuk meg a sebességének a bizonytalanságát!

A határozatlansági relációból:

$$\Delta v = \frac{\frac{h}{4\pi}}{\Delta x \cdot m} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{10^{-9}\ \text{m} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 5{,}5 \cdot 10^{4}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

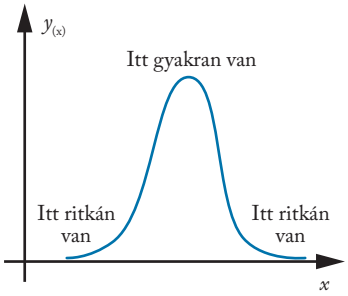
Ez jelentős bizonytalanság, és mérhető is. A mikrofizikában tehát komolyan számolni kell a határozatlansági relációval.

A kvantummechanikai hullámfüggvény

A kvantummechanika a hullám-részecske kettős természetet egységes leírásba szervezi. Ez az egységbe foglalás azonban nem problémamentes. Ennek érzékeltetésére lássuk a következő példát.

1. A hely megadása

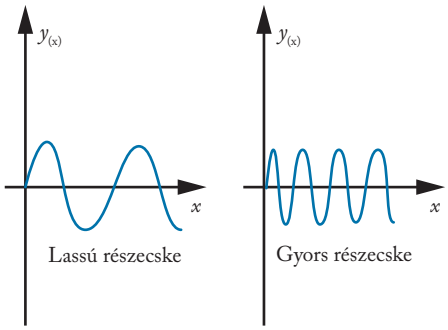
A klasszikus fizikában a hely megadása egyértelmű, a síkban egy (x, y) koordináta megadja egy pontszerű test helyét. A kvantummechanika leírása szerint a részecske helyét egy x tengely mentén egy $\Psi(x)$ függvény írja le a következő ábrán látható módon.



A kvantumfizika helyfüggvénye

2. A lendület megadása

A de Broglie-összefüggés a $p = mv$ impulzusú részecskékhez $\lambda = \frac{h}{mv}$ hullámhosszúságú, végtelen kiterjedésű szinuszos síkhullámot rendel. Ha a részecske lendülete nagy, akkor a hullámhossza kicsi, ezért egy „sűrű" függvény írja le a gyors részecskét, ahogy azt a következő ábra szemlélteti.

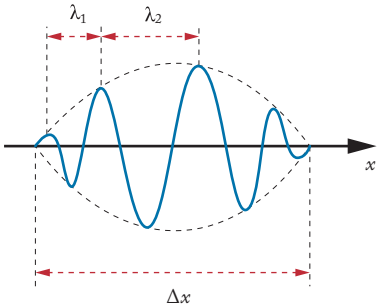


Lassú és gyors részecskék függvényei

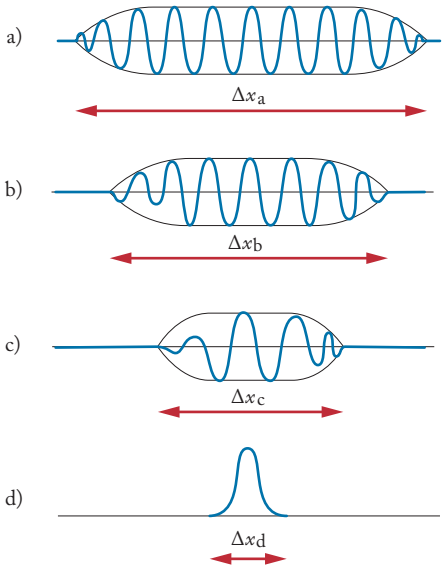
Az ábrán látható szinuszfüggvények azonban végtelen kiterjedésűek, amely viszont ellentmond annak, hogy a mozgó *részecske kiterjedése véges*, amit számos tapasztalat igazol.

3. A hullámcsomag

Az **1.** és **2.** pont közti ellentmondás feloldható, ha a hely és a lendület egyidejű jellemzésére bevezetjük a hullámcsomagot, ami a helyet és a lendületet leíró függvény egyfajta szuperpozíciójának tekinthető, és a hullámfüggvény speciális eseteként fogható fel.



A hullámcsomag. A hullámcsomag szélén és közepén a hullámhosszak különbözőek, azaz a hozzájuk rendelhető lendületnek is bizonytalansága van



Különböző szélességű hullámcsomagok

A fenti ábrán néhány egyszerű hullámcsomag látható. Az a) ábrán szélesen kiterjedt hullámvonulat látható, középső része szinte 7 db periódusból álló egyetlen tökéletes szinuszhullám. Erre azt mondjuk, hogy 7 db szabályos hullámból áll, a széleken 1-2 torzult hullám található. Az ilyen hullámcsomaggal jellemzett részecske helyéről csak igen keveset mondhatunk, mert a Δx_a tartomány nagy, viszont relatíve kevés a széleken lévő „bizonytalankodó" hullám. A jellemző hullámhosszát könnyű megmondani, így a lendület megadása sem bizonytalankodó. Ahogy haladunk a b) c) d) ábrák felé, a Δx tartomány egyre szűkül, a részecske helye egyre pontosabban adható meg. A középső szabályos tartomány mérete azonban egyre csökken, a b)-nél már csak 3 db szabályos hullám van, a torzult periodicitású szélső tartományok relatív aránya megnőtt. A jellemző hullámhossz, illetve az ehhez kapcsolódó lendület megadása egyre bizonytalanabb. A d) ábrán a hullámcsomag már egy helyre korlátozódik, olyannyira, hogy a hullám periodicitása már fel sem ismerhető, lendületéről csak nagy bizonytalansággal nyilatkozhatunk.

Ebből a szemléletes gondolatmenetből arra következtethetünk, hogy **a részecskék helye és lendülete nem határozható meg egyszerre tetszőleges pontossággal**, ahogy azt a Heisenberg-féle határozatlansági reláció is állítja.

A határozatlansági reláció szemléltetése

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az előző gondolatmenet alapján kvantitatív (mennyiségi) becslést is tehetünk a hely és a lendület bizonytalanságáról.

Tekintsük egy hullámcsomagot. A hullámcsomag Δx szélessége arányos azzal, hogy a hullámcsomag hány darab hullámból áll. A hullámok számát jelölje n. A de Broglie-féle összefüggést is felhasználva tehát a következőt írhatjuk:

$$\Delta x \approx n \cdot \lambda = n \cdot \frac{h}{p} \qquad (1)$$

Most becsüljük meg a lendület bizonytalanságát. Ezt a de Broglie-összefüggés alapján a hullámhossz bizonytalanságával hozhatjuk összefüggésbe. Láttuk, hogy a hullámhosszt akkor tudjuk pontosan megadni, ha a hullámok n száma nagy. A hullámhossz $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ relatív bizonytalanságáról tehát feltételezhetjük, hogy az a hullámok n számával fordított arányosságot mutat, azaz: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{n}$.

Mivel $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p}{p}$, ezért

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{1}{n}, \text{ azaz } \Delta p \approx \frac{p}{n} \qquad (2)$$

Képezzük most (1) és (2) szorzatát!

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx n \cdot \frac{h}{p} \cdot \frac{p}{n} = h$$

Ezzel nagyságrendileg helyesen visszakaptuk a Heisenberg-féle határozatlansági relációt, hiszen becslésünk alapján a hely és a lendület bizonytalanságának szorzata a Planck-állandó nagyságrendjébe esik.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit mond ki a Heisenberg-féle határozatlansági reláció?
2. Mi a kvantummechanikai atommodell lényege?
3. Mi a hullámcsomag, miként jellemzi egy részecske helyét és lendületét?
4. Hasonlítsuk össze a Bohr-modellt és a kvantummechanikai atommodellt! Mi az, amit a kvantummechanikai atommodell a Bohr-modellben megerősített? Mi az, ami radikálisan új?
5. Az atomfizikai, magfizikai jelenségek során az elektronok és a neutronok nagyjából azonos sebességgel szoktak mozogni. Melyik az, ami inkább részecskeként viselkedik? Miért?

5. Az elektronszerkezet és a periódusos rendszer

Az elektron felfedezése óta (J. J. Thomson, 1897) több elképzelés született arról, hogyan helyezkednek el az elektronok az atomban.

A ma elfogadott úgynevezett kvantummechanikai atommodell kialakításában döntő szerepe volt Heisenbergnek (1901–1976) és Schrödingernek (1887–1961). A kvantummechanikai atommodell egyszerűsített változatát használjuk a középiskolai tanulmányaink során.

Atompályák

Az atomok szerkezetét jó közelítéssel le tudjuk írni, ha feltételezzük, hogy az atom elektronjai atompályákon mozognak. Az atompálya az az atommag körüli térrész, amelyben az elektron nagy (pl. 90%-os) valószínűséggel megtalálható. Az atompálya mai fogalmaink szerint tehát nem egy szokásos értelemben vett pályavonalat, hanem egy térrészt jelöl.

Az atompályát három kvantumszámmal jellemezzük: a fő-, a mellék- és a mágneses kvantumszámmal.

A kvantumszámok

A **főkvantumszám** az atompálya magtól való távolságát adja meg. Jele: n.

A főkvantumszám lehetséges értékei: 1; 2; 3; …; 7 (pozitív egész számok), a magtól való távolsággal az n értéke is nő.

A **mellékkvantumszám** az elektronpálya alakját jellemzi. Jele: l.

Az l lehetséges értékei: 0, 1, 2, …, $n-1$.

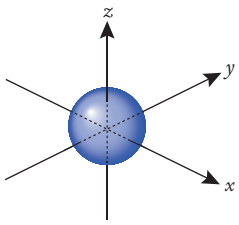
A mellékkvantumszámnak megfelelő betűjelölések rendre: *s, p, d* és *f*.

Az *s*-pályák gömbszerűek, a *p*-pályák súlyzószerűek, míg a *d*- és *f*-pályák bonyolultabb alakúak. Tehát a mellékkvantumszám értékének növekedésével a pályaalakok is egyre bonyolultabbak.

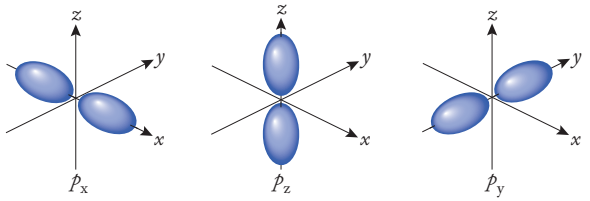
A **mágneses kvantumszám** az atompálya alakjának térbeli irányultságát adja meg mágneses tér esetén. Jele: m.

A mágneses kvantumszám lehetséges értékei a *–l-től +l-ig* egész számok lehetnek.

Például $l = 0$ (*s*) esetén $m = 0$ lehet csak, kifejezve, hogy gömbszimmetrikus *s* pálya, térben nem irányított, illetve $l = 1$ (*p*) esetén $m = -1, 0, +1$ lehet, ami megfelel annak,



Az s-pálya alakja



A p-pályák alakja

hogy a súlyzó alakú *p*-pályákat a három koordinátatengely mentén kell elképzelnünk. Szokásos jelölésünk ennek megfelelően p_x, p_y, p_z is lehet.

Az atompályák jellemzésére használt három kvantumszám bevezetése után derült fény arra, hogy az elektronnak van egy, a pályától független saját mágneses tulajdonsága.

A **spinkvantumszám** az elektron saját mágneses sajátossága, amit külön kvantumszámmal kell figyelembe venni. Jele: m_s.

A spinkvantumszám lehetséges értékei: $-\frac{1}{2}$ vagy $+\frac{1}{2}$.

Az elektronhéjak

Az atommagtól azonos távolságra lévő pályák, tehát az azonos főkvantumszámú (n) pályák közös **elektronhéjat** alkotnak.

Az elektronhéjakat számokkal vagy nagybetűkkel jelöljük: K = 1, L = 2, M = 3, N = 4.

A héjon belül az azonos mellékkvantumszámú pályák **alhéjakat** alkotnak.

Héj	Alhéj
K = 1	1s
L = 2	2s, 2p
M = 3	3s, 3p, 3d
N = 4	4s, 4p, 4d, 4f

Az elektronszerkezet kiépülésének elvei

Az elektronok pályákon való elhelyezkedése során három elv valósul meg. Ezek a következők:

Az energiaminimumra való törekvés elve

Az elektronok először a kisebb energiájú pályákat töltik fel. Ha már tele van az adott pálya, akkor épülnek be a nagyobb energiájú, magtól távolabbi pályák.

A pálya energiája két kvantumszámtól függ: a fő- és a mellékkvantumszámtól, tehát a pálya magtól való távolságától *(n = 1 < n = 2 < n = 3)* és a pálya alakjától *(s < p < d)*.

A pályák feltöltődésének sorrendje: 1*s*, 2*s*, 2*p*, 3*s*, 3*p*, … .

A Pauli-elv

Pauli német fizikus fedezte fel a kvantummechanika egyik alapvető törvényét (1925-ben):

Az atomban nem lehet kettő vagy több olyan elektron, amelynek mind a négy kvantumszáma megegyezik, ha *n*, *l* és *m* azonos, akkor legalább az *s* spinkvantumszámnak különböznie kell.

Ennek következménye, hogy minden egyes atompályán legfeljebb két elektron lehet.

Például: A $2p_{-1}$ atompálya esetén három kvantumszám adott: $n = 2$, $l = 1$ (p), $m = -1$, ezen a pályán csak olyan elektronok lehetnek, melyeknek a 4. kvantumszáma különbözik, mivel a spinkvantumszám (m_s) kétféle értéket vehet fel, az adott pályán maximum két elektron lehet, amelyek ellentétes spinnel (+1/2, –1/2) rendelkeznek.

A Hund-szabály

Az azonos energiaszintű pályákra először azonos spinnel épülnek be az elektronok, ha már mindegyiken van egy-egy elektron, akkor kezdődik meg az ellentétes spinű elektronok beépülése.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az elektronszerkezet kiépülésének elveit ismerve írjuk fel a nitrogénatom elektronszerkezetét!

MEGOLDÁS

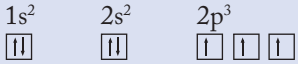
A nitrogén vegyjele: $_7$N.

A vegyjel alsó sarkában a 7-es a rendszámot (protonszámot) jelenti. Mivel az atom elektromosan semleges, ezért ugyanennyi, 7 db elektron tartózkodik az atommag körül.

Jelölhetjük az egyes pályákon elhelyezkedő elektronok számát és az atompályákat jelző betűt a jobb felső sarkába írva, illetve jelölhetjük az elektronokat nyilakkal az atompályákat jelző cellákban. Ekkor az azonos cellába jutó elektronok ellentétes spinjét ellentétes irányú nyilak fejezik ki.

Tehát a kétfajta jelölés nitrogénatom esetén:

$_7$N: $1s^2$ $2s^2$ $2p^3$



Az *energiaminimumra való törekvés elve* értelmében 1s, 2s, 2p a pályák feltöltődésének sorrendje.

A *Pauli-elv* értelmében egy atompályára maximum két elektront helyezünk, ellentétes spinnel.

A *Hund-szabályt* alkalmazzuk a 2p pályák feltöltése során, mivel e három pálya energiaszintje azonos (csak a mágneses kvantumszámban különböznek).

Az elektronhéjak maximális elektronszáma

Az elektronok eloszlása az elektronhéjakon és alhéjakon a következőképpen alakul. A táblázatból látható, hogy az ***n*** **főkvantumszámú elektronhéjon maximum $2n^2$ számú (2, 8, 18, 32, …) elektron tartózkodhat**.

Héj	Főkvantumszám (n)	Mellékkvantumszám (l)	Mágneses kvantumszám (m)	A pálya jelölése	Elektronszám az alhéjon	Elektronszám a héjon
K	1	0 (s)	0	$1s_0$	2	2
L	2	0 (s) 1 (p)	0 –1, 0, +1	$2s_0$ $2p_{-1}$, $2p_0$, $2p_{+1}$	2 6	8
M	3	0 (s) 1 (p) 2 (d)	0 –1, 0, +1 –2, –1, 0, +1, +2	$3s_0$ $3p_{-1}$, $3p_0$, $3p_{+1}$ $3d_{-2}$, $3d_{-1}$, $3d_0$, $3d_{+1}$, $3d_{+2}$	2 6 10	18
N	4	…	…	…	…	32

A periódusos rendszer felépítése

A következő ábrán első pillantásra észrevehetjük, hogy a periódusok hossza változó. Minden újabb periódus új héj kezdetét jelenti.

Az **első periódusban** mindössze két elem ($_1$H, $_2$He) található, mert a K-héjhoz tartozó egyetlen atompálya (1*s*) két elektronnal telítődik.

A **második periódus** már nyolc elemet tartalmaz (a $_3$Li-tól a $_{10}$Ne-ig), mert a második héj négy atompályájára (2*s*, $2p_{-1}$, $2p_0$, $2p_{+1}$) összesen nyolc elektron épülhet be.

A **harmadik periódus** szintén nyolc elemből áll, amelyek atomjaiban rendre telítődnek a 3*s*-, $3p_x$-, $3p_y$- és $3p_z$-pályák (a $_{11}$Na-tól a $_{18}$Ar-ig). A harmadik héjhoz már *d*-pályák is tartoznak, de ezek feltöltődésére csak a $_{21}$Sc-től kerül sor, mert $E_{3d} > E_{4s}$.

A **negyedik periódusban** 18 elemet találunk (a $_{19}$K-tól a $_{36}$Kr-ig). Itt a rendszám növekedésével először a 4*s*-, majd a 3*d*-, végül a 4*p*-pályák töltődnek fel. Hasonló módon épül fel a többi periódus is.

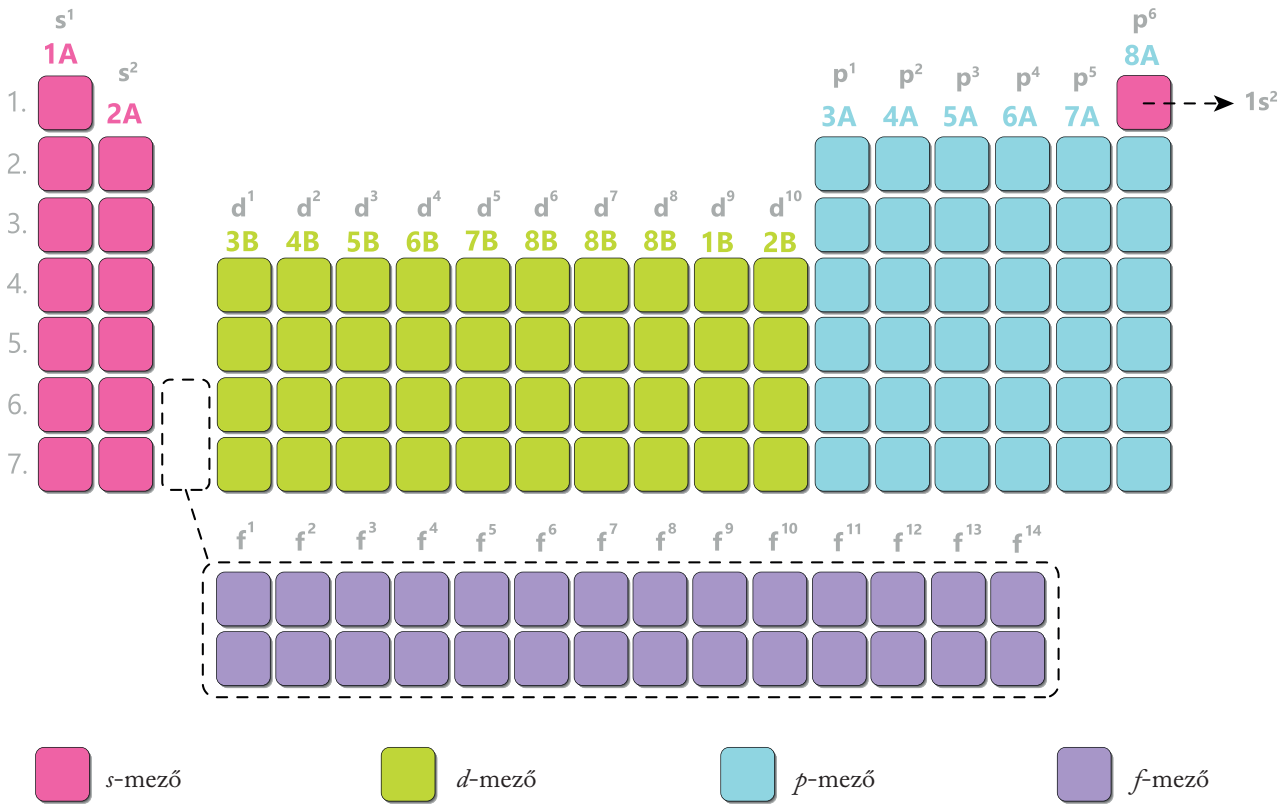
Az egyes elektronpályák feltöltődésének sorrendje, azaz az energetikai sorrendje a következőképpen alakul: 1*s*, 2*s*, 2*p*, 3*s*, 3*p*, 4*s*, 3*d*, 4*p*, 5*s*, 4*d*, 5*p*, 6*s*, 4*f*, 5*d*, 6*p*, 7*s*, 5*f*, 6*d*, 7*p*.

Ezt vizuálisan megjegyezhető formában az alábbi módon szokták ábrázolni:

A periódusos rendszerben a „rendet" tehát alapvetően az határozza meg, hogy mely elektronpálya betöltése zajlik az adott területen. A sorok száma a legkülső elektronhéj főkvantumszámát adja meg. Az első két oszlop az „*s*-mezőt" alkotja. Ezt jobbra haladva 10 oszlop követi, ahol a „*d*-mező" elemei vannak, majd 6 oszloppal következik a „*p*-mező". Az „*f*-mező" 14 oszlopának már nem jutott hely ebben a rendszerben, így ezek az elemek két sorban, külön sorakoznak.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit mutat meg a főkvantumszám, mellékkvantumszám, mágneses kvantumszám és spinkvantumszám?
2. Mely elvek mentén magyarázható a periódusos rendszer felépülése?
3. Melyik elemnél zárul le teljesen a K, L, M és az O héj a periódusos rendszerben? Használd a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadvány periódusos rendszerét!
4. Legfeljebb hány elektron lehet a neonatom 2p elektronhéján?
5. Egy héliumatomnak egymást követően leszakítjuk az elektronjait. Az első vagy a második elektron leszakításához szükséges nagyobb energia?



A periódusos rendszer mezői. Az f mezőt helytakarékossági okokból külön veszik, külön két sorba szokták rendezni

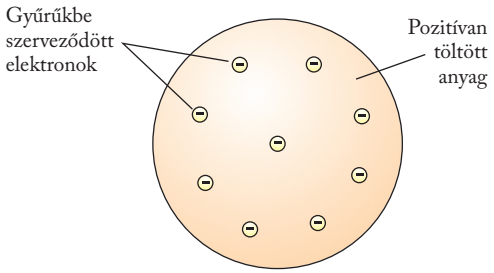
Összefoglalás

Thomson-modell („mazsolás puding” modell), 1904

Előzményei: A kinetikus gázelmélet sikerei, a vonalas színkép és az elektron felfedezése.

Lényege: A 10^{-10} m nagyságrendű atom anyag „szétkent” pozitív töltésébe ágyazottak az elektronok, amelyek rezgése révén keltik a fényt.

Hiányosságai: adós maradt a vonalas színkép pontos leírásával, a periódusos rendszer és a kémia kötések magyarázatával.

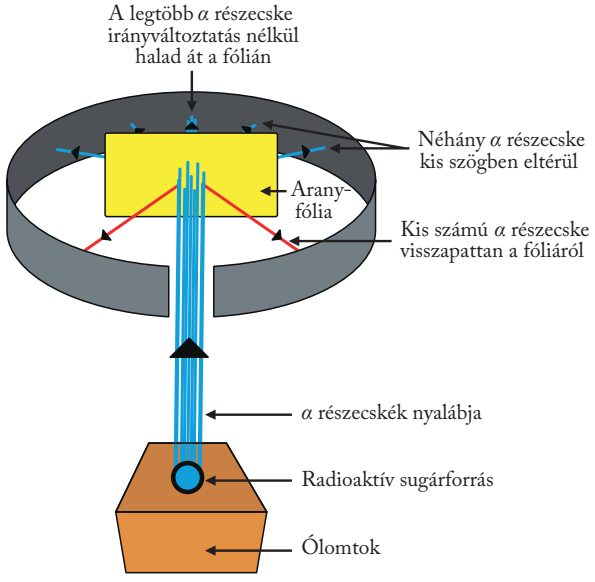


II. Rutherford-modell, 1911

Előzménye a szórási kísérlet: egyes nagy energiájú α-részecskék az aranyfólián áthaladva nagy eltérülést szenvednek, ritkán visszapattannak. Magyarázat: **Az atomban a pozitív töltés kisméretű (10^{-15} m) magban tömörül.**

Az atommag körül az elektronok körpályákon keringenek.

Hibája: A stabilitást nem magyarázta: a keringő, tehát gyorsuló elektronok elektromágneses (röntgen-) sugárzást kibocsájtva a magba zuhannának, az atom tehát nem lehet stabil.



Bohr-modell, 1913

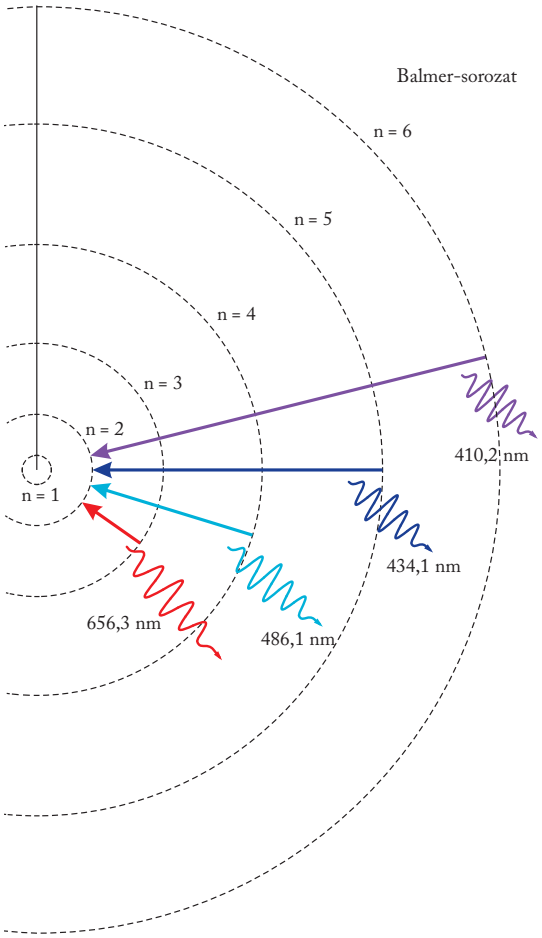
Axiómái:

1. Az elektron a mag körül körpályán mozog, a közöttük ható Coulomb-erő biztosítja a centripetális erőt.

$$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

2. Minden elektronpályához meghatározott energia rendelhető. Az elektronpályák közti átmenetek fotont kibocsátásával vagy elnyelésével járnak. A foton energiája egyenlő két elektronpálya energiájának a különbségével.

$$hf = \Delta E$$

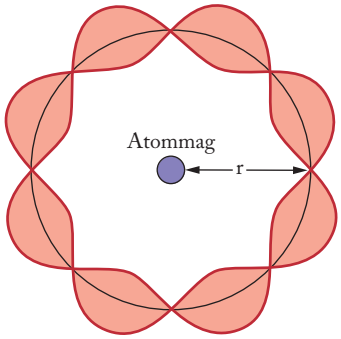


3. Csak olyan r sugarú pályák lehetnek az atomon belül, amelyekre teljesül az $mvr = n \cdot \hbar$ összefüggés.

Bohr három állításából levezethető az **elektronpályák sugara:** $\boldsymbol{r_n = r_0 \cdot n^2}$, ahol r_n az n-edik pálya sugara, r_0 az úgynevezett Bohr-sugár. r_0 = 53 pm. Levezethető az is, hogy az n-edik **pálya energiája** $\boldsymbol{E_n = -\frac{2{,}18\ \text{aJ}}{n^2}}$.

De Broglie-modell, 1924

Előzménye: az elektron hullámtermészetének (az anyag kettős természetének) a hipotézise.



Lényege: Az atompályákon az elektron **a $p = \frac{h}{\lambda}$ összefüggéssel meghatározott hullámhosszúságú állóhullámformákkal** foglal helyett.

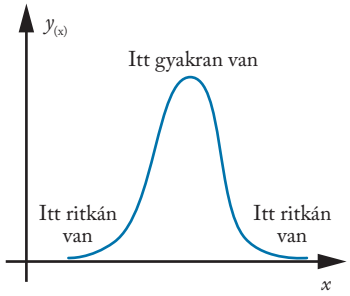
Hiányosságai: A Bohr-modell továbbfejlesztése, annak elméleti alapjait csak részben tisztázza.

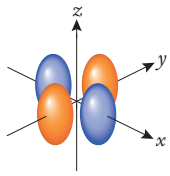
Kvantummechanikai atommodell (Heisenberg, Schrödinger), 1926

Előzménye: A kvantummechanika hullámfüggvény bevezetése, a Heisenberg-féle határozatlansági reláció:

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$.

Az atompályák az elektronok tartózkodásának a **legvalószínűbb helyeit** adják meg. Az atom egy elektronjának az állapotát kvantumszámok írják le. Ezek: **n** (fő), **l** (mellék), **m** (mágneses), **s** (spin). Ezek nagyobb kvantumszámok esetén bonyolult alakú pályákat határozhatnak meg.





Az atom felépítésénél a következő három szabály teljesül:

1. Az energiaminimum-elv: Az elektronok először a kisebb energiájú pályákat töltik fel. Ha már tele van az adott pálya, akkor épülnek be a nagyobb energiájú, magtól távolabbi pályák.

2. A Pauli-elv: Az atomban nem lehet kettő vagy több olyan elektron, amelynek mind a négy kvantumszáma megegyezik, ha *n*, *l* és *m* azonos, akkor legalább az *s* spinkvantumszámnak különböznie kell.

3. Hund-szabály: Az elektronpályák betöltése során az elektronok az azonos energiaszintű pályákra először azonos spinnel épülnek be, majd azután töltik fel az ellentétes spinű pályákat.

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. A Thomson-féle „mazsolás puding” modell első cáfolatai közé tartozott az, amikor Philip Lenard katódsugarakkal kísérletezve észrevett egy jelenséget, ami a Thomson-modell jóslataival nem volt összeegyeztethető. Mit vehetett észre Lenard?

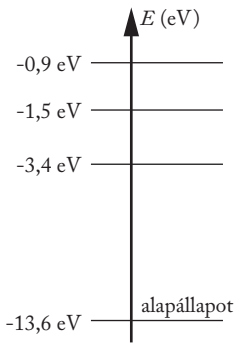
A) A katódsugarak visszapattannak egy, a katódsugárzás útjába tett vékony fémfóliáról.
B) A katódsugarak szinte akadály nélkül haladnak át egy, a katódsugárzás útjába tett vékony fémfólián.
C) A katódsugarak hatására pozitív töltések lépnek ki a fémekből.
D) A katódsugárzás hatására a fémben pozitív töltés lesz.

2. Az alábbi állítások közül melyik nem vonatkozik Rutherford atommodelljére?

A) Az elektron energiája kvantált.
B) Az elektronok és a mag közt a Coulomb-féle vonzóerő hat.
C) Az atom tömegének nagy része az atommagban összpontosul.
D) Az atom összes pozitív töltése a magban összpontosul.

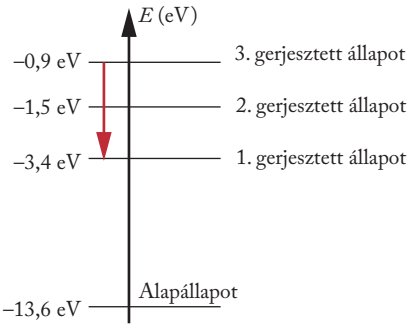
3. A mellékelt grafikon a hidrogénatom elektronjának első négy energianívóját ábrázolja. Az alábbiak közül milyen energiájú fotont sugároz ki az atom, ha a 2. gerjesztett állapotból alapállapotba jut az elektron?

A) 16,8 eV.
B) 10,2 eV.
C) 15,1eV.
D) 12,1 eV.



4. Az alábbi grafikonon nyíllal jelöltük a Bohr-féle atommodell egy elektronjának energetikai változását. Milyen folyamat kísérte ezt a változást?

A) Az atom két fotont bocsátott ki.
B) Az atom két fotont nyelt el.
C) Az atom egy fotont nyelt el.
D) Az atom egy fotont bocsátott ki.



5. A hidrogénatom egy elektronjának lehetséges energiaszintjeit a Bohr-modell a következő formulával adja meg: $E_n = -2{,}2\ \frac{\text{aJ}}{\text{n}^2}$. Az elektron az első gerjesztett energiaszintről a legmélyebb energiaszintre ugrik. Melyik állítás írja le helyesen a közben tapasztalható folyamatot?

A) Az atom 2,2 aJ energiájú elektront bocsát ki.
B) Az atom 2,2 aJ energiájú fotont bocsát ki.
C) Az atom 1,1 aJ energiájú fotont bocsát ki.
D) Az atom 1,65 aJ energiájú fotont bocsát ki.

6. Azonos sebességgel halad egy hidrogén- és egy héliumionokból álló nyaláb. Hogy aránylik egymáshoz a hidrogén- és a héliumionok de Broglie-hullámhossza?

A) A hidrogénionok hullámhossza négyszerese a héliumionoknak.
B) A hidrogénionok hullámhossza negyede a héliumionoknak.
C) A hidrogénionok hullámhossza kétszerese a héliumionoknak.
D) A hidrogénionok hullámhossza fele a héliumionoknak.

7. Egy elem elektronszerkezetéről azt tudjuk, hogy a legutolsó lezáratlan alhéja a következő: $2p^4$. Melyik elemről van szó?

A) Nitrogén.
B) Kén.
C) Foszfor.
D) Oxigén.

8. Egy elektronmikroszkóp hétfőn U feszültséggel gyorsított elektronokkal dolgozott, kedden 2 U feszültséggel. Ha a relativisztikus hatásoktól eltekintünk, akkor hogyan aránylott egymáshoz a hétfői és a keddi elektronhullámhossz?

A) $\frac{\lambda_{\text{Hétfő}}}{\lambda_{\text{Kedd}}} = 2$

B) $\frac{\lambda_{\text{Hétfő}}}{\lambda_{\text{Kedd}}} = \sqrt{2}$

C) $\frac{\lambda_{\text{Hétfő}}}{\lambda_{\text{Kedd}}} = \frac{1}{2}$

D) $\frac{\lambda_{\text{Hétfő}}}{\lambda_{\text{Kedd}}} = \frac{\sqrt{2}}{\text{s}^2}$

9. Hány darab elektron van $2p$ alhéjon az alapállapotú lítiumatomban?

A) 0
B) 2
C) 1
D) 6

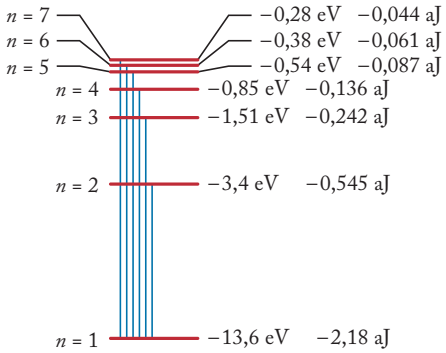
FELADATOK

1. A Rutherford-féle szórási kísérletben egy α-részecske sebessége $1{,}6 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Mekkora lehet az arany atommagja és az α-részecske minimális távolsága?

2. Johann Balmer a hidrogén vonalait megadó formuláját ebben az alakban írta fel: $\lambda = 364{,}56 \text{ nm} \cdot \frac{\text{n}^2}{2}$
Mutassuk meg, hogy ez speciális esete a Bohr-modell témában kapott $f_{\text{m}\to\text{n}} = R \cdot \left(\frac{1}{\text{n}^2} - \frac{1}{\text{m}^2}\right)$ alaknak!

3. Lehet-e egy hidrogénatom pályasugara 1,325 nm?

4. Mekkora a kibocsátott fény hullámhossza a hidrogénatom 4. és 2. gerjesztett állapota közt?



A Bohr-modell alapján számított első hét pálya energiája

5. Mi a magyarázata annak, hogy egy anyag emissziós vonalainak száma több, mint az abszorpciós vonalainak száma?

6. Mekkora az alapállapotban keringő elektron sebessége és mozgási energiája a hidrogénatomban?

7. Milyen főkvantumszámú pályán lenne egy elektron sebessége akkora, mint a Földön a szökési sebesség?
Adatok: $v = 11\,200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

8. A körpályán keringő elektron köráramot hoz létre. Mekkora a köráram erőssége alapállapotban?
Adatok: $r = 53$ pm, $v = 2{,}25 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Lásd a 6. feladatot!)

9. Egy régi tévéképcsőben a 11 kV-tal gyorsított elektronoknak mekkora a hullámhossza?
(A megoldásban a relativisztikus hatásoktól tekintsünk el!)

10. Egy katódsugárcsőben egy elektron hullámhossza 20 pm. Mekkora feszültséggel gyorsítottuk?

11. Egy elektron és egy foton azonos, 0,1 aJ energiájú. Hogyan aránylanak lendületeik, hullámhosszaik?
Az eredményeket foglaljuk táblázatba!

12. Egy tudós agyában felmerült az a gondolat, hogy a hidrogénatom Bohr-modell szerinti alapállapotában lévő elektront atommagmentes környezetben kívánja tanulmányozni. Ezért azt gondolta ki, hogy az elektront elektromos mezőben felgyorsítja az alapállapotbeli sebességére, és olyan homogén mágneses mezőbe vezeti, amelyben a pályasugara azonos lesz az alapállapotbeli 53 pm-es pályasugárral.
a) Mekkora gyorsítófeszültséget kell ehhez alkalmazni?
b) Milyen indukciójú mágneses teret kell ehhez alkalmazni?
c) Nézzünk utána, hogy van-e az ötletnek realitása!

13. Egy magfizikai kísérletben 20 pm hullámhosszúságú protonnyalábot állítanak elő. Mekkora gyorsítófeszültséget kellett ehhez alkalmazni? (Relativisztikus hatásoktól tekintsünk el!)
A proton tömege $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

14. Egy neutronról tudjuk azt, hogy áthaladt egy alumínium kristályrács 400 pm-es kristályközén. Mekkora volt sebességének a bizonytalansága áthaladás közben? Tekinthetjük-e a jelenség lejátszódása során a neutront pontszerű részecskének? (Relativisztikus hatásoktól tekintsünk el!)

15. Rutherford egy korai atommag-elképzelése az volt, hogy egy A tömegszámú és Z rendszámú atom magjában A számú proton és A – Z számú elektron van. A protonok és elektronok közti Coulomb-erő pedig összetartja a magot. Mutassuk meg, hogy a határozatlansági reláció nem engedi meg, hogy a magban elektron legyen! A mag mérete legyen $3{,}6 \cdot 10^{-15}$ m. Használjuk fel, hogy egy átlagos magban 10^{-13} J-nál nagyobb energiájú részecske nem lehet.

16. A lítium első ($520 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$) és második ($7298 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$) ionizációs energiája közt óriási, 14-szeres különbség van. Semelyik másik elemnél nem látunk ekkora különbséget. Mi lehet ennek az oka?

17. Jelenleg a legnagyobb ismert rendszámú elem a 118-as rendszámú oganeszon. Elektronszerkezete a következő: [Rn] $5f^{14}$ $6d^{10}$ $7s^2$ $7p^6$. Hány betöltetlen hely van ennél az elemnél az O és a P héjon, ha a K, L, M, N héj teljesen betöltött?

18. (Emelt szintű érettségi feladat, 2017)
10^6 V gyorsítófeszültséggel $\lambda_{dB} = 1{,}66 \cdot 10^{-14}$ m hullámhosszúságú részecskenyalábot állítanak elő valamely hidrogénizotóp-ionokból egy részecskegyorsítóban. A hidrogén melyik izotópjáról van szó?

19. (Emelt szintű érettségi feladat, 2014)
Egy α-részecske 0,5 m sugarú körpályán mozog 10^{-4} T erősségű homogén mágneses térben. Határozza meg az α-részecske sebességét és de Broglie-hullámhosszát!

20. (Emelt szintű érettségi feladat, 2017)
A hidrogénatom Bohr-modellje szerint az elektronok diszkrét pályákon keringhetnek a pozitív töltésű atommag körül. Az atommaghoz legközelebbi körpálya sugara R. A következő körpálya sugara $4R$. Hányszor annyi idő alatt kerüli meg az atommagot az elektron a külső pályán, mint a belső pályán?

ESSZÉKÉRDÉS

1. Az atommodellek fejlődése Rutherfordtól a kvantummechanikai modellig

„Ha az ember egyszer már átélte, hogy okos és kedves tudósok mekkora kétségbeeséssel állnak ellen gondolkodásmódjuk megváltoztatásának, csak csodálkozhat azon, hogy tudományos forradalmak egyáltalán lehetségesek voltak."

(Werner Heisenberg)

Milyen maradandó újdonságokat hozott a Rutherford-féle atommodell? Milyen nagy ellentmondásai voltak, amik a klasszikus fizika alapelveivel nem voltak összhangban? Miként módosította Bohr ezt a modellt? Miért tekintjük az ő modelljét félklasszikus modellnek? Melyik volt a legfontosabb tapasztalati tény, ami a modellt alátámasztotta? Mivel fejlesztette tovább de Broglie ezt a modellt? Miben különbözik a kvantummechanikai atommodell atompályája a Bohr–de Broglie-féle atompályáktól? Milyen eszközökkel jellemzi a kvantummechanikai modell az atom elektronjait? Heisenberg mellett említsen meg más fizikust is, aki részt vett a kvantummechanikai atommodell megalkotásában!

(Az esszé műfajának megfelelően nem szükségesek matematikai képletek és levezetések a téma teljes értékű kifejtéséhez.)

2. A vonalas színkép és a Bohr-modell

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2013)

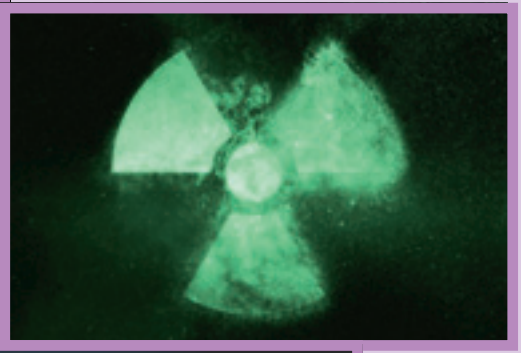
A kvantum tisztel téged. Minden zsenge
Elektron viselkedését parancsszavad
Rendeli el: arra rohan, amerre
A pálya kényszeríti általad.
És hogy mikor milyen a szint,
Azt nagyszerűen tudja mind,
És arról álmodik – tudva merre halad –,
Hogy pályájáról majd letér,
S másikra ugrik; így remél
Menekülést, nem értve meg hatalmadat.

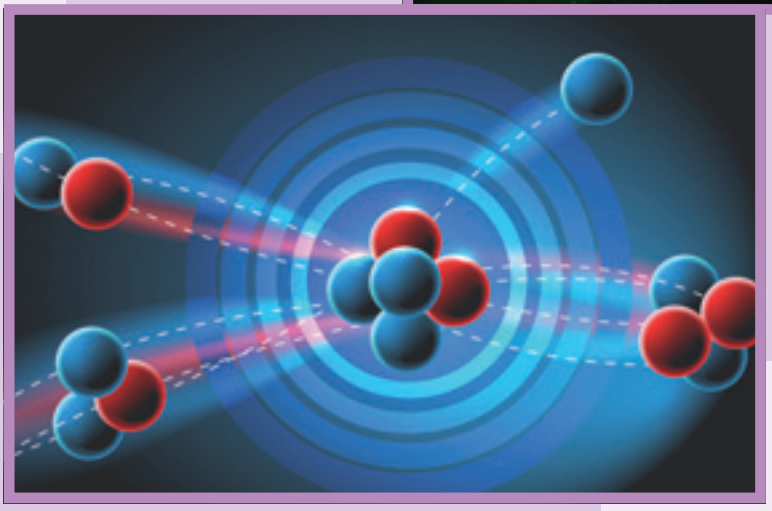
(*Vlagyimir Fock* orosz fizikus verse. Gamow: *A fizika története,* Budapest, 1965)

Ismertesse a vonalas színkép fogalmát, mutassa be, hogy milyen kísérleti elrendezéssel hozhatjuk létre az anyagok elnyelési, illetve kibocsátási színképét! Milyen állítást fogalmazhatunk meg Max Planck kvantumhipotézise alapján a különböző színű színképvonalakról? Helyezze el térben és időben Max Planck munkásságát, és ismertesse kvantumhipotézisét! Mutassa be Rutherford atommodelljét! Helyezze el térben és időben Rutherford munkásságát! Mutassa be a Bohr-féle atommodellt! Mutasson rá, hogy Bohr mit vett át Rutherfordtól, és mennyiben fejlesztette tovább atommodelljét! Értelmezze a Bohr-modell segítségével a vonalas színkép létrejöttét mind az elnyelési, mind a kibocsájtási színkép esetében! Helyezze el térben és időben Niels Bohr munkásságát!

XII. A radioaktivitás







1. Az atommag összetétele, magreakciók

EMLÉKEZTETŐ

Rendszám, tömegszám

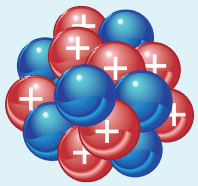
Rendszám (Z): az atommagban lévő protonok számát adja meg. Egy Z rendszámú és A tömegszámú atom magjában Z **db proton** és $N = A - Z$ **db neutron** található.

A proton jelölései: ${}_1^1p$, p^+, ${}_1^1H^+$

A neutron jelölése: ${}_0^1n$

A proton és neutron közel azonos tömegű (m = $= 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg), és az elektronnál 1840-szer nehezebbek. A proton elektromos töltése az elektron töltésének –1-szerese, tehát $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, a neutron elektromos töltése 0.

Tömegszám (A): a protonok és a neutronok együttes száma egy adott atommagban. A mag körül pedig Z db elektron kering. A Z protonszám határozza meg a mag és az atom kémiai tulajdonságait, és a mag töltését is. Ha az atommag töltése Q, akkor $Q = Z \cdot e$, ahol e az elemi töltés. A hidrogénatom magja egy proton. A protonok és neutronok közös neve **nukleon**.



Az atommag Z számú protonból és A – Z számú neutronból épül fel

Az atommagot a következőképpen jelöljük:

$^{\text{Tömegszám}}_{\text{Protonszám}}\text{Vegyjel}$ vagy ${}_Z^A\text{Vegyjel}$,

ahol A a tömegszám, Z a rendszám. Például a ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ ólomnak 82 a rendszáma, a tömegszáma 208. Ebben az atommagban tehát 82 proton és 126 neutron van.

Izotópok

Izotópoknak nevezzük azokat a kémiai elemeket, amelyek atommagjai azonos számú protonból, de eltérő számú neutronból épülnek fel. Ebből következik, hogy egy adott elem izotópjai ugyanazon rendszámú helyet foglalják el a periódusos rendszerben (innen az elnevezés is: izotóp = azonos hely), ugyanakkor a tömegszámuk eltérő. A magfizikában nagy jelentőséggel bíró hidrogén izotópjai a következők:

– ${}_1^1H$, ezt néha szokták próciumnak is nevezni.
– Deutérium: ${}_1^2H$ (vagy: D), a magot külön szokták deuteronnak is nevezni.
– Trícium: ${}_1^3H$ (vagy: T), a trícium nem stabil izotópja.

Atommag-átalakulások

Az atommagok általában stabil részecskék. Vannak azonban instabil részecskék is, melyek radioaktív bomlás révén képesek átalakulni. Magreakciók révén is átalakulhatnak atommagok. Ezek olyan folyamatok, amikor egy atommag és egy vele kölcsönhatásba lépő részecske révén jönnek létre a magátalakulások. Ezek létrejöhetnek természetes módon is, például a kozmikus sugárzás hatására, de mesterséges úton is keletkezhetnek.

A fizika történetében nagy jelentősége lett a következő **magreakcióknak**:

Az első mesterséges magreakció (Rutherford, 1919), ami a proton felfedezését is jelentette

Rutherford α-részecskékkel bombázott nitrogént. Az α-részecskék néha nitrogénatommagokat eltalálva magreakciót hoztak létre. A következő egyenletet lehetett felírni a folyamatra:

$${}_7^{14}N + {}_2^4\alpha \rightarrow {}_8^{17}O + {}_1^1P$$

A reakciót elemezve felvetődött a kérdés, hogy miből keletkezett a proton. Nyilvánvaló volt, hogy valamelyik atommagból. Ezzel Rutherford igazolta azt a korábbi sejtést, hogy a hidrogén atommagja, azaz a proton minden elem magjának alkotórésze. (A proton név görög eredetű, az „elsődleges anyag” elnevezés rövidítve.)

A neutron felfedezése (Chadwick, 1932)

A neutron felfedezésének magreakciója a következő volt:

$${}_4^9Be + {}_2^4\alpha \rightarrow {}_6^{12}C + {}_0^1n$$

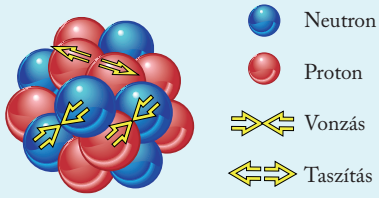
Berilliumot α-részecskékkel bombázva egy nagy áthatolóképességű sugárzást találtak. Chadwick felismerte, hogy a reakció során az atommagból egy semleges, a protonnal azonos tömegű részecske lép ki. Ezt nevezték el elektromosan semleges tulajdonságára utalva neutronnak.

Az erős magerő

A magerő a legerősebb kölcsönhatás a természetben fellépő kölcsönhatások között. Részben ebből adódik, hogy az atommagokban lekötött energia milliószor nagyobb, mint ami az atomokat és a molekulákat összetartja.

Az atommagot az erős magerő tartja össze, ez győzi le a magban lévő protonok közti Coulomb-féle taszítóerőt. Az **erős magerő** néhány fontos tulajdonsága a következő:

- **töltésfüggetlen**, vagyis két proton között ugyanakkora, mint két neutron közt, vagy mint a neutron és proton közt;
- **csak nukleonok közt hat** (proton-proton, proton-neutron, neutron-neutron);
- **rövid hatótávolságú**. Csak 10^{-15} m-en belül jelentős az értéke, gyakorlatilag csak szomszédos nukleonok közt hat. Így 10^{-14} m-nél nagyobb távolság esetén már figyelmen kívül hagyható;
- **mindig vonzó bármely nukleon esetén** (proton-proton, proton-neutron, neutron-neutron). A vonzóerő nagyon kis távolságoknál taszítóvá válik, úgyhogy a nukleonok (normális körülmények között) nem hatolhatnak egymásba az atommagokban;
- **hatótávolságán belül sokkal erősebb, mint a Coulomb-féle erő**. A magerő ezen tulajdonsága miatt nem tudja a Coulomb-erő szétszakítani az atommagokat.



Nukleonok közti kölcsönhatások az atommagban

Az atommag kötési energiája

Az **atommag kötési energiáján** azt az energiamennyiséget értjük, ami ahhoz kell, hogy egy adott atommagot teljesen különálló nukleonokra bontsunk.

Az atommag energiája a kötési energia –1-szerese.

Az atommagok tömege mindig kisebb, mint a bennük lévő protonok és neutronok együttes tömege. A hiányzó tömeget nevezték el **tömeghiánynak vagy tömegdefektusnak**.

A tömeghiányra fennáll a következő összefüggés:

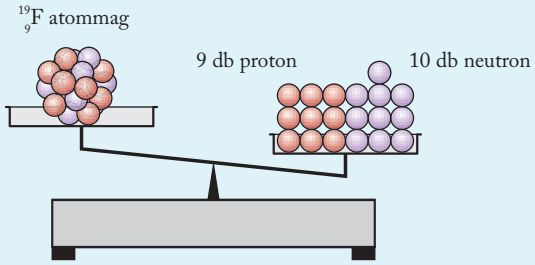
protonok össz-tömege: $Z \cdot m_p$; neutronok össz-tömege: $(A-Z) \cdot m_n$; a mag tömege: M

$$\text{Tömegdefektus: } \Delta m = Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - M$$

A tömeghiány egyszerűen kiszámolható: összeadjuk a magban lévő protonok és neutronok tömegét, majd a kapott összegből kivonjuk a mag tényleges tömegét.

A tömeg-energia ekvivalenciaegyenlet ($E = m \cdot c^2$) alapján a kötési energia ebből már egyszerűen származtatható:

Kötési energia: $E = \Delta m \cdot c^2$, ahol c a fénysebesség.



Egy mag mindig könnyebb, mint azon protonok és neutronok össztömege, amikből összetehető

A fajlagos kötési energia

Fajlagos kötési energiának nevezzük az egy nukleonra jutó kötési energiát, melyre fennáll:

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{köt}}}{A}$$

A fajlagos kötési energia egy nukleonra vonatkoztatott energiája pJ nagyságrendű érték.

A kötési energia a hidrogén kettes tömegszámú izotópjánál, a deuteronnál kb. 0,35 pJ (2,2 MeV). A kötési energia nagysága a tömegszám növekedésével növekszik, az uránnál ($^{238}_{92}$U) a legnagyobb, 288 pJ (1800 MeV). Ez azt jelenti, hogy az urán 238 nukleonja szétszedéséhez az erős magerő vonzó tulajdonsága miatt sokkal több energiára van szükség, mint a kisebb nukleonszámú atommagoknál.

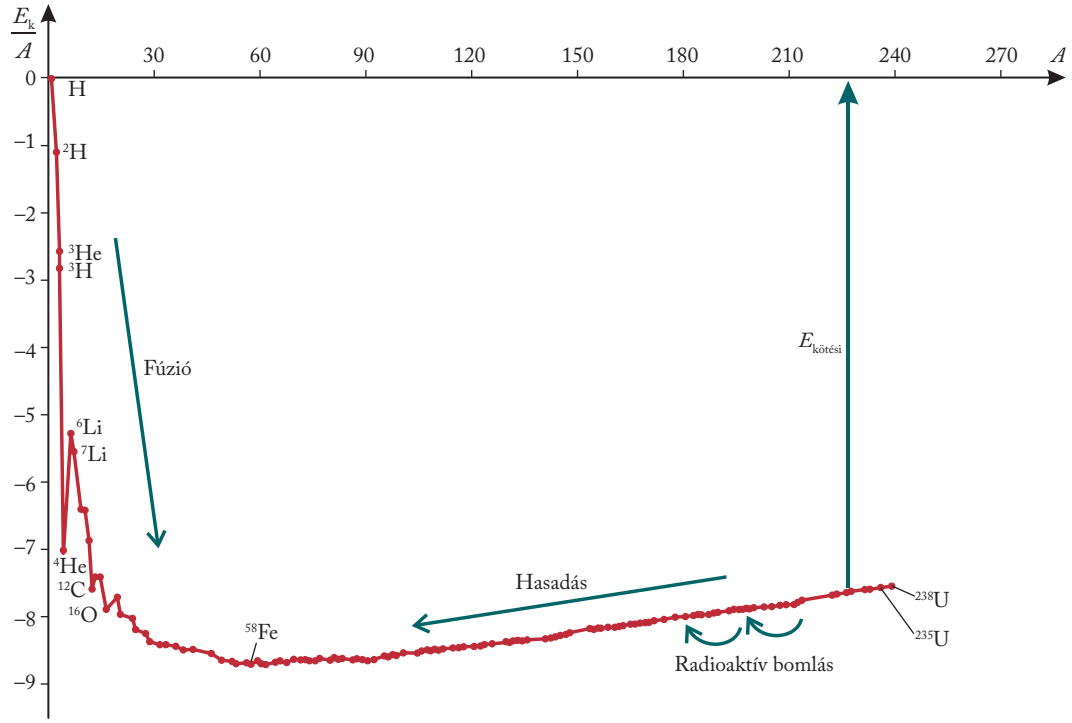
Az atommagok energetikai viszonyait az egy nukleonra jutó kötési energiák határozzák meg. Ha ezt megnézzük, akkor a deutériumnál az $\frac{E}{A}$ hányados 0,17 pJ (1,1 MeV), a vasnál 1,5 pJ (8,8 MeV), az uránnál csak 1,2 pJ (7,6 MeV). A vas atommagjában tehát a legerősebbek a kötések.

Az atommagban tárolt energia mennyisége függ a protonjainak és a neutronjainak számától (az A tömegszámtól), valamint a protonok és neutronok arányától. Minél több proton van egy atommagban, annál több az energiája.

Ha az atommagok fajlagos kötési energiáját ábrázoljuk a tömegszám függvényében, akkor a következő grafikont kapjuk. Látható, hogy a grafikon legmélyebb pontja a vas és a nikkel közelében van. Ez azt jelenti, hogy **a vas körüli tartomány tartalmazza a legmélyebb kötési energiájú atommagokat, amelyet vastónak nevezünk**.

A grafikonon látható, hogy a vastótól balra elhelyezkedő legkönnyebb elemek izotópjai is igyekeznek atommagok reakciója láncolatán át a vas környékén lévő legalacsonyabb energiájú tartomány felé eljutni protonok és neutronok „bekebelezésével" (magfúzió).

Az egy nukleonra jutó kötési energia a tömegszám függvényében



A vasnál nehezebb elemek felé a grafikon enyhén emelkedik, ami azt jelenti, hogy a nehezebb atommagok fajlagos kötési energiája nő. A nehezebb atommagok is a lehető legkisebb energiaszintre törekszenek, ezért kettéhasadnak (maghasadás), és a keletkező könnyebb atommagok (hasadványok) az energiavölgy mélyebben fekvő pontjait népesítik be.

Az atomi tömegegység

A proton és neutron tömegével a számolás nehézkes, ezért gyakran a magfizikában az atomi tömegegységgel és a relatív atomtömeggel számolunk.

Az **atomi tömegegység** (Jele: *u*, *ATE*) a tömeg mértékegysége az atomok és molekulák világában. Megállapodás szerint az atomi tömegegység a 12-es szénatom ($^{12}_{6}C$; a szén leggyakoribb előfordulása) tömegének egytizenketted része: $1\ u \approx 1{,}66054 \cdot 10^{-27}$ kg.

Relatív atomtömeg: (A_r) valamely elem egy atomja tömegének (m) és az atomi tömegegységnek a (u) hányadosa. A relatív atomtömeg mértékegység nélküli viszonyszám.

$$A_r = \frac{m}{u}$$

Megmutatja, hogy egy atom tömege hányszorosa az atomi tömegegységnek. Egy adott mennyiségű kémiai elem különböző tömegű, de azonos kémia tulajdonságú atomokból (izotópok) is állhat. Emiatt egy kémiai elem relatív atomtömege atomjainak átlagos tömege atomi tömegegységben kifejezve. Általában nem egész, de gyakran egészhez közeli érték. Például a legegyszerűbb atom, a hidrogénatom relatív atomtömege megközelítőleg 1, pontosan 1,00794. A klóré viszont közel 35,5.

A nukleonok legfontosabb adatai, nagyobb pontossággal megadva:

	Proton	Neutron
Tömege (kg)	$m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$	$m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}$
Tömegük az atomi tömegegységhez képest, m_u	1,007 277	1,008 665
Töltése (C)	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$	0
Tömegarányuk az elektronhoz képest	1836	1839

A neutron tehát egy kicsivel, mintegy 2,5 elektrontömeggel nagyobb tömegű, mint a proton.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki a legegyszerűbb összetett atommag, a deuteron kötési energiáját, és a végeredményt adjuk meg MeV egységben is!

MEGOLDÁS

Adatok:
a hidrogén atomtömege: $m_H = 1{,}67354 \cdot 10^{-27}$ kg
neutrontömege: $m_N = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}$ kg
A deutérium atomtömege: $M = 3{,}34449 \cdot 10^{-27}$ kg

A tömeghiányra tanult összefüggés a feladat adatait alkalmazva:

$\Delta m = m_p + m_n - M_{deuteron} =$
$= 1{,}67354 \cdot 10^{-27}\ kg + 1{,}67493 \cdot 10^{-27}\ kg -$
$- 3{,}34449 \cdot 10^{-27}\ kg = 0{,}00398 \cdot 10^{-27}\ kg$

A kötési energiát ezek után az $E = \Delta m \cdot c^2$ képletből kaphatjuk meg.

$E = 0{,}00398 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 = 3{,}5877 \cdot 10^{-13}\ J.$

Mivel $1\ eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J$, így $E = 3{,}5877 \cdot 10^{-13}\ J \approx$
$\approx 2{,}239\ MeV$.

A deuteron kötési energiája $3{,}5877 \cdot 10^{-13} J \approx 2{,}239\ MeV$.

Az atommag mérete és sűrűsége

Már Rutherford meghatározta, hogy az atommag méretének nagyságrendje 10^{-15} m. Az 1950-es években az ő kísérletéhez hasonló módszerrel, csak sokkal nagyobb energiával gyorsított részecskékkel pontosan meghatározták az atommag méretét. Azt kapták, hogy a mag R sugara arányos a mag tömegszámának köbgyökével:

$R = 1{,}25 \cdot fm \sqrt[3]{A}$

Az összefüggésben szereplő 1,25 fm minden magra azonos tapasztalati érték. 1 fm (femtométer) = 10^{-15} m.

A fenti összefüggés ismeretében határozzuk meg az atommag sűrűségét is.

Használjuk fel, hogy az nukleonok (protonok és neutronok) mérete (térfogata) közel azonos. Mivel a protonok és neutronok tömege is közel azonos, ez azt jelenti, hogy a nukleonok azonos sűrűségűek, így a sűrűséget (ρ) a következőképpen tudjuk felírni (A: tömegszám, R: atommag sugara):

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{A \cdot m_{nukleon}}{\frac{4}{3} R^3 \pi} = \frac{A \cdot m_{nukleon}}{\frac{4\pi}{3}\left(R_0 \cdot \sqrt[3]{A}\right)^3} = \frac{3 \cdot m_{nukleon}}{4\pi \cdot R_0^3} =$$

= állandó

Ha behelyettesítjük az $m_{nukleon} = A \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg és a fenti R_0-ra vonatkozó értékeket a nukleonok sűrűségére fennálló összefüggésbe, akkor $\rho = 1{,}5 \cdot 10^{17} \frac{kg}{m^3}$ értéket kapunk. A levezetésből az is látható, hogy **minden atommag sűrűsége azonos**.

Az atommag sűrűsége óriási nagy, sokkal nagyobb, mint az atom sűrűsége. Ez arra utal, hogy az atom nagy üres részeket tartalmaz, és tömegének nagy része az atommagban található.

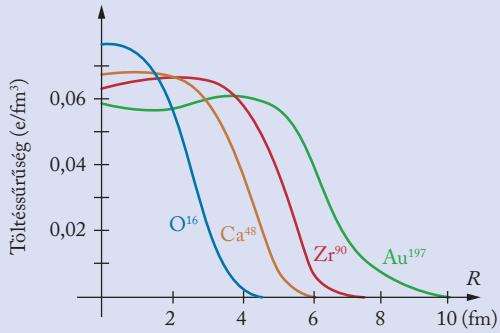
Az eddigi ismereteinkből tudjuk, hogy nagyságrendileg az atom sugara 10^{-10} m, míg az atommagé 10^{-15} m.

Az atommagra kapott sűrűségérték elképesztően nagy. Ha a Föld lenne ilyen sűrűségű, akkor csak egy 92 m sugarú gömb lenne. Nem csak a magfizikában találunk azonban ilyen elképesztő sűrűségeket, a csillagászatban tárgyalt neutroncsillagok sűrűsége is közel ugyanekkora.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki az atommag sugarára levezetett összefüggés alapján a ${}^{16}_{8}O$, ${}^{48}_{20}Ca$, ${}^{90}_{40}Zr$ és ${}^{197}_{79}Au$ izotópok sugarát! A kiszámított eredményt hasonlítsuk össze a grafikonon szereplő értékekkel!

A grafikonon a nagy energiájú elektronnyalábbal „letapogatott" atommagok alapján felrajzolt magok töltéssűrűségének eloszlását láthatjuk. A vízszintes tengelyen az atommag sugara van feltüntetve.



MEGOLDÁS

Adatok:
A tömegszám értéke az alábbi izotópok esetében:

${}^{16}_{8}O$: A = 16, ${}^{48}_{20}Ca$: A = 48, ${}^{90}_{40}Zr$: A = 90, ${}^{197}_{79}Au$: A = 197

Az $R = 1{,}25 \cdot fm \sqrt[3]{A}$ összefüggésbe behelyettesítve a kapott végeredmények rendre:

${}^{16}_{8}O$: 3,0 fm, ${}^{48}_{20}Ca$: 4,4 fm, ${}^{90}_{40}Zr$: 5,4 fm, ${}^{197}_{79}Au$: 7,0 fm

Látható, hogy ez a szórási kísérlet nem rajzolta ki élesen a mag határvonalát. A rajz és a képlet eredményének egybevetéséből látni, hogy nagyjából a „lejtővonal" közepén húzódik a mag határa.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit tudunk az erős magerőről?
2. Hogyan lehet kiszámítani egy mag kötési energiáját?
3. Melyik atommagnak nagyobb a sűrűsége, az oxigénnek vagy az uránnak?
4. Minél nagyobb rendszámú elemet tekintünk, annál nagyobb lesz a magban a neutronok számaránya a protonokhoz képest. Mi lehet ennek az oka?
5. Sok ion és a proton tömege tömegspektrométerrel mérhető. Ezekben – mint azt korábban tanultuk – mágneses mező téríti el a nyalábokat. Vajon miként mérhető a neutron tömege?

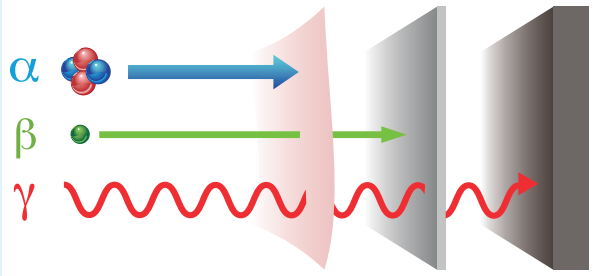
2. A radioaktivitás

EMLÉKEZTETŐ

A radioaktivitás felfedezése

A XIX-XX. század fordulóján Becquerel, a Curie házaspár, Rutherford és mások kutatásai nyomán tisztázódott a radioaktivitás lényege, fajtái, törvényei. Az elsők közt már felfedezték, hogy a sugárzás ionizál, anyaggal való kölcsönhatásakor tömegegységre vonatkoztatva nagyon sok energiát termel, és élettani hatása is van. Az alábbi táblázatban összefoglaljuk a sugárzás legfőbb fajtáit és tulajdonságukat:

Sugárzás fajtája	α	β	γ
Anyaga	He atommag	β^-: elektron β^+: pozitron	foton
Töltése (e = elemi töltés)	+2 e	–e (+e)	0
Sebessége (c = fénysebesség)	0,05–0,007 c	0,1–0,99 c	c
Energiája	2–10 MeV	0,2–3,6 MeV	0,1–4 MeV
Áthatolóképessége	levegőben 2–10 cm	levegőben több méter, alumíniumban 1-2 cm	több 10 cm alumíniumban; ólommal vagy többméternyi nehézbetonnal védekeznek ellene



Az α-részecskéket egy papírlap, a β-részecskéket egy vékony fémlap, míg a γ-sugárzást vastag ólomtömb képes részben leárnyékolni

Nukleáris stabilitás

Az atommagban az erős magerő vonzó-, míg a pozitív töltések között ható Coulomb-erő taszítóerőt fejt ki. E két kölcsönhatás egymáshoz viszonyított nagysága határozza meg az atommag stabilitását. Az atommag könnyen instabillá, vagyis radioaktívvá válik, ha ez az egyensúly megbomlik.

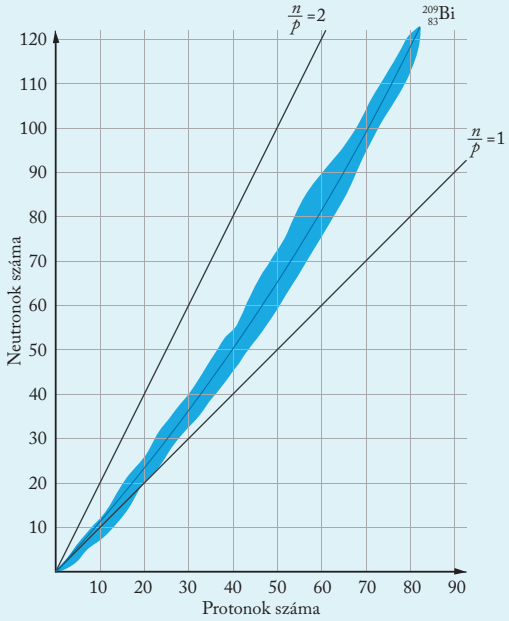
Egy atommag a következő esetekben válik instabillá, azaz radioaktívvá:

– ha túl sok neutron van benne,
– ha nagyon kevés neutron van benne,
– ha nagyon sok nukleonból áll (nagyon nehéz az atommag),
– ha túl sok energiával rendelkezik az atommag.

Egy instabil (radioaktív) atommag többféleképpen, bomlással kerülhet stabil (nem radioaktív) vagy stabilabb állapotba.

A grafikonon ábrázoltuk az atommagokban lévő neutronszámot a protonszám függvényében. A stabil atommagok egy nagyon keskeny sávon (fekete sáv) fekszenek, amelyet a **nukleáris stabilitás vonalának** nevezünk.

Az atommagokban a rendszám növekedésével a neutronok száma jelentősen növekszik. Látható, hogy a 20-nál kisebb rendszámú atommagok azonos számú protonnal és neutronnal rendelkeznek. A legtöbb atommagban több neutron van, mint proton.

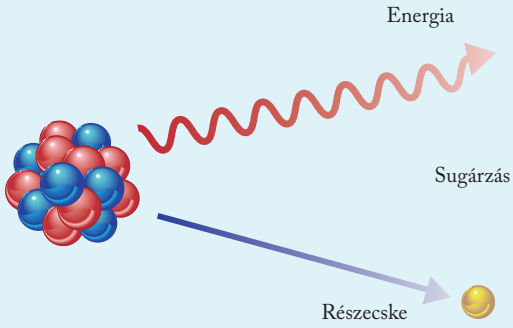


Az atommagban lévő neutronok száma a protonszám függvényében

A radioaktiv bomlások

A radioaktív sugárzás során az atommag bomlása következtében elemátalakulás történik. A létrejött új elemet **leányelemnek**, a szülő atommagot **anyaelemnek** nevezzük.

Nézzük meg, hogy az egyes bomlások milyen folyamatokban játszódnak le!

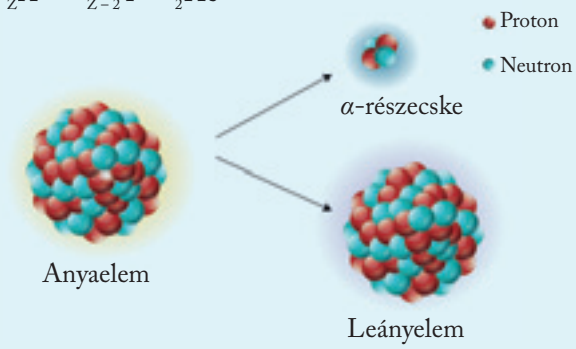


Az instabil (radioaktív) atommagok bomlási diagramja

Az α-bomlás

Az **α-bomlásnál a leányelem rendszáma 2-vel, a tömegszáma 4-gyel csökken**, hiszen ekkor a magból két protonból és két neutronból álló részecske, azaz egy $^{4}_{2}\mathrm{He}$-atommag távozik.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He^{2+}$$



Az α-bomlás során az anyaelemből leányelem keletkezik

Példa:
A természetben előforduló urán 99,28%-a $^{238}_{92}\mathrm{U}$ izotóp, amely α-bomlással tóriummá alakul:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He^{2+}$$

A Curie házaspár által felfedezett $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ α-bomlással légnemű radonizotóppá alakul át, amely a lakossági sugárterhelés kb. 50%-át okozza:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

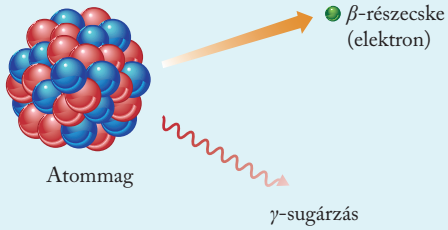
A β^--bomlás

A negatív β-bomlásnál (β^-) a tömegszám nem változik, a **rendszám eggyel nő**, az atommagban egy neutron protonná alakul át, miközben az atommagból egy elektron (β^--részecske) távozik.

Megjegyzés: Ezekben a bomlási folyamatokban egy antineutrínó is távozik az atommagból, melyet középiskolában nem tüntetünk fel.

Ez a bomlástípus azoknál az atommagoknál észlelhető, ahol a stabil proton-neutron arányhoz képest neutrontöbblet van.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^-$$



A negatív β-bomlás során egy elektron és γ-sugárzás távozik az atommagból

Példa:
A $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$ izotóp a nukleáris balesetek és fegyverkísérletek során keletkezik, az élő szervezetekbe is beépül. A bomlás során báriummá alakul.

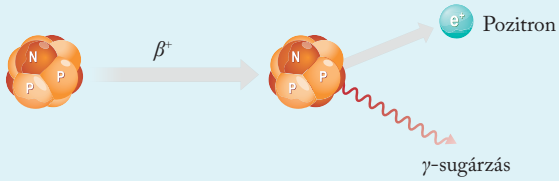
$$^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + \beta^-$$

A Földön a természetes háttérsugárzás kb. 12%-át okozó $^{40}_{19}\mathrm{K}$ izotóp β^--bomlással kalciummá alakul. Az emberi testben az izotópok közül időegységenként a $^{40}_{19}\mathrm{K}$ izotópból bomlik el a legtöbb (testsúlykilogrammonként minden másodpercben kb. 300 bomlás történik).

$$^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + \beta^-$$

A β^+-bomlás

Pozitív β-bomlásnál (β^+) az atommagban egy proton alakul át neutronná, miközben az atommagból egy pozitron (β^+-részecske) távozik. A bomlás során a leányelem rendszáma eggyel csökken, a tömegszám nem változik.



A pozitív β-bomlás során egy pozitron és γ-sugárzás távozik az atommagból

Megjegyzés: A bomlás során az atommagból egy neutrínó is távozik (nem tüntetjük fel).

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+}$$

Példa:
A $^{22}_{11}$Na a kozmikus sugárzás következtében keletkezik a Föld felső légkörében, mely pozitronkibocsátással $^{22}_{10}$Ne izotóppá alakul át:

$$^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{22}_{10}\text{Ne} + \beta^{+}$$

Az orvosi diagnosztika területén a pozitron emissziós tomográfiában (PET) alkalmazzák a $^{18}_{9}$F (fluor-) izotópot. Ezeknek az izotópoknak a felhasználásával lehetővé vált a daganatok méretének és helyének pontos meghatározása, továbbá a szervekben lejátszódó anyagcsere-folyamatok nyomon követése.

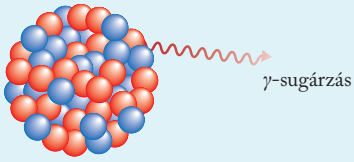
A $^{18}_{9}$F pozitronkibocsátás közben oxigénné alakul át:

$$^{18}_{9}\text{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\text{O} + \beta^{+}$$

Megjegyzés: A bomlás során neutrínókibocsátás is történik.

A γ-bomlás

A *γ*-sugárzás kísérőjelensége az *α*- vagy *β*-bomlásnak. Az *α*- vagy *β*-bomlás során az atommag többletenergiával fog rendelkezni. Ettől a többletenergiától *γ*-sugárzás kibocsátásával szabadul meg az atommag. Ebben a folyamatban a tömegszám és a rendszám állandó marad.



Az atommag többletenergiájától γ-sugárzással szabadul meg

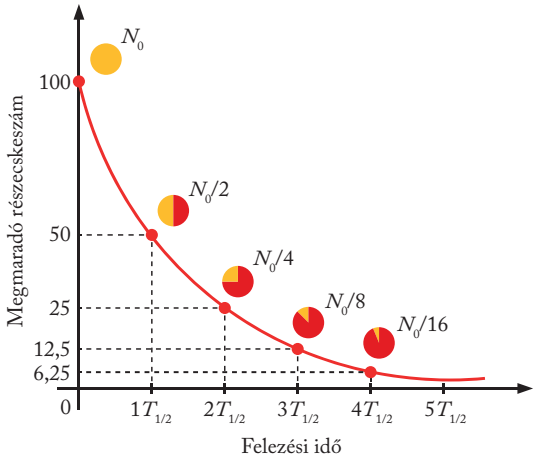
A radioaktív bomlástörvény

A radioaktív bomlás időbeni lefolyására bevezették a felezési idő fogalmát.

Felezési időnek nevezzük azt az időt, ami alatt a radioaktív részecskék száma a felére csökken. Jele: $T_{1/2}$.

A felezési idő a radioaktív anyagok egyik legfontosabb paramétere, ami semmilyen külső körülménytől nem függ.

Hangsúlyozni kell ugyanakkor, hogy ez **a törvény statisztikus jellegű**. Nagy részecskeszám esetén teljesül csak pontosan. Egy adott atommagról nem lehet megállapítani, hogy mikor fog elbomlani, viszont az elbomlásának időbeni valószínűsége állandó.



Radioaktív izotópok exponenciális bomlástörvénye

Írjuk fel az exponenciális bomlástörvényre vonatkozó összefüggést!

Ha N_0 jelenti a kezdeti atommagok számát, N_t-vel jelöljük a t idő után is megmaradó részecskék számát, $T_{1/2}$ jelöli a felezési időt, és t ideig figyeljük a bomlást, akkor a következő összefüggést kapjuk:

$$N_t = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad \text{vagy} \quad N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Megjegyzés: Az egyes izotópok felezési ideje jelentősen eltér egymástól. Az $^{238}_{92}$U felezési ideje például 4,5 milliárd év, míg a $^{213}_{84}$Po izotópé csak 4 μs.

Az alábbi táblázat néhány radioaktív elem felezési idejét és bomlásának módját határozza meg.

Elem vegyjele	Rendszám (Z)	Tömegszám (A)	Felezési idő ($T_{1/2}$)	A bomlás módja, energiája (MeV)
P	15	32	14,3 nap	β^- (1,71 Mev)
Co	27	60	5,271 év	β^- (1,71 Mev)
Sr	38	90	28,5 év	β^- (1,71 Mev)
Tc	43	99	6,01 óra	γ (0,14 MeV)
I	53	123	13,2 óra	K-befogás; γ (0,16 MeV)
Th	90	232	$1{,}405 \cdot 10^{10}$ év	α (4,01 Mev)

A radioaktív izotópok felezési ideje ≈ 10^{-7} s és ≈ 10^{17} év közé esik

A bomlási állandó

A bomlási állandó annak a valószínűségét adja meg, hogy egy atommag 1 másodperc alatt elbomlik. Jele: λ.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

A radioaktív bomlás során a megmaradó atommagok számát a bomlási állandóval is kifejezhetjük. Az exponenciális bomlástörvény bomlási állandóval felírt alakját kapjuk, ha a természetes e alapra térünk át:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \cdot e^{\ln 2 \cdot \left(-\frac{t}{T_{1/2}}\right)} = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Így az exponenciális bomlástörvény a bomlási állandóval kifejezve:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

A nitrogén-13 izotópja ($^{13}_{7}$N) $3 \cdot 10^5$ db atommagot tartalmaz. Az izotóp bomlási állandója $\lambda = 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{s}}$. Mennyi lesz az izotópban az atommagok száma 10 perc múlva? Mennyi atommag bomlott el ugyanennyi idő alatt?

MEGOLDÁS

Adatok:
$N_0 = 3 \cdot 10^5$ db
$\lambda = 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{s}}$
$t = 10$ perc $= 600$ s

Határozzuk meg a $\lambda \cdot t$ szorzat értékét!
$\lambda \cdot t = 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot 600\ \text{s} = 0{,}696.$
Az atommagok száma 600 s múlva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = 3 \cdot 10^5 \cdot e^{-0{,}696} = 0{,}498 \cdot 3 \cdot 10^5 = 1{,}494 \cdot 10^5 \text{ db.}$$

Tíz perc alatt az atommagok száma $1{,}494 \cdot 10^5$ db-ra csökken.

Az elbomló atommagok száma:

$$\Delta N = N_0 - N = 3 \cdot 10^5 - 1{,}494 \cdot 10^5 = 1{,}506 \cdot 10^5 \text{ db.}$$

Tíz perc alatt $1{,}506 \cdot 10^5$ db atommag bomlott el.

Az aktivitás

Az aktivitás megadja egy bizonyos mennyiségű anyagban az egy másodperc alatt elbomlott részecskék számát, melyet egyben a bomlás sebességének is nevezünk. Jele az A.

$$A = \lambda \cdot N$$

Mértékegysége: $\frac{1}{\text{s}}$, amit Becquerelről neveztek el, és Bq-val jelölik.

Az aktivitás nem SI-mértékegysége a Ci (Curie, ejtsd: küri). 1 Ci = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq.

Azonos mennyiségű radioaktív anyag esetén, ha egy izotópnak rövid a felezési ideje, akkor gyorsan bomlik, tehát nagy lesz az aktivitása is.

1 g ($^{226}_{82}$Ra) rádium aktivitása például 37 GBq, de 1 g ^{238}U-izotópnak csak 13 kBq. Egy felnőtt ember csontjaiban és egyéb testrészeiben felhalmozódott izotópok aktivitása pedig kb. 7 kBq. Egy radioaktív anyag aktivitását a felezési ideje és az anyagmennyisége együttesen határozza meg.

A Föld egésze szempontjából óriási jelentősége van a radioaktivitásnak, mert ez biztosítja a Föld belső hőjét, emiatt van lemeztektonika, emiatt van mágneses mezője a Földnek.

Az aktivitás és az exponenciális bomlástörvény kapcsolata

Az aktivitás felírható az exponenciális bomlási törvény felhasználásával is:

$$A = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

és a bomlási állandónál levezetett összefüggés alapján az aktivitásra a következő összefüggések írhatók fel:

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

A radon (^{220}Rn) bomlási állandója $\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\ \frac{1}{\text{s}}$. Egy 150 Bq aktivitású radon-220-izotópnak mennyi idő után lesz 40 Bq az aktivitása?

MEGOLDÁS

Adatok:
$A_0 = 150$ Bq,
$A = 40$ Bq,
$\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\ \frac{1}{\text{s}}$
$t = ?$

Az $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ összefüggés alapján a t időtartam meghatározható.

$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$, amelyből $\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$

Innen t kifejezhető:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{-\lambda} = \frac{\ln\left(\frac{40}{150}\right)}{-1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 105{,}7 \text{ s}$$

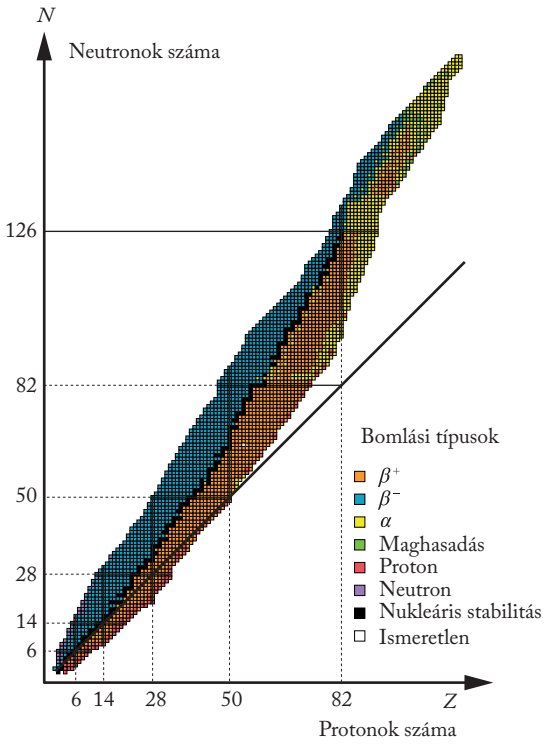
A radonizotóp aktivitása 105,7 s alatt csökken le 150 Bq aktivitásról 40 Bq aktivitásra.

A nukleáris energiavölgy

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A nukleáris stabilitási völgyet mindkét oldalról (jobbról és balról) instabil (radioaktív) atommagok veszik körül. Az instabil atommagok bomlásának típusait a stabilitási völgyben a következőképpen írhatjuk le:

A stabilitási energiavölgy legnagyobb rendszámú elemei – melyek a 82 rendszámnál nagyobb rendszámú nagyobb atommagok – α-bomlással (képen sárga hátterűek) bomlanak.

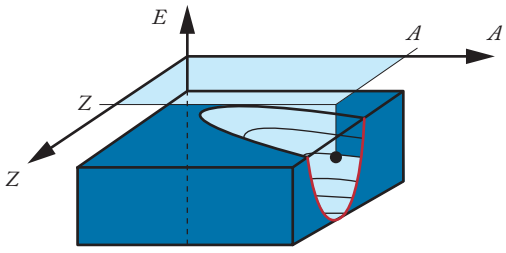


Nukleáris stabilitási energiavölgy

A stabilitási energiavölgy hosszanti vizsgálata során láthatjuk, hogy a legmélyebb energiaszintje (az ábrán fekete vonal) a vashoz közeli elemek körül található, ezért a vas körüli energiaszinteket vastónak nevezzük.

A stabilitási energiavölgy keresztirányú vizsgálata metszetét véve egy parabola alakú ívet kapunk, melyen az azonos tömegszámú izotópok helyezkednek el. A parabolaív mentén a következőket észlelhetjük:

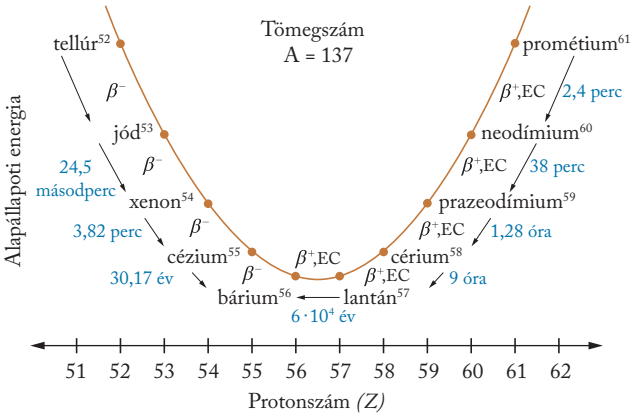
– Az energiavölgy legmélyebb energiájú helyeitől, a nukleáris stabilitás vonalától jobbra lévő atommagok túl sok protont tartalmaznak (protonban gazdagok), és valószínűleg β^+-bomlással bomlanak kisebb energiaszinttel rendelkező atommagokra.
– Az energiavölgy legmélyebb energiájú helyeitől, a nukleáris stabilitás vonalától balra lévő atommagok túl sok neutront tartalmaznak (neutronban gazdagok), és valószínűleg β^--bomlással bomlanak kisebb energiaszinttel rendelkező atommagokra.



A mag egy nukleonra jutó átlagos energiáját ábrázoló görbe részlete. Az α-részecske jól látható módon sokkal mélyebben helyezkedik el, mint ami görbe menetéből következne

Vegyük a nukleáris energiavölgy keresztirányú metszetében az $A = 137$ tömegszámú atommagokat! Nézzük meg, hogy milyen energiaszinten helyezkednek el az atommagok a radioaktív bomlások után!

A következő képen a parabolaíven az $A = 137$ tömegszámú izotópok találhatók. Itt az azonos tömegszám mellett a protonok és neutronok összege állandó, vagyis



Nukleáris energiavölgy legmélyebb energiaszintjéhez képest a bal felén neutrontöbblet, míg a jobb felén protontöbblet van az atommagokban

$A = Z + N$. E parabolaív mentén a legstabilabb izotópok az grafikon legmélyebb pontján helyezkednek el.

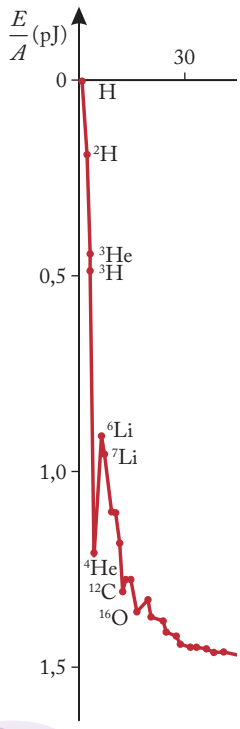
Balról lefelé haladva (az eggyel korábbi ábrán a kék színű rész) láthatjuk, hogy a Z rendszám növekszik, ami azt jelenti, hogy β^--bomlással az atommagban egy neutron protonná alakul át γ-foton kibocsátása közben: Minél lejjebb helyezkedik el az atommag, annál alacsonyabb lesz az energiaszintje.

Jobbról lefelé haladva (az eggyel korábbi ábrán a narancsszínű rész) láthatjuk, hogy a Z rendszám csökken, ami azt jelenti, hogy β^+-bomlással az atommagban egy proton alakul át neutronná, miközben energiatöbbletét γ-foton kibocsátásával adja le. Ezen atommagok közös jellemzője, hogy instabil atommagok, így rövid felezési idejűek.

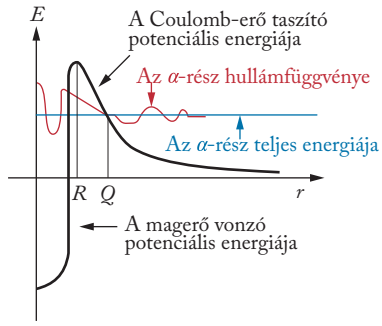
Az α-bomlás

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az α-bomlást végző izotópok – mint azt az izotóptérképen is látjuk – a nagy rendszámú elemek közt találhatók. Az α-bomlás a maghasadás egy speciális esetének is tekinthető, amikor a magból egy $^4_2$He-atommag távozik. Azon az ábrán, amely a mag egy nukleonra jutó energiáját ábrázolja a tömegszám függvényében, jól látható, hogy az α-részecske sokkal mélyebben helyezkedik el, mint ami a görbe menetéből következne, tehát a 2 protonból és 2 neutronból álló atommag egy kivételesen stabil képződmény, és egy mag bomlásakor inkább ez távozik, mint például egy hidrogénizotóp.



A mag egy nukleonra jutó átlagos energiáját ábrázoló görbe részlete. Az α-részecske jól látható módon sokkal mélyebben helyezkedik el, mint ami a görbe menetéből következne



Az alagúteffektus

Az α-bomlás magyarázatánál elsőként sikerült a kvantummechanikát alkalmazni a magfizikai folyamatokra. A bomlás magyarázatát az úgynevezett **alagúteffektusban** találták meg. Korábban már láthattuk, hogy az erős magerő nagyon „mélyre húzná" a magban lévő nukleonok energiáját. A Coulomb-féle taszítás azonban ez „ellen dolgozik", ezért a magban lévő α-részecske a kékkel jelölt energianívót éri el. A részecskének azonban az R-rel jelölt magsugárnál távolabbra kéne jutnia, hogy a vonzó magerők ellenében a Coulomb-erő legyen a dominánsabb. Az α-részecskének egészen a Q pontig kéne távolodnia, mert onnan lenne pozitív a mozgási energiája. A klasszikus fizika alapján természetesen erre nincs mód, mert a részecske nem tudja „megugrani a potenciálgát magasságát". A kvantummechanika alapján viszont az α-részecske hullámfüggvénye nem 0 valószínűséggel áthatolhat az energiafalon, és a részecske „elalagútazhat" a Q távolságig. Természetesen minél nagyobb a potenciálgát és a részecske energiája közt a különbség, a valószínűség annál kisebb. Ebből is látható, hogy a radioaktív bomlások a valószínűségi törvények által uraltak, statisztikus jellegűek, és csak nagyszámú részecskék esetén írhatók le valószínűségi elemek nélkül.

Az α-bomlás jellemző felezési ideje néhány hónaptól néhány milliárd évig terjed.

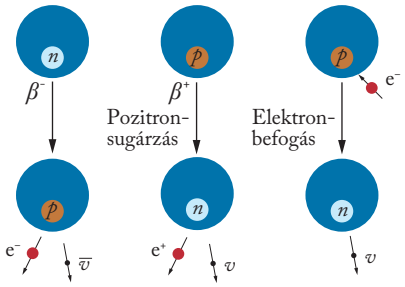
A β-bomlás

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az izotóptérkép alapján láthatjuk azt, hogy a β-bomlás főként a kisebb rendszámú izotópoknál gyakoribb, de előfordul a nagy rendszámúaknál is. A stabil magokhoz képest neutrontöbblettel rendelkező izotópok elektront bocsátanak ki, a stabil magokhoz képest neutronhiánnyal (protontöbblettel) rendelkező magok pozitront bocsátanak ki.

A β-bomlás tehát feltételezi azt, hogy a proton és a neutron kölcsönösen egymásba tud alakulni. Ezt a proton-neutron átalakulást biztosítja a természet negyedik alapvető kölcsönhatása, a **gyenge kölcsönhatás**.

$$n^0 \rightarrow p^+ + \beta^- + \overline{\nu}$$



A β-bomlás két gyakori típusa mellett feltüntettük a harmadik, ritkább típusát is. Az elektronbefogás során a legbelső elektronhéj egyik elektronja kerül a magba, és ott egy protonból neutron lesz ennek hatására

Az atommagon kívüli, úgynevezett szabad neutron nem stabil, felezési ideje 10 perc körüli. A proton szabad állapotban ugyan stabil részecske, de a magban lévő kötésekben átalakulhat. Így hasonlóan bomlik a proton is neutronra, pozitronra és neutrínóra.

$$p^+ \longrightarrow n^0 + \beta^+ + \nu$$

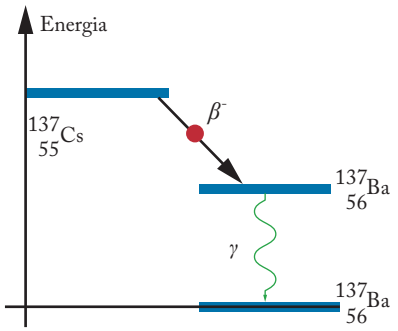
A neutrínó, illetve az antineutrínó semleges részecskék, és igen kicsi a tömegük. A neutrínót gyakran nem szokták feltüntetni a β-bomlás felírása során.

A β-bomlás jellemző felezési ideje néhány perctől néhány ezer évig terjed.

A γ-bomlás

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A γ-bomlás magfizikai magyarázata az, hogy az α- vagy β- bomlás során a mag gerjesztett állapotban keletkezik, és a γ fotonnal vagy fotonokkal a többletenergiától szabadul meg. A γ-bomlás általában nagyon rövid idővel követi az α- vagy β-bomlást. Ennek a sugárzásnak a felezési ideje jellemzően 10^{-20} s-tól a 10^{-9} s-ig terjed, de vannak olyan izotópok, ahol ez az idő akár 10^{15} év is lehet, azaz ritkán a mag nagyon hosszú ideig maradhat gerjesztett állapotban.



A γ-bomlás magyarázata a cézium egyik izotópja alapján

KIDOLGOZOTT FELADAT

Néha még ma is az aktivitás korábban használt mértékegységét, a Curie-t használják, aminek a jele Ci. A definíció szerint 1 Ci 1 g rádium ($^{226}_{82}$Ra) aktivitásával egyezett meg. Hány Bq-nek felel meg az egy Curie (Ci) aktivitás, ha a rádium felezési ideje 1604 év?

MEGOLDÁS

Adatok:
$T_{1/2}$ = 1604 év,
m = 1 g

A = ?

Számítsuk ki először azt, hogy 1 g-ban hány rádiumatom van:

$$N = \frac{1}{226} \cdot N_A = 2{,}66 \cdot 10^{21} \text{ db}$$

Az aktivitás definíciója szerint:

$$A = N\frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 2{,}66 \cdot 10^{21} \cdot \frac{0{,}693}{1604 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7} =$$

$$= 3{,}7 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = 1 \text{ Ci}$$

Tehát 1 Ci aktivitás az SI-mértékegységrendszerben $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq aktivitásnak felel meg.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. A radioaktív bomlásoknak milyen fő fajtái ismertek, ezekre mi a jellemző, milyen magátalakulások kísérik ezeket?
2. Mit mutat meg a felezési idő, milyen kapcsolatban van az aktivitással és a bomlási állandóval?
3. Milyen változások következnek be az atommagokban az egyes radioaktív bomlásoknál?
4. A Földön ma az urán az előforduló legmagasabb rendszámú elem. Amikor a Naprendszer létrejött, még sok nála nagyobb rendszámú elem is keletkezett. Mi lehetett ezek sorsa?
5. Milyen lenne a Föld, ha az uránizotópok felezési ideje néhány hónap lenne?

3. Bomlási sorok, radioaktív kormeghatározás

A radioaktív izotópok eredete

A Föld kialakulásának folyamata révén környezetünk természetes módon tartalmaz radioaktivitást. A Naprendszerünket felépítő kémiai elemek többsége egymilliárd évvel a Naprendszerünk születése előtt jött létre egy, a közelünkben történt szupernóva-robbanás során. Ekkor a sok stabil izotóp mellett rövid és hosszabb felezési idejű radioaktív izotópok is létrejöttek, melyek közül a rövid felezési idejűek elbomlottak. A stabil elemek mellett azonban fennmaradtak a hosszú felezési idejű magok is. Ezek megtalálhatók a Föld mélye mellett a felszínen lévő talajban és a kőzetekben is. Idetartoznak az urán és a tórium több milliárd éves felezési idejű izotópjai és a belőlük képződött leányelemek, amelyek úgynevezett **bomlási sorokat** alkotnak. A bomlási sorokban mintegy 70 fajta radioaktív izotóp található. Ezek mellett több tucatnyi fajta szupernóva-robbanásban keletkezett, de a bomlási sorokba nem sorolható, hosszú felezési idejű izotópot ismerünk. Ilyen például a szervezetünkben is jelen lévő 40-es tömegszámú káliumizotóp ($^{40}_{19}K$), vagy a kormeghatározásnál használt ^{87}Rb.

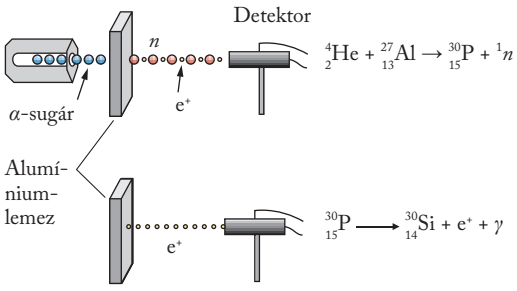
A földi bioszférát körülvevő természetes eredetű radioaktív sugárzásnak van még két összetevője. Az egyik azon izotópok sugárzása, amelyek folyamatosan keletkeznek napjainkban is a kozmikus sugárzás hatására. Ezek fajtáinak száma közelíti a százat, de nagy részük rendkívül ritka. Két legismertebb ilyen típusú izotóp a trícium ($^{3}_{1}H$) és a szén 14-es izotópja ($^{14}_{6}C$).

A földi bioszférát körülvevő természetes eredetű radioaktív sugárzás harmadik összetevője maga a **kozmikus sugárzás**, ami a légkört érő részecskesugárzás. Ennek eredete lehet a Napunk, vagy azon kívüli, a Tejútrendszer más részéről származó források (galaktikus komponens). Fő összetevői a γ-fotonok mellett a protonok (90%), α-részecskék (9%), elektronok és más, nehezebb atommagok. A kozmikus sugárzás részecskéi igen kis valószínűséggel érik el a földfelszínt, mert a levegő molekuláival kölcsönhatásba lépve magreakciók sorát indítják el, és másodlagos kozmikus záporokat indukálnak, amelyben sokfajta részecske keletkezik, többek közt neutron is.

Radioaktív izotópok mesterséges előállítása

A radioaktivitás széles körű alkalmazását az tette igazán lehetővé, hogy különböző tulajdonságú **izotópokat mesterségesen is elő tudunk állítani**. Az első mesterséges radioaktív izotópot, a 30-as tömegszámú foszfort, a Joliot-Curie házaspár állította elő 1934-ben. Kísérletükben alumíniumot sugároztak be alfa-részecskékkel. Az α-részecskék neutronokat és pozitronokat löktek ki az alumíniumlemezből. A besugárzást megszüntetve az alumíniumlemez pozitront sugárzott ki. A pozitronsugárzás intenzitása a radioaktív bomlásnak megfelelő módon csökkent. Ez utalt arra, hogy az alumíniumlemezben radioaktív elem keletkezett. Miután a besugárzott alumíniumlemezben kémiailag kimutatták a foszfort és a szilíciumot, a folyamat világossá vált. Ezt az alábbi ábrán részletezzük.





A Joliot-Curie házaspár egy bélyegen és a felfedezésük lényege

Irène Joliot-Curie (1897–1956) Marie Curie lánya volt. 1926-ban kötött házasságot Frederick Joliot-val (1900–1958). Az első mesterséges izotópot 1934-ben állították elő. A felfedezésükért 1935-ben kémiai Nobel-díjat kaptak.

A Joliot-Curie házaspár után Fermi végzett alapvető kísérleteket neutronbesugárzással. Felfedezte, hogy az atommagok, befogva egy neutront, átalakulnak egy rendszerint β^--bomló izotóppá, és ilyen módon számos mesterséges radioaktív izotóp létrehozható. Ezt a módszert **neutronaktiválásnak** nevezték el. Míg Fermi főként nagy rendszámú fémekkel foglalkozott, addig Hevesy Györgyöt ennek a módszernek a biológia alkalmazásai érdekelték. Így fedezte fel a radiofoszforos biológiai nyomjelzést, melynek során a kén neutronbesugárzása révén állított elő radioaktív foszfort (^{32}P). Részletesen a radioaktivitás biológiai alkalmazásainál szólunk erről a módszerről.

Mára már rengeteg mesterségesen elállított izotópot ismerünk. A természetben előforduló százas nagyságrenddel szemben ezres nagyságrendben állítanak elő mesterségesen radioaktív izotópfajtákat neutronnal és más részecskékkel történő besugárzással, vagy atomreaktorokban lejátszódó folyamatok révén. A légköri atombomba-robbantások, atomerőmű-balesetek is rengeteg, még ma is kimutatható (de ma már nem egészségkárosító mértékű) radioaktív izotóppal szennyezték a bioszférát.

Bomlási sorok

A természetben előforduló radioaktív bomlások során gyakori az, hogy a leányelemek maguk is anyaelemmé válva újabb leányelemet szülnek. Így úgynevezett **bomlási sorok** alakulnak ki. Ezeknek a láncolatoknak anyaelemük az urán környékén található, és utolsó elemük az ólom környékének valamely izotópja. Az egy bomlási sorba tartozó izotópok pedig egy **radioaktív családot** alkotnak.

Az α-bomlásnál a tömegszám mindig néggyel csökken, és a β-, illetve γ-bomlásnál a tömegszám nem változik, ezért egy bomlási soron belül a tömegszámokat 4-gyel osztva ugyanazt a maradékot fogjuk kapni. A tömegszám tehát $A = 4n + C$ alakban írható, ahol C a bomlási sorra jellemző állandó, értéke 0, 1, 2, 3 lehet. C értékétől függően a négy bomlási sor jellemzőit a táblázat tartalmazza:

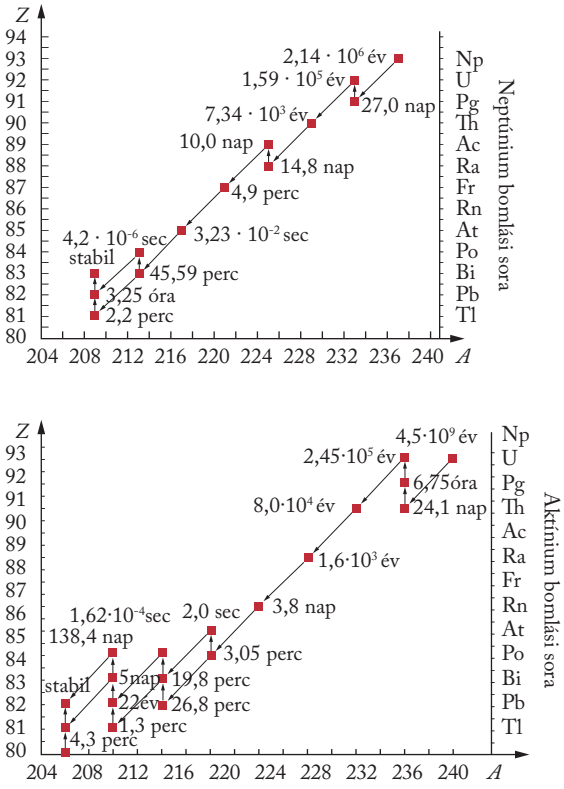
	A bomlási sor neve	A bomlási sor első izotópja	Bomlási sor leghosszabb felezési ideje (év)	A bomlási sort lezáró stabil izotóp
4n	tórium	$^{232}_{90}$Th	$1{,}41 \cdot 10^{10}$	$^{82}_{208}$Pb
4n+1	neptúnium	$^{237}_{93}$Np	$2{,}14 \cdot 10^{6}$	$^{205}_{81}$Tl; $^{209}_{83}$Bi
4n+2	urán	$^{238}_{92}$U	$4{,}47 \cdot 10^{9}$	$^{206}_{82}$Pb
4n+3	aktínium	$^{235}_{92}$U	$7{,}04 \cdot 10^{8}$	$^{207}_{82}$Pb

Megjegyzés: A neptúniumsorozatnak számos régebbi könyv még a 209-es bizmutot nevezi meg végső stabil izotópnak, de újabban kiderült, hogy a bizmut igen nagy, 10^{19} év nagyságrendű felezési idővel α-bomló, így a bomlási sort mai ismereteink szerint a tallium zárja.

A bomlási sorok legnagyobb felezési idejű izotópjai minden esetben a sor első tagjai, amiket a **bomlási sor anyaelemeinek** nevezünk. Hozzá kell tennünk azt, hogy ezek az izotópok csak napjainkban első tagjai a soroknak. A geológiai régmúltban ezek előtt még rövidebb felezési idejű más izotópok is léteztek, mint amilyen például a $^{239}_{94}$Pu.

A **neptúniumsorozat** (első eleme $^{237}_{93}$Np) legnagyobb felezési ideje csak milliós nagyságrendű, ami a Föld milliárdos nagyságrendű korához képest elhanyagolható. Ezért csak az utolsó, stabil tagja lelhető fel már csak jelentős mennyiségben a természetben. A sorozat többi tagja kis felezési ideje miatt már mind elbomlott a geológiai régmúltban.

Az **aktíniumsorozat** kiinduló izotópja a $^{235}_{92}$U. A természetes uránban a 235 tömegszámú urán csak 0,7%-ban fordul elő, így a jóval gyakoribb (99,3%) $^{238}_{92}$U mellett szinte elhanyagolható mennyiségben található meg a természetben. Így ennek a radioaktív családnak a tagjai is csak elenyésző mennyiségben találhatók meg a természetben.

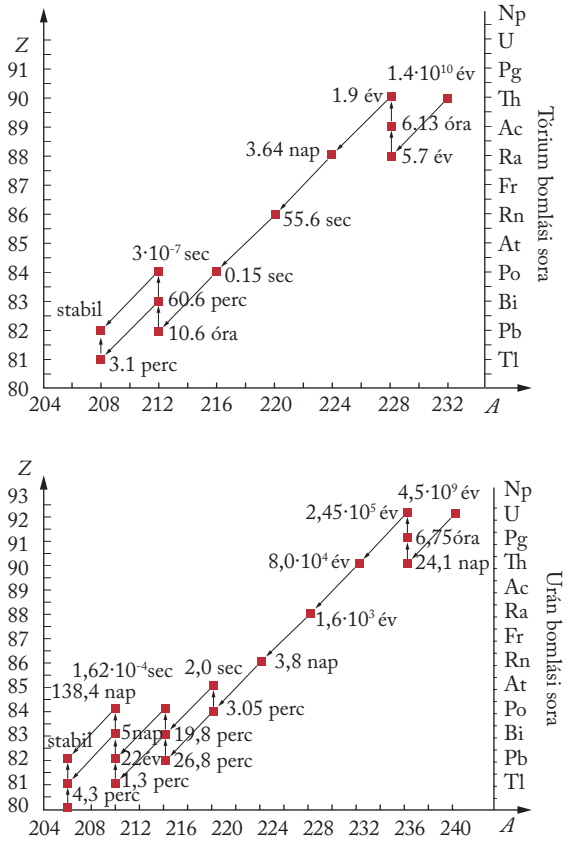


A neptúnium és aktínium bomlási sora

A kőzetekben szinte csak az **urán- és a tóriumsorozat** elemeit találjuk meg, ennek a két bomlási sornak van a legnagyobb jelentősége. Mindkét említett bomlási sornak tagja a radon nevű nemesgáz. Átlagosan egy 2,5 km^2-es területen 15 cm-es mélységig a talaj mintegy 1 g rádiumot tartalmaz. Ennek a rádiumnak lesz a leányeleme a radon. Az uránsorban a $^{222}_{86}$Rn szerepel, aminek 3,8 nap a felezési ideje. Ez a felezési idő már elég nagy ahhoz, hogy vizekben

oldódva a mélyből a felszínre törjön, vagy a talajból kidiffundáljon, és a levegőben felhalmozódjon. A tóriumsorozatban a $^{220}_{86}$Rn szerepel, ezt toronnak is nevezik. Ennek felezési ideje csak 56 s, így nem annyira valószínű a kijutása a talajból, de néhol mégis előfordul. A radon és a toron leányelemei tehát a Föld mélyéből felszínre hozzák és beterítik radioaktivitással a környezetet. Erről a nagy jelentőségű jelenségről részletesebben a következő témakörben olvashatunk.

A bomlási sorokat bemutató 2. ábrán is láthatjuk, hogy több helyen, például a $^{210}_{83}$Bi-nál elágazást látunk. A bizmutnak ez az izotópja egyaránt képes α- és β-bomlással bomlani, és véletlenszerűen dől el, hogy melyik változat valósul meg, de az α-nak sokkal kisebb a valószínűsége.



A tórium és urán bomlási sora

Szekuláris egyensúly

A radioaktív bomlási sor elemei egymás után egymásból keletkeznek. Így hosszú idő alatt kialakul egy egyensúlyi állapot (szekuláris egyensúly), amelyben mindegyik elemből annyi bomlik el, amennyi keletkezik. (Eltekintünk a bomlási sor elejét alkotó elemek lassú fogyásától.)

A bomlási sorban a radioaktív egyensúlyban lévő izotópoknál az egyes elemek aktivitása megegyezik, mert annyi keletkezik, amennyi elbomlik. Az ekkor kialakuló egyensúlyi állapotot **szekuláris egyensúlynak** nevezzük. A bomlási sor bármely két elemére fennáll:

$$A_1 = A_2, \text{ azaz } \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_{1,1/2}}{T_{2,1/2}}$$

Ennek a matematikailag levezetett összefüggésnek a segítségével tudták először meghatározni a milliárdéves nagyságrendű felezési időket, mert azok mérése nagyon nehézkes, és rendkívül hosszú időt igényelne. Ezzel foglalkozik a következő kidolgozott feladatunk is.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A Curie házaspár mintegy 6 tonna 50%-os ^{238}U-tartalmú kőzetből nyert ki 1 g 1602 év felezési idejű rádiumot. ($^{226}_{88}$Ra). Becsüljük meg ez alapján az urán felezési idejét!

MEGOLDÁS

Az urán mennyisége a kőzetben 3000 kg, ennek 99,3%-a a ^{238}U, ami így 2991 kg lesz. Feltételezve, hogy kialakult a radioaktív egyensúly, az urán és a rádium aktivitása megegyezik:

$$A_U = A_{Ra}$$

$$\frac{0{,}69 \cdot N_U}{T_U} = \frac{0{,}69 \cdot N_{Ra}}{T_{Ra}}$$

Ebből:

$$T_U = T_{Ra} \cdot \frac{N_U}{N_{Ra}} = T_{Ra} \cdot \frac{\frac{m_U}{M_U} \cdot N_A}{\frac{m_{Ra}}{M_{Ra}} \cdot N_A} = T_{Ra} \cdot \frac{m_U}{M_U} \cdot \frac{M_{Ra}}{m_{Ra}} =$$

$$= 1602 \text{ év} \cdot \frac{2991 \text{ kg}}{0{,}238 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot \frac{0{,}226 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{0{,}001 \text{ kg}} = 4{,}55 \cdot 10^9 \text{ év}$$

Az irodalmi érték 4,47 milliárd év, tehát becslésünk elég jó.

Történelmi kormeghatározás a radiokarbon (^{14}C) módszerrel

A radioaktív izotópok felezési ideje a külső körülményektől függetlenül nagyon pontosan állandó érték, így a radioaktivitást egyfajta „elromolhatatlan óraként" is felhasználhatjuk. Két legfontosabb felhasználási területe a geológia és a történelmi kormeghatározás.

A történelmi kormeghatározás legfőbb izotópja a ^{14}C. A ^{14}C β-bomlással, nagyjából 5730 év felezési idővel stabil ^{14}N-né alakul. A szén a szerves anyagok alapja, ezért rendkívül sok helyen megtalálható, például épületfában, papírban, csontokban, múmiában. A radioaktív szén a kozmikus

sugárzás hatására folyamatosan keletkezik a légkör felső rétegeiben a következő magreakcióval:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} = {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{p}$$

A ^{14}C keletkezése és 5730 éves felezési idejű bomlása kialakít egy nagyjából állandó ^{14}C/^{12}C arányt a levegőben. Ez az egyensúlyi arány körülbelül:

$$\frac{{}^{14}_{6}\mathrm{C}}{{}^{12}_{6}\mathrm{C}} = 1{,}17 \cdot 10^{-12}$$

(Ezt az arányt egyébként pl. nagyon öreg fák évgyűrűinek segítségével több ezer évre visszamenően pontosították, de sok más szempontot is figyelembe kell még venni, ami miatt a módszer igen bonyolulttá válik.) Az élő szervezet elpusztulásával ez az egyensúlyi arány a ^{12}C javára eltolódik, hiszen az elpusztult szervezet már nem vesz fel újabb szénizotópokat, és benne a ^{14}C részaránya a radioaktív bomlásokkal az ismert exponenciális bomlási törvény szerint csökkeni fog.

A mérés „lelke” tehát a ^{14}C/^{12}C arány megállapítása, amit régebben sugárzásméréssel végeztek. Mivel azonban a múzeumok az értékes leletekből ritkán adnak nagy darabot, ezért a kapott mintának általában nagyon kicsi az aktivitása, hiszen a ^{14}C aránya eleve nagyon alacsony. Ezt a rendkívül kis aktivitást pontosan megmérni nagyon nehéz. Ezért újabban a jóval költségesebb, de sokkal pontosabb tömegspektrométeres szétválasztást alkalmazzák a ^{14}C/^{12}C arány megállapítására.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy régészeti leletből vett mintában a szénizotópok következő arányát találták: $\frac{{}^{14}_{6}\mathrm{C}}{{}^{12}_{6}\mathrm{C}} = 1{,}0 \cdot 10^{-12}$.

Hány éves a lelet? A ^{14}C felezési ideje 5730 év.



MEGOLDÁS

Adatok:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{{}^{14}_{6}\mathrm{C}}{{}^{12}_{6}\mathrm{C}} = 1{,}0 \cdot 10^{-12}$$

$T_{1/2} = 5730$ év

$t = ?$

Tudjuk, hogy a Földön az élő szervezetekben a radioaktív és nem radioaktív izotópok aránya:

$$N_0 = \frac{{}^{14}_{6}\mathrm{C}}{{}^{12}_{6}\mathrm{C}} = 1{,}17 \cdot 10^{-12}$$

A t idő múlva kialakult arány legyen N.

Így $N = \frac{{}^{14}_{6}\mathrm{C}}{{}^{12}_{6}\mathrm{C}} = 1{,}0 \cdot 10^{-12}$.

Az exponenciális bomlási törvénybe behelyettesítve a felírt összefüggéseket:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

$$1{,}0 \cdot 10^{-12} = 1{,}17 \cdot 10^{-12} \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

$$0{,}854 = 2^{-\frac{t}{5730}}.$$

Mindkét oldal tízes alapú logaritmusát véve:

$$\lg 0{,}854 = -\frac{t}{5730} \lg 2,$$

$$-0{,}069 = -\frac{t}{5730} \cdot 0{,}301,$$

amelyből $t = 1313$. Így a lelet korára 1313 évet kapunk.

A ^{14}C -nél jóval szűkebb területen használható a trícium ($^{3}_{1}$H) izotóp, ami szintén kozmikus sugárzás hatására keletkező izotóp, felezési ideje 12,3 év. Így csak néhány évtizedes, legfeljebb évszázados kormeghatározásra használható, például muzeális borok korának meghatározására. A trícium ugyanis szintén nagyjából állandó arányt képvisel a vízben lévő hidrogének közt. A vízzel a szőlő felszívja a tríciumos vizet is, így a belőle készült bor is tríciumtartalmú lesz. A palackban a trícium aránya az exponenciális törvény szerint folyamatosan csökken, így a ^{3}H/^{1}H arány is alkalmas a kormeghatározásra.

Geológiai kormeghatározási módszerek

Számos izotóppárt ismerünk, amelyek geológiai léptékű kormeghatározásra alkalmasak ($^{87}Rb/^{86}S$, $^{87}Sr/^{86}Sr$, $^{39}Ar/^{40}Ar$ stb.). Jelentősége miatt két típussal foglalkozunk részletesebben: a kálium-argon módszerrel és az urán bomlási sorain alapuló kormeghatározással.

A **kálium** a földkéreg 7. leggyakoribb eleme, de magas arányban megtalálható a Naprendszer más kőzeteiben is. A káliumnak 0,0118%-a a ^{40}K izotóp, ami 1,3 milliárd éves felezési idővel radioaktív. A ^{40}K párhuzamosan 8 : 1 arányban bomlik ^{40}Ca-ra és ^{40}Ar-ra. A légkör 1%-a argon, ami bizonyítja, hogy elég sok ^{40}K van a Földön, hiszen a légkörben található összes argon a radioaktív ^{40}K-ból keletkezett béta-bomlás során. Egy kőzet, ha megszilárdul, akkor az argon már nem tud kiszabadulni belőle. Aprítással, hevítéssel, laboratóriumi körülmények közt viszont kinyerhető. Az argon kőzeten belüli arányából a kőzet megszilárdulásának a korát lehet meghatározni. A $^{40}K/^{40}Ar$ arány alapján határozták meg a legrégibb meteorit korát (4,6 milliárd év), a Hold-kőzetek korát (4,0-4,5 milliárd év) és a legősibb földi kőzetek megszilárdulásának korát (3,9 milliárd év).

A geológiai kormeghatározás egy másik módszere az **urán** bomlási sorain alapszik. Az uránsorozat kiinduló eleme a ^{238}U, ami 4,47 milliárd év felezési idővel bomlik alfa-bomlással tóriumra. Az ezt követő összes többi bomlás együttes felezési ideje alig néhány tízezer év, ami elhanyagolható a több milliárd év mellett, lényegében tehát ez az első bomlás határozza meg az egész bomlási sor felezési idejét.

Ennek a bomlási sornak a legutolsó, már stabil tagja az ólom ^{206}Pb-os izotópja. Számos kőzet esetén feltételezhető, hogy a ^{206}Pb teljes egészében a bomlási sorból ered, ezért a $^{238}U/^{206}Pb$ arány alapján a kőzet kora meghatározható, ahogy azt a következő kidolgozott feladat is mutatja.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy urántartalmú kőzet kétszer annyi ^{238}U izotópot tartalmaz, mint ^{206}Pb-t. Hány év telt az urántartalmú kőzet kialakulása óta? A ^{238}U felezési ideje 4,47 milliárd év.

MEGOLDÁS

Adatok:

$\frac{N_U}{N_{Pb}} = 2,$

$^{238}U : T_{1/2} = 4{,}47$ milliárd év

$t = ?$

Jelölje N_0 a ^{238}U izotópok eredeti számát, N_U a jelenlegi számát, N_{Pb} pedig a ^{206}Pb jelenlegi számát.

A feladat feltétele szerint $\frac{N_U}{N_{Pb}} = 2.$

A kőzet összes atomjának a száma nem változott, azaz $N_0 = N_U + N_{Pb}$. Osszuk el ezt az egyenletet N_U-val, és vegyük figyelembe az előzőekben felírt arányt. Így a következőt kapjuk:

$$\frac{N_0}{N_U} = 1 + \frac{N_{Pb}}{N_U} = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5$$

A bomlási törvény szerint felírhatjuk, hogy

$$N_U = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Osszunk N_0-val, és vegyük figyelembe az előzőekben megállapított arányt:

$$\frac{N_U}{N_0} = \frac{2}{3} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

Vegyük mindkét oldal logaritmusát:

$$\lg\frac{2}{3} = -\frac{t}{T}\lg 2,$$

$$-0{,}176 = -\frac{t}{4{,}47 \cdot 10^9 \text{ év}} \cdot 0{,}301$$

Ebből a $t = 2{,}61$. Tehát a kőzet kora 2,61 milliárd évnek adódik.

A Föld korát az urán- és az aktíniumsorozat különbsége alapján is meghatározhatjuk. Az uránsorozat a ^{238}U-nal kezdődik, és a ^{206}Pb-nél végződik, az aktíniumsorozat a ^{235}U-nal kezdődik, és ennek stabil végső eleme a ^{207}Pb. Ha egy kőzetben a két ólomizotóp mai arányát megállapítjuk, akkor következtetni tudunk arra, hogy kezdetben mennyi volt a $^{235}U/^{238}U$ arány. A mai arány ismert, a ^{235}U ma csak 0,7%-ban van jelen a jóval gyakoribb ^{238}U mellett. A ^{235}U és a ^{238}U eltérő felezési idejéből pedig a kőzet kora meghatározható.

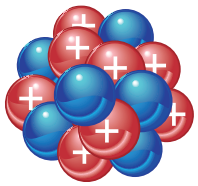
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a természetben fellelhető radioizotópok eredete?
2. Milyen módszerrel állíthatók elő mesterségesen radioizotópok?
3. Mi a radioaktív kormeghatározás fizikai alapja?
4. A ^{40}K-bomlások 11%-ában keletkezik csak ^{40}Ar. Miért célszerű mégis az argon mennyiségét vizsgálni a geológia kormeghatározásnál, és nem a ^{40}Ca-ot?
5. Érdekes tény, hogy a leggyakoribb káliumizotóp tömegszáma 39, ezzel szemben az eggyel kisebb rendszámú argon nem könnyebb, hanem nehezebb, 40-es tömegszámú. Mi lehet ennek a magyarázata?

Összefoglalás

Az atommag

Töltése: $\boldsymbol{Z \cdot e}$, ahol Z a rendszám, méret: 10^{-15} m.
Mérete: $R = 1{,}25 \cdot fm \sqrt[3]{A}$.



Az atommag Z számú protonból és A – Z számú neutronból épül fel

	Jele	Tömege (kg)	Töltése (C)
Proton	${}_1^1p, p^+$	$m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$
Neutron	${}_0^1n$	$m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}$	0

Az erős magerő

Az atommagot az erős magerő tartja össze. Ennek tulajdonságai:
– töltésfüggetlen, *n-n*, *p-p*, *p-n* közt is hat;
– mindig vonzó;
– rövid hatótávolságú;
– hatótávolságán belül sokkal erősebb, mint a protonok közt fellépő Coulomb-féle taszítóerő.

Az atommag kötési energiája

A mag kötési energiáján azt az energiamennyiséget értjük, ami ahhoz kell, hogy egy adott atommagot teljesen különálló nukleonokra bontsunk. A mag energiája a kötési energia –1-szerese.

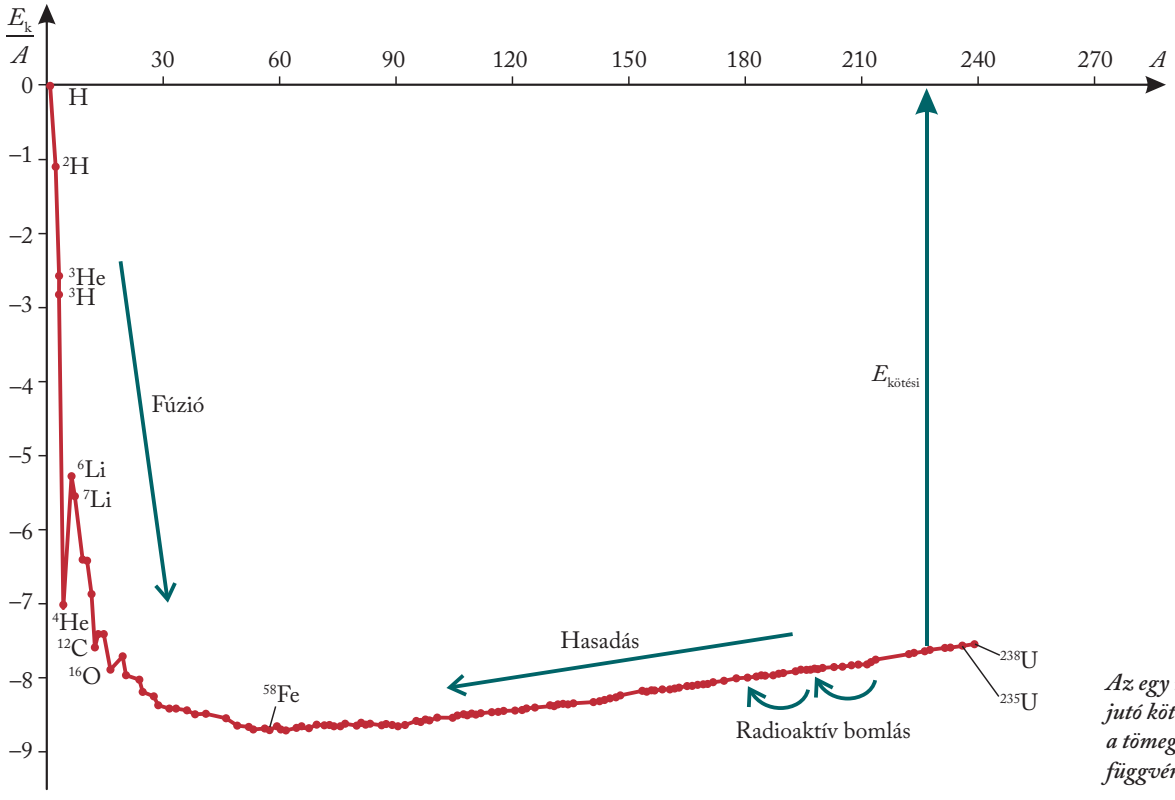
Kötési energia: $\boldsymbol{E = \Delta m \cdot c^2}$, ahol c a fénysebesség.

Tömegdefektus: $\Delta m = \overbrace{Z \cdot m_p}^{\text{protonok össz-tömege}} + \overbrace{(A-Z) \cdot m_n}^{\text{neutronok össz-tömege}} - \overbrace{M}^{\text{a mag tömege}}$

A fajlagos kötési energia

Az egy nukleonra jutó kötési energiát fajlagos kötési energiának nevezünk.

$$\varepsilon = \frac{E_{köt}}{A}$$



Az egy nukleonra jutó kötési energia a tömegszám függvényében

Bomlási törvények

– Az α-bomlásnál a leányelem rendszáma 2-vel, a tömegszáma 4-gyel csökken:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He^{2+}$$

– A negatív β-bomlásnál a tömegszám nem változik, a rendszám eggyel nő:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-}$$

– Pozitív β-bomlásnál a leányelem rendszáma eggyel csökken, a tömegszám nem változik:

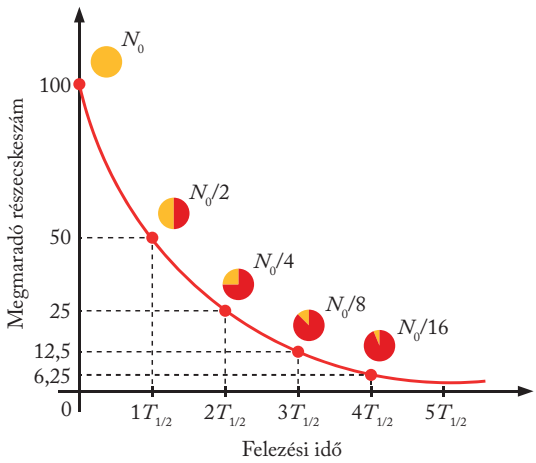
$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+}$$

– A γ-sugárzás kísérőjelensége az α- vagy β-bomlásnak. A tömegszám és a rendszám nem változik.

Exponenciális bomlási törvény

A törvény matematikai alakja:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$



Radioaktív izotópok exponenciális bomlástörvénye

Bomlási állandó

A bomlási állandó annak a valószínűségét adja meg, hogy egy atommag 1 másodperc alatt elbomlik. Jele: λ.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

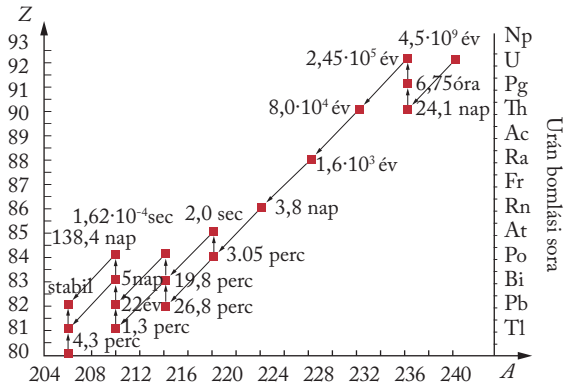
Aktivitás

A bomlás sebességét adja meg, azaz az 1 másodperc alatt elbomlott részecskék számát. Jele az A, mértékegysége Bq.

Az aktivitásra vonatkozó összefüggés: $A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$

Bomlási sorok

A természetben négy bomlási sor fordul elő. Az első elemük a nagy felezésű idejű urán környékén található, és az ólom környékén végződnek. Az urán bomlási sora radont és a rádiumot is tartalmaz.



Az urán bomlási sora

Radioaktív kormeghatározás

Kormeghatározás a radioaktív izotópok és a stabil izotópok arányának jelenkori és régmúltbeli arányának meghatározására épül. Ez alapján az exponenciális bomlási törvény alapján végezhető el a kormeghatározás. Néhány példa:

– Geológia: urán-ólom arányból kőzetek korára következtethetünk.
– Archeológia: radiokarbon módszerben a $^{14}C/^{12}C$ arányból határozható egy lelet kora.
– Borok, elzárt vizek kora a tríciummódszerrel mérhető.

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Az alábbiak közül melyik tömeg a legkisebb?
A) Két-két, térben elkülönült proton és neutron együttes tömege.
B) Egy α-részecske.
C) Két deutérium-atommag együttes tömege.
D) A fenti tömegek egyenlők.

2. A $^{6}_{3}$Li-atommagot eltalálja egy részecske, amelynek eredményeként két α-részecske keletkezett. Mi lehetett az a részecske, ami eltalálta a $^{6}_{3}$Li-atommagot?
A) Proton.
B) Neutron.
C) Foton.
D) Deutérium.

3. Egy stabil izotópról azt tudjuk, hogy magjában kevesebb neutron van, mint proton. Melyik elemnek lehet ilyen izotópja? A héliumnak, vagy az ólomnak?
A) Csak a héliumnak.
B) Csak az ólomnak.
C) Mindkettőnek lehet ilyen izotópja.

4. Becquerel kezdetben azt gondolta, hogy az uránérc csak röntgensugárzást bocsát ki. Egy kísérlet azonban meggyőzte álláspontjának tarthatatlanságáról. Melyik kísérlet lehetett ez?
A) Az uránérc sugárzása a fotópapíron nyomot hagyott.
B) Az uránérc sugárzását ionizáló hatásúnak találta.
C) Az uránérc sugárzása áthatolt egy vastag kartonpapíron is.
D) Az uránérc sugárzása mágneses mezőben eltérült.

5. A $^{232}_{90}$Th-izotóp radioaktív bomlások sorozatával $^{208}_{82}$Pb-izotóppá alakult át. Hány α- és hány β-bomlás történik ennek során?
A) 8 α- és 4 β-bomlás.
B) 6 α- és 4 β-bomlás.
C) 6 α- és 8 β-bomlás.
D) Az A) B) C) közül egyik sem helyes.

6. Egy radioaktív sugárforrás izotópjának leányelemei stabilak. A sugárforrás aktivitása délben 10 kBq, délután két órakor 8 kBq. Mekkora lesz a várható aktivitása délután 6 órakor?
A) Kb. 4 kBq.
B) Kb. 6,4 kBq.
C) Kb. 5,1 kBq.
D) Kb. 3,6 kBq.

7. Egy tartályban ismeretlen felezési idejű radioaktív gázkeverék van. A radioaktív gáz leányeleme is gáz-halmazállapotú, és stabil. A gázelegy aktivitását pontosan 12 órakor lemértük, akkor éppen 100 kBq volt. A mérés során azonban rosszul zártuk a tartályt, és szivárogni kezdett a gáz. 13 órára a nyomás a felére esett vissza a tartályban, változatlan hőmérséklet mellett. Ekkor megmérjük az aktivitást, és azt 12,5 kBq-nek találjuk. Mérésünk alapján mekkora a gáz felezési ideje?
A) 0,5 óra.
B) 1 óra.
C) 2 óra.
D) 0,25 óra.

8. Két radioaktív izotópot vizsgálunk. Kezdetben az „A” jelű egy 1 molnyi és 2 perc felezésű idejű, a „B” jelű 2 molnyi és 1 perc felezésű idejű. Körülbelül mikor lesz a két mintában a részecskeszám azonos?
A) Soha.
B) Kb. 1 perc múlva.
C) Kb. 2 perc múlva.
D) Kb. $\sqrt{2}$ perc múlva.

9. Két radioaktív izotópot tartalmazó mintánk van. A kezdőpillanatban az 1. minta 6 mol, 3 perc felezési idejű radioaktív izotópot tartalmaz. A 2. mintában 3 mol, 6 perc felezési idejű izotóp van. Melyikből marad több mól az 1. perc után?
A) Az 1. mintából.
B) A 2. mintából.
C) Körülbelül egyforma lesz a mólok száma.

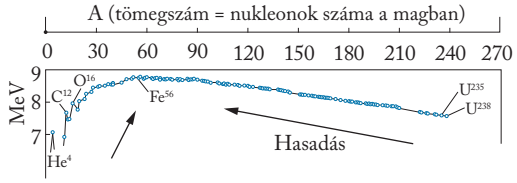
10. Egy radioaktív izotópot tartalmazó mintában kezdetben, 0,1 molnyi radioaktív atommag található. 10 óra elteltével a számuk 0,075 molra csökken. Mennyi lehet az izotóp felezési ideje?
A) Pontosan 20 óra.
B) Pontosan 10 óra.
C) Több mint 20 óra.
D) 10 óra és 20 óra közti érték.

FELADATOK

1. Egy atom sugara ~ $6 \cdot 10^{-15}$ m. Melyik atomról lehet szó? Oxigénről, jódról, vagy uránról?

2. Számítsuk ki a legnagyobb kötési energiájú vasatom, az $^{56}_{26}$Fe egy nukleonra jutó kötési energiáját! Atomi tömegegységek: hidrogén: 1,007825 u, vas: 55,934939 u, a neutron tömege: 1,008665 u.

3. Az egy nukleonra jutó kötési energia görbéjének részletét látjuk az ábrán.



A grafikon alapján becsüljük meg, hogy ha az urán két nagyjából egyforma darabra hasad, mennyi energia szabadulhat fel!

4. Határozzuk meg, mennyi az egy nukleonra eső kötési energia a ^{4}Be atommagban!
A proton tömege: $1{,}67261 \cdot 10^{-27}$ kg, a neutron tömege: $1{,}67491 \cdot 10^{-27}$kg és a ^{9}Be-mag tömege:
$M = 14{,}496135 \cdot 10^{-27}$ kg.

5. A $^{14}_{7}$N-es nitrogén egy nukleonra jutó kötési energiája 7,48 MeV. Mekkora a nitrogén atommagjának tömege?

6. Az alábbi reakcióban egy 1 MeV energiájú deuteronnal lövünk meg egy nyugvónak tekinthető $^{6}_{3}$Li-atommagot:

$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{6}_{3}\mathrm{Li} = {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}p$

Mekkora lesz a reakcióban a $^{7}_{3}$Li és a proton együttes mozgási energiája?
Adatok: Deutérium tömege: $3{,}3445 \cdot 10^{-27}$ kg,
$^{6}_{3}$Li lítiumizotóp tömege: $9{,}9883 \cdot 10^{-27}$ kg,
$^{7}_{3}$Li tömege: $11{,}6504 \cdot 10^{-27}$ kg,
proton tömege: $1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg.

7. A Rutherford-féle első magreakciónál (mint azt a XI. 1. téma 2. kidolgozott feladatánál is láttuk) a magreakciók során a tömegdefektus negatív lesz, aminek energia-egyenértéke –1,19 MeV.

$^{4}_{2}\alpha + {}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{17}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

Ez azt jelenti, hogy az alfa-részecskének egy minimális energiával kell rendelkeznie, hogy a reakció létrejöhessen, ami 1,53 MeV. Ez abszolút értékben nagyobb, mint a tömegdefektus –1,19 MeV energiaértéke. Miért kell 1,19 MeV-nál nagyobb energia a reakció létrejöttéhez?

8. A $^{210}_{84}$Po egy nukleonra jutó kötési energiája 7,83 MeV. A $^{210}_{84}$Po α-bomló. Végezzünk becslést, hogy magjában egy α-részecske mekkora mozgási energiával rendelkezik a „kvantumnyüzsgés” alapján (használjuk a határozatlansági relációt!), és vessük össze ezt azzal, hogy ez hogyan viszonyul a teljes kötési energiához!

9. **a)** Bizonyítsuk be, hogy a $^{239}_{93}$Np-as neptúnium bomolhat β-bomlással, de β^+-bomlással nem!
b) Számítsuk ki, mennyi a β-bomlásának az energiája! (A keletkezett neutrínóenergia elhanyagolható.)
Atomtömegek: $^{239}_{93}$Np: 239,05293 u,
$^{239}_{94}$Pu: 239,05216 u, $^{239}_{92}$U: 239,0542933 u,
elektron: $5{,}486 \cdot 10^{-4}$ u.

10. Egy izotóp aktivitása 1 óra alatt 5%-kal csökken. Mennyi idő alatt fog 15%-kal csökkenni?

11. A természetes vizek is mutatnak némi, kb. 6 $\frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{liter}}$ aktivitást a bennük található trícium miatt. A trícium felezési ideje 12,3 év.
a) Írjuk fel a trícium bomlásának egyenletét!
b) Határozzuk meg ez alapján, hogy az összes hidrogénnek hányadrésze trícium a természetes vizekben!
c) Hány éves az a víz, aminek az aktivitása csak 2 $\frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{liter}}$?

12. A Curie házaspár észrevette, hogy tömegegységenként sokkal több energia szabadul fel radioaktív bomláskor, mint a kémiai reakcióban. Hasonlítsuk össze, hogy 1 g ^{210}Po 1 másodperc alatt hányszor annyi energiát termel, mint 1 g szén az elégésekor!
Adatok: $T = 180$ s, $E_{Po} = 0{,}86 \cdot 10^{-12}$ J, a szén fűtőértéke: $H = 30 \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$, $m = 1$ g.

13. A radioizotópos termoelektromos generátorokat (RTG) főként az űrkutatásban használják. Lényegük, hogy a radioizotópok által megtermelt hőt elektromos energiává alakítják át. A Voyager űrszondák műszerei például nagyjából 160 W-os elektromos energiát igényeltek, és termogenerátoruk 6,7%-os hatásfokú volt. Az üzemanyaga $^{238}_{94}$Pu, amely 0,54 W hőteljesítményű grammonként. A $^{238}_{94}$Pu α-bomló, felezési ideje 87,7 év.
a) Minimálisan mennyi tömegű $^{238}_{94}$Pu üzemanyagot kellett, hogy magával vigyen az űrszonda?
b) Mi lesz a $^{238}_{94}$Pu bomlásának leányeleme?
c) Feltételezve, hogy az üzemanyag összes hője a $^{238}_{94}$Pu bomlásából származik, mennyi energia szabadul fel egy ilyen bomláskor?
d) Az űrszondát 1977-ben indították el. Az akkori 160 W-os elektromos teljesítményhez képest most mennyi lehet az RTG generátor elektromos teljesítménye?

14. A legkorábbi holt-tengeri tekercsek mintegy 2400 évesek. Ezek kormeghatározását is radiokarbon módszerrel végezték.

a) Átlagosan hány $^{14}_{6}C$ atom van ma 1 g-nyi anyagukban, ha a tekercsek anyagának széntartalma 44%?

b) Mennyi ma 1 g-nyi anyaguknak az aktivitása?

Adatok:

A $^{14}_{6}C$ és a $^{12}_{6}C$ átlagos számaránya a természetben: $\frac{N_{14C}}{N_{12C}} = 1{,}17 \cdot 10^{-12}$. A $^{14}_{6}C$ felezési ideje 5730 év.

15. Becsüljük meg, hogy egy mai szén 1 g-ja percenként hány radioaktív bomlást produkál, ha a $^{14}_{6}C$ és a $^{12}_{6}C$ számaránya a természetben $\frac{N_{14C}}{N_{12C}} = 1{,}17 \cdot 10^{-12}$!

16. A Naprendszerben fellelhető nagy rendszámú elemek, így az urán is, egy több milliárd évvel ezelőtti szupernóva-robbanásban keletkeztek. Az uránnak a Földön kétfajta izotópja van, ma az elterjedtebb ^{238}U mellett a ^{235}U részaránya csak 0,72%. Bizonyos elméleti megfontolásokból feltételezhető, hogy az urán keletkezésekor sem egyenlő arányban keletkezett a két izotóp, hanem akkor az arányuk $\frac{N_{235}}{N_{238}} = 0{,}36$ volt. A felezési idők a következők: $T_{238} = 4{,}47$ milliárd év, $T_{235} = 704$ millió év.

a) Adjunk magyarázatot arra, hogy miért ilyen alacsony a ^{235}U aránya napjainkban!

b) Számítsuk ki, mikor volt az említett szupernóva-robbanás!

17. Egy meteoritból származó kőzet korának meghatározásához egy 3,91 g káliumot tartalmazó kőzetdarabot aprítottak és hevítettek, így abból 0,32 cm^3 normálállapotú argongázt sikerült kinyerni. A káliumnak 0,012%-a ^{40}K, ami 1,2 milliárd év felezési idővel, 11%-os valószínűséggel ^{40}Ar-ra bomlik. (89%-os valószínűséggel ^{40}Ca keletkezik.) Feltételezhető, hogy az argon nem tudott a kőzetből elillanni. Határozzuk meg ez alapján, hogy mennyi a kőzet kora! (Pontosabban, ebből a kőzet megszilárdulásának korára lehet következtetni.)

18. Vannak bizonyos elméletek, amelyek szerint a proton sem stabil, hanem igen nagy, 10^{31} és 10^{36} év felezési idő közt elbomlik. Egy japán kísérletben (Super-Kamiokande) 50 kilotonna vizet figyeltek egy éven keresztül, de nem tapasztalták, hogy a víz egyetlen egy protonja is elbomlott volna. Adjuk meg ez alapján, hogy mennyi legalább a proton felezési ideje!

19. Egy kőzetben a ^{238}U urán- és a ^{206}Pb ólomatomok aránya azonos. Feltételezhető, hogy minden ólomatom az urán bomlási sorában keletkezett, és ólom nem távozott a kőzetből.

a) Mennyi ez alapján a kőzet kora, ha feltételezzük, hogy a kőzet ólomtartalma teljes egészében az urán bomlásából származik, és nem távozott ólom a kőzetből?

b) Mennyi lenne annak a kőzetnek a kora, amelyben a ^{238}U urán- és a ^{206}Pb ólomatomok aránya 1 : 2 lenne? A ^{238}U felezési ideje 4,47 milliárd év.

20. A radioaktivitás egy érdekes alkalmazásáról szól a következő feladat: Egy hatalmas, ismeretlen méretű, föld alatti, vízzel telt tartály térfogatát szeretnénk meghatározni. Ehhez a ^{24}Na-izotópot hívjuk segítségül, amely 15 óra felezési idővel radioaktív. Egy olyan 1 liternyi konyhasóoldatot készítünk, amelyben a Na-atomok egy része a ^{24}Na-izotóp. Az oldat aktivitása a tartályba történt beöntéskor 320 MBq. 75 óra elég idő volt ahhoz, hogy ez az oldat elkeveredjen a vízben. Ezután ismét kivettünk 1 liternyi folyadékot a tartályból, aminek az aktivitását ismét lemértük. Ezt most 100 Bq-nek találtuk.

a) Hány ^{24}Na-atom van az adott aktivitású oldatban?

b) Mennyi a tartály térfogata?

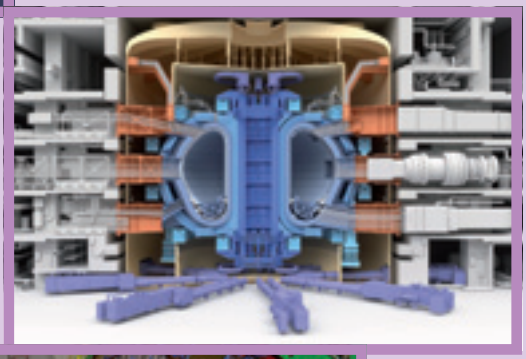
ESSZÉKÉRDÉS

„Nem szabad elfelejtenünk, hogy amikor felfedeztük a rádiumot, akkor azt senki sem tudta még, hogy hasznosnak bizonyul majd a kórházakban. Az a munka tiszta tudomány volt. Ez bizonyíték arra, hogy a tudományos munkát nem szabad közvetlen hasznosságának szempontjából figyelembe venni. Meg kell csinálni önmagáért, a tudomány szépségéért, és akkor mindig van esély arra, hogy egy tudományos felfedezés olyanná váljon, mint a rádium felfedezése volt, amely az emberiség számára előnyösnek bizonyult." (Marie Curie)

Tekintsük a 3. leckében az urán bomlási sorát! A grafikon az urán bomlási sorát ábrázolja. Értelmezze ezt! (Szempontok: mit ábrázol, mit jelentenek az egyes nyilak, mi a stabil izotóp?) Miért csak négy ilyen bomlási sor létezik? Az adatok alapján magyarázza meg, hogy miért nem az urán határozza meg egy uránérc aktivitását! Miért nem a tórium vagy a palládium lett az az izotóp, amit Marie és Pierre Curie kinyert az urán érceiből? Magyarázza meg, hogyan alkalmas ez a bomlási sor a geológiai kormeghatározásra! Mennyi annak a kőzetnek a kora, amelyben a ^{238}U és a ^{206}Pb azonos arányban van? A sorozat egyik tagja a radon is. Miért különleges ez az izotóp?

XIII. Nukleáris fizika







1. A maghasadás és a láncreakció

EMLÉKEZTETŐ

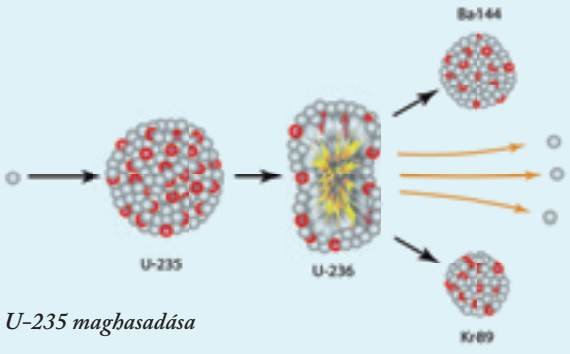
A neutron szerepének felismerése

A neutron felfedezését követően a tudósok felismerték, hogy **a magátalakítás új eszközéhez jutottak**. A semleges neutronra az atommag nem gyakorol Coulomb-féle taszítóerőt, így könnyen az atommagba hatolhat. Hamar észrevették, hogy a **lassú neutronok hatásosabban váltanak ki reakciót**, mint a gyorsak. A lassú, kis energiájú neutronokat *termikus neutronoknak* is szokták nevezni. A neutron lassítására paraffint használtak, aminek magas a hidrogéntartalma. A hidrogénnel, vagy más kis rendszámú elem atommagjával való ütközés során ugyanis a neutron sokkal jobban lelassul, mintha nagy rendszámú atommaggal ütközik. (A biliárdgolyó is, ha „telibe talál" egy másik azonos tömegű álló golyót, akkor megáll.)

A maghasadás

A maghasadás jelenségét 1938-ban fedezte fel három német tudós, *Otto Hahn, Lise Meitner* és *Fritz Strassmann*. A maghasadás elméletét *Niels Bohr* dolgozta ki munkatársaival.

Észrevették, hogy az $^{235}_{92}U$ **könnyen hasad, ha lassú neutronokat fog be**. Az $^{238}_{92}U$ atommagja a lassú neutronokat az erős kölcsönhatás révén befogja, így **gerjesztett** $^{236}_{92}U$ atommag keletkezik. A gerjesztett atommag energiaszintje magasabb, rezgésbe jön és egy pillanatban befűződik, melynek hatására **két nagyjából egyenlő tömegű, közepes atommagra hasad szét, és 2-3 gyors (nagy energiájú) neutron keletkezik**. Közepes méretű atommagok jönnek létre, az egyik lehetséges eset a bárium ($^{144}_{56}Ba$) és kripton ($^{89}_{36}Kr$) létrejötte. A maghasadáskor tekintélyes mennyiségű **energia szabadul fel**, amelynek nagysága az Einstein-féle tömeg-energia ekvivalencia egyenlet alapján kiszámítható. A felszabaduló energia akár $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ J (200 MeV) is lehet.



U-235 maghasadása

A maghasadás olyan magreakció, amely során egy nehéz atommag két (esetleg több) közel azonos tömegű közepes atommagra bomlik.

A maghasadás egy lehetséges reakcióegyenlete:

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{144}_{56}Ba + {}^{89}_{36}Kr + 3 \cdot {}^{1}_{0}n + 3{,}2 \cdot 10^{-11}\ J$$

Az egyenlet két oldalára fennáll, hogy a folyamatban a rendszám és a tömegszám állandó marad.

A spontán és az indukált maghasadás

Ha a nehéz atommagokban (pl. urán és tórium) a maghasadás külső beavatkozás nélkül megy végbe, akkor **spontán maghasadásról** beszélünk. Ilyenkor az atommag két darab, hasonló tömegszámú atommagra esik szét. A közepes atommagokban az energetikailag optimális neutron-proton arány kisebb, mint a nagy tömegszámú atommagok esetében, ezért spontán hasadáskor neutronok is felszabadulnak.

Ha az atommagban neutron vagy más részecske hatására jön létre a maghasadás, akkor azt kényszerített vagy **indukált maghasadásnak** nevezzük.

A természetben a nehéz atommagok (urán- és tórium-) esetén a spontán maghasadás ritkán jön létre, ezért az energiatermelés szempontjából elhanyagolható. A következőkben csak az indukált maghasadással foglalkozunk.

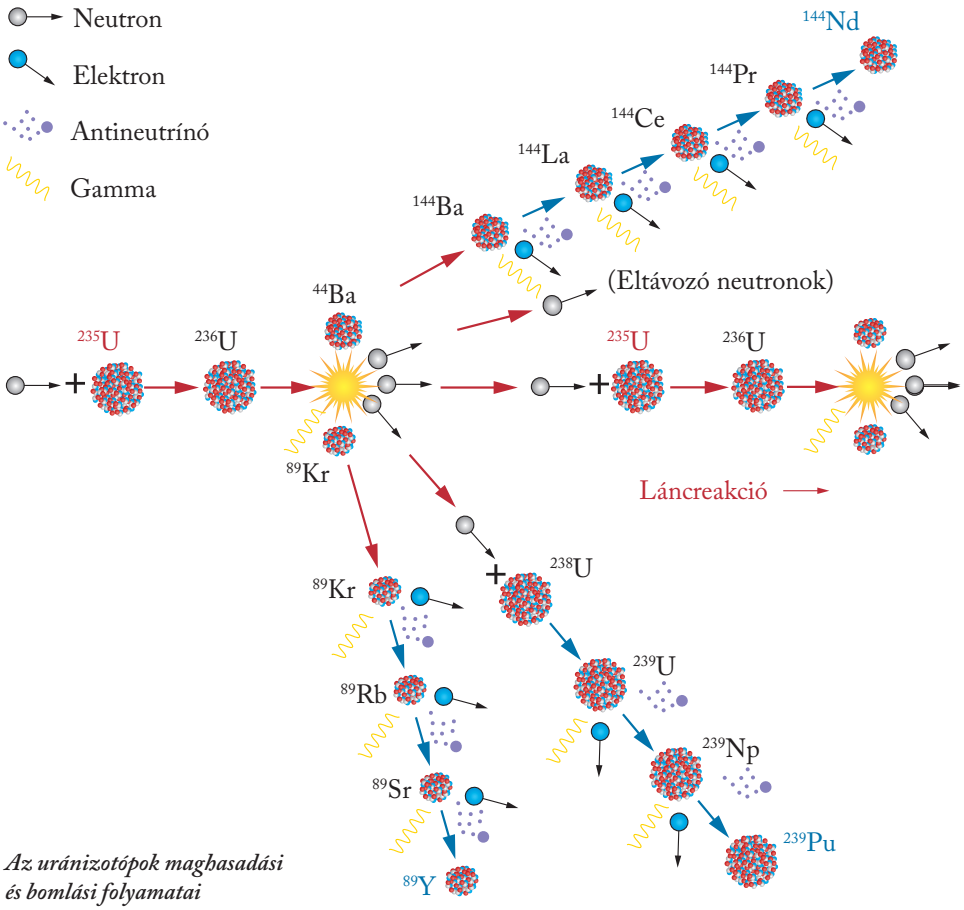
Maghasadási termékek bomlása

A maghasadás során neutronban gazdag hasadási termékek keletkeznek. A hasadási termékek igen sokfélék lehetnek, ilyenek például a maghasadáskor keletkező bárium- (^{144}Ba) és kripton- (^{89}Kr) izotópok is.

A keletkező hasadványok rendkívül instabil atommagok, a felesleges neutronjaiktól β^--bomlások sorozatán, közben többletenergiájuktól pedig γ-sugárzás kibocsátásával szabadulnak meg. A maghasadáskor a hasadványtermékek β^--bomlási sorában a tömegszámuk nem változik, de a rendszámuk eggyel nő. A ^{89}Kr- és a ^{144}Ba-izotópok β^--bomlások sorozatán keresztül stabil izotópokká válnak.

A bárium (^{144}Ba) hasadványtermékeinek bomlásakor egy β^--részecske (elektron), γ-sugárzás és antineutrínó távozik.

$$^{144}_{56}Ba \rightarrow {}^{144}_{57}La + {}^{0}_{-1}e + \gamma + \bar{\nu}$$



Az uránizotópok maghasadási és bomlási folyamatai

A hasadványtermékek az alábbi bomlási folyamatok révén válnak stabil izotópokká (zárójelben az izotópok felezési ideje található):

$^{144}_{56}\text{Ba}$ (11,5 s) → $^{144}_{57}\text{La}$ (40,4 s) → $^{144}_{58}\text{Ce}$ (284,9 s) → → $^{144}_{59}\text{Pr}$ (17,8 min) → $^{144}_{60}\text{Nd}$

$^{89}_{36}\text{Kr}$ (3,15 min) → $^{89}_{37}\text{Rb}$ (15,15 min) → → $^{89}_{38}\text{Sr}$ (50,57 nap) → $^{89}_{39}\text{Y}$

A természetes uránban az ^{235}U részaránya mindössze 0,7%, a 99,3%-a pedig ^{238}U- izotópból áll. Így az ^{235}U maghasadása mellett az **^{238}U is szerepet játszik**. Az ^{238}U gyors neutron (nagy energiájú) befogásával gerjesztett ^{239}U atommaggá alakul át, majd β^--bomlással és γ-sugárzás kibocsátásával neptúnium- (^{239}Np), majd plutónium- (^{239}Pu) izotóp keletkezik.

A ^{239}Pu atommag instabil, gyors neutronbefogással maghasadás játszódik le benne. Maghasadásakor energia, gamma-sugárzás és még több neutron keletkezik, tehát hozzájárul az atomreaktorokban az energiatermeléshez. Az itt keletkező neutronok újabb maghasadásokat idézhetnek elő az uránizotópokban.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Maghasadáskor felszabaduló energia

Az ^{235}U maghasadásakor a felszabaduló energia atomi tömegegységben 0,185 u. Mekkora a felszabaduló energia MeV mértékegységben, ha 1 u = $1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg?

MEGOLDÁS

Adatok:
ΔE = 0,185 u,
1 u = $1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg

ΔE = ? (Mev)

A Δm tömegkülönbség a felszabaduló teljes energiával egyenlő. Az atomi tömegegységet számítsuk át kg-ra:

$\Delta m = 0{,}185 \cdot 1{,}661 \cdot 10^{-27} = 3{,}07 \cdot 10^{-28}$ kg.

Az energia az Einstein-féle tömeg-energia egyenlet alapján:

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}07 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2{,}76 \cdot 10^{-11}$ J.

Az energiát MeV mértékegységben felírva
(1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J):

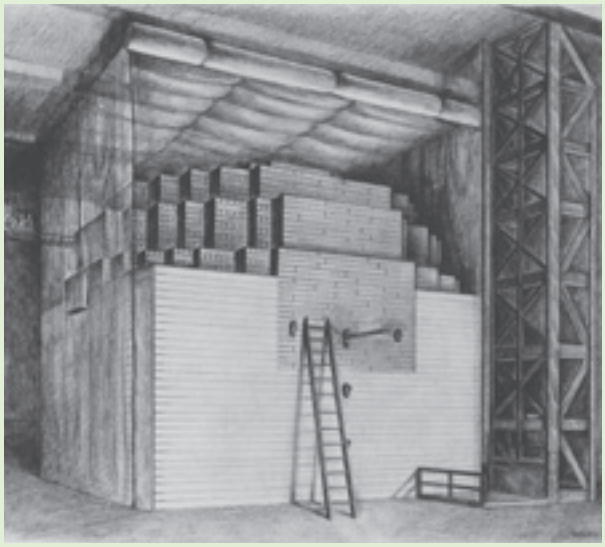
$$\Delta E = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-11}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 172{,}5 \cdot 10^6 \text{ eV} = 172{,}5 \text{ MeV}.$$

ALKALMAZÁSOK

Az első atomreaktor

Az első atommáglya 1942 decemberében lépett működésbe *Szilárd Leó* ötlete alapján. *Enrico Fermi* vezetésével a kanadai *Walter Zinn* építette fel a szénpor és urán keverékéből egy chicagói egyetem sportpályának egyik termében. Az atommáglya 6 tonna természetes uránnal működött, ilyen nagy tömegű urán esetén lehetett csak láncreakciót várni. A moderátor 315 tonna grafitból állt.

A pontosabb számításokat *Wigner Jenő* végezte el, ő javasolta a grafit használatát, és ő határozta meg, miként kell a rétegeket az atommáglyán pontosan elhelyezni. A padlóra rádiumból és berilliumból álló neutronforrást helyeztek, majd erre grafittömböket rétegeztek, amelyekbe lyukakat fúrtak az urán és a szabályozórudak számára. A reaktor szabályozását kadmiumrudak ki-be tologatásával oldották meg. A hűtést a terem levegője végezte. A reaktor 0,5 W-os teljesítménnyel rövid ideig stabilan működött. Fermi és csapata ezzel igazolta a szabályozott nukleáris láncreakció megvalósíthatóságát.

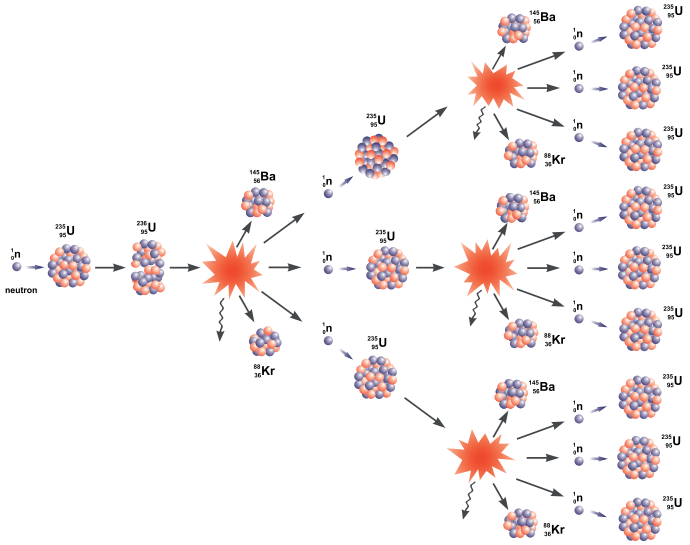


Az első nukleáris atomreaktor

Az urán láncreakciója

Nukleáris láncreakció jön létre, ha egy atommagban létrejövő maghasadás újabb magreakciót vált ki. Ez a maghasadások számának exponenciális növekedését eredményezi.

A **láncreakció** ötlete *Szilárd Leótól* származik. Ő ismerte fel, hogy elvileg lehetséges olyan maghasadás, amit neutronok hoznak létre, és a hasadáskor újabb neutronok keletkeznek.



Az urán láncreakciójának ábrázolása. A rajzon csak két generációt tüntettünk fel. Két generáció megszületése közti eltelt idő tiszta ^{235}U esetén kb. 10^{-9} s

Az urán hasadásakor keletkező gyors neutronok a környezetükben (moderátorban) lelassulnak, és termikus (lassú) neutronként újabb maghasadást képesek létrehozni.

Az U-235 mellett más, hasonló magreakcióra képes izotópot is ismerünk. Ilyen például a plutónium (Pu-239), ami átlagosan 2,95 neutronnal hasad, kicsit több energiafelszabadulással is, mint az urán. A plutónium mellett a ^{232}Th-izotóp is hasadóképes, a jövőben az atomreaktorok energiatermelésre alkalmas üzemanyaga lehet.

A láncreakciót kétféle módon valósíthatjuk meg:
- Atomreaktorokban szabályozott módon, állandó ellenőrzött teljesítménnyel üzemelő láncreakcióval.
- Atombombában nem szabályozott módon, rövid idő alatt óriási pusztító energiát felszabadítva.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit nevezünk maghasadásnak? Írja le az ^{235}U maghasadását!
2. Mit nevezünk hasadási termékeknek? Miért β^--bomlással bomlanak tovább?
3. Mit nevezünk láncreakciónak? Magyarázza el az ^{235}U-atommag láncreakcióját!
4. Az ^{238}U milyen neutront képes befogni? Milyen elemek jönnek létre az ^{238}U-atommagból a neutronbefogás hatására?
5. Hol és kik építették meg az első kísérleti atomreaktort? Milyen szerepük volt ebben a magyar tudósoknak?

2. Az atomreaktor

EMLÉKEZTETŐ

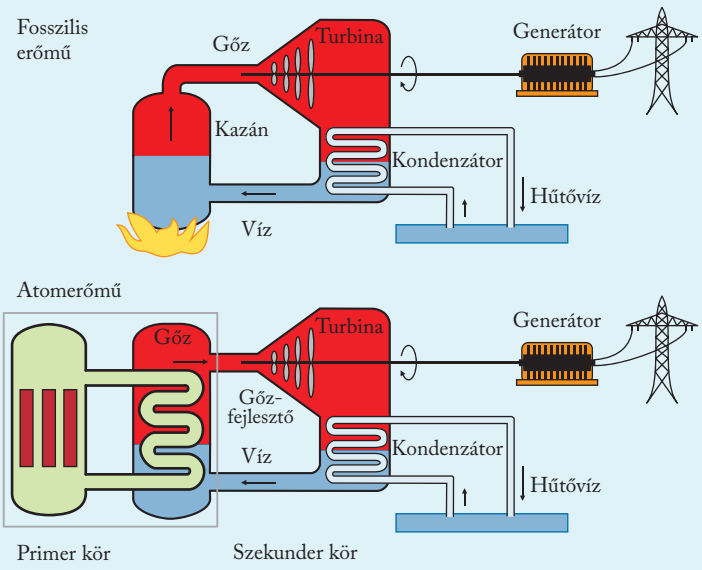
Az atomerőművek

Az atomerőművek lényegében a hőerőművekhez hasonlóak, csak a vízforralás nukleáris energiával történik. Ez a mellékelt rajzon is jól látható, ahol a felső ábrasoron egy hőerőművet, az alsón egy atomerőművet ábrázoltunk.

A képen látható, hogy a fosszilis erőművekben a kazánban ég el a fűtőanyag, mely forró gőzt állít elő. Ezt a gőzt a **turbinára** vezetik, amelynek a tengelyét forgómozgásba hozza. A forgó tengely másik felére kapcsolják a **generátor** forgó részét. A működő generátor áramot termel az országos villamos hálózatra.

Az atomerőmű a hagyományos erőművektől elsősorban abban tér el, hogy a kazán helyét az atomreaktor veszi át, továbbá a sugárvédelem miatt az erőművi főegységek elhelyezését **primer és szekunder körben** oldják meg.

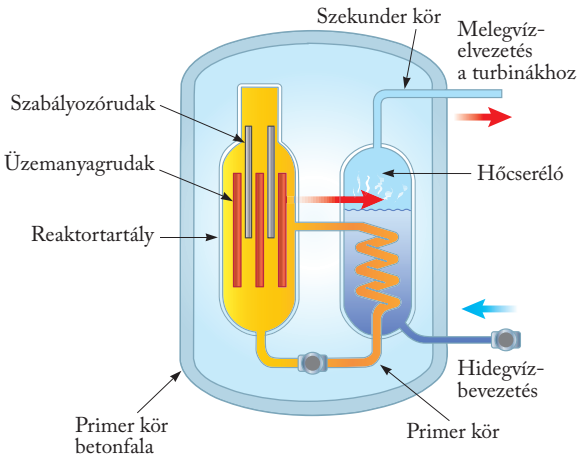
A primer körben kap helyet az atomreaktor és hőcserélő. Ez utóbbi feladata a radioaktív primerköri víz és a szekunderköri nem radioaktív víz szétválasztása és a termelt energia átvezetése a szekunder körbe. Az atomreaktor azon részét, ahol a láncreakció megvalósul, **aktív zónának** nevezzük.



Egy hagyományos fosszilis erőmű és egy atomerőmű működésének lényege

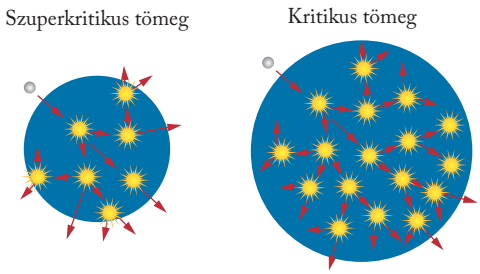
A reaktorok működése

Ha nukleáris reaktorban szabadítjuk fel a maghasadás során keletkező energiát, akkor villamos energiát nyerhetünk belőle. A reaktor működését szigorú felügyelet alatt tartják a működtető mérnökök.



Egy nukleáris reaktor főbb egységei

Az atomreaktorban a láncreakció beindulásához az üzemanyag mennyiségének el kell érnie egy **kritikus tömeget**. Túl kicsi mennyiségű (szubkritikus) hasadóanyag esetén a keletkező lassú neutronoknak igen nagy hányada eltávozik anélkül, hogy hasadást okozhatna. Egy adott méretet elérve a hasadást okozó lassú neutronok aránya eléri az önfenntartó láncreakció beindulásához szükséges értéket: ekkor érjük el az ún. **kritikus tömeget**.



Kritikus tömeg esetén a hasadást okozó neutronok száma eléri a láncreakció fenntartásához szükséges értéket

A kritikus tömeg szempontjából nagyon jelentős probléma az, hogy a jól hasadó $^{235}_{92}U$ részaránya nagyon kicsi a természetes uránban. (Mint tanultuk, a természetben mindössze 0,7% az $^{235}_{92}U$ részaránya a természetes uránban,

a többit az $^{238}_{92}$U-izotóp teszi ki). Ezért a reaktorokban dúsított uránt használnak, ezzel a kritikus tömeg csökkenthető.

Moderátor

Az atomreaktorban maghasadáskor a gyors neutronokat annyira le kell lassítani, hogy nagy valószínűséggel hozzanak létre újabb hasítást. Ezeket a lassító anyagokat nevezzük **moderátornak**.

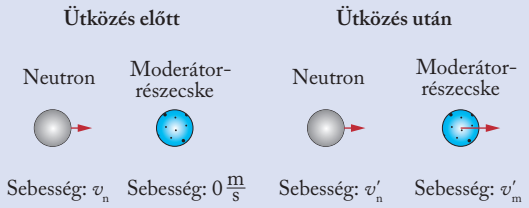
A moderátorként használt anyagokkal szemben két fő követelményt támasztanak: **legyenek minél kisebb rendszámúak, és minél kevésbé legyenek hajlamosak a neutronok elnyelésére**. Ezen igényeknek a gyakorlatban csak négy anyag felel meg: a hidrogén (H_2O, könnyűvíz formában), a nehézhidrogén (D_2O, nehézvíz formában), a szén (C, grafit formában) és a berillium (Be). Ezek közül a víz (H_2O, könnyűvíz) a legelterjedtebb moderátor. A nehézvíz tulajdonságai ugyan valamivel kedvezőbbek, de sajnos roppant drága anyag.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Neutron rugalmas ütközése a moderátor anyagával

Egy neutron és a moderátorközeg egy részecskéjének ütközése közel tökéletesen rugalmas ütközés, így az ütközésre mind a lendületmegmaradás törvénye, mind a mozgási energiamegmaradás törvénye felírható.

Legyen a neutron tömege m_n, a moderátor egy atomjának vagy molekulájának a tömege pedig m_m. Tételezzük fel, hogy a moderátorrészecske álló helyzetben van az ütközés előtt. Ennek megfelelően felírhatjuk az alábbi egyenleteket.



Neutronok ütközése a moderátor atomjaival

Lendületmegmaradás törvénye:

$$m_n v_n = m_n v'_n + m_m v'_m$$

Mozgási energia megmaradása:

$$\frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2} m_n v'^2_n + \frac{1}{2} m_m v'^2_m$$

A két egyenletből az ütközés utáni sebességeket kifejezve a neutron ütközés előtti sebességével:

$$v'_n = \frac{(m_n - m_m)}{(m_n + m_m)} v_n; \quad v'_m = \frac{(2\, m_m)}{(m_n + m_n)} v_n$$

Ha a moderátorrészecske tömege közel egyenlő a neutron tömegével, $m_n = m_m = m$, akkor a neutron végsebessége $0\ \frac{m}{s}$ lenne.

$$v'_n = \frac{(m - m)}{(m + m)} v_n = 0; \quad v'_m = \frac{(2\, m)}{(m + m)} v_n;$$

ebből: $v'_m = v_n$

Ebben az esetben a neutron kinetikus energiáját és lendületét teljes egészében átvette a moderátor részecskéje. Látható, ha a neutron és moderátorrészecske tömege közel egyenlő, akkor a neutron kinetikus energiáját és a lendületét átveszi a moderátorrészecske a vele ütköző neutrontól.

Valójában a termikus reaktorokban (ahol a lassú neutronnal hozzuk létre a maghasadást) a moderátor részecskéi csak lelassítják a neutronokat (körülbelül $2200\ \frac{m}{s}$ sebességre), hogy a maghasadás feltétele, a lassú (termikus) neutronhasítás jöjjön létre.

Szabályozórudak

A neutronok számát a reaktorban szabályoznunk kell, hiszen ettől függ a létrejövő maghasadások száma, és így a felszabaduló energia is. A **láncreakció szabályozásához** olyan anyagok kellenek, amelyek elnyelik (abszorbeálják) a neutronokat. A leginkább használatos neutronelnyelő elemek a kadmium (Cd) és a bór (B), mivel ezek sokkal nagyobb valószínűséggel nyelik el a neutronokat, mint maga az urán.

A szabályozás legfőbb eszközei az ún. **szabályozórudak**, amelyek minden reaktorban megtalálhatók. Ezek olyan, neutronelnyelő anyagból készült rudak, amelyeket a hasadóanyagba lehet engedni, illetve abból kihúzni, így szabályozva a maghasadást létrehozó neutronok számát. Ha például csökkenteni akarjuk a reaktorban felszabaduló energiát (azaz a teljesítményt), elég beljebb tolni a szabályozórudakat, hiszen ezek elnyelik az épp hasítani készülő neutronok egy részét, így csökken a hasításra rendelkezésre álló neutronok száma. Ha növelni akarjuk a teljesítményt, több neutronra van szükségünk a hasításhoz, akkor kijjebb kell húzni a neutronelnyelő rudakat. A szabályozórudak főleg a rövid időn belüli, gyors beavatkozáshoz és a leálláshoz szükségesek.

Hosszú távú (folyamatos) szabályozáshoz a hűtőközegben oldott **bórsavat** használnak.

A neutronviszonyokat az ún. **sokszorozási tényezővel** (k) jellemezhetjük: ez a neutronok számának aránya egy adott és az azt megelőző neutrongenerációban.

$$k = \frac{\text{újabb hasadások száma}}{\text{elhasadt atommagok száma}}$$

- Ha a sokszorozási tényező értéke $k = 1$, **kritikus** állapotról beszélünk. Ekkor tehát a neutronok száma a rendszerben állandó, azaz másodpercenként ugyananynyi hasadást okoznak.
- $k < 1$ esetén a rendszer **szubkritikus**, a neutronok száma folyamatosan és exponenciálisan csökken.
- Ha $k > 1$, a neutronok száma egyre nő exponenciálisan, a reaktor **szuperkritikus**.

Az indításakor szuperkritikus állapotba hozzák a reaktort, majd kritikus állapotban hosszabb ideig üzemeltetik. Leállításkor szubkritikus állapotba kerül. A kritikus állapot hosszú idejű, stabil fenntartása állandó felügyeletet és bonyolult szabályozást igényel.

Hűtőfolyadék

A hűtőfolyadék feladata a reaktortartályban a maghasadáskor keletkező hő elszállítása. Hűtőfolyadékként általában gázt vagy folyékony halmazállapotú anyagokat használnak. A reaktorok nagy részében a hűtőfolyadék megegyezik a moderátorral, például víz (H_2O) vagy nehézvíz (D_2O). A hűtőfolyadék feladata a reaktorból származó hőmennyiség (nagy nyomású víz vagy gőz) elszállítása az áramtermelő turbinákhoz, amelyek a turbinákra kapcsolt generátorokat hajtják meg.

Biztonsági rendszerek az atomerőműben

A biztonság az atomerőművek esetén azt jelenti, hogy az erőműveket úgy kell megtervezni, a technikai berendezéseket és a biztonsági rendszereket úgy kell kialakítani, hogy *még egy súlyos baleset bekövetkezésekor is biztosítva legyen az erőmű környezetének biztonsága.* Az atomreaktorok **többszörös védelmi rendszerrel** vannak ellátva.

Az első és legfontosabb, hogy az atomreaktorban lévő nagy mennyiségű radioaktív anyagot tartalmazó primer kört vastag betonfallal veszik körül, amely megakadályozza, hogy a sugárzás kiszökjön és az ott dolgozók többlet sugárterhelést kapjanak. Ezt **reaktorárnyékolásnak** nevezzük.

A második biztonsági rendszer a szabályozórudak működtetésén alapszik. **Vészhelyzetben** a reaktor a szabályozórudak szabadeséssel történő leejtésével automatikusan leállítható. Ezzel a lehető leggyorsabban le tudják állítani a láncreakciót, mivel a szabad neutronokat a vezérlőrudak befogják.

Radioaktív hulladékok kezelése

Az üzemanyagrudakat üzemidejük végén (18 hónap) kiveszik a reaktortartályból. Igen fontos feladat ezeknek a rudaknak, vagyis a **hasadási termékeknek a kezelése és tárolása**. A még nem használt üzemanyagrudak tisztán csak ^{235}U- és ^{238}U-izotópokat tartalmaznak, mert készítésükkor megtisztítják őket az urán leányelemeitől és azok bomlási sorában lévő elemektől. A **kiégett üzemanyagrudak** már **veszélyesek**, mivel a – maghasadásnál már ta-

ALKALMAZÁSOK

Izotópgyártás atomreaktorral

Az atomreaktorok izotópgyártásra is felhasználhatók. Az első izotópgyártó reaktorokat (tenyésztőreaktorokat) a II. világháború alatt helyezték üzembe az USA-ban, Hanford körzetében. Ezekben a következő folyamat játszódik le:

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \Rightarrow {}^{239}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow[23{,}5\ \text{min}]{\beta^-} {}^{239}_{93}\mathrm{Np} \xrightarrow[2{,}356\ \text{nap}]{\beta^-} {}^{239}_{94}\mathrm{Pu}$$

A plutóniumot a vázolt folyamattal olyan jelentős mennyiségben tudták előállítani, hogy az atombombák előállítására is alkalmas volt.

A tenyésztőreaktorban további folyamatok is lejátszódnak:

$$^{239}_{94}\mathrm{Pu} + n \Rightarrow {}^{240}_{94}\mathrm{Pu}, \qquad {}^{240}_{94}\mathrm{Pu} + n \Rightarrow {}^{241}_{94}\mathrm{Pu},$$

$$^{241}_{94}\mathrm{Pu} \Rightarrow {}^{241}_{95}\mathrm{Am} + e^- + \overline{\nu}_e$$

Így nemcsak a plutóniumnak, hanem az ameríciumnak is jelentős mennyiségeit elő tudják állítani.

Látható tehát, hogy a tenyésztőreaktorokban az elsődleges cél a neutronokkal kiváltott magreakciók révén az izotópok előállítása. Egy másik nagyon gyakran alkalmazott izotópot, a kobalt-60-at is neutronbesugárzással állítják elő a kobalt-59-ből.

Hazánkban a paksi 4 db energiatermelő reaktor mellett két másik reaktor is üzemel. Budapesten a Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen egy oktatóreaktor található, és Csillebércen a Központi Fizikai Kutatóintézet telephelyén egy kutatóreaktor. Mindkettő foglalkozik izotóp-előállítással is.

ALKALMAZÁSOK

Természetes atomreaktorok

Bár az atomreaktorokat a modern technológia vívmányának szokás tartani, de maghasadás természetes környezetben is kialakulhat. Ha a radioaktív ércek koncentrációja eléri a láncreakció beindulásához szükséges kritikus tömeget és jelen van a moderáló közeg, akkor maghasadás indul be.

Ilyen „reaktorok" maradványaira bukkantak a középafrikai Gabonban, Okló területén, ahol az uránbányában az izotópok aránya a ^{235}U-ércek jelentős csökkenését mutatta.

A természetes urán ma a gyakoribb (4,5 milliárd év felezési idejű) ^{238}U izotóp mellett még 0,7%-ban tartalmazza a rövidebb (700 millió év) felezési idejű ^{235}U-izotópot. A múltban az ^{235}U aránya nagyobb volt. A Oklóból származó uránérc tömbjeiben az ^{235}U aránya mindössze 0,4%, vagy annál is kevesebbnek mutatkozott. Kimutatták, hogy az uránércben a maghasadáskor keletkező hasadási termékek (pl. ^{143}Nd, ^{144}Nd, ^{145}Nd, ^{146}Nd) nagy arányban fordulnak elő. Ebből arra következtettek, hogy Oklóban egykoron (radioaktív óra tanúsága szerint 1,8 milliárd évvel ezelőtt) természetes atomreaktor működött. A vízzel moderált reaktor képes volt önmagát szabályozni: fölhevülés esetén a víz felforrt, neutronlassítás híján a reaktor leállt.

A reaktor egymillió éven át működhetett szerény 15 kW teljesítménnyel. A neutron-láncreakciót tehát a természet is ismerte. Ha értelmes civilizáció már kétmilliárd évvel korábban létrejött volna a Földön, akkor izotópdúsítás nélkül is könnyen készíthettek volna vízzel moderált atomreaktort.

nultak szerint – nagy mennyiségben felhalmozódó hasadási termékek atommagjaiban igen magas a neutron-proton arány, így azok instabilak és radioaktívak: ezeket **nagy aktivitású radioaktív hulladékoknak** nevezzük. Az üzemanyagrudak cseréjére nem az üzemanyag kiégése miatt kerül sor (mindössze az üzemanyag 1%-a hasad el), hanem a neutronelnyelő izotópok (pl. ^{133}Cs, ^{134}Cs) felhalmozódása miatt.

A reaktortartályból kivett, kiégett üzemanyagrudakból egy bizonyos ideig nagy mennyiségű energia (az ún. maradék hő) szabadul fel, ezért a megfelelő hőmérséklet beállásáig pihentető medencébe helyezik őket, majd az atomerőmű területén átmeneti tárolóban tárolják. A nagy aktivitású radioaktív hulladékok végleges tárolása jelenleg még nem megoldott.

Érvek és ellenérvek az atomerőművek működése mellett

Az erőművek építése erősen érzelmi kérdés is, és hasonló politikai-gazdasági viszonyok között lévő országokban is szöges ellentétben állhat a megítélése. Erre jó példa, hogy míg Franciaországban a megtermelt villamos energia több mint háromnegyed részét atomerőművekkel állítják elő, addig Ausztria egyetlen kulcsrakész atomerőművét sem üzemelte be. Érdemes ezért felsorolni, milyen érvek hozhatók fel ellene és mellette.

Érvek mellette:

– Kis mennyiségű üzemanyagból rendkívül nagy mennyiségű energia nyerhető. A fűtőelemekből többévnyi biztonságosan, kis helyen tárolható. A fűtőelemek a világpiacról szabadon beszerezhetők. Így nem alakulnak ki olyan függőségek, mint például a gáz- és kőolajszállításoknál, ahol egy vezeték megléte vagy hiánya eleve meghatározza, honnan lehet beszerezni az energiahordozót.
– Az atomerőmű nem bocsát ki szén-dioxidot vagy légszennyező anyagot, ezért nem járul hozzá a globális felmelegedéshez és a légkör szennyezéséhez. A nagy erőművek közül a környezetet ez terheli meg legkevésbé.
– Az energiatermelés biztonságos. Csernobil (1986) és Fukushima (2011) nagyon súlyos nukleáris balesetei ellenére az egységnyi energia előállításának élettani kockázata alacsony a többi fő energiatermelési módszerhez viszonyítva. A szénbányászat és a légköri levegőszennyezés miatt ugyanis sokkal többen halnak meg, mint a jobbára külszíni uránbányászat és radioaktív szennyezés miatt. (Ez az összevetés kicsit hasonlít a repülőgépek és a személygépjárművek összehasonlításának esetére. Statisztikailag egyértelműen kimutatható, hogy repülőgépen utazni biztonságosabb, mint autóval közlekedni, mégis sokan idegenkednek a repüléstől.)
– Folyamatosan, az igényekhez igazodóan tud termelni, ezért alkalmas alaperőműnek. Nem befolyásolják a meteorológiai viszonyok, energiahordozók szállítási problémái.

Érvek ellene:

– Az atomerőműben keletkező hulladék radioaktív, ami állandó és költséges kezelést és megfigyelést igényel.
– Nagyon súlyos nukleáris baleset esetén a hatás katasztrofális lehet. Sokan aggódnak az atomerőművek biztonsága miatt.
– Az atomerőmű ugyan olcsón termel, de az erőmű építése rendkívül költséges, és a leállítása utáni szétszerelés költségeit is bele kell venni ezekbe a költségekbe.

– Az atomerőművek terjedése összefügghet az atomfegyverek terjedésével, mivel mindegyik urándúsítással jár. Ezért bizonyos politikai aggodalmak is járnak az elterjedésükkel.
– Nem megújuló energiaforrás, az érclelőhelyek száma véges.
– A maghasadáskor keletkező hasadási termékeknek hosszú a felezési idejük, a legveszélyesebb atomreaktorban elállított anyag a ^{239}Pu-izotóp, melynek felezési ideje 24 ezer év. A számos hasadási reakcióból származó leánymag szintén radioaktív. Az ártalmatlanításuk módja nemcsak minket, hanem a jövő generációk sokaságát is érinti.

Atomrektort nemcsak villamosenergia-termelésre használnak, hanem több hajó (hadihajó, jégtörő) és sok tengeralattjáró is készült ilyen meghajtással. A tengeralattjáróknál különösen előnyösen ki tudták használni, hogy minimális helyet foglal csak el az üzemanyag.

Marslakók – akik a XX. század történelmét alakították

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A huszadik század történelmi viharaiban számos tudós emigrált Magyarországról Amerikába. Közéjük tartozott például Kármán Tódor, Szilárd Leó, Wigner Jenő, Teller Ede, Neumann János, Oláh György, Szent-Györgyi Albert, Bay Zoltán. Tevékenységük meghatározó volt nemcsak a tudományos és műszaki fejlődésben, hanem a század történelmének alakításában is. Az amerikai pályatársak tréfásan „marslakóknak" nevezték a különleges gondolkodású, egymás között érthetetlen nyelvet használó, angolul jellegzetes akcentussal beszélő magyarokat.

E magyar tudósok többek között az első atomreaktor, majd az atombomba megalkotásában (Szilárd Leó, Wigner Jenő, Neumann János), a plutóniumbomba megtervezésében (Wigner Jenő), a hidrogénbomba megalkotásában (Teller Ede), az amerikai légierő fejlesztésében (Kármán Tódor), a holográfia elméletének kidolgozásában (Gábor Dénes), a számítógép elvi alapjainak megalkotásában (Neumann János) – és azok technikai megvalósításában vettek részt. Közülük Wigner Jenő 1963-ban fizikai Nobel-díjat kapott. Mindannyian koruk modern tudományterületeiben érték el kimagasló eredményeiket. Kutatásaikat a világ tudományos centrumaiban folytatták.

Mindannyiukban közös volt, hogy kiemelkedő matematikai képességekkel rendelkeztek. Nemcsak Neumann és a matematikusok rendelkeztek matematikai képességekkel, hanem például Wigner Jenő, Teller Ede, Kármán Tódor vagy a közgazdász Harsányi János is. E kiválóság összefüggött a századforduló táján Magyarországon kialakult matematikai oktatási rendszerrel, a Középiskolai Matematika Lapokkal és az évenként ismétlődő matematika- és fizikaversennyel, továbbá a Fejér Lipót és mások nevével fémjelzett jellegzetes magyar matematikai gondolkodással.

ALKALMAZÁSOK

Paksi Atomerőmű

A Paksi Atomerőműben négy nyomottvizes reaktorblokk (PWR – pressurized water reactor) működik, melynek üzemanyaga uránpasztillákban 42 t urán-oxidot (UO_2) tartalmaz. A jelenleg használt dúsítás 5%-os.

A moderátor és a hűtőközeg egyaránt könnyűvíz (H_2O). A reaktorok két zárt vízkörből, egy primer és egy szekunder körből állnak. A primer köri víznyomásnak (123 bar) köszönhetően a vízkörben áramló közeg 300 °C körüli hőmérsékleten sem forr el.

Az atomreaktorban megtermelt 1485 MW hőmennyiséget a primer köri víz juttatja el a gőzfejlesztőkbe, ahol a keletkező gőz a szekunder köri zárt vízkörben 46 bar nyomáson és 260 °C-on a turbinákat hajtja meg percenként 3000 fordulattal. A forgó mozgás mechanikai kapcsolódásokon keresztül a generátorokban 15 750 V feszültségű áramot termel a mágneses indukció elvén. A megtermelt villamos energia transzformátorokon kerül az országos hálózatba 120 kV és 400 kV feszültségszinten.

A munkáját elvégző gőz a Duna hűtőhatását felhasználva ismét vízzé alakul. Ez a vízkör nyitott, a Dunából másodpercenként kiemelt 100 m^3 víz átlagosan 8 °C-kal felmelegedve tér vissza a folyóba.



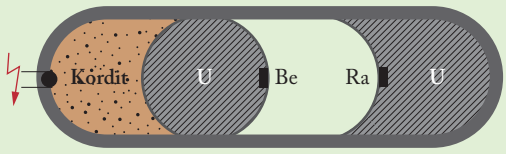
Uránrúdkötegek, belül az uránrudakkal

Egy reaktor villamos teljesítménye 500 MW, a paksi atomerőmű összes villamos teljesítménye 2000 MW. A paksi atomerőmű adja hazánk villamosenergia-termelésének 40%-át. Egy kg urán milliószor több energiát tartalmaz, mint egy kg szén.

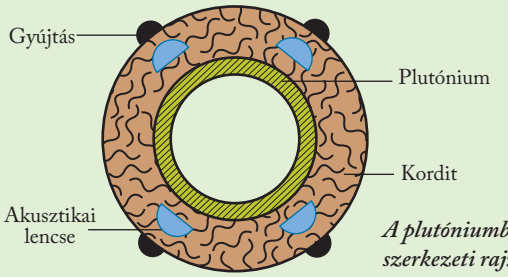
ALKALMAZÁSOK

Szabályozatlan láncreakció

A Fermi és Szilárd által tervezett első atomreaktor megmutatta, hogy a láncreakció tényleg működik, de nyilvánvaló volt, hogy egy bombának másként kell felépülnie. Nem lehet ledobni több száz tonnás szerkezetet. El kell tehát hagyni az óriási tömegű moderátorközeget. Ekkor viszont csak gyors neutronok lesznek. Ahhoz, hogy a gyors neutronokkal is meg tudjuk valósítani a láncreakciót, nagyon nagy tisztaságú ^{235}U-re van szükségünk. Az ^{235}U-tel azonban az a probléma, hogy nagyon kicsi a részaránya a természetes uránban, mindössze 0,7%. A bombába szánt uránban tehát meg kell változtatni az izotóparányokat úgy, hogy a 235-ös izotóp legyen a döntő mennyiségű. Dúsított uránból már könnyű bombát készíteni. A kritikus tömeg alatti két tömbben elhelyezik az ^{235}U tömböket, ezeket a ledobást követően megfelelő időpontban hagyományos robbanószer összerobbantja. Az egyesített tömbben átlépve a kritikus tömeget, a láncreakció mintegy μs-nyi idő alatt lezajlik, és kilogrammonként mintegy 10^{11} J energia szabadul fel. A robbanási energia megoszlik a hasadási termékek mozgási energiája, a gamma- és neutronsugárzás közt. A robbanás sok, erősen sugárzó radioaktív izotópot is termel.



Az uránbomba működési elve. A két urántömb összerobbantásával és a Be- és a Ra-izotópokkal biztosították a beindításhoz szükséges neutronokat



A plutóniumbomba szerkezeti rajza

A plutóniumbomba más elven működik. A **plutóniumbomba** működéséhez a robbanás pillanatában létrejövő kritikus tömegre van szükség. Egy belül üres plutóniumgömb nagy felülete miatt nem kritikus tömegű. Ha azonban a kémiai töltetek felrobbanása révén a létrejövő óriási nyomáson a Pu-atommagok kétszeres sűrűségűre összesajtolódnak, akkor a létrejövő kis felületű tömör plutóniumgolyó már meghaladja a kritikus tömeget, a bomba felrobban. Ez az **implózió**.

Az implózió megvalósításához a részletes számításokat *Neumann János* végezte el. Ő tervezte azokat az akusztikai lencséket, amelyek a kémiai töltetek egyidejű robbantása által kiváltott lökéshullámokat a plutóniumgolyóra fókuszálják. A plutóniumbombánál a gyújtások szigorú időzítése komoly kihívás, mert különben a szerkezet idő előtt felrobban, és nem indul be a plutónium fúziója.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit nevezünk maghasadásnak? Hogyan megy végbe egy maghasadási folyamat?
2. Mit nevezünk kritikus tömegnek és láncreakciónak? Miért van szükség kritikus tömegre egy termikus nukleáris reaktorban?
3. Hogyan lassítja a moderátor a neutronokat az atomreaktorban? Mi a neve ezeknek a neutronoknak, és miért kell lassítani őket?
4. Hogyan használják a szabályozórudakat a láncreakció szabályozására? Milyen anyagokat használnak a kétféle szabályozásra?
5. Mi a szerepe a reaktorban a moderátornak és a hűtőfolyadéknak a nukleáris hasadás során?
6. Miért veszélyesebbek a használt üzemanyagrudak, mint a nem használtak?
7. Miért fontos, hogy az üzemanyagot és a nukleáris hulladékot a szükséges védőtávolság megtartásával kezeljék? Mekkora távolságot szükséges tartani?
8. Magyarázza el, miért fontos, hogy a társadalom megértse az atomenergiával kapcsolatos villamosenergia-termelés kockázatait és előnyeit! Mondjon példákat az előnyökre és kockázatokra!
9. Hogyan lehet izotópot gyártani atomreaktorral?

3. A magfúzió

EMLÉKEZTETŐ

A magfúzió feltételei

Magfúziónak nevezzük azt a folyamatot, amelynek során könnyű atommagok nagyobb tömegszámú atommagokká egyesülnek.

A magfúziót termonukleáris reakciónak is nevezik. Ez a **vasnál kisebb rendszámú** elemeknél energiafelszabadulással jár. Ahhoz, hogy a magfúzió létrejöhessen, három fő feltételnek kell teljesülnie.

1. Nagyon magas hőmérséklet. Az atommagok pozitív töltésűek, ezért taszítják egymást. Ha azt akarjuk, hogy két atommag közel kerüljön egymáshoz, akkor le kell győzni a közöttük fellépő Coulomb-féle taszítóerőt. Ha ez sikerül, és az atommagok az erős magerő 10^{-15} m-es hatótávolságánál közelebb kerülnek egymáshoz, akkor lejátszódhat az atommagok fúziója. Ahhoz, hogy ez végbemehessen, az atommagoknak nagyon nagy mozgási energiával kell rendelkezniük. Sok részecskének úgy adhatunk egyszerre nagy mozgási energiát, ha felmelegítjük őket. A nagyon forró anyagokban az atomok nagymértékben ionizálódnak, azaz az atomok leadják elektronjaikat. Az ilyen, nagymértékben ionizálódott anyagokat **plazmának** nevezzük. A magfúzió létrejöttének tehát elsődleges feltétele a nagyon magas, több millió kelvin hőmérsékletű plazma létrehozása. Ezért is nevezik a magfúziót másként termonukleáris reakciónak. Ilyen hőmérsékletű anyagot nem lehet edényben tárolni, hiszen a fémek 3000 K felett már elpárolognak. A plazma összetartása tehát nagyon komoly probléma.

2. A plazmát össze kell tartani. Ennek három módja ismeretes:
- Gravitációs erővel: amikor a plazma a saját súlya alatt nyomódik össze. Ehhez azonban nagy mennyiségű plazma kell, így ez csak a **csillagokban** játszódik le.
- Mágneses erővel: a plazmában szabad pozitív és negatív ionok találhatók, tehát hatnak rá a mágneses erők, így összenyomható.
- Lézerrel: nagy energiájú lézernyalábok kellő **fénynyomása** is alkalmazható a plazma összetartására.

3. Kellő anyagmennyiségnek kellő ideig kell együtt lennie. Két atommag egyesülése bizonyos valószínűséggel játszódik csak le. Ezért szükséges az, hogy viszonylag sok anyag legyen együtt hosszabb ideig, hogy így megtörténhessen az egyesülés.

Magfúzió a Napban

A Napban és más csillagokban többféle magfúzió valósul meg, amelyek mind energiát szabadítanak fel. A fúziós reakciók közül **a Napban** főként **a proton-proton ciklus valósul meg**. A Nap és a hozzá hasonló csillagok 16 millió °C hőmérséklet alatt proton-proton ciklussal termelnek energiát, míg 16 millió °C felett a szén-nitrogén-oxigén (CNO-ciklus) érvényesül. A Nap magjában 15 millió °C uralkodik, így az energiatermelés 90%-át a proton-proton láncreakció, míg 10%-át a CNO-ciklus adja.

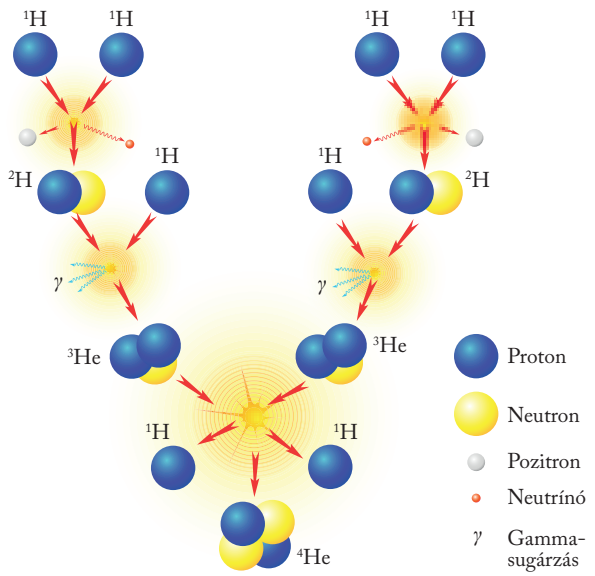
A proton-proton ciklus megvalósulása a következő.
- **Első lépésben két proton összeolvadásakor deutérium ($_1^2\mathrm{H}$) keletkezik**, egy pozitront és egy neutrínót állítva elő. Ez a reakció körülbelül 2,2 MeV energiát termel.

$$_1^1p + {}_1^1p \rightarrow {}_1^2\mathrm{H} + {}_1^0e + \nu + 2{,}2\ \mathrm{MeV}.$$

Ezt a keletkező energiát az egy nukleonra jutó kötési energia grafikonjával értelmezhetjük. A két proton kötési energiája nulla, a deutérium kötési energiája 1,1 MeV · 2 = 2,2 MeV. Így a kötési energiák különbsége 2,2 MeV, ami éppen a reakcióban felszabaduló energiát adja.

- **Második lépésben az előző reakcióból származó deutérium ($_1^2\mathrm{H}$) fuzionál egy protonnal. Létrejön a trícium ($_1^3\mathrm{H}$) atommag**, és 5,5 MeV energia szabadul fel.

$$_1^2\mathrm{H} + {}_1^1p \rightarrow {}_2^3\mathrm{H} + \gamma + 5{,}5\ \mathrm{MeV}$$



A Napban lejátszódó proton–proton ciklus három lépése

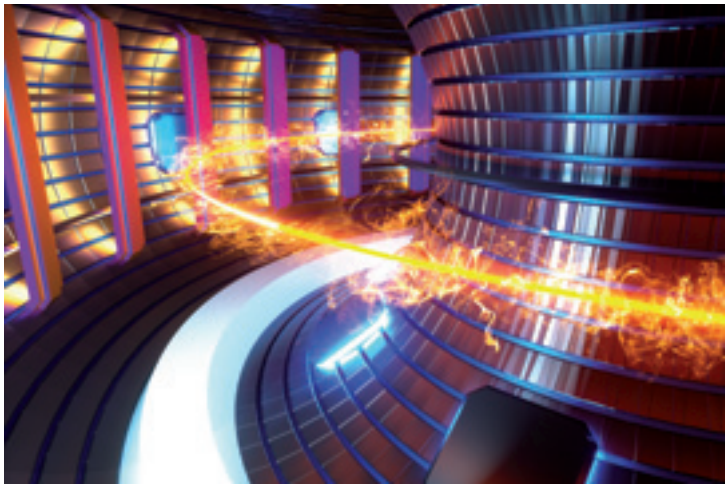
– **A harmadik lépés során** az előző reakcióban keletkező **trítium atommag ($^3_2$He) egy másik trítium atommaggal fuzionál. Hélium- ($^4_2$He) atommag jön létre két proton keletkezése mellett**, miközben felszabadul 19,2 MeV energia.

$$^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2\,{}^1_1p + 19{,}2\ \text{MeV}$$

A Napban és a csillagokban a **proton-proton ciklus** vagy másképpen hidrogénégési ciklus valósul meg, ez a hélium ($^4_2$He) egyik fő keletkezési útvonala. A Nap belsejében másodpercenként 4 millió tonna hidrogén alakul át a magreakciók révén energiává. Számunkra óriási mennyiségnek tűnik, de tízmilliárd év alatt a Nap tömegének mindössze 0,1%-a válik energiává.

Energiatermelés magfúzióval a Földön

A világon az egyik jelentős kutatási téma a fúziós reaktorok fejlesztése. Az egyik ilyen a nemzetközi együttműködéssel épülő **ITER magfúziós reaktor** (Franciaország), amelyen fontos kísérleteket végeznek el a Nap belsejéhez képest tízszer magasabb hőmérsékleten.



Fúziós reaktorban csavart plazmában tartja össze a mágneses mező az üzemanyagot

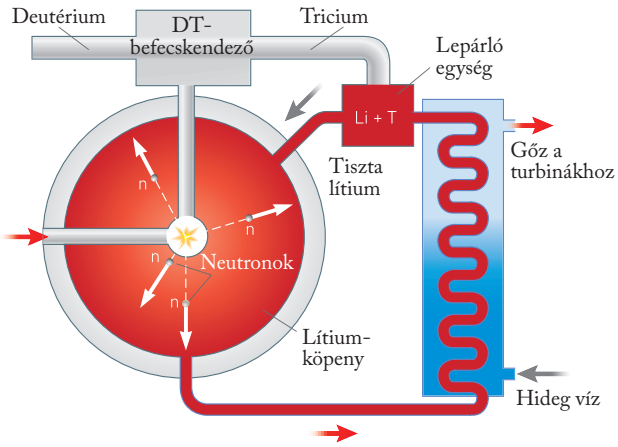
Az ITER üzemanyagként deutérium és trícium keverékét használja, amelyet legalább 150 millió K hőmérsékletre hevítenek. Ilyen hőmérsékleten az elektronok leválnak az atommagokról, így az üzemanyag plazmává válik, amelyben ionok és szabad elektronok keveréke jön létre.

A tríciumatommag ($^3_1$H) és a deutérium-atommag ($^2_1$H) összeolvadásával héliumatommag ($^4_2$He) és neutron keletkezik, továbbá 17,6 MeV energia szabadul fel.

$$^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n + 17{,}6\ \text{MeV}$$

A felszabaduló energiából a hélium 3,5 MeV (20%), míg a neutron 14,1 MeV (80%) energiát hordoz. A plazmából elszökő neutronok viszik el a felszabaduló energia 80%-át, amelyek elnyelődnek a lítiumból álló köpenyben, és felhevítik azt. A szekunder kör a köpenytől szállítja el a felszabaduló hőmennyiséget. A köpenyben lévő lítium tríciumot termel, melyet a folyamat fenntartására is felhasználnak. A fúziós reaktorban keletkező hő gőzt termel, mellyel turbinával és generátorral villamos energia állítható elő.

Az **újabb kutatások** már a folyamatosan égő plazma elérését célozzák meg a fúziós reaktorokban.



A reaktorba történő folyamatos deutérium- és tríciumbeáramlás biztosítja az energiatermelő folyamat fennmaradását

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az alábbi magfúziós reakcióban energia szabadul fel. Számítsuk ki a tömegcsökkenést ebben a reakcióban!

$$^2_1\text{H} + {}^1_1p \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma + 5{,}5\ \text{MeV}$$

MEGOLDÁS

Adat:

$\Delta E = 5{,}5$ MeV

$\Delta m = ?$

A magfúzióból származó energia:

$5{,}5\ \text{MeV} = 5{,}5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 8{,}8 \cdot 10^{-13}\ \text{J}.$

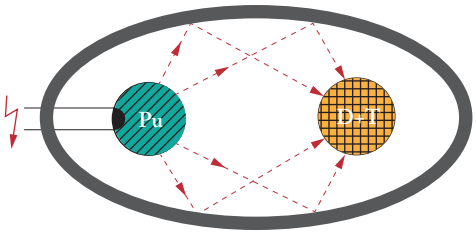
A $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ Einstein-féle tömeg-energia ekvivalencia egyenletből a tömegcsökkenés:

$$\Delta m = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-18}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9{,}8 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}$$

Szabályozatlan magfúzió a bombákban

A plutóniumbomba megalkotása után elindult a kutatás a magfúziós bomba létrehozására. Az amerikaiak Teller Ede vezetésével 1951-ben a Csendes-óceán egy szigetén egy földön álló hatalmas berendezést robbantottak fel, majd 1954-ben a Bikini nevű korallzátonyon sikeresen felrobbantották az első fúziós atombombát, azaz **hidrogénbombát**.

A fúziós bombában a magfúzió beindulásához igen magas hőmérsékletre van szükség. Emiatt a hidrogénbombában első lépésként uránbomba robban fel, majd azt az implóziós bomba (plutóniumbomba) felrobbanása követi. A plutóniumtöltetet egy nehézfémből készült ellipszoid egyik fókuszába helyezik el. Itt az implózió hatására felrobbanó plutóniumbomba óriási nagy lökéshullámot gerjeszt, ami az ellipszoid másik fókuszpontjába helyezett töltetben beindítja a magfúziós folyamatot. Ekkor robban fel a hidrogénbomba. Ezt a bombát **háromfázisú hidrogénbombának** nevezzük.



Háromfázisú hidrogénbomba terve

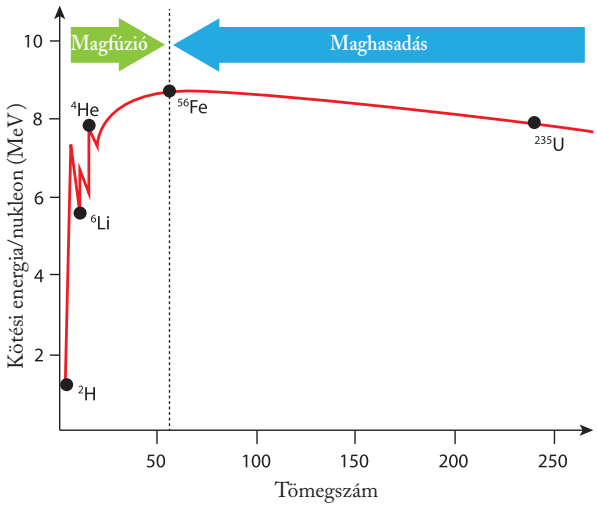
A hidrogénbomba kifejlesztését Teller Ede irányította, ezért nevezték el a „hidrogénbomba atyjának”.

A magfúzió és maghasadás összehasonlítása

Az *egy nukleonra jutó kötési energia* lenti grafikonjáról látható, hogy

– a magfúzió a könnyű atommagok esetén a vasig (^{56}Fe) energiafelszabadulással jár;
– a maghasadás esetén a nehéz magok közepes tömegszámú atommagokra esnek szét, miközben energia szabadul fel.

Mindkét magreakció a legmélyebb energiaszintig, a vas környékén lévő elemekig valósulhat meg.



Magfúzió és maghasadás energetikai összehasonlítása

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen feltételek mellett jöhet létre a magfúzió? Milyen tömegszámú izotópok képesek magfúzióra?
2. Ismertesse a Napban lejátszódó proton-proton ciklust!
3. Milyen feltételek kellenek az energiatermelés magfúzióval történő megvalósításához?
4. Magyarázza el, miért nem valósulhat meg magfúzió alacsony hőmérsékleten!
5. Miért kell két nagyságrenddel magasabb hőmérséklet a magfúzió megvalósulásához az ITER reaktorban, mint a Napban?
6. Ismertesse a szabályozatlan magfúzió megvalósulását atombombákban!
7. Hasonlítsa össze a magfúzió és a maghasadás folyamatát!

4. Sugáregészségügyi fogalmak és mérőműszerek

Alapfogalmak a sugárvédelemben

Az elektromágneses sugárzások mindegyike energiát ($E = hf$) hordoz. Ennek az energiának egy része vagy egésze az élő szervezetekkel kölcsönhatásba lépve elnyelődik, és az energiáját felveszi. A tapasztalatok alapján az elnyelt energiával arányos a végbemenő változás.

A várható károsodás becslésére az elnyelt energiaadaggal arányos mennyiségeket használunk. Ismerkedjünk meg a **sugárterhelés** mértékére jellemző fizikai mennyiségekkel!

Az elnyelt dózis

Bármely ionizáló sugárzásra vonatkozóan a besugárzott anyagban elnyelt energia és a besugárzott anyag tömegének a hányadosát elnyelt dózisnak nevezzük.

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m}$$

SI-mértékegysége: gray (ejtsd: gréj), jele: Gy.

$$1\ \text{Gy} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

1 Gy az a sugárdózis, amelyet 1 kg tömegű anyag elnyel, ha vele állandó intenzitású sugárzás útján 1 Joule energiát közlünk. Ez mindenféle ionizáló sugárzásra és elnyelő anyagra vonatkozik. Az elnyelt dózis fogalmat élettelen anyagokra használjuk.

Az egyenértékdózis

A tapasztalat szerint az élő szervezetekre a különféle sugárzások károsító hatást fejtenek ki. Ezt az elnyelt dózis mellett a sugárzás típusa (pl. α, β, γ) és energiája is befolyásolja, ezért **a sugárzásokat károsító hatásuk alapján egy W_R sugárzási tényezővel súlyozzuk**. A sugárzási tényező értékét a röntgensugárzás károsító hatásához viszonyítjuk.

A W_R sugárzási tényező egy viszonyszám, tehát dimenzió nélküli mennyiség. A W_R sugárzási tényező megmutatja, hogy a sugárzás hányszor károsabb, mint az egységnyinek választott röntgensugárzás. A mellékelt táblázat adja meg ezeket az értékeket.

Sugárfajta	W_R
Röntgen	1
γ	1
β	1
Lassú neutron	2,5
Gyors neutron	10
α	20

Sugárzási tényezők

A W_R sugárzási tényező és a D elnyelt dózis szorzatát egyenértékdózisnak (dózisegyenértéknek) nevezzük.

Jele: H, képlete: $H = W_R \cdot D$

Mértékegysége: Sievert, jele: Sv. 1 Sv = 1 $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$

A háttérsugárzás feletti többletdózist μSv-ben vagy nSv-ben mérjük.

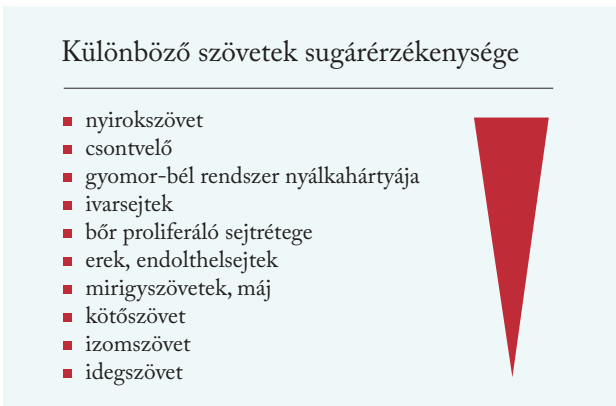
Az emberi szövetek által elnyelt **1 Sv** a biológiai hatásosság szempontjából az a dózis, amely **1 Gy** (egy gray) elnyelt dózissal egyenértékű.

Ionizáló sugárzások biológiai hatásai

A radioaktív anyagok, ionizáló sugárzások alkalmazásának előnyei mellett, a sugárzásnak a környezetre – elsősorban az élővilágra, köztük az emberre – kifejtett káros hatásával is számolni kell.

A sugárzások hatására az élő szövetekkel történő kölcsönhatása következtében olyan, az egész szervezet működését érintő elváltozások léphetnek fel, amelyek a sugárzás mértékétől függően károsodásokhoz, vagy pusztuláshoz vezethetnek. A kisebb mértékű sugárzások hatását (pl. természetes háttérsugárzás) az élő szervezet sejtjavító mechanizmusa korrigálni képes. A sugárzás hatása a sugárzás dózisán kívül elsősorban attól függ, hogy milyen típusú sejteket érint, azaz azok mennyire sugárérzékenyek.

Minél sugárérzékenyebb egy sejtekből álló szerv vagy szövet, annál kisebb dózisú sugárzás kiválthat károsodást. Egy szövet vagy szerv annál sugárérzékenyebb, minél



A különböző szövetek sugárérzékenysége jelentősen eltér egymástól

gyorsabban osztódó és minél jobban differenciált sejtekből áll. A legsugárérzékenyebb a nyirokszövet, a csontvelő (vérképzés helye), a fehérvérsejtek, a bélhámsejtek, az ivarsejtek és a bőr osztódó sejtjei. Kevésbé sugárérzékenyek az erek, a mirigyszövetek, a máj, s leginkább ellenállóak a sugárzás iránt az érzékszervek, az izom- és idegszövet és a csont.

A háttérsugárzás mérése, dózisteljesítmény

A szabadban, illetve épületekben a háttérsugárzás értékét is meghatározhatjuk. Ez elsősorban a gamma-sugárzástól származik, amit gamma-dózisteljesítménynek nevezünk. A gamma-dózisteljesítményt a környező anyagok radon- (^{226}Ra), tórium- (^{232}Th) és kálium- (^{40}K) koncentrációja határozza meg.

A dózisteljesítmény az eltelt Δt idő alatt kapott ΔH egyenértékdózis és az eltelt idő hányadosa, azaz $\frac{\Delta H}{\Delta t}$. Mértékegysége: $\frac{\text{Sv}}{\text{h}}$, a háttérsugárzás mértékéhez igazodva $\frac{\text{nSv}}{\text{h}}$.

A háttérsugárzás értéke Magyarországon 50-180 $\frac{\text{nSv}}{\text{h}}$ között változik, átlagos értéke 90 $\frac{\text{nSv}}{\text{h}}$. Ez az érték függ a magasságtól, a talaj típusától, továbbá a természeti, időjárási körülmények (elsősorban a csapadék) változásaitól. A gamma-sugárzástól származó háttérsugárzás értékét az Országos Meteorológiai Szolgálat az ország több pontján folyamatosan méri. Erről a honlapjukon keresztül lehet tájékozódni.



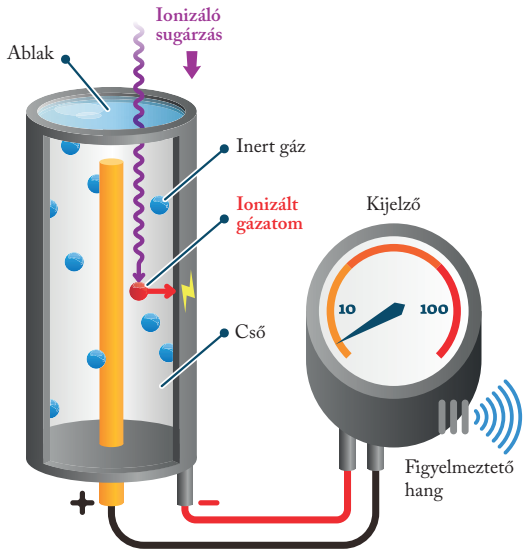
Sugárzásmérő műszer

Magyarországon a természetes háttérsugárzás éves értéke a Földön mért átlagnál mintegy 20%-kal magasabb, **3 mSv/év**, mivel azon országok közé tartozunk, amelyek lakói viszonylag több időt töltenek épületben.

Sugárzásmérő műszerek

A radioaktivitást érzékszerveinkkel nem érezzük. Megfigyelésükre (detektálásukra) és mérésükre főként olyan műszereket fejlesztettek ki, amik az ionizáló hatásukon alapulnak.

A legelterjedtebb sugárzásmérő műszerek az ún. **Geiger–Müller (GM)-csövek**, amiket ma számlálószerkezethez kapcsolnak.



Egy G–M-cső működési elve



Egy Geiger–Müller-számlálócső

A GM-cső egy hengeres katódból és a henger tengelyében kifeszített anódszálból áll, melyek között néhány száz volt feszültséget hozunk létre. Ha nemcsak gamma-fotonokat, hanem kis hatótávolságú alfa- vagy béta-részecskéket is akarunk detektálni, akkor a henger végablakát nagyon vékony alumíniumfóliából kell készíteni. A csövet kisnyomású (kb. 10 kPa) nemesgázt, halogéneket vagy

alkoholgőzt tartalmazó gázkeverék tölti ki. Ha a csövön áthaladó ionizáló részecske ebben a gáztérben egy elektron-ion párt kelt, akkor ez a csőben elektron-ion lavina kialakulását indítja el. Az anódra felfutó elektronok megfelelő elektronikus feldolgozása szolgáltatja a mérhető jelet, amit számlálószerkezetbe, vagy hangszóróba juttatnak. Amíg az elektron-ion lavina tart, a cső nem tud újabb részecskét mérni. Ez a holtidő kb. 10^{-5} s-ig tart.

A **Wilson-kamra** vagy más néven **ködkamra** az az eszköz, amelyben először sikerült kimutatni ionizáló részecskék pályáját.

A ködkamra működése a következő:

1. A kamra belsejében általában vízgőz és alkohol keveréke van. Ebbe a gőztérbe helyezik el a sugárzó anyagot.

2. A víz és alkoholgőz keveréket lehűtik. A hűlést leggyakrabban adiabatikus tágulással érik el. Wilson eredeti eszközénél az adiabatikus tágulást úgy valósították meg, hogy a kamrában lévő gőz és levegő egy csap megnyitásával az előzőleg légtelenített tágulási tartályba áramolhatott.

3. A lehűlt gőz- és alkoholkeverék telített gőzzé válik, sőt túltelített állapot is létrejöhet. A telített gőzben megindul a lecsapódás, de a gőz elsőként a részecske pályája mentén keletkező gázionokra csapódik ki apró cseppek formájában. Így a sugárzó részecske pályája mentén egy vékony ködfonál keletkezik, ami egy pillanatra megfigyelhető vagy lefényképezhető.



Wilson eredeti ködkamrája

Az eszköz elsősorban azért volt nagyon sikeres, mert **kirajzolta egy töltéssel rendelkező részecske pályáját**. Mágneses mezővel kombinálva pedig a pályasugár mérésével a részecske sok paraméterére lehetett következtetni. A technikai fejlődés következtében ma már szinte csak **elektronikus detektorokat** használnak a fizikusok.

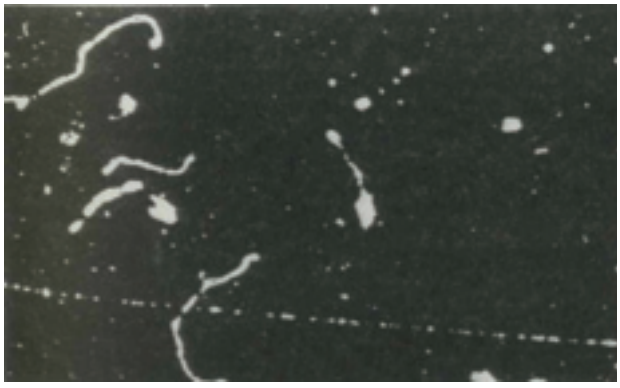
Radioaktív sugárzások ködkamrában

Az *alfa-sugárzás* a pályája mentén centiméterenként több tízezer ionpárt létesít, így ködkamrában jól látható. A levegőben a hatótávolsága nem több 3–9 cm-nél. Ionizáló képességét hirtelen veszti el, ezért a ködkamrában a sugárzás ködfonalainak végpontjai egy körív mentén vannak. Ez arra is utal, hogy egy elemből egyforma energiával lépnek ki.



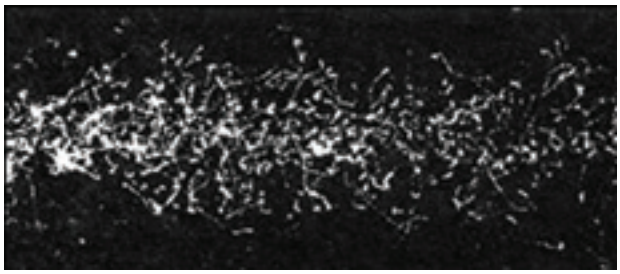
Alfa-sugárzás ködkamrafelvétele

Egy gyors és több lassú *béta-részecske* pályája látható az alábbi ködkamrafelvételen. A lassú elektronok azonban a ködkamra részecskéivel való ütközés révén hamar lefékeződnek, ezeknek a lassú elektronoknak lesz jellegzetesen cikcakkos a pályája.



Béta-sugárzás ködkamrafelvétele

Mivel a *gamma-sugárzásnak* nincs töltése, ezért a ködkamrában csak közvetve, az általa kiváltott elektronok révén mutatható ki. A nagy energiájú γ-sugárzás fotoeffektussal és főleg Compton-effektussal elektronokat kelt. Ezeknek a másodlagos elektronoknak a cikcakkos képe látható a következő felvételen.



Gamma-sugárzás ködkamrafelvétele

A radioaktív sugárforrások biztonságos kezelése

Az általánosan elfogadott sugárvédelmi szabályok **három alapelven** nyugszanak:

– **Az első a sugárvédelmet okozó tevékenység indokoltsága.** Ez azt jelenti, hogy *csak olyan tevékenységet szabad végezni, amely az egyén számára több haszonnal jár, mint amennyi kárt okoz.* Ilyen például: a tüdőszűrés sugárterhelésének kockázatát a korai, jobb eséllyel gyógyítható rákos sejtek felfedése ellensúlyozza.

– **A második a védelem optimalizálása**, amely megkívánja, hogy minden sugárterhelést az észszerűen elérhető legalacsonyabb szinten tartsanak. Ezt angol nevéből következően ALARA-elvnek (As Low As Reasonably Achievable) nevezzük, amely külső sugárterhelések esetén határozza meg a sugárterhelés csökkentésének módját. Ilyen:
  – a **távolságvédelem** (minél távolabb vagyunk egy sugárzó izotóptól, annál kisebb lesz a sugárterhelésünk, például ez egy hosszabb csipesz segítségével megoldható);
  – az **idővédelem** (minél kevesebbet vagyunk kitéve a sugárzásnak, annál kisebb a sugárterhelésünk);
  – az **árnyékoló anyagok alkalmazása** (műanyaggal, ólommal vagy betonnal árnyékolhatunk a sugárzás fajtájától függően).

– **A harmadik az egyének belső sugárterhelésének csökkentése.** Nagyobb aktivitású sugárforrások közelében védőöltözet kötelező. Kisebb sugárforrások esetén a legfontosabb védekezés, hogy *elkerüljük a sugárzó anyagok szervezetünkbe való bekerülését*. Ezért tilos sugárveszélyes munkahelyekre ételt, italt bevinni, ott enni, inni, dohányozni, rúzst és kozmetikumot használni.



Hordozható gammasugárzás-dozimáterrel mérik és ellenőrzik a radioaktív izotópokat használó létesítmények tartózkodási helyeinek többlet-sugárterhelését

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit nevezünk elnyelt dózisnak? Mi a mértékegysége?
2. Mi az egyenértékdózis? Mi a mértékegysége?
3. Milyen fizikai mennyiséggel mérjük a természetes háttérsugárzást? Mi a mértékegysége?
4. Mik az ionizáló sugárzások biológiai hatásai?
5. Milyen sugárzásmérő műszereket ismersz? Mi a működésük fizikai elve?
6. Mit értünk a radioaktív sugárforrások biztonságos kezelésén?

5. Sugárözönben élünk

EMLÉKEZTETŐ

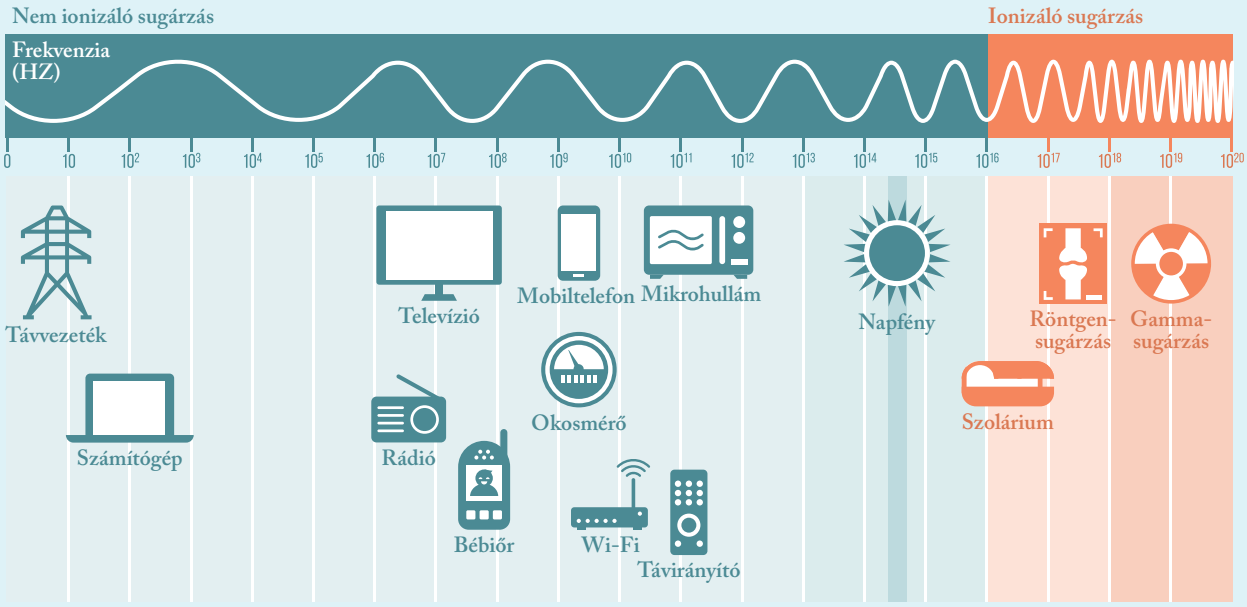
Az ionizáló sugárzás biológiai hatásának felismerése

A XX. század elején a rádiumot és a tóriumot – annak ellenére, hogy roppant drágák voltak – szinte csodaszerként vették az emberek. Néhány bőrrákos daganat sugárzással történt szétroncsolásának hírére divattá vált kritikátlan orvosi és kozmetikai alkalmazása. A tórium belélegzését egyesek valóságos csodaszernek hitték. Divatba jöttek a radioaktív vizek, rádiumos fogkrémek. Lassan azonban összegyűlt annyi tapasztalat, amennyi kétségtelenné tette, hogy a radioaktív sugárzás káros lehet. Ennek ellenére még a harmincas években is lehetett rádiumos fogkrémeket kapni.

A sugárzás egészségromboló hatását először a röntgensugárzásnál tapasztalták. Akkoriban ugyanis az orvosok még hosszú ideig belenyúltak a sugárzás útjába, nemegyszer úgy operáltak, hogy a beteg folyamatosan röntgensugárzás alatt volt. Több mint 400 röntgenorvosról tudunk, akinek halála a sugárzás okozta bőrráknak tulajdonítható. Emlékükre a hamburgi Szent György Kórház parkjában egy emlékművet állítottak fel. Az emlékművön 18 magyar orvos neve is olvasható. Több mint 400 röntgenorvosról tudunk, akinek halála a sugárzás okozta bőrráknak tulajdonítható.

A tudomány fejlődésével egyértelműen bebizonyosodott, hogy az ionizáló sugárzások nagy adagban súlyosan károsítják az egészséget. A XX. század közepén, az atomfegyverek kipróbálásának következményeként, a radioaktív anyagok környezetünkben való szétszóródása miatt ez a tény jogos félelmet keltett az emberiségben. Az atomrobbantási kísérleteket az ún. békés célú felhasználási lehetőségekkel próbálták igazolni.

Az ionizáló sugárzásokat számos területen sikerült az emberiség érdekében szolgálatba állítani. Az egyes ionizáló sugárzást kibocsátó berendezések sugárterhelése a technikai fejlődés következtében jelentősen csökkent. *Napjainkban általánossá vált a röntgengépek vagy a radioaktív izotópok használata az orvosi diagnosztikai vizsgálatoknál, terápiás kezeléseknél is.*

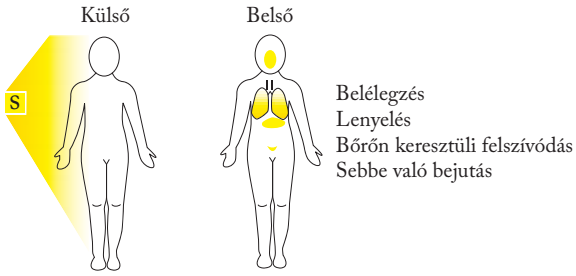


Ionizáló sugárzások helye az elektromágneses spektrumban

A háttérsugárzás külső és belső sugárterhelése

Környezetünkben mindenhol megtalálható a radioaktív sugárzás: a levegőben, az ivóvízben, a talajban, az élelmiszerekben, izmainkban, csontjainkban és szöveteinkben is. Ezt nevezzük **természetes háttérsugárzásnak**. A **természetes** eredetű **háttérsugárzás** két **forrása az űr és a földkéreg**.

A testünkön kívüli környezetből kapott sugárdózist **külső sugárterhelésnek**, a testünkbe átmenetileg bekerült vagy beépült radioaktív izotópokból származó sugárdózist pedig **belső sugárterhelésnek** nevezzük. Az embert érő belső sugárterhelésünk kétszerese a külső sugárterhelésnek.



Külső és belső sugárterhelés

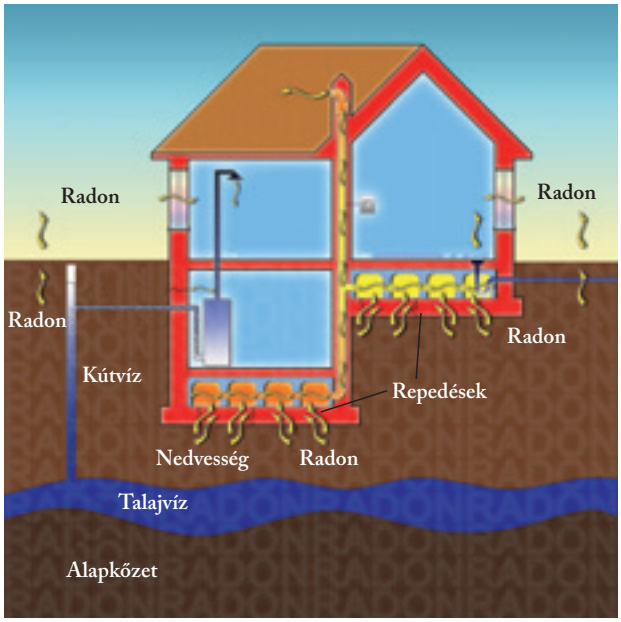
Földkérgi sugárzások

Földkérgi eredetű belső sugárzások

A földkérgi sugárzások egyik csoportja a földkérgi belső sugárzások. Ezek a radioaktív izotópok bekerülnek a szervezetünkbe, testünk sejtjeivel belülről lépnek kölcsönhatásba, ezért belső sugárzásnak nevezzük őket. Ennek 80%-át a belélegzett radon és leányelemei, 11%-át az élelmiszerekkel felvett és főként a csontokban elraktározódott ^{40}K okozza.

A **radon** (^{222}Rn) az urán bomlási sorában keletkezik. Megtalálható a talajban, a kőzetekben és a vízben. A radont (^{222}Rn) kis mennyiségben mindenhol és minden nap belélegezzük. Nyílt térben a talajból felszabaduló radon nem jelent kockázatot.

Az uránkőzetre vagy földtani törésvonalak fölé épített házak zárt terében a radon feldúsulhat, ugyanis a radon izotópjai elegendően hosszú felezési idejűek ahhoz, hogy képesek legyenek a kőzetekből a környezetbe diffundálni. A radongáz a házakba az alapon lévő repedéseken keresztül belépve nagy mennyiségben képes felgyülemleni. Ezért az alsó szinten lévő lakásokban felhalmozódó radonszintre figyelnünk kell, ugyanis a radon és a bomlási sorában a leányelemei között több rövid felezési idővel bomló izotóp található, amely jelentősen növeli a sugárterhelésünket. A radon légnemű anyag, de a leányelemei már szilárd részecskék, így nemcsak a tüdőbe belépő radon α-sugárzása roncsolja a tüdőszöveteket, hanem a tüdő szöveteire tapadt leányelemei is. A tüdő hörgőcskéi nem rendelkeznek olyan védelemmel, mint a bőrfelszín, így a tüdőben bekövetkező radon és bomlástermékeinek α-bomlása közvetlenül roncsolja a sejteket. Védekezés gyakori szellőztetéssel, magas radonszint esetén radoncsapda beépítésével lehetséges. A földszinti lakásokban érdemes a radonszintet ellenőrizni.





A talajból érkező radon a földszinti helyiségekben felhalmozódik. A radon ellen szellőztetéssel és a radon szellőzőrendszer kiépítésével lehet védekezni

A **kálium** ^{40}K a Föld legnagyobb arányban előforduló elemei közé tartozik, és mivel az egyik izotópja, a ^{40}K radioaktív, így jelentősen hozzájárul a az emberekben és az állatokban mérhető természetes háttérsugárzáshoz. A ^{40}K egyaránt tekinthető külső és belső (táplálékban előforduló) sugárforrásként. A legismertebb formája a kálium műtrágya, mely mérhető mennyiségben tartalmaz ^{40}K-izotópot.

Szintén a belső sugárterhelésünket növeli a **szén radioaktív izotópja**, a $^{14}_{6}$C. Minden élőlény, növény és állat tartalmaz szenet ($^{12}_{6}$C), és ezek egy része radioaktív szén ($^{14}_{6}$C).



A kertészetekben jól ismert kálium műtrágyának (KCl) magas a ^{40}K-tartalma, β-sugárzása mérhető

A **táplálékunk** tartalmaz radioaktív izotópokat, mivel a növényekbe és az állatokba radioaktív anyagok is bejutnak a környezetünkből. Az élő szervezet nem tudja megkülönböztetni az elemek egyes izotópjait, így a radioaktív izotópok ugyanúgy beépülnek az élőlényekbe, mint a nem radioaktívak. Az emberi szervezetben minden órában kb. 16 millió radioaktív részecske bomlik el. A táplálékunkkal a szervezetünkbe beépülő radioaktív részecskék az emberekre és állatokra ártalmatlanok.



Búza sugárzási szintjének mérése

Földkérgi eredetű külső sugárzások

A földkérgi sugárzások másik csoportja kívülről éri a szervezetünket. Ezek, az urán (^{238}U) és a tórium (^{232}Th), az épített környezetünkből és a talajból származnak. Az egyes építőanyagok (tégla, beton) különböző mértékben, de mind tartalmaznak tórium-, urán-, radon- és kálium-izotópokat.

A **földkérgi külső sugárzás** a Föld életkorával összemérhető felezési idejű radioaktív izotópokból származik. Ezek a következők: **^{238}U**, **^{232}Th** és a **^{40}K**, valamint a rubídium (**^{87}Rb**) és még néhány hosszú felezési idejű természetes radioaktív izotóp.



A kőzet vörösebb részei uránizotópokat tartalmaznak

A **^{40}K**-izotópot sok ásványi kőzet tartalmazza, a tengervíz sótartalmának is nem elhanyagolható részét teszi ki a kálium-klorid (KCl).

Az **^{238}U-**, **^{232}Th**-izotópok nem önmagukban növelik a természetes háttérsugárzást. Mindkét radioaktív izotóp egy-egy hosszú bomlási sor anyaeleme, így velük együtt a bomlási sor összes tagja is megtalálható. A bomlási sorok egyes tagjai különbözőképpen bomlanak, így az urán és a tóriumsor tagjai az α-, a β- és a γ-sugárzásukkal a természetes háttérsugárzáshoz hozzájárulnak.

A Föld belső magjának magas hőfokát és olvadt állapotát ezeknek a hosszú felezési idejű radioaktív izotópoknak a bomlása okozza. A Föld radioaktivitása miatt tör fel a vulkánokból a láva, emiatt élvezzük a meleg termálvizet a fürdőkben, és emiatt lehetséges a kontinensek vándorlása is.

Kozmikus eredetű sugárzás

A nem földi eredetű sugárzások alkotják a bennünket érő sugárterhelés kisebbik részét. Az elemek egy része a Napból és a Naprendszeren kívülről érkezik hozzánk. Ezt nevezzük **kozmikus sugárzásnak**.

A kozmikus eredetű részecskék töredéke jut a földi légkörbe, mert legnagyobb hányadát a Föld mágneses tere eltéríti. **A kozmikus sugárzás a tengerszint feletti magasság növekedésével növekszik**, így egy hosszabb repülőút alkalmával többlet-sugárterhelést kaphatunk.

A Föld légkörébe belépő kozmikus sugarak kölcsönhatásba lépnek a légkör gázaival, ekkor radioaktív izotópok is keletkeznek, melyek a légkör keveredésével lekerülnek a Föld felszínére, és így a talajba is. A szervezetünkbe kerülő radioaktív izotópok közül a legjelentősebbek: a **trícium** (**^{3}H**), a **szén** (**^{14}C**), továbbá a berílium (^{7}Be), a nátrium (^{22}Na). Például a normál vízzel tríciumot is iszunk, aminek nagy része néhány nap alatt elbomlik a szervezetünkben.

Mesterséges eredetű háttérsugárzás

Az **orvosi diagnosztikában és** a **terápiában** használt berendezésektől és a radioaktív izotópoktól származik a lakosság mesterséges sugárterhelése. A **nukleáris energia-**

Háttérsugárzás fajtája	Háttérsugárzás forrása	Értéke (mSv/év)	Összes sugárterhelés %-a
Természetes háttérsugárzás		**2,4 mSv/év**	
Kozmikus külső	A **Napból és Naprendszeren kívülről** a Földre érkező részecskesugárzás	0,3	11%
Kozmikus belső	A kozmikus sugárzás által keletkezett és **a szervezetünkbe kerülő izotópok** (^{3}H, ^{7}Be, ^{14}C, ^{22}Na)	0,015	
Földkérgi külső	**Föld anyagának sugárzása** (pl. ^{235}**U**, ^{238}**U**, ^{232}**Th** és bomlási soraik: radon: ^{222}Rn, ^{220}Rn, továbbá a ^{40}**K**, ^{87}Rb)	0,5	75%
Földkérgi belső	A **radon** (^{222}Rn) **és leányelemei** belégzéssel, a **kálium** (^{40}K) élelmiszerekkel a szervezetünkbe kerül, és a csontokban elraktározódik	1,6	
Mesterséges sugárzás/háttérsugárzás		**0,4 mSv/év**	
Orvosi felhasználás	Orvosi röntgenvizsgálatok és egyéb nukleáris gyógyászati alkalmazások	0,4	14%
Foglalkozásbeli, radioaktív hulladékokból származó	Atomerőművek, radioaktív hulladékok és légköri atomrobbantások hatásai	0,01	

A Föld népességének átlagos sugárterhelése

termelés során sok radioaktív izotópot állítanak elő, de ezekből csak igen kis mennyiség kerül be a légkörbe vagy a vizekbe. A légköri és a földfelszíni **nukleáris fegyverkísérletek** miatt az 1950-es évektől jelentősen nőtt a légkör radioaktívanyag-tartalma.

Összefoglaló táblázat

Az előzőek alapján látható, hogy a környezetben jelen lévő háttérsugárzást a természetes és mesterséges sugárforrások összessége adja. A természetes források okozzák azt a sugárzási hátteret, amely az evolúció során mindig jelen volt, az emberiség kialakulása ennek jelenlétében történt, ehhez nyilvánvalóan alkalmazkodtunk. Minden egyéb sugárterhelést ehhez az értékhez viszonyítva lehet csak korrekten értékelni.

A Föld népességének átlagos sugárterhelését mutatja be a fenti táblázat. A táblázatból látható, hogy

- **az ember testét erő sugárhatás (dózis) kb. 86%-a természetes forrásból származik;**
- **a mesterséges eredetű kb. 14%-ot szinte teljesen az orvosi felhasználás okozza;**
- a földkérgi eredetű sugárterhelésből származik az embereket érő természetes háttérsugárzás jelentős része;
- a mesterséges sugárterhelés a természetes eredetű sugárterhelésnek mindössze egyhatod része (14%-a).

Embert érő belső sugárzások aktivitása

Az embert érő radioaktív sugárzások, mint láttuk, a testünket kívülről és belülről egyaránt érik. Azt is láttuk, hogy a radioaktív izotópok környezetünk minden anyagában megtalálhatók, az ionizáló sugárzásnak mindenütt ki vagyunk téve.

Az alábbi táblázat összefoglalja a szervezetünkben legnagyobb arányban előforduló radioaktív izotópokat és a hozzájuk tartozó főbb adatokat (75 kg-os emberre vonatkoztatva).

Radioaktív mag (radioaktív izotóp)	Radioaktív atomok száma a testben (db)	Aktivitás a testben (Bq)	Effektív dózis-egyenérték (μSv/év)
$^{3}_{1}$H (trícium)	$4{,}5 \cdot 10^{9}$	10	0,01
$^{14}_{6}$C (radioaktív szén)	$7{,}5 \cdot 10^{14}$	3000	5,00
$^{40}_{19}$K (kálium)	$3{,}5 \cdot 10^{20}$	5500	180,00
$^{87}_{37}$Rb (rubídium)	$2{,}8 \cdot 10^{21}$	100	5,00

Egy 75 kg-os emberben található természetes eredetű radioaktív atomok száma, aktivitása és a tőlük származó sugárterhelés

A táblázat adataiból kiszámítható, hogy egy felnőtt ember testében másodpercenként körülbelül 8600 bomlás történik. A természetes sugárzástól eredő belső sugárterhelés végigkíséri egész életünket, nemcsak a születéstől, hanem már a fogamzástól kezdve egészen a halálig.

Egy átlagos felnőtt ember a testében lévő és a táblázatban is szereplő négy radioaktív izotóptól évente összesen 190,01 μSv sugárterhelést kap az alábbi megoszlásban: 180 μSv a ^{40}K-izotóptól, 5-5 μSv a ^{87}Rb- és a $^{14}_{6}$C-izotópoktól, és csupán 0,01 μSv származik a trícium- ($^{3}_{1}$H) izotóptól.

A ^{87}Rb-izotópból nyolcszor annyi atom van a testünkben, mint a ^{40}K-izotópból. Az utóbbi azonban sokkal gyorsabban bomlik, ezért 55-ször nagyobb az aktivitása, s a bomlása során keletkező nagy energiájú β-részecskék elnyelődése kapcsán mintegy 35-ször nagyobb sugárterhelést kapunk.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora sugárdózist kapsz saját magadtól?

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Szerencsére a legtöbb radioaktív izotóp kis energiájú β^--sugarakat (elektronokat) bocsát ki, és a felszabaduló energia felét a neutrínók fennakadás nélkül viszik magukkal.

Az egyes radioaktív bomlásoknál a bomlásonként leadott energia: ^{14}C esetében 0,01 pJ, a ^{3}H-nál 0,001 pJ, a ^{87}Rb pedig 0,022 pJ átlagos ionizációs energiát ad le, ami viszonylag alacsony dózisterhelést jelent. Tudjuk, hogy a szervezetünkben a ^{40}K-izotópból van a legtöbb.

Határozzuk meg, hogy a testünkben mekkora radioaktív sugárzás keletkezik másodpercenként!

A ^{40}K-atommag
- 90% gyakorisággal ^{40}Ca-ra bomlik vissza, a felszabaduló maximális energia 0,2 pJ. Ennek mintegy harmada jut az elektronra, a többi a mozgékony neutrínóra, tehát a β^--bomlásonként helyszínen leadott ionizációs energia 0,07 pJ;
- 10% gyakorisággal elektronbefogással az ^{40}Ar-atommag gerjesztett állapotába megy át (csak neutrínó lép ki), de ezután a gerjesztett atommag 0,23 pJ energiájú γ-fotont emittálva kerül stabil alapállapotba. A γ-fotonok kétharmada áthatol testünkön és elhagyja azt, de egyharmada valahol elnyelődik.

Így ^{40}K-bomlásonként végül is

$$\frac{0{,}90 \cdot 0{,}2 \text{ pJ} + 0{,}10 \cdot 0{,}23 \text{ pJ}}{3} = 0{,}0677 \text{ pJ}$$

átlagos ionizációs energiával számolhatunk.

Mivel a ^{40}K izotópból másodpercenként 73 bomlás következik be testsúlykilogrammonként, ez 1s alatt $73 \cdot 0{,}0677 \text{ pJ} = 4{,}94 \frac{\text{pJ}}{\text{kg}}$, egy esztendő alatt $(3{,}15 \cdot 10^7 \text{ s})$ pedig közel $0{,}155 \frac{\text{mJ}}{\text{kg}}$ ionizációs energiát jelent.

A ^{40}K által előidézett sugárterhelésünk $0{,}155 \frac{\text{mSv}}{\text{év}}$. Ha hozzávesszük testünk széntartalmát stb. is, azt kapjuk, hogy saját testünk anyaga olyan sugárterhelésnek tesz ki bennünket, ami eléri a $0{,}18 \frac{\text{mSv}}{\text{év}}$ értéket.

MÉRÉSI FELADAT

A levegő radioaktivitásának mérése

Mérés célja: A GM-cső segítségével vizsgáljuk meg egy porszívózott gézmintán a radon bomlástermékeinek időbeli változását! Célunk, hogy meggyőződjünk az összegyűjtött aktivitás exponenciális jellegű gyengüléséről és meghatározzuk a felezési időt.

Mérés elméleti háttere: A néhány napig nem szellőztetett földszinti helyiségekben a ^{222}Rn és bomlástermékei között már beállt a szekuláris egyensúly. Ekkor a ^{222}Rn és bomlástermékeinek aktivitásai rendre megegyezik. A mérés során a gézre tapadt radon leányelemek α-aktivitását mérjük.

Mérés menete:
1. Egy porszívó csövére helyezzünk el egy 3-4 rétegű gézdarabot, majd működtessük 2-3 órán keresztül egy előzetesen nem szellőztetett földszinti helyiségben. Ez idő alatt a levegőt átszívva a gézen, az aeroszol porszemcsék fennakadnak a hozzájuk tapadt radon leányelemekkel együtt.
2. A mérés előtt (gézlap nélkül) határozzuk meg a háttérsugárzás értékét! Ehhez válasszunk 5 perces időtartamot.
3. A mérési időt határozzuk meg 12 db 5 perces (300 s) időtartamban! A mérési eredményeink az egyes mérések beütésértékeit adják (imp/300 s egységben).
4. Az eredményekből vonjuk le a háttérsugárzás értékét, majd a kapott értékeket (beütésszámot az idő függvényében) ábrázoljuk grafikonon!
5. A grafikonra illesszünk egy $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ alakú exponenciális görbét! Ebből meghatározhatjuk a kezdeti A_0-aktivitást.
6. Határozzuk meg a bomlási állandót, melyből a felezési idő már kiszámítható!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a természetes háttérsugárzás két fő forrása?
2. Milyen izotópoktól származik a földkérgi belső és a földkérgi külső sugárzás? Melyik izotóp adja a háttérsugárzás legjelentősebb részét?
3. Az összes sugárterhelésnek hányadrésze származik természetes, illetve mesterséges sugárterhelésből?
4. Mely radioaktív izotópoktól kapjuk a legnagyobb belső sugárterhelést? Mennyi bomlás történik egy 75 kg-os emberben másodpercenként?
5. Milyen módszerrel lehet meghatározni a levegő radioaktivitását?

6. Radioaktív izotópok ipari és tudományos alkalmazásai

Radioaktív izotópok ipari alkalmazásai

A radioaktivitás felfedezése után hamarosan elkezdődött a radioaktív anyagok orvosi, ipari és tudományos felhasználása. Az érdeklődés érthető volt, hiszen a radioaktív elemekkel olyan anyagokhoz jutottunk, amelyek valamilyen sugárzás kibocsátása révén elárulják tartózkodási helyüket, így útjuk, sorsuk nyomon követhető.

Az ipari felhasználás során a radioaktív izotópot (gamma- és neutronforrás) rozsdamentes fémhengerbe helyezik. Ezeket **zárt sugárforrásoknak** nevezzük. Zárt sugárforrásként elsősorban a gamma-sugárzó kobalt- (^{60}Co), cézium- (^{137}Cs) és amerícium- (^{241}Am) izotópokat használnak számos más izotóp mellett. Az izotópkiválasztás főbb biztonsági szempontjai, hogy

– zárt (tokozott) radioaktív izotópokkal dolgozzanak a környezeti alacsony sugárterhelés miatt;
– rövid (néhány nap) felezési idejű izotópok legyenek;
– nagy energiájú gamma-sugárzás legyen;
– előállítása olcsó legyen.



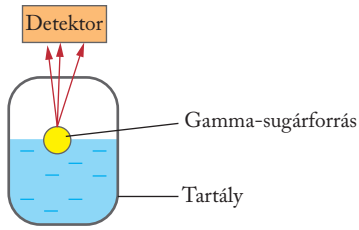
Fémkapszulába zárt (tokozott) radioaktív bárium-133-izotóp

A sugárforrások felhasználásának egyik területe az ***α*-, *β*- és *γ*- sugárforrások jelzéseinek észlelése**.

Gamma-sugárforrások felhasználása

A gamma-sugárforrással végzett ipari felhasználás egyik lehetősége a rétegvastagság mérése. Nagyobb tartályok esetén a tartály falára kívülről sugárforrást helyeznek, míg belülről egy sugárzásérzékelővel megkeresik a hiba helyét. Ilyen esetekben elegendő igen kis aktivitású sugárforrásokat használni.

A kobalt (^{60}Co) *γ*-sugárforrás és a detektor **egymáshoz viszonyított helyzetének változását** (helyzetváltoztatását)



A szintmérő működési elve

használják fel például a lezárt forgórészek fordulatszámának ellenőrzésére. Ekkor a forgórész kerületére sugárforrásokat helyeznek el, a gép burkolatának külső felületére pedig detektort rögzítenek.

Hasonlóan a helyzetváltoztatás elvén működik a nagy méretű tartályokban a *szintmérő* is. A *γ*-sugárforrás a tartály belsejében lévő úszón nyert elhelyezést, a detektor pedig a tartály legtetején van. A tartály töltődésekor az észlelt beütésszám a sugárforrás és a detektor távolságának négyzetével fordított arányban növekszik.

Az élelmiszeriparban a *γ-sugárzás ionizáló hatását mikroorganizmusok elpusztítására, sterilizálásra használják fel.* A világ élelmiszereinek mintegy 30%-a romlik meg. Ennek fő okai a baktériumok, penészgombák, amelyek az élelmiszerekben szaporodnak. Egyes baktériumok mérgező salakanyagot termelnek, melyek ételmérgezést okoznak (pl. szalmonellafertőzést). Ezért is nagy jelentőségű a gamma-sugarakkal való besugárzás.

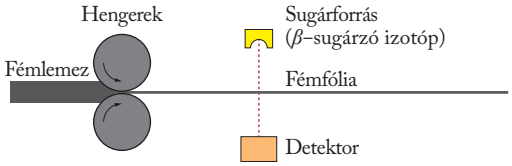
A nagy távolságokra szállítandó feldolgozott húsokat légmentesen lefóliázzák, majd *γ*-sugárral besugarazzák olyan mértékben, hogy a kórozókat elpusztítsák. Így az élelmiszerek minden különösebb tartósítószer nélkül tovább tárolhatók, nagyobb távolságokra (pl. éhező lakosságú afrikai területekre) szállíthatók. Ilyen élelmiszerek például a friss gyümölcsök (eper), húsok (kivéve a vörös húsokat, mert azok megbarnulnak és kellemetlen ízűek lesznek).

Fontos megjegyeznünk, hogy a fenti eljárás hatására az élelmiszereink nem válnak radioaktívvá, az emberi szervezet számára semmilyen többlet-sugárterhelést sem okoznak.

A mezőgazdaságban az egyes pusztító rovartámadások (pl. egyik bögölyfaj) ellen mesterségesen kitenyésztett rovarokat (bögölyöket) gamma-sugarakkal sterilizáltak. A kitenyésztett, sterilizált hím egyedeket repülőgépekről a fertőzött területre szórták, ahol a nőstény rovarok a sterilizált hímekkel való párosodás után életképtelen petéket raktak le. A peterakást követően a nőstények elpusztultak. Ezzel a módszerrel a rovarok számát már néhány ciklus után sikeresen csökkentették.

Béta-sugárforrás felhasználása

A másik felhasználási terület a **β-sugárzás abszorpcióján** alapul. A fémfóliákat lemezek hengerlésével állítják elő. Egy gyártósoron a folyamatosan kívánt vékonyságúra hengerlik a lemezt. Az érzékelő detektor méri a fólián áthaladó sugárzás mennyiségét. Ha a fólia túl vastag, az érzékelőn a sugárzás intenzitása csökken. Az érzékelő az elektromos jelet visszajuttatja a vezérlőrendszerbe, hogy a görgők közelebb mozogjanak egymáshoz, így vékonyabb lesz a fólia. Sugárforrásként hosszú felezési idejű β-sugárzó izotópot használnak. Egy α-sugárzást teljesen elnyelne a fólia, míg a γ-sugárzás abszorpció nélkül, szinte akadálytalanul haladna át a fólián.



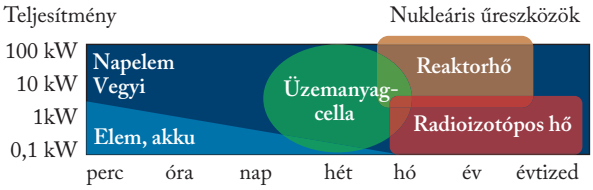
Vékony fólia vastagságának ellenőrzése a β-sugárzás abszorpcióján alapul

Alfa-sugárforrás felhasználása

Szintén a sugárzás abszorpcióján alapult az α-sugárforrással működő *füst és tűz jelzésére alkalmas szerkezetek* működése. Az α-sugárzó sugárforrást (^{241}Am) és a detektort olyan távolságban helyezték el egymástól, hogy a levegő abszorpciója az alfa-részek energiáját csaknem teljes egészében lecsökkentse. Ennek következtében a detektor az észlelés határhelyzetében van. Ha a sugárforrás és a detektor közötti légtérbe füst kerül, az elnyeli az alfa-részecskéket, így a detektor nem tudja észlelni azokat. Ekkor a detektor működésbe lép. A radioaktív anyagokkal működő füst- és tűzjelzők helyett infravörös sugárral, optikai elven működő füstjelzőket használnak.

Radioaktív izotópok tudományos alkalmazásai

A naprendszerbeli űrutazásoknál az egyik legnagyobb kérdés, hogy milyen meghajtásúak legyenek a naprendszerbeli és azt elhagyó űreszközeink. A legnagyobb probléma a nagy távolságok leküzdésében van. Hagyományos üzemanyaggal csillagközi utazásra nem gondolhat az emberiség.



A radioaktív izotópok felhasználása nagy energiaigénynél, hosszú küldetésnél, a Naptól távol kikerülhetetlen!

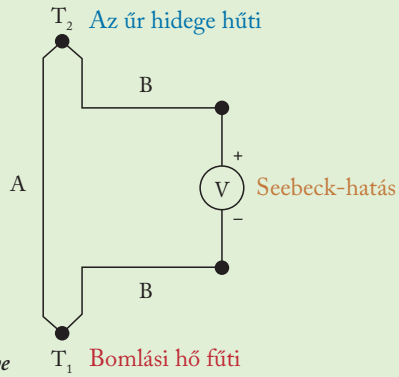
Űreszközök üzemanyag-ellátása a teljesítmény és az idő függvényében

ALKALMAZÁSOK

A radioizotópos termoelektromos generátor működési elve

A generátor (RTG) Seebeck-hatással közvetlenül elektromos árammá alakítja a radioaktív izotópok hőjét. Vegyünk két különböző fémet vagy félvezetőt, amelyek egyikét magas (T_2), míg a másikat alacsony (T_1) hőmérsékletű pontra kapcsoljuk. A két félvezetőt egy áramkörbe kapcsolva a félvezetők két pontja között elektromos feszültség jön létre.

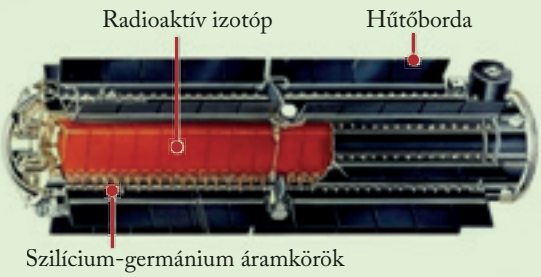
Az űreszközöknél a magas hőmérsékletet (T_2) a radioaktív bomlás hője, míg az alacsony hőmérsékletet (T_1) az űr hidege biztosítja.



Seebeck-hatás elve

A radioizotópos termogenerátorokban alkalmazott izotópok: a plutónium- (^{238}Pu), a stroncium- (^{90}Sr), a polónium- (^{210}Po) és az amerícium- (^{241}Am) izotóp.

A generátorok élettartamát elsősorban a radioaktív izotópok felezési ideje határozza meg. Például a ^{238}Pu-izotóp felezési ideje 88 év, ez azt jelenti, hogy az üzemanyagforrás teljesítménye a felezési idő alatt a felére csökken. Ezekben a berendezésekben nincs mozgó alkatrész, így évtizedekig megbízhatóan működnek.



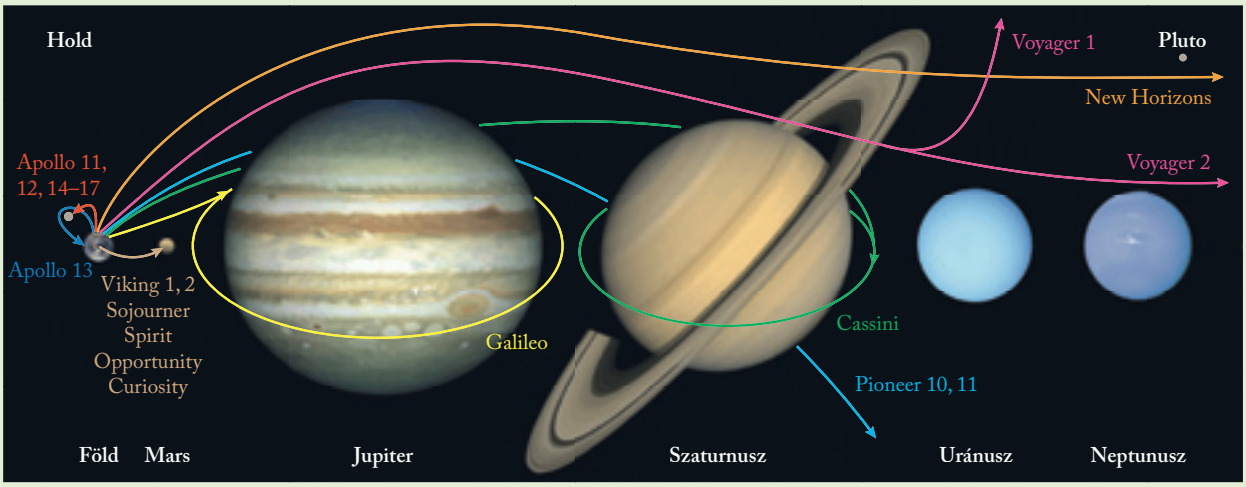
Radioizotópos termoelektromos generátor (RTG) szerkezeti rajza

ALKALMAZÁSOK

Néhány RTG energiaforrással ellátott űreszköz a Naprendszerben

A radioizotópos termoelektromos generátort (RTG) először a Voyager–1 és Voyager–2 űrszondákban alkalmazták, melyek három évtizednyi repülés után elhagyják a Naprendszert. A Hold felfedezésénél az Apollo űrhajóknál rendszeresen alkalmazták.

A Jupiter és Szaturnusz bolygók felfedezésére indított űrszondák (pl. Galileo, Cassini), továbbá a Naprendszeren kívüli űrutazásra tervezett Pioneer–10 és –11 űrszondák is RTG-t használtak energiaforrásként.



Néhány RTG energiaforrással ellátott űreszköz a Naprendszerben

Az akkumulátorban tárolt vagy az üzemanyagcella által előállított energia néhány hónap alatt biztosan elfogy.

A nagy távolságú utazások üzemanyag-ellátásának egyik lehetséges módja a radioaktív izotópok folyamatos rendelkezésre állása és felhasználása az űrutazás során.

A Naptól távolra küldött űrszondák számára már nincs elegendő intenzitású napsugárzás a napelemekkel való áramtermelésre. Ekkor a radioaktív izotópok természetes bomlásából származó hőt hasznosító **radioizotópos termoelektromos generátort** (RTG) használják áramforrásként.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

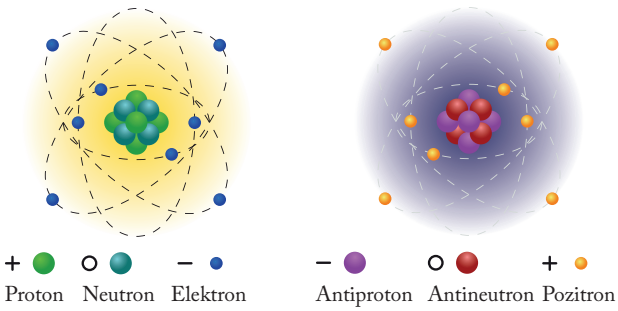
1. Mit nevezünk zárt sugárforrásnak? Mi az előnye a nyílt sugárforrásokkal szemben?
2. Ismertesse az iparban és a mezőgazdaságban használt sugárforrások felhasználási módját!
3. Milyen sugárforrásokat használnak az egyes felhasználási esetekben?
4. Ismertesse az ionizáló sugárzások tudományos alkalmazásait!

7. Anyag és antianyag, kölcsönhatások

Antirészecskék

1928-ban a kvantummechanikai elméleti vizsgálódások során sejtette meg egy angol fizikus *(Paul Dirac)*, hogy az elektron pozitív párjának, a pozitronnak is léteznie kell. Ez az 1932-ben felfedezett **pozitron** lett az első megtalált antirészecske. Ezt az **antiproton** megtalálása követte 1955-ben.

Ma már bizonyított tény, hogy minden részecskének van antirészecskéje. Van viszont olyan részecske is, aminek antirészecskéje önmaga, ilyen például a foton. Egy **részecske antirészecskéjével megegyező tömegű, de töltése ellentétes előjelű**. A földi környezetünkben csak anyag létezik. Az antianyag nagy energiákon „csalogatható elő" részecskegyorsítókban, vagy a kozmikus sugárzásból. Ma már a részecskefizikusok „antianyaggyárakat" is készítenek, ahol igen kis anyagmennyiségben ugyan, de relatíve hosszabb ideig tudnak antianyagot fenntartani. Az első antihidrogént 1995-ben állították elő a CERN-ben. Azóta megfigyeltek már antideutériumot, de a nagyobb tömegszámú antianyagot is (pl. antihiganyt).



Anyag és antianyag

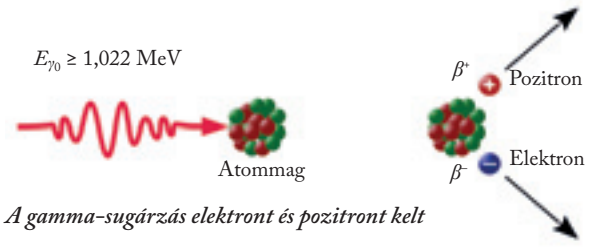
A következő táblázat összefoglalja az egyes elemi részecskék és az antirészecskéik főbb adatait.

Elemi részecske / antirészecske	Jelölése	Relatív töltése	Tömege (kg)	Nyugalmi energiája (MeV)
proton	p	+1	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	938,3
antiproton	$\bar{p}$	–1		
neutron	n	0	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	939,6
antineutron	$\bar{n}$			
elektron	e^-	–1	$9{,}11 \cdot 10^{-11}$	0,511
pozitron	e^+	+1		
neutrínó	ν_e	0	0	0
antineutrínó	$\bar{\nu}_e$			

Párkeltés és szétsugárzás

A párkeltés egy olyan jelenség, amelynek során **részecske-antirészecske** pár keletkezik. Ha elegendően nagy energiájú foton egy atommag közelében halad el, akkor a foton átalakulhat elektron-pozitron párrá.

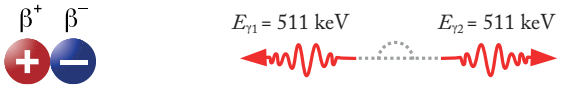
$\gamma \Rightarrow e^- + e^+$



A gamma-sugárzás elektront és pozitront kelt

A folyamat ellentétes párja egy részecske és antirészecske találkozása, amit **szétsugárzásnak** (annihiláció) nevezünk. Elektron-pozitron párnál két gamma-foton keletkezik, ritkábban esetleg három.

$e^- + e^+ \Rightarrow 2\gamma$



Elektron és pozitron találkozásánál két gamma-foton keletkezik

A szétsugárzás gyakorlati felhasználása történik a PET (pozitron emissziós tomográfia) szkennerekben. A PET szkennerek a kórházakban úgy működnek, hogy pozitronkibocsátó izotópot juttatnak a véráramba, majd a szkennerben lévő szcintillátor detektálja az elektron-pozitron szétsugárzás által létrejövő γ-sugárzást.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki, hogy mennyi energia szükséges egy elektron-pozitron pár létrejöttéhez!

MEGOLDÁS

A minimális energia, amely az elektron-pozitron pár létrejöttéhez szükséges, a nyugalmi tömegük kétszerese:

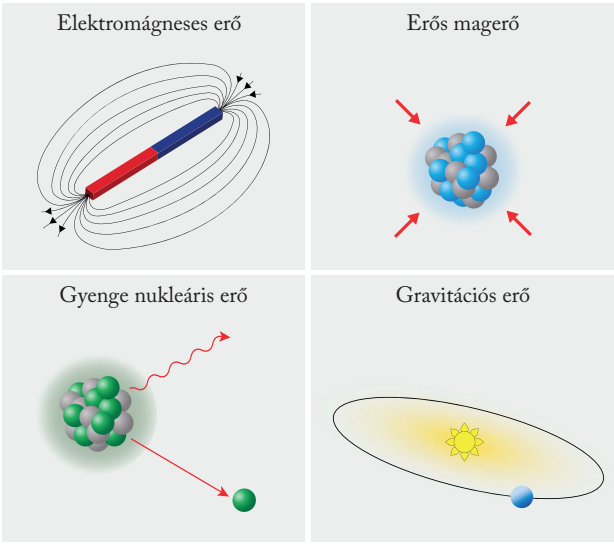
$E_{min} = 2 \cdot E_0 = 2 \cdot 0{,}511 \text{ MeV} = 1{,}022 \text{ MeV}.$

Ez azt jelenti, hogy ha 1,022 MeV-nál nagyobb a foton energiája, akkor játszódik le a jelenség.

A négy alapvető kölcsönhatás

Az eddigi tanulmányaink során négy alapvető kölcsönhatással foglalkoztunk:

– az **elektromágneses erő**, amely a töltött részecskék között hat. Ez az erő annak köszönhető, hogy a töltött részecskék „virtuális fotonokat” hoznak létre és cserélnek, hatótávolsága végtelen;
– az **erős magerő**, amely a magot összetartja és a neutronok és protonok között hat, hatótávolsága 2-3 fm (femtométer) nagyságrendű;
– a **gyenge nukleáris erő**, amelynek következtében a neutron protonná, a proton pedig neutronná változik át. Hatótávolsága a femtométer töredékének nagyságrendje;
– a **gravitációs erő**, amely bármely két anyagrészecske között hat. Hatótávolsága végtelen.



A négy alapvető kölcsönhatás

A fizikusok igazolták, hogy nagyon nagy energiák esetén az elektromágneses erő és a gyenge nukleáris erő egyesül „elektromos gyenge” erőként. A gravitációról még nem sikerült kimutatni, hogy bármely körülmények között is egyesülne a másik három erővel. Az alábbi táblázatban összefoglaltuk a négy kölcsönhatás főbb jellemzőit.

Kölcsönhatás típusa	Hatás	Erőhatás relatív nagysága	Hatótávolság
Erős magerő	nukleonokra hat	1	~ 10^{-15} m
Elektromágneses erő	statikus és mozgó töltött részecskék	10^{-3}	végtelen
Gyenge nukleáris erő	β-bomlásért felelős	10^{-5}	~ 10^{-18} m
Gravitációs erő	minden tömeggel rendelkező részecskére hat	10^{-40}	végtelen

A négy alapvető kölcsönhatás és a fellépő erőhatások

Erős magerő és gyenge magerő

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A jelenleg ismert több mint 2000 atommag két nagy csoportra osztható: a stabil atommagok és instabil, radioaktív atommagok csoportjára. Stabilnak nevezzük azokat az atommagokat, amelyek nem bomlanak el, pontosabban, amelyek élettartama olyan hosszú, hogy jelenlegi eszközeinkkel nem tudjuk a bomlásukat kimutatni. A **stabil atommagok** esetén szükséges egy olyan erőnek lennie, amely összetartja őket. Ezt az erőt **erős kölcsönhatásnak** vagy **magerőnek** nevezzük. A magerő legyőzi a protonok elektrosztatikus taszító erejét és együtt tartja a protonokat és a neutronokat, kivéve az **instabil atommagokat (radioaktív atommagokat)**. Hatótávolsága nem haladja meg a 3-4 fm-t (1 fm = 10^{-15} m).

Az atommagban a protonokat és neutronokat az erős magerő tartja össze. Az erős magerő nem játszik szerepet abban, hogy az atommagban a β^--bomlás során a neutron protonokká váljon, vagy a β^+-bomlás során a proton neutronná alakuljon át. Ezek az átalakulások az elektromágneses erőnek sem tudhatók be, mivel a neutron semleges részecske. Az atommagban más kölcsönhatásnak kell fellépnie, amely ezeket a változásokat okozza. Gyengébbnek kell lennie az erős magerőnél, mert akkor a stabil atommagokban is fellépne, ezért **gyenge kölcsönhatásnak** vagy **gyenge magerőnek** nevezzük. Ha egy kölcsönhatásban egy atommag β-részecskét bocsát ki, akkor minden esetben neutrínó- vagy antineutrínó-kibocsátás is történik.

A részecskefizikai elméletek szerint a W^+, W^- *és* Z^0-bozonok (gyenge bozonok) a gyenge magerő közvetítő részecskéi. A W^+- és a W^- bozonok nagyon rövid felezési idejűek, pozitív vagy negatív töltésűek, és egymás antirészecskéi. A Z^0-bozon elektromosan semleges, és saját maga antirészecskéje. Ők az elemi részecskék nehéz részecskéi, tömegük meghaladja a proton 80-szorosát.

Mitől elemi részek az elemi részek?

Fontos kérdés, hogy ezek a részecskék elemi részecskék-e.

Elemi részecskék azok a részecskék lehetnek, amelyeknek nincs felépítése, és ezért nem oszthatók fel kisebb részekre. A részecskegyorsítókban az elemi részecskék keresésekor számtalan nem elemi részecske is keletkezik. Ezekben az a közös, hogy mindannyian kvarkokból állnak. A kvarkok elemi részecskék ugyanúgy, mint az elektronok és a neutrínók.

A CERN-ben folyó részecskefizikai kutatások nagyban hozzájárultak a részecskefizika modelljének a felállításához, amit **Standard Modellnek** neveznek.

A modell alapvető részecskéi közé tartoznak az ún. *anyagi részecskék*. Ezek a kvarkok és a leptonok. A másik típusú részecskék a *közvetítő részecskék*. Ezeket bozonoknak

ALKALMAZÁSOK

Részecskegyorsítók – az elemi részek keresése

A részecskegyorsítókban, például ilyen a CERN (Genf, Svájc), a FERMILAB (Stanford, USA) a protonokat óriási sebességre gyorsítják, majd egy céltárgynak ütköztetve apró darabokra törik. A protonok mozgási energiájának egy része az ütközéskor tömeggé alakul, elemi részecskék sokasága jön létre.

Az elemi részecskék keresése nagy energiájú gyorsítóberendezésekkel lehetséges.



LHC egy föld alatti részlete a svájci CERN-ben

Egyik ilyen berendezés a 3 km hosszúságú kaliforniai **Stanford Lineáris Gyorsító** (Stanford Linear Accelerator). A gyorsító 50 GeV energiára gyorsítja fel az elektronokat. Az elektronokat egy céltárgyba ütköztetik, ahol rengeteg részecske-antirészecske pár keletkezik.

A világ legnagyobb részecskefizikai kutatólaboratóriuma a **CERN** (European Laboratory for Particle Physics, azaz Európai Részecskefizikai Laboratórium), amely Genf (Svájc) mellett épült fel. Itt működik a *Nagy Hadron Ütköztető* (LHC – Large Hadron Collider), amellyel az elektromosan töltött részecskéket több mint 7000 GeV energiára gyorsítják fel. Ez egy 28 km kerületű gyűrű, amely a talaj alatti alagútban 100 m mélyen van kialakítva. Számos ország fizikusai kísérleti programokat hajtanak végre benne, hogy minél többet tudjanak meg az anyag és a sugárzás alapvető természetéről.

nevezik. A harmadik típusú részecske a *Higgs-bozon*, melyből a Standard Modellben egy van.

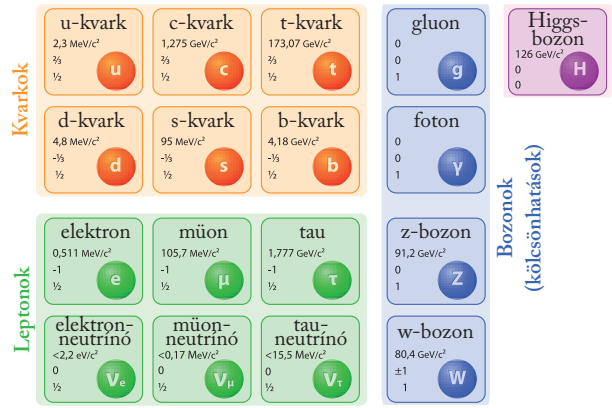
A felállított elmélet helyességét a részecskegyorsítókban később végzett kísérletekkel igazolták, így a W- és Z-bozonok, a gluonok, a top- és a charm-kvarkok, és legutoljára 2012-ben a Higgs-bozon létezését is. A részecskefizikai kutatások a sötét anyag és a sötét energia mibenlétére és tulajdonságaira is magyarázatot adhatnak.

Hadronok és leptonok

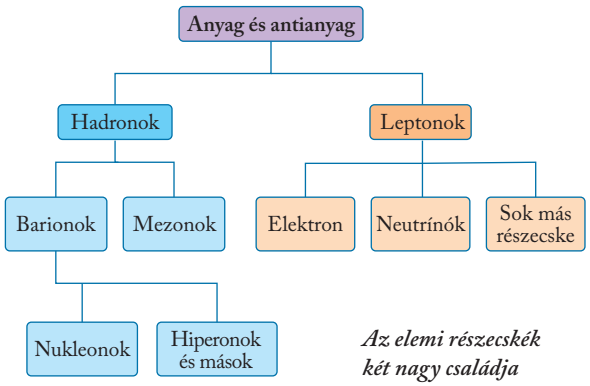
Az anyagnak és az antianyagnak két nagy családja létezik, ezek a hadronok és a leptonok. A **hadronok** és a **leptonok** az elemi részecskék két nagy családja.

– **Hadronoknak nevezzük azokat a részecskéket, amelyek erős kölcsönhatásban vesznek részt.** Ilyenek például a protonok, a neutronok és a mezonok, valamint ezeknek az antirészecskéi. A hadronok, ha ionizált állapotban vannak (vagyis töltött részecskék), akkor részt vesznek az elektromágneses kölcsönhatásban. A hadronok β-bomlással a gyenge magerő hatására bomlanak.

– **Leptonoknak nevezzük azokat a részecskéket, amelyek a gyenge kölcsönhatásban vesznek részt.** Az erős kölcsönhatásban nem vesznek részt. Ilyenek az elektronok, a müonok, a neutrínók és azok antirészecskéi. Az ionizált leptonok (vagyis a töltött részecskék) szintén – a hadronokhoz hasonlóan – részt vesznek az elektromágneses kölcsönhatásban.



Az elemi részecskék Standard Modellje



Az elemi részecskék két nagy családja

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen tulajdonságokkal rendelkeznek az antirészecskék? Nevezzen meg antirészecskepárokat!
2. Mi a párkeltés és a szétsugárzás? Írja fel a reakcióegyenletet!
3. Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a neutrínó?
4. Mi a különbség a stabil és az instabil izotópok között?
5. Mit nevezünk hadronoknak és leptonoknak? Milyen tulajdonságokkal rendelkeznek?

8. Az anyag építőkövei: a kvarkok

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az előző témában megismert hadronok kvarkokból állnak. Ebben a témában a kvarkokkal fogunk megismerkedni. A kvark szót Murray Gell-Mann amerikai fizikus találta ki, aki az 1960-as években először feltételezte létezésüket.

Hadronok kvarkokból épülnek fel

A bennünket körülvevő anyagok hadronokból és leptonokból állnak.

A hadronok felépítését úgy érthetjük meg, ha feltételezzük, hogy kisebb elemi részecskékből, **kvarkokból** és **antikvarkokból** állnak. A részecskefizikát összefogó elmélet (ld. előző leckében: Standard Modell) hat különböző kvarkot és hozzájuk tartozó hat antikvarkot tartalmaz. A kvarkok jelölése u, d, c, s, t és b. *A hat típust együttesen* **kvarkízeknek** *nevezzük.* Ezeknek a kvarkoknak a tulajdonságait a lenti táblázat tartalmazza.

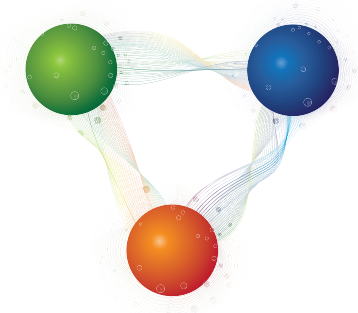
Kvarkok főbb tulajdonságai:

- Minden kvarknak van egy antikvark párja. Ezek jelölése: például az *u* kvark antikvarkja $\overline{u}$.
- Minden kvark Q töltéssel rendelkezik, amely az elemi töltés töredéke.
- A kvarkokból és antikvarkokból barionok és mezonok egyszerű szabályok alapján jöhetnek létre.
- A **mezon** egy kvarkból és egy antikvarkból áll (pl. a π^- mezon $\overline{u}\,d$ kvarkokból áll).
- Minden **barion** három kvarkból áll (pl. kettő *u* kvarkból és egy *d* kvarkból: *uud*).
- Az **antibarionok** három antikvarkból állnak (pl. az antiproton: $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{d}$).

Kvarkbezárás

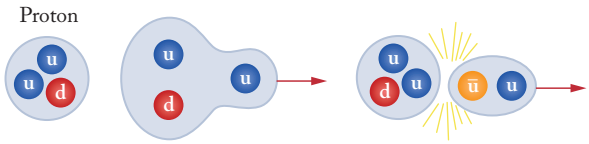
A kvarkokat a protonokban és a neutronokban az erős magerővel **gluonok** kapcsolják össze.

Tudjuk, hogy a magerő vonzó tulajdonsággal bír. A gluonok között fellépő magerő elérheti a kvarkokban lévő energia nagyságát is.



A gluonok a kvarkokat ragasztószerűen kapcsolják össze a hadronokban

Ha elegendően nagy energiával megpróbálunk egy kvarkot egy protonból vagy neutronból kiszakítani, akkor azt tapasztaljuk, hogy szétszakadás helyett egy újabb mezon jön létre. Ez azt jelenti, hogy szabad kvark nem jöhet létre. Ezt **kvarkbezárásnak** nevezzük.



Kvarkbezárás – egy u kvark kiszakítása helyett csak egy u és $\overline{u}$ kvark jön létre

Kvarkok				Antikvarkok			
magyar neve	angol neve	jelölése	elektron töltésének része	magyar neve	angol neve	jelölése	elektron töltésének része
fel	up	u	2/3	anti-fel	anti-up	$\overline{u}$	–2/3
le	down	d	–1/3	anti-le	anti-down	$\overline{d}$	1/3
bájos	charm	c	2/3	anti-bájos	anti-charm	$\overline{c}$	–2/3
furcsa	strange	s	–1/3	anti-furcsa	anti-strange	$\overline{s}$	1/3
felső	top	t	2/3	anti-felső	anti-top	$\overline{t}$	–2/3
alsó	bottom	b	–1/3	anti-alsó	anti-bottom	$\overline{b}$	1/3

Kvarkok és antikvarkok felépítése

Barionok és mezonok

A hadronok egy-egy családját alkotják a barionok és a mezonok.

A **barionok** (és bármely hadron) három kvark kombinációjából állnak. A protonok és a neutronok barionok, csakúgy, mint az antiprotonok, mert az $\bar{u}\ \bar{u}\ \bar{d}$ kombinációval rendelkeznek.

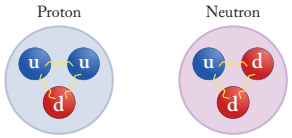
A **mezonok** kettő kvarkból, kvarkok és antikvarkok kombinációjából állnak. Az összes hadron felépíthető kvarkok kombinációjából.

Protonok és neutronok

Egy **proton** három kvarkból áll: fel (u), fel (u) és le (d), vagy jelöléssel: ***uud***. A proton töltése az egyes kvarkok töltéseinek az összege. Az elemi részecskékre is fennáll a töltésmegmaradás törvénye. Így a proton töltése:

$$Q_{\text{proton}} = (+2/3)\ e + (+2/3)\ e + (-1/3)\ e = +1\ e$$

A **neutron** szintén három kvarkból áll. Jelöléssel felírva: ***udd***. Megmutatható, hogy a neutronban a töltések összege nulla. Bármely hadron töltése meghatározható az előző fejezetben lévő táblázat alapján.



A protonok és neutronok három kvarkból állnak

KIDOLGOZOTT FELADAT

Hadron töltésének meghatározása

Egy ismeretlen hadront fedeztek fel a részecskegyorsítóban a tudósok. Megállapították, hogy *uds* kvarkokból áll. Határozzuk meg részecske töltését!

MEGOLDÁS

Keressük meg az egyes kvarkok töltését, és adjuk össze őket!

$Q = (+2/3) + (-1/3) + (-1/3) = 0.$

Ez a hadron nem rendelkezik töltéssel.



Protonok és neutronok töltését a bennük lévő kvarkok töltésének összege adja

Megmaradási törvények a részecskefizikában

A részecskefizikában számos olyan megmaradási törvény létezik, amelyeket az elemi részecskék tulajdonságainak megismerése közben fedeztek fel. A részecskefizika Standard Modellje szerint a megmaradási törvények a következők:

- *az elektromos töltés megmaradásának törvénye*, amely minden nukleáris reakcióban megmarad;
- *a bariontöltés megmaradásának törvénye*, amely szerint a nukleáris reakciókban a barionok száma mindig állandó. A barionok (nukleonok, hiperonok) barionszáma +1 (három kvarkból állnak), a mezoné 0 (két kvarkból áll: kvarkból és antikvarkból), míg az antibarionok barionszáma –1 (három antikvarkból állnak);
- *a leptontöltés megmaradásának törvénye*, amely szerint a nukleáris reakciókban a leptonok száma mindig állandó. Ennek lényege, hogy minden részecskefizikai folyamatban a lepton nevű elemi részecskék három nagy családjára külön-külön fennáll az a megmaradási törvény, hogy számuk állandó marad, ha az antirészecskék számát negatív előjellel számoljuk.

1952-ben Marx György akadémikus fedezte fel a leptontöltés megmaradásának elvét, a részecskefizika egyik megmaradási törvényét.

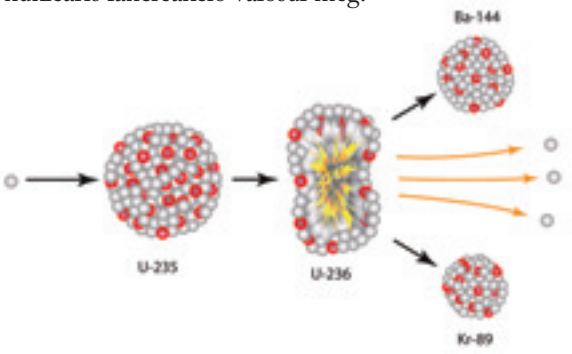
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miből állnak a bennünket körülvevő anyagok?
2. Mit nevezünk mezonnak és barionnak?
3. Mit nevezünk gluonnak?
4. Mi a kvarkbezárás?
5. Hogyan épülnek fel kvarkokból a protonok és neutronok?
6. Milyen részecskefizikai megmaradási törvényeket ismerünk?

Összefoglalás

Maghasadás

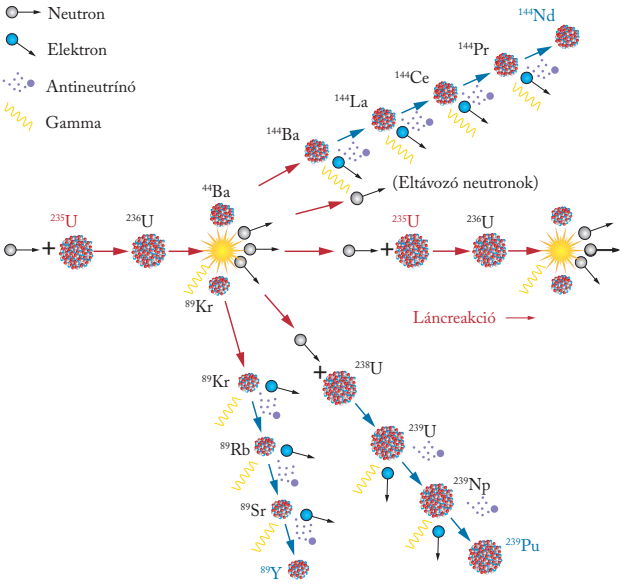
Az $^{235}_{92}U$ lassú neutronok befogásával kettő, közel egyenlő nagyságú közepes atommagra hasad. Gyors neutronok keletkeznek, és 200 MeV energia szabadul fel. Szabályozott nukleáris láncreakció valósul meg.



A hasadási termékek instabilak, nagy neutrontöbblettel rendelkeznek. Ettől β^--bomlással szabadulnak meg.

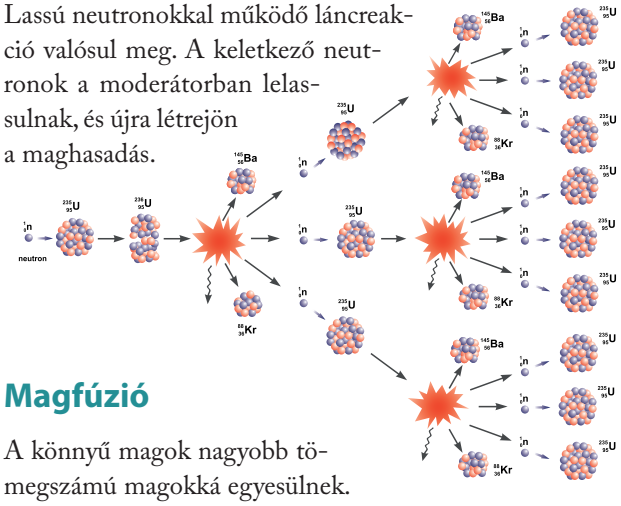
Nukleáris reaktorban keletkező hasadási termékek

A közepes magok β^--bomlással tovább bomlanak.



Láncreakció

Lassú neutronokkal működő láncreakció valósul meg. A keletkező neutronok a moderátorban lelassulnak, és újra létrejön a maghasadás.



Magfúzió

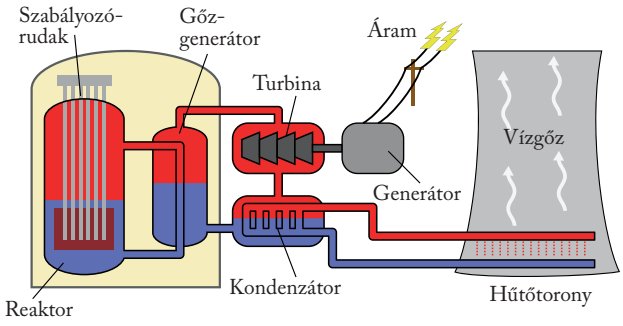
A könnyű magok nagyobb tömegszámú magokká egyesülnek.

A fúziós reaktorban deutérium (^2_1H) és trícium (^3_1H) egyesülésével valósul meg a magfúzió.

A Nap energiatermelése háromlépcsős.

Atomerőmű

Az atomerőmű primer és szekunder körből áll. A primer kör fő egységei: atomreaktor és hőcserélő. A szekunder kör fő egységei: turbina és generátor.



Izotópgyártás atomreaktorral

Atomreaktorokban történik a radioaktív izotópok előállítása (pl. tenyésztőreaktorokban). Célja: elsősorban orvosi alkalmazások.

Atombombák

Szabályozatlan nukleáris láncreakció jön létre.

Egyfázisú bomba: uránbomba (összerobbantással kritikus tömeget hoznak létre).

Kétfázisú bomba: plutóniumbomba, melyben a robbanás pillanatában igen nagy nyomás (implózió) szükséges a magfúzió beindulásához.

Ionizáló sugárzások

Sugárvédelmi fogalmak

– *Elnyelt dózis* a besugárzott egységnyi tömegben elnyelt energiát jelenti. $D = \frac{\Delta E}{\Delta m}$.
– *Egyenértékdózis* az élő szervezetekre kifejtett károsító hatás (W_R) és az elnyelt dózis szorzata. $H = W_R \cdot D$.
– A *dózisteljesítmény* az egységnyi idő alatt kapott egyenértékdózist adja meg. Képlete: $D = \frac{\Delta H}{\Delta t}$. A háttérsugárzás mérésére is használjuk.

Természetes háttérsugárzás

Radioaktív sugárzás megtalálható a levegőben, a vízben, a talajban, az élettelen és élő anyagokban. A természetes háttérsugárzás nagy része földi eredetű, amely a kőzetekben található (^{238}U, ^{222}Rn), radioaktív elemek bomlási soraiból és a ^{40}K-izotópból származik.

A kisebbik része kozmikus eredetű: a kozmikus sugárzásból és annak hatására keletkező radioaktív izotópokból (^{3}T, ^{14}C, ^{22}Na) származik.

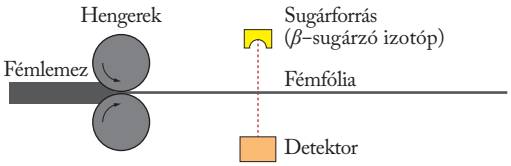
Radioaktív sugárzások ipari és tudományos alkalmazásai

Ipari alkalmazások

α-, β- és γ-sugárzást egyaránt az iparban használnak, mely során a radioaktív sugárzás valamely tulajdonságára építenek.

Az α-sugárforrást füst és tűz jelzésére alkalmas eszközök működtetésére használták.

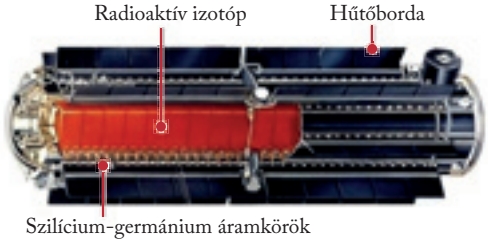
Vékony fóliák gyártásakor a vastagság ellenőrzésére β^--sugárzást használnak.



A γ-sugárzást élelmiszeriparban sterilizálásra és a mezőgazdaság a pusztító rovartámadások ellen használják.

Tudományos alkalmazások

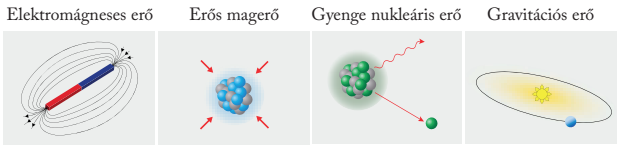
A radioizotópos termoelektromos generátor a radioaktív izotópok természetes bomlásából származó hőt hasznosítja. A Naptól távolra küldött űrszondák használják.



Elemi részecskék és kölcsönhatások

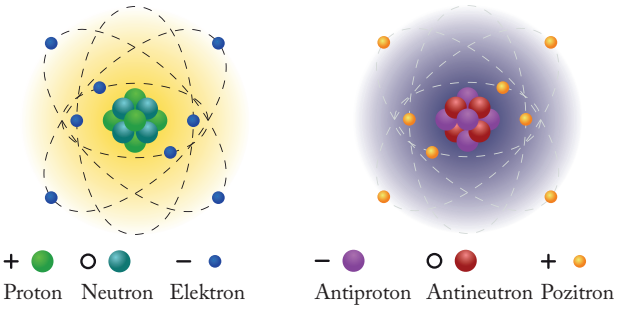
Négy alapvető kölcsönhatás

Négy alapvető kölcsönhatás: elektromágneses, gravitációs, erős és gyenge kölcsönhatás.



Antianyag

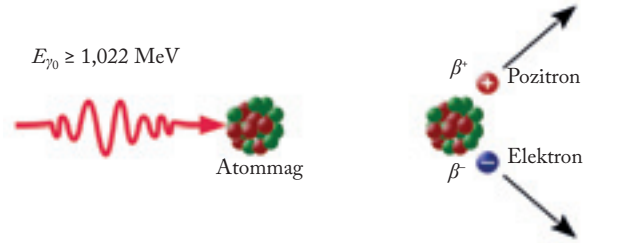
Minden részecskének van antirészecskéje, amivel tömege azonos, töltése ellentétes.



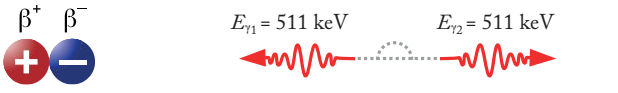
Anyag és antianyag

Párkeltés, szétsugárzás

Párkeltés során részecske-antirészecske pár keletkezik.



Szétsugárzás során részecske-antirészecske találkozásakor két gamma-foton keletkezik.



Standard Modell

A CERN-ben (Európai Részecskefizikai Laboratórium) folyó részecskefizikai kutatások nagyban hozzájárultak a részecskefizika modelljének a felállításához, amit **Standard Modellnek** neveznek.

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Miért veszélyes az elő szervezetekre a levegőben felhalmozódó radon?

A) A radon α-sugárzó, így élő szervezettel érintkezve azonnal kifejti roncsoló hatását.

B) A radon sugárzó anyag, megfelelő védelemmel kell ellátni tárolásakor.

C) A radon α-sugárzó, így belélegezve a tüdőben nagymértékű roncsolást tud végezni.

D) A radon α-sugárzó, így kis hatótávolsága miatt nem jelent nagy veszélyt az élő szervezetre.

2. Melyik állítás IGAZ a nehézmagok α-bomlására?

A) A protonok aránya az összes nukleonhoz képest növekszik.

B) A protonok aránya a nukleonokhoz képest állandó marad.

C) A protonok aránya csökken.

D) A protonok aránya a bomlástól függően növekedhet és csökkenhet is.

3. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2011)
Melyik anyag felelős egy atomreaktorban a neutronok lassításáért?

A) A moderátor.

B) A hűtőközeg.

C) A fűtőanyag.

D) Az üzemanyag.

4. Egy atomreaktorból kilépő sugárzással szeretnénk ${}_1^1\mathrm{H}$-atommagból ${}_1^2\mathrm{H}$-izotópot előállítani. Melyik sugárzást kell ehhez felhasználnunk?

A) A β-sugárzást.

B) Az α-sugárzást.

C) A γ-sugárzást.

D) A neutronsugárzást.

5. A deutérium- és a tríciumatommag reakciójának egyenlete a következő:

${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^3\mathrm{H} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + {}_Z^A\mathrm{X}$

Az alábbiak közül melyik a HAMIS állítás?

A) A deutérium-atommag egy neutront és egy protont tartalmaz.

B) A héliumatommagot másképpen α-részecskének nevezik.

C) A reakcióegyenletben az ${}_Z^A\mathrm{X}$ jel neutront jelöl.

D) A tríciumatommag egy neutront tartalmaz.

6. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2009)
Egy termonukleáris fúziós erőműben a tervek szerint a következő reakció termelne energiát:
${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^3\mathrm{H} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + n + 17{,}5\ \mathrm{MeV}$
Mit állíthatunk a magreakcióban részt vevő anyagok együttes tömegéről?

A) A reakcióban részt vevő ${}_1^2\mathrm{H}$ és ${}_1^3\mathrm{H}$ tömege együttesen kisebb, mint a reakcióban keletkező ${}_2^4\mathrm{He}$ és n tömege.

B) A reakcióban részt vevő ${}_1^2\mathrm{H}$ és ${}_1^3\mathrm{H}$ tömege együttesen pontosan annyi, mint a reakcióban keletkező ${}_2^4\mathrm{He}$ és n tömege.

C) A reakcióban részt vevő ${}_1^2\mathrm{H}$ és ${}_1^3\mathrm{H}$ tömege együttesen nagyobb, mint a reakcióban keletkező ${}_2^4\mathrm{He}$ és n tömege.

7. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2019)
Egy radioaktív minta mellett 7700 beütést számlál percenként a Geiger–Müller-számláló. Tudjuk, hogy a minta felezési ideje 31 perc. Körülbelül mennyi idő múlva csökken le a minta aktivitása a háttérsugárzás 30 beütés/perces szintjére?

A) Körülbelül 1 nap múlva.

B) Körülbelül 12 óra múlva.

C) Körülbelül 4 óra múlva.

D) Körülbelül 1,5 óra múlva.

8. A külföldön termesztett friss epret a hosszabb szállítási utak előtt besugározzák, mielőtt az eladási országba szállítják. A besugárzás közben az epren lévő baktériumokat megöli a sugárzás (gamma-sugárzás). Az X, Y és Z állítások közül melyik a helyes?

X A besugárzott eper nem válik radioaktívvá.

Y A radioaktív atomokat tartalmazó részecskék telepednek le az eperre.

Z Az eper a besugárzást követően néhány napig nem fogyasztható.

A) X

B) Y

C) Z

9. A Fukushima mellett működő atomerőmű balesetekor (2011-ben) a levegőbe főként az alábbi izotópok kerültek:

Radioaktív izotóp neve	Felezési idő	Radioaktív jódbomlás típusa
jód (I-131)	8 nap	β-sugárzás és γ-sugárzás
cézium (Cs-134)	2 év	β-sugárzás
cézium (Cs-137)	30 év	β-sugárzás

A talajmintát a jód-131-izotóp szennyezi. Egy egységnyi földben 10 000 db részecskét találtak. Számítsa ki, hogy mennyi idő múlva lesz az egységnyi földben 2500 db jód-131-részecske!

A) 8 nap.
B) 16 nap.
C) 24 nap.
D) 32 nap.

10. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2010)
Melyik állítás IGAZ a neutrínóra?

A) A neutrínó semleges részecske, könnyebb atommagokban a neutront helyettesítheti.
B) A neutrínó anyaggal való kicsi kölcsönhatási képessége miatt nehezen megfigyelhető részecske, tömege az elektronénál sokkal kisebb.
C) A neutrínó a neutron antirészecskéje.
D) A feltételezések szerint a „Nagy Bumm" idején a világot kitöltő részecske, mely azóta elbomlott, és ütközésekben sem találtak még meg.

11. (Emelt szintű érettségi tesztkérdés, 2016)
Az alábbi állítások a neutrínókra vonatkoznak. Melyik a HELYES?

A) A neutrínó a maghasadásokban keletkező, legerősebben ionizálni képes részecske.
B) A neutrínót még nem sikerült kísérletileg kimutatni.
C) A neutrínónak nincsen elektromos töltése.
D) A neutrínó tömege az elektron tömegénél kisebb, töltése azonos.

12. Mit nevezünk mesterséges radioaktív izotópnak?

A) Azt az izotópot, amelyik a természetben nem bomlik, csak emberi behatásra jön létre radioaktív bomlás.
B) Azt a radioaktív izotópot, amelyik a természetben nem található meg, de mesterségesen előállítható.
C) Azt a radioaktív izotópot, amelyik nem a természetes radioaktív bomlások valamelyikével bomlik el.
D) Azt az izotópot, amelyik a természetes radioaktív bomlások során is és külső behatásra is bomlik.

13. Egy laboratóriumban két radioaktív anyaggal dolgoznak. Az egyik tömege 100 mg, felezési ideje 40 év, a másik tömege 200 mg, felezési ideje 30 év. Mennyi idő múlva lesz a két minta tömege egyenlő?

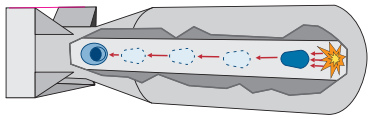
A) 70 év múlva.
B) 120 év múlva.
C) 160 év múlva.
D) 200 év múlva.

14. Az élő szervezetben lévő szén minden egyes grammjában percenként 16 β-bomlás játszódik le a radioaktív $^{14}_{6}C$-izotóp bomlásának következtében. Egy régészeti lelet laboratóriumi vizsgálatakor azt tapasztalták, hogy a lelet egy grammjában 120 s alatt történik egy β-bomlás. Milyen idős lehet a lelet, ha a $^{14}_{6}C$-izotóp felezési ideje 5700 év?

A) 22 800 év.
B) 28 500 év.
C) 45 600 év.
D) 51 300 év.

FELADATOK

1. A képen a „Little Boy" kódnevű, Hirosimára ledobott urántartalmú atombomba sematikus rajzát látjuk.



Számítsuk ki a Hirosimára ledobott bomba „hatásfokát", azaz vessük egybe a ténylegesen felszabaduló energia mennyiségét az ^{235}U hasadásakor elméletileg felszabaduló összes energiával! A bomba ledobásakor felszabaduló összes energia kb. $6 \cdot 10^{13}$ J volt, és tudjuk, hogy 64 kg ^{235}U volt benne. Egy mag hasadásakor $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ J energia szabadul fel.

2. Egy kritikus állapotban lévő reaktorban $4{,}5 \cdot 10^{19}$ db ^{235}U maghasadás történik másodpercenként. A hasadáskor keletkezett átlagos neutronszám 2,5. Bomlásonként $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ J hő termelődik.

a) Mennyi a reaktor teljesítménye?
b) Hány neutront fognak be másodpercenként a szabályozórudak, ha a neutronok 48%-a elnyelődik hasadás nélkül, 10%-a pedig megszökik?
c) Mennyi hűtővizet kell másodpercenként keresztüláramoltatni a rendszeren, ha a primer köri víz hőmérsékletének emelkedése 28 °C?

3. A Nap belsejében másodpercenként mekkora tömegű hidrogén alakul át héliummá? A Nap teljesítménye $3{,}86 \cdot 10^{26}$ W. Tekintsük úgy, hogy az összes energia a proton-proton (p-p) ciklusból származik. Egy p-p ciklus 4,27 pJ energiát termel.

4. Számítsa ki azt az energiát, ami akkor keletkezik, ha egy lassú neutron ^{235}U-atommaggal ütközve ^{94}Zr- és ^{139}Te-atommagokra és néhány neutronra hasad szét!

5. Ha a nitrogén atommagot ($^{14}_{7}N$) neutronokkal bombázzuk, akkor egy gyors neutron kilökhet egy protont a magból úgy, hogy a neutron a proton helyére lép. Milyen atommagot kapunk ekkor? Írjuk fel a reakcióegyenletét! Hol van ennek az izotópnak jelentősége, milyen sugárterhelést okoz ez?

6. A ${}_1^2\mathrm{H} + {}_3^7\mathrm{Li} \Rightarrow 2\ {}_2^4\mathrm{He} + {}_0^1n$ folyamat során egy nagyon nagy energiájú neutron keletkezik. A He-részecskéknek szinte elhanyagolható az energiája. Ezt a folyamatot is létrehozták már a termonukleáris bombák egyik típusában, a neutronbombában. Mi lehet a jellemző ennek a bombának a pusztító hatására?

7. Melyik természetes eredetű radionuklidok a meghatározók a természetes háttérsugárzás mérésekor a gamma-dózisteljesítmény szempontjából?

8. Miért a ^{226}Ra a meghatározó az ^{238}U sorban a gamma-dózisteljesítmény szempontjából?

9. Miért kell 30 napig lezárni a mintát a gamma-spektrometriai mérés előtt?

10. A ^{60}Co aktivitása egy év alatt kb. 12%-kal csökken. Mennyi ez alapján a felezési ideje?

11. A hidrogénmagok fúziója a legtöbb csillag energiaforrása. Egy tipikus reakció a deutériummagok fúziója.
${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^2\mathrm{H} \rightarrow {}_2^3\mathrm{He} + {}_0^1n$
Ehhez a fúzióhoz a deutériummagoknak nagyon közel kell lenniük egymáshoz, hogy az erős magerő a fúziót létrehozza. Ez általában nagyon magas, 10^9 K hőmérsékleten jön létre.
Számítsa ki, hogy mennyi energia szabadul fel a magfúzió során!
A deutériummag (${}_1^2\mathrm{H}$) tömege $3{,}343 \cdot 10^{-27}$ kg, a tríciummag tömege (${}_2^3\mathrm{He}$) $5{,}006 \cdot 10^{-27}$ kg, a neutroné (n) $1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg.

12. Egy maghasadási reakcióban az ^{235}U-atommag egy neutron befogása után ${}_{56}^{141}\mathrm{Ba}$- és ${}_{36}^{92}\mathrm{Kr}$-atommagra hasad. A reakció
${}_{92}^{235}\mathrm{U} + {}_0^1n \rightarrow {}_{56}^{141}\mathrm{Ba} + {}_{36}^{92}\mathrm{Kr} + 3\ {}_0^1n$
Ezeknek az atommagoknak a kötési energiája:
${}_{92}^{235}\mathrm{U}$: 7,6 MeV, ${}_{56}^{141}\mathrm{Ba}$: 8,3 MeV, ${}_{36}^{92}\mathrm{Kr}$: 8,7 MeV.
a) Számítsuk ki a maghasadásban felszabaduló kötési energiát!
b) Számítsuk ki a 0,1 kg ${}_{92}^{235}\mathrm{U}$ maghasadásakor felszabaduló energiát! Tegyük fel, hogy minden maghasadáskor ugyanannyi energia szabadul fel, mint az a) esetben!

13. (Emelt szintű érettségi feladat, 2013)
Egy atomerőműből származó hulladékban kétféle radioaktív izotóp található. Az egyik izotóp felezési ideje két hónap, a másik izotópé pedig négy hónap. A hulladék aktivitása négy hónap alatt 3/8 részére csökkent.
a) Mennyi volt a két izotóp aktivitásának aránya az eredeti hulladékban?
b) Mennyi lesz a hulladék aktivitása a kezdő értékhez viszonyítva újabb 4 hónap múlva?
c) Melyik izotóp atommagjaiból volt kezdetben több a hulladékban?

14. (Emelt szintű érettségi feladat, 2011)
A Naprendszer és a világűr Naptól távoli régióiba küldött űrszondákban általában egy radioaktív izotóppal működtetett tápegység szolgáltatja az energiát. A Voyager–1-et szintén ilyen tápegységgel szerelték fel. Tegyük fel, hogy egy ilyen, 2012-ben indítandó űrszondában egy ${}_{94}^{238}\mathrm{Pu}$-izotóppal töltött kapszulát használnak áramtermelésre. Ez az izotóp 5,6 MeV energiájú alfa-részecskéket bocsát ki, az energiát a tápegység 8%-os hatásfokkal alakítja át elektromos energiává. A ${}_{94}^{238}\mathrm{Pu}$-izotóp felezési ideje 88 év.
a) Az űrszonda 2012-es indításakor a tápegység elektromos teljesítménye 470 W. Hány ${}_{94}^{238}\mathrm{Pu}$-atommag bomlik el akkor másodpercenként a kapszulában?
b) Az űrszonda teljes elektromos teljesítményigénye 235 W, ha minden rendszer egyidejűleg működik (tudományos műszerek, vezérlőrendszerek, kommunikációs rendszerek). Mikor csökken le a tápegység teljesítménye annyira, hogy már nem működhet egyszerre valamennyi rendszer? (Tegyük fel, hogy a tápegység teljesítményének csökkenése kizárólag a radioaktív izotóp fogyásának tulajdonítható!)
c) Várhatóan legkésőbb 2188-ban a tápegység teljesítménye annyira lecsökken, hogy nem tudja ellátni külön a szonda kommunikációs rendszerét sem – ekkor megszakad a kapcsolat az űrszondával. Mekkora külön a szonda kommunikációs rendszerének a teljesítménye?

15. (Emelt szintű érettségi feladat, 2015)
Egy ${}_{92}^{235}\mathrm{U}$ (urán-) atommag egy termikus neutronnal találkozik, és a reakció során ${}_{38}^{94}\mathrm{Sr}$ (stroncium-) és ${}_{54}^{140}\mathrm{Xe}$ (xenon-) atommagokra, valamint neutronokra hasad szét.
a) Írja fel a folyamatot, figyeljen a rendszámok és tömegszámok megadására is!
b) Mekkora energia szabadul fel egy ilyen hasadás során? (Az urán és a maghasadást kiváltó termikus neutron mozgási energiája elhanyagolhatóan kicsi.)
c) Hány gramm uránnak kell ilyen módon elhasadnia, hogy 1 MJ energia szabaduljon fel?
(m_{Xe} = 139,922 u, m_{Sr} = 93,915 u, m_{U} = 235,044 u, m_{n} = 1,009 u, ahol u az atomi tömegegységet jelenti, 1 u = $1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg, c = 2,998 108 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.)

16. A foszfor ${}_{15}^{33}\mathrm{P}$ izotópja β^--sugárzást bocsát ki, a felezési ideje 25,4 nap.
a) Írjuk fel a β^--bomlás reakcióegyenletét!

b) Határozzuk meg a bomlási állandót!

c) A foszforminta $1{,}6 \cdot 10^{15}$ db atomot tartalmaz. Mennyi idő telik el, míg a ${}^{33}_{15}\mathrm{P}$ mennyisége $7 \cdot 10^{13}$ db atomra csökken?

17. A természetes urán 99,3%-ban tartalmaz ^{238}U-izotópot és 0,7%-ban ^{235}U-izotópot. Mindkét izotóp α-bomló. A nehezebb izotóp felezési ideje 4,5 milliárd év, a könnyebbé 710 millió év.

a) Mennyi lehetett az izotópok százalékos megoszlása 2 milliárd évvel ezelőtt?

b) Mekkora a természetes uránban a két izotóp aktivitásának százalékos megoszlása?

18. (Emelt szintű érettségi feladat, 2017)
Az ^{235}U- és ^{238}U-izotópok egy körülbelül 6 milliárd évvel ezelőtti szupernóva-robbanásban keletkeztek, majd a bolygókeletkezés során a Föld anyagába beépültek. Jelenleg a Földön található uránnak 99,28%-a ^{238}U-izotóp, és csak 0,72%-a ^{235}U-izotóp. Mindkét izotóp radioaktív, felezési idejük T_{235} = 704 millió év, illetve T_{238} = 4,47 milliárd év.

a) Hány százaléka maradt meg a Földön a 6 milliárd évvel ezelőtti szupernóva-robbanásban keletkezett ^{235}U-izotópnak és ^{238}U-izotópnak?

b) Körülbelül mennyi volt a két izotóp aránya a keletkezésükkor? Miért ennyire kicsi az ^{235}U részaránya ma?

19. (Emelt szintű érettségi feladat, 2010)
Egy magfizikai kísérletben egy neutron eltalálta egy héliumatom magját, és ennek hatására az deutériummá és tríciummá hasadt szét: ${}^{1}_{0}n + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$. Mekkora volt a neutron sebessége az ütközés előtt, ha a héliumatom az ütközés előtt állt, a reakcióban keletkező deutérium és trícium együttes mozgási energiája pedig $E_{DT} = 0{,}9 \cdot 10^{-12}$ J?
A neutron tömege $m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ kg, a héliumé $m_{He} = 6{,}6465 \cdot 10^{-27}$ kg, a tríciumé $m_T = 5{,}0083 \cdot 10^{-27}$ kg, a deutériumé pedig $m_D = 3{,}3436 \cdot 10^{-27}$ kg.
A neutron sebességét a mozgási energia klasszikus képlete alapján határozza meg! ($c = 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.)

ESSZÉKÉRDÉSEK

1. A radioaktív sugárzás élettani vonatkozásai

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2016)

„A lakosságot folytonosan éri természetes és mesterséges eredetű sugárzás. Az ionizáció kiváltására képes sugárzó anyagok jelen vannak a környezetünkben, mind az élettelen anyagokban, mind az élőlényekben, s így kivétel nélkül valamennyi emberben is."

a) Ismertesse a radioaktív sugárzás aktivitásának fogalmát, mértékegységét!

b) Mutassa be a földi háttérsugárzás eredetét, említsen meg néhány természetes és mesterséges összetevőt is!

c) Indokolja a sugárzás elleni védelem szükségességét, két gyakorlati példán mutassa be ennek lehetséges módját!

d) Miért vannak az űrhajósok és a mélyben dolgozó bányászok jelentős sugárterhelésnek kitéve?

e) Az emberi test esetében beszélhetünk külső és belső sugárforrásokról. Mit értünk ezek alatt? Nevezzen meg mindkettőre egy-egy példát!

f) Adja meg az elnyelt dózis, valamint a dózisegyenérték fogalmát és mértékegységét! Mi a különbség a két mennyiség között?

g) Írjon le két gyakorlati példát a radioaktív sugárzás orvosi alkalmazására!

h) Mutassa be a radioaktív sugárzás egy orvostudomány területén kívül eső alkalmazását is!

2. Az atomreaktor

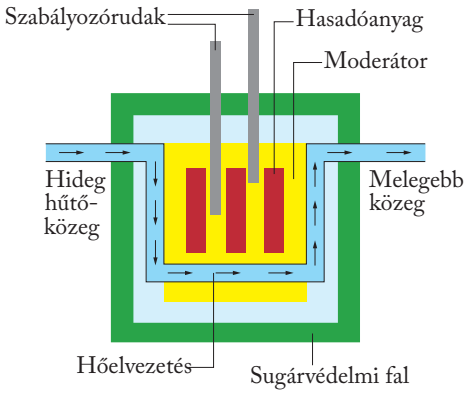
(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2011)

„A tudomány, a technológia – ezt világosan és erősen akarom mondani – nem old meg minden problémát. De tudomány és technológia nélkül semmiféle problémát nem lehet megoldani."
Teller Ede (1908–2003)

Az alábbi fogalmakat a Paksi Atomerőmű honlapján megtalálható nukleáris fogalomtárból vettük. Ezek felhasználásával ismertesse egy atomreaktor működésének alapelvét és az ábra segítségével ennek megvalósítását! (A fogalmak ábécérendben vannak, nem fontossági és nem logikai sorrendben!)

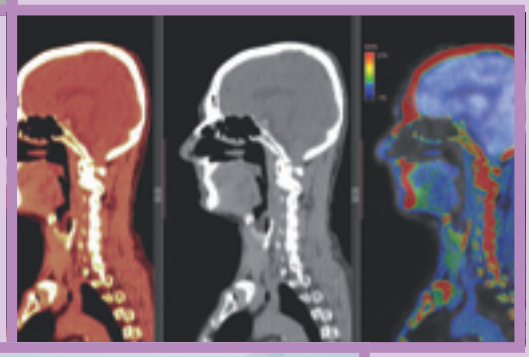
Ismertetéséből derüljön ki az adott fogalom jelentése és szerepe az atomerőmű működésében! Ha szükségesnek tartja, az ábrát további feliratokkal is elláthatja.

Dúsítás; Moderátor; Fűtőelemköteg; Önfenntartó nukleáris láncreakció; Hasadóanyag, hasadási termék; Primer és szekunder kör; Kritikus állapot; Radioaktív bomlás; Lassú neutron – gyors neutron; Sokszorozási tényező; Maghasadás, magenergia; Szabályozórudak



XIV. Fizika az orvoslásban







1. A röntgen- és gamma-sugárzás alkalmazásai

EMLÉKEZTETŐ

Ionizáló és nem ionizáló sugárzások

Ebben a fejezetben az életminőségünket jelentősen javító ionizáló és nem ionizáló sugárzások orvosi alkalmazásaival foglalkozunk.

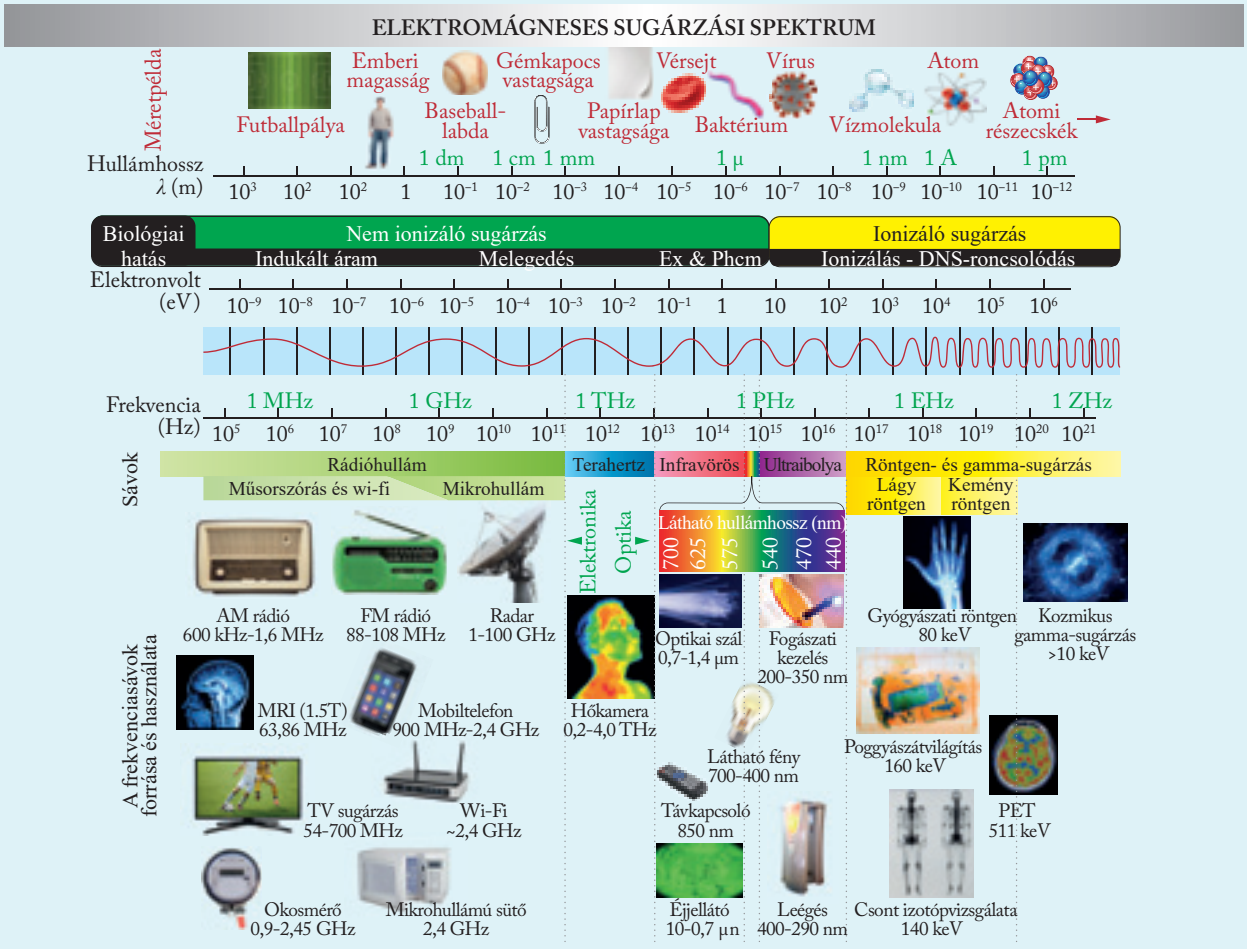
Az ionizáló sugárzások közé tartozik az ultraibolya sugárzás egy része, a röntgensugarak és γ-sugarak. Felhasználási területük az orvosi alkalmazásban röntgensugárzás esetében a **röntgendiagnosztika és terápia**, míg a γ-sugarak felhasználása új terápiás eljárásokat (**gammakés**) nyitott meg. A radioaktív izotópok is bocsátanak ki γ-sugarakat, amelyeket **az izotópdiagnosztika és a sugárterápia során alkalmazzuk**.

Megjegyezzük, hogy a korábban tanult α-, β- és γ-sugárzások az energiájuktól függően sorolhatók be az ionizáló sugárzások közé.

Az ionizáló sugárzások orvosi alkalmazásának két területe van. Az egyik a *betegségek felismerése (diagnosztika)*, míg a másik a *betegségek gyógyítása (terápia)*.

A nem ionizáló sugárzások az ultraibolya sugárzás tartományának egy része, a látható fény, az infravörös sugárzás, a mikrohullám- és a rádiófrekvenciás sugárzás (rádióhullámok). A nem ionizáló sugárzások az elektromágneses hullámoknak az a tartománya, amelyeknek alacsony frekvenciájuk miatt nincs elegendő energiájuk ($E = hf$) arra, hogy az élő anyagban ionizációt hozzanak létre.

Nem ionizáló sugárzást elektromos berendezések, melegítők és mobiltelefonok is kibocsátanak. A nem ionizáló sugárzás valamennyi típusa közül csak az ultraibolya sugárzásról állapították meg, hogy rákkeltő, például roncsolja az élő sejteket, bőrrákot okoz.



Ionizáló és nem ionizáló sugárzások az elektromágneses spektrumban

Komputertomográfia (CT)

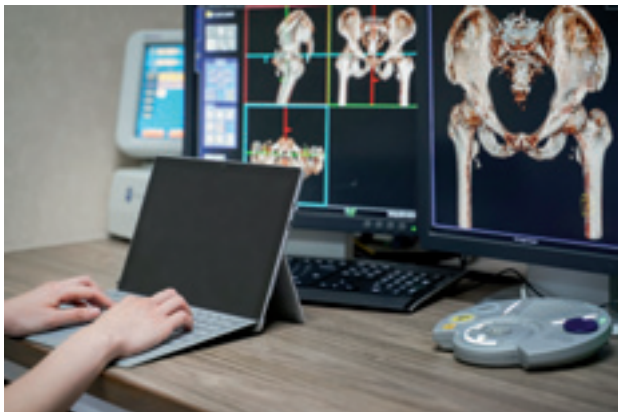
A röntgensugárzással már az előző témakörben megismerkedtünk. Most a röntgensugárzás egyik alkalmazását vizsgáljuk meg.

A **röntgenfelvétel** készítése azon alapszik, hogy a röntgensugárzás intenzitása különböző szervekben más-más módon nyelődik el. Az elnyelődés függ a szövetek összetételétől és vastagságától. A kapott eredmény egy kétdimenziós intenzitáslenyomat. Ez ugyan a maga korában forradalmasította az orvoslást, de sok esetben nem eléggé informatív. Egyrészt azonos elnyelődést produkálhat egy kevésbé elnyelő szövet vékonyabb szelete, másrészt a különböző szövetek lenyomatai a két dimenzióben egymásra rakódnak, és nem különülnek jól el. Ezért a komputertechnika fejlődésével felmerült az ötlet, hogy háromdimenziós térbeli felvételeket kellene készíteni. Ezt valósította meg a komputertomográf.

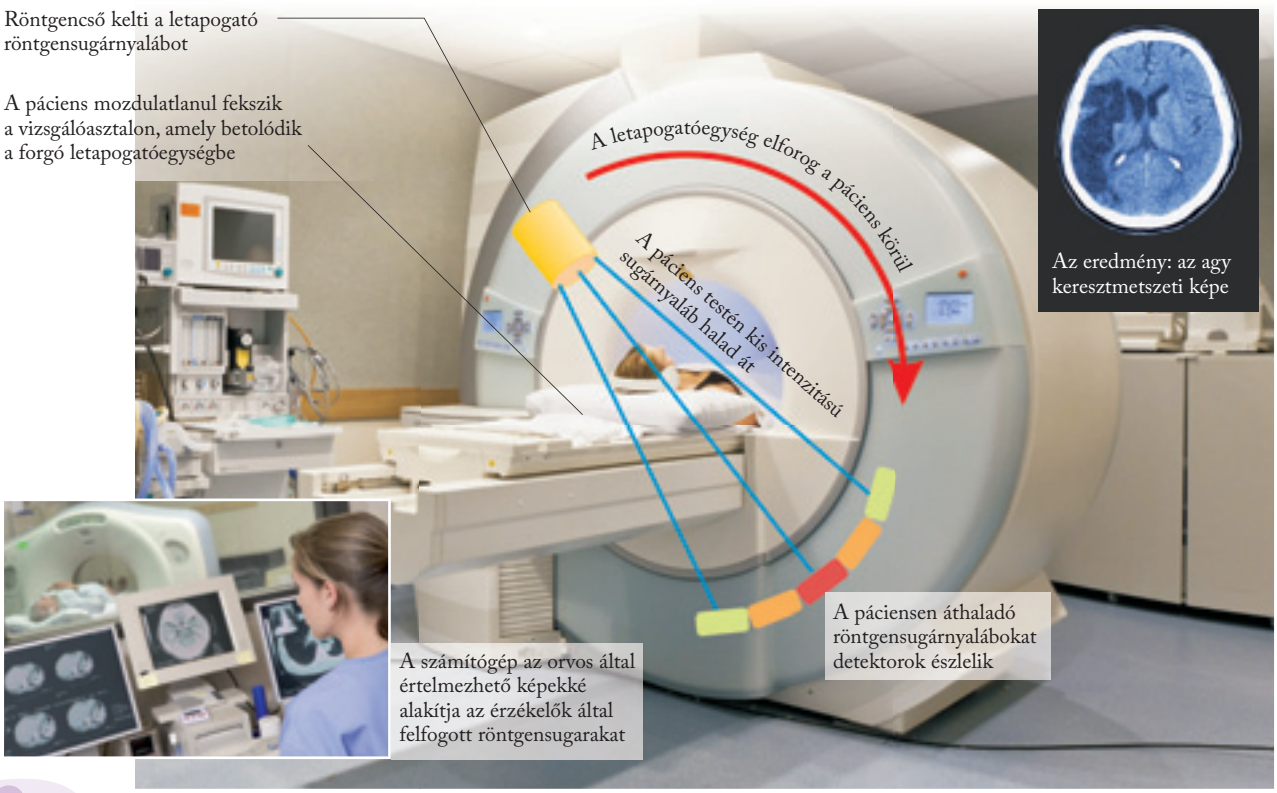
Az egyik legkorszerűbb röntgendiagnosztikai eszköz lett a **CT**, vagy teljes néven **komputertomográf,** amellyel **számítógépes rétegfelvételezési eljárással alkotunk háromdimenziós képet** a vizsgált területről. A komputertomográf (CT) működése a következő: a vizsgálat alatt a beteget egy asztalra fektetik, amely egy kerek nyíláson át becsúszik a nagy méretű, hengerszerű készülékbe. A hengerben az asztal körül körbefordulnak a röntgensugarakat kibocsátó, és vele szemben egy azokat felfogó egységek. A gép nagyon sok irányból megméri, hogy a vizsgált harántmetszet pontjaiban milyen mértékű a sugárelnyelődés. Egy ilyen szelet elkészülte után az asztal kicsit beljebb tolja a mozdulatlanul fekvő pácienst, akiről újabb felvételsorozat készül. A mai készülékek gyorsasága már lehetővé teszi azt, hogy az asztal folyamatos mozgásai mellett készülhessenek a felvételek. Előfordulhat, hogy a pontosabb diagnózis érdekében vénásan jódtartalmú kontrasztanyagot kell a betegnek kapnia.

Ezek után a készülékhez kapcsolt számítógép képet alkot a felvételekből. Az egyes pontokban kapott elnyelési értékekhez a számítógép egy-egy színt rendel, amit a képernyőjén megjelenít.

Egy komputertomográfos (CT-s) felvétel során jellemzően 15 mSv sugárdózist kap egy felnőtt, a gyerekek ennél többet. Összehasonlításképpen egy szokványos mellkasröntgen 0,02 mSv, míg egy fogröntgen 0,01 mSv sugárterhelést jelent, tehát jóval kevesebbet, mint amennyit a CT-s vizsgálattól kapunk.



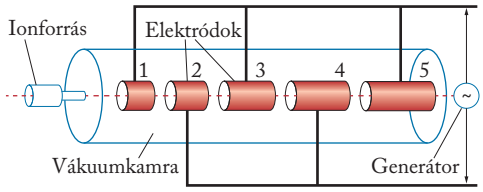
A radiológus csípőről készült CT-képet értelmez – számítógépes tomográfia térfogati leképezési technikával (VRT)



A röntgensugárzás terápiás használata

A terápiás célra használt röntgenkészülékek működési elve tulajdonképpen azonos a diagnosztikai célra alkalmazottakkal, csak az a különbség, hogy terápiás célra nagy energiájú röntgensugárzás szükséges. A nagy energiájú röntgenfotonok előállításához megavolt (10^6 V) nagyságú gyorsítófeszültség szükséges.

A kezelésekhez szükséges röntgenfotonok előállítását lineáris gyorsítókkal végzik. A módszer a részecskefizikusok által használt részecskegyorsító berendezésből, a **lineáris gyorsítóból** fejlődött ki.



Lineáris gyorsító (LINAC)

Az ionforrás által kibocsátott töltött részecske, ami legtöbbször proton, az ionforrást elhagyva az 1. számú elektród felé gyorsul. A hengeres elektród belsejében, az elektromos tér hiányában, a proton egyenletes sebességgel halad. Az 1. és 2. elektród közötti térben ismét gyorsító elektromos tér van, mert a részecskének az elektródon való áthaladása közben a váltakozó feszültségű generátor polaritást vált. A sikeres gyorsítás feltétele, hogy a generátor pólusváltásai szinkronban legyenek a részecskéknek az elektronok közötti térben való, illetve az elektródokon belüli mozgásával. A gyorsítócső mentén egyre hosszabb elektródokat alkalmaznak, így a gyorsuló mozgás és az állandó frekvencia szinkronja megteremthető.

Tehát a sugárterápiában alkalmazott röntgensugaras módszerben a berendezések által használt sugarakat lineáris elektrongyorsítóval állítják elő. A nagy energiájú elektronnyaláb segítségével, a röntgencsőhöz hasonlóan, a fékezési röntgensugárzás mechanizmusával röntgenfotonokat váltanak ki. Ezek a röntgenfotonok nagy energiával rendelkeznek, és a sugárterápiában képesek helyettesíteni a kobaltágyú (^{60}Co) γ-fotonjait.



Lineáris gyorsító állítja elő a nagy energiájú sugarat a daganatos betegeknél használt terápiás eljárásban

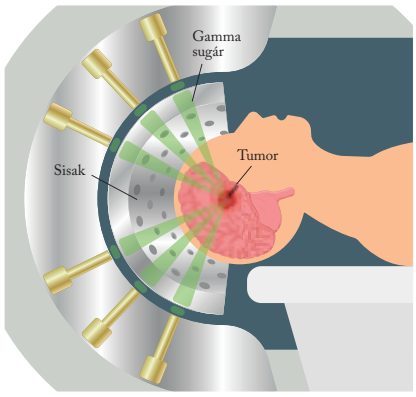
A gamma-kés

A **gamma-kés** egy speciális orvosi (sugársebészeti) berendezés, ami bizonyos típusú agydaganatok, koponyán belüli áttétek, érrendszeri elváltozások és egyéb idegrendszeri betegségek kezelésére szolgál.

Lényege, hogy a koponya felnyitása nélkül **külső radioaktív sugárforrásokkal** pusztítják el a kóros képleteket. A gamma-késes kezelés egy új kezelési alternatívát jelent a hagyományos koponyafeltárásos műtétekkel szemben.

Közel 200 db radioaktív izotópot egy félkörívre szerelnek fel, melyet számítógép-vezérléssel, három dimenzióban mozgatnak. A félkörív középpontjában lévő daganat így mindig kap sugarat, a daganatot övező egészséges szövetek azonban megóvhatók a túlzott sugárterheléstől. A kezelés lényege, hogy jól behatárolt, kis célterületre **3 dimenzióban egy alkalommal történő, nagy dózisú besugárzást irányítanak**. A kezelés 0,3 mm-nél nagyobb pontossággal végezhető el. A nagy sugárdózis hatására sejtelhalás kezdődik, az elhalt szövetek – a betegségtípustól függően különböző időt igénylően – felszívódnak vagy hegesednek, és inaktívvá válva nem jelentenek további veszélyt a páciens szervezetére. Ez az eljárás egynapos sebészeti beavatkozás keretében is elvégezhető.

A gamma-késsel végzett terápiás eljárás tehát egyetlen alkalommal történő, nagy dózisban végzett eljárás, mely a daganatos sejtek sejtpusztulását, majd szövetelhalását okozza. Az előző részben láttuk a röntgenterápiás eljárást, mely több dózisban, heteken át alkalmazott – a lakosság körében jobban is ismert –, a daganatok elpusztítására szolgáló sugárkezelés. Ez utóbbi a daganatos és egészséges sejtek közötti sugárérzékenység különbségét használja ki.



A gamma-kés igen nagy pontosságú, nagy dózisú sugárterápiás eljárás

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mely sugárzásokat nevezzük ionizáló sugárzásnak?
2. Min alapul a röntgenfelvételek készítése a komputertomográfnál?
3. Hogyan állítják elő terápiás célra a röntgensugarakat?
4. Ismertesse a röntgensugárzás terápiás alkalmazását!
5. Ismertesse a gamma-sugár terápiás alkalmazását!

2. A radioaktív nyomjelzés és alkalmazásai

EMLÉKEZTETŐ

Nukleáris medicina

A nukleáris medicina egy rendkívül érdekes és izgalmas tudományterület, melyet diagnosztikai (vizsgálat) és terápiás (orvosi kezelés) céllal alkalmaznak. Az orvosi eljárások egyre jelentősebb részét fedik le a nukleáris medicina egyes területei.

A radioaktív nyomjelzés

A radioaktív nyomjelzést Hevesy György fedezte fel. Észrevette, hogy az élő szervezetekben ugyanazon elem radioaktív és nem radioaktív izotópjai ugyanúgy viselkednek, ami azt jelenti, hogy a kémiai reakciókban és biológiai folyamatokban ugyanúgy vesznek részt. Mivel szervezetünk nem tesz különbséget a radioaktív és nem radioaktív izotópok között, ezért azok egymással felcserélhetők.

A szervezetbe bevitt radioaktív izotóp testen belüli mozgását, egyes helyeken való felhalmozódását a testfelületünk közelében lévő sugárzásmérő műszerrel követni lehet. Ilyen módon például a pajzsmirigy működését a pajzsmirigybe vitt radioaktív jód- (^{123}I) izotóppal, az erek átjárhatóságát, a növények tápanyagcseréjét radioaktív foszfor- (^{32}P) izotóppal lehet vizsgálni.

Hevesy György, a radioaktív nyomjelzés felfedezője

Hevesy György (1885–1966) a pesti piaristáknál érettségizett, majd a Műegyetemen és külföldi iskolákban tanult tovább. Rutherford laboratóriumában a rádium harmadik leányelemét (rádium D) vizsgálta, mely szintén radioaktív bomlással bomlott. Ezt az izotópot szerette volna elkülöníteni az inaktív ólomtól. A sikertelen vegyészeti próbálkozások után Hevesy rájött, hogy a rádium D nem más, mint az ólom egyik radioaktív izotópja, az $^{214}_{82}$Pb. Hevesy felismerte, hogy ugyanazon elemek radioaktív izotópjai nem különböztethetők meg az elem stabil (nem radioaktív) izotópjaitól. Így például a radioaktív $^{214}_{82}$Pb izotóp felhasználható az ólom nyomjelzőjeként, hiszen a kémiai reakciókban ugyanúgy vesz részt, mint a stabil ólomizotóp.

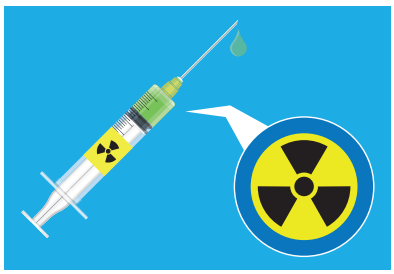
Az első világháború után Bohr felkérésére Koppenhágába ment, ott felfedezte a *hafnium* nevű elemet. A felfedezés érdekessége az volt, hogy Hevesy a Bohr-modell alapján megsejtette, hogy a periódusos rendszer még hiányzó 72-es rendszámú elemét hogyan kell keresnie. Így a hafnium megtalálása a Bohr-modell használhatóságát is bizonyította. *A radioaktív nyomjelzés kidolgozásáért Hevesy György 1943-ban megkapta a kémiai Nobel-díjat.*



Hevesy György fiatalkori portréja

Radioaktív nyomjelző izotópok

Az ionizáló sugárzás káros lehet az emberi szervezetre, azonban bizonyos esetekben előnyt jelenthet. Ilyenek például az orvosi alkalmazások, ahol a diagnosztika (vizsgálat) vagy a terápia (kezelés) jóval kisebb kockázattal jár, mintha nem történnének meg a vizsgálatok, illetve a kezelések.



A nukleáris medicina, vagyis a diagnózis és terápiás eljárások az összes orvosi eljárás jelentős részét teszik ki

A radioaktív nyomjelzők radioaktív izotópok, amelyekkel a szervek vagy szövetek működését lehet vizsgálni. Az orvosi képalkotás más típusaival, például a röntgensugárzással csak a sejtek, szövetek statikus képét lehetséges megismerni.

Az orvosi nyomjelző izotópok általában egy γ-kibocsátó radioaktív izotópból állnak, amelyet a szervezet által felhasznált anyaghoz mint vivőanyaghoz kötnek. Ilyen vivőanyag lehet például a glükóz vagy a víz.

Orvosi diagnosztikai céllal **nyílt radioaktív izotópot** adnak be a betegnek (*in vivo,* izotópdiagnosztikai eljárás során). Ekkor **az élő szervezetben végbemenő folyamatokat követik nyomon** a vizsgált egyednek beadott radioaktív készítmény felhasználásával.

A nyomjelző izotópot injekció formájában befecskendezik, vagy lenyeli a páciens, majd a testen keresztül a vi-

Nyomjelző radioaktív izotóp	A testben a felhalmozódás helye	Fizikai felezési idő	Sugárzás típusa	Gamma-sugárzás energiája
Technécium-99m ($^{99m}_{43}Tc$)	szervek, vivőanyagtól függően, pl. csont, szív, agy, vér	6 óra	gamma	140 keV
Jód 131 ($^{131}_{53}I$) (Jód-123)	pajzsmirigy	8 nap (13 óra)	béta és gamma (e^--befogás)	360 keV (159 keV)
Indium-111 ($^{111}_{49}In$)	antitestek és vérsejtek	2,8 nap	gamma	170 vagy 250 keV
Tallium-201 ($^{201}_{81}Tl$)	szívizom, daganat	73 óra	e^--befogás	V, 167 keV

vőanyaggal a kívánt testrészbe mozog. Az, hogy a radioaktív nyomjelző anyag hová kerül, attól függ, hogy az milyen vivőanyaghoz kötődik. A vivőanyag a szervezetben természetes mozgással jut el az egyes szervekhez. Ahová a vivőanyag nagy mennyiségben eljut, ott a nyomjelző radioaktív izotóp feldúsul, felhalmozódik.

A **technécium-99m-izotóp** a legszélesebb körben használt izotóp a kedvező fizikai felezési ideje miatt. Elég hosszú ahhoz, hogy a γ-sugárzás felismerhető legyen, mire a nyomjelző eléri a vizsgált szervet, de elég rövid ahhoz, hogy a páciensből a vizsgálat után rövid időn belül kiürüljön a radioaktív izotóp.

A jód-131-izotópot használták korábban a pajzsmirigyproblémák kimutatására, ma már a jód-123- és a technécium-99m-izotópokat használják, mivel a jód a pajzsmirigy működéséhez szükséges.

Az indium-111-izotóppal antitesteket és vérsejteket jelölnek meg, amelyekkel a fertőzéseket tudják kimutatni.

A tallium-201 izotópjával a szívizom és a daganatos sejtek működését vizsgálhatják. Ezzel az izotóppal történő vizsgálat eredménye alapján a szívizom betegségeire, illetve az egyes szervek daganatos elváltozásaira lehet következtetni.

A radioaktív nyomjelző izotópokkal szemben az alábbi követelményeket támasztják:

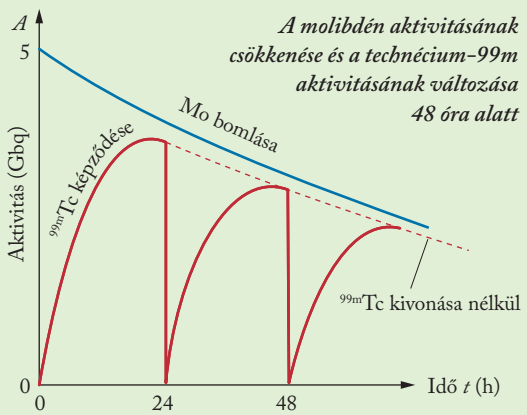
- Lehetőleg az izotóp γ-sugárzását használják képalkotásra, ezért az α- és β-sugárzása elegendően kicsi legyen (az utóbbiak nagyobb sérüléseket okoznak, miközben a testszövetekben elnyelődnek).
- A használt radioaktív izotópnak elegendően rövid legyen a felezési ideje ahhoz, hogy felesleges sugárterhelést ne okozzon, de elegendően hosszú is ahhoz, hogy a vizsgálatot el tudják végezni.
- A szervezetbe bejuttatott radioaktív izotóp előre kiszámítható idő alatt halmozódjon fel a vizsgálandó szervben, ott ugyancsak kiszámítható ideig maradjon.
- A γ-fotonok energiája elegendő legyen ahhoz, hogy gamma-kamerával könnyen megfigyelhessék (detektálhassák).
- Legyen nagy koncentrációban olcsó és könnyen szállítható.

Ezeknek a feltételeknek leginkább a technécium-99m (^{99m}Tc) felel meg. A természetben csak nyomokban található meg, viszonylag későn (1938-ban) fedezték fel. Minden izotópja radioaktív.

ALKALMAZÁSOK

A technéciumizotóp előállítása és felhasználása

A $^{99}_{42}Mo$ aktivitása kezdetben 5 GBq körül van. Mivel az anyaelem felezési ideje nagyobb, mint a leányelemé, az aktivitás az idő függvényében a következőképpen alakul:



A grafikonból látható, hogy a 24 óránként a termelődő technéciumot kivonják a molibdén mellől. A technéciumot egy olyan vivőanyaggal vegyítik, amely a testnek azon a részén halmozódik fel, amelyiknek a működését vizsgálni akarják.

Amint elkészül az izotóp, befecskendezik a páciens testébe. Az izotóp rövid idő alatt felhalmozódik a vizsgálandó szervben. A bomló technécium-99m ($^{99m}_{43}Tc$) által kibocsátott γ-sugarak felhasználásával, gamma-kamera segítségével képet alkothatnak a vizsgált szervről.

Mivel a technécium-99 felezési ideje csak 6 óra, a beteg által kibocsátott radioaktivitás rövid időn belül nagyon alacsony szintre süllyed. Így, ha a kórházi vizsgálat után pár órával a beteg mellé ülünk, nem kell attól tartanunk, hogy az egészségünket kockáztatjuk. Valószínűleg ezért is a leggyakrabban használt izotóp a technécium-99.

A technécium-99m-izotópot egy radioaktív molibdén-99-izotópból nyerik ki az úgynevezett **technéciumgenerátor** segítségével. A molibdén- ($^{99}_{42}$Mo) izotópot hetente egyszer szállítják a kórházakba, ahol naponta nyerik ki a $^{99m}_{43}$Tc-izotópot. Az „m” betű az energetikailag gerjesztett állapotra utal. A radioaktív bomlás reakcióegyenlete:

$$^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99m}_{43}\text{Tc} + {}^{0}_{-1}\beta + {}^{0}_{0}\nu$$

(^{99}Mo felezési ideje: $T_{1/2}$ = 67 óra),

$$^{99m}_{43}\text{Tc} \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + \gamma$$

(^{99m}Tc felezési ideje $T_{1/2}$ = 6,01 óra).

A technécium a felesleges energiáját 0,143 MeV energiájú gamma-fotonok kisugárzásával adja le. Ezt használják fel a képalkotási eljárásnál. A technéciumizotóp a leggyakrabban használt radioaktív anyag a nukleáris diagnosztikában (betegség kivizsgálásában) és terápiában (betegség gyógyításában).



A technécium-99m anyaelemének szállítótartálya

Effektív felezési idő

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az izotópokra jellemző – korábban tanult – időtartamot, mely során a radioaktív anyag mennyisége a felére csökken, **fizikai felezési időnek (T_{fiz})** nevezzük. A szervezetben a radioaktív anyagok mennyisége nemcsak bomlás útján, hanem anyagcsere révén is csökken. Az anyagcsere révén (salakanyagok, veríték) létrejövő felezési időt **biológiai felezési időnek (T_{biol}) nevezzük**. Ez az az időtartam, amely alatt a radioaktív nyomjelző izotóp fele kiürül a szervezetből.

A két folyamat hatására együttesen kialakuló felezési időt **effektív felezési időnek (T_{eff})** nevezzük. Ez a teljes kiürülés időtartamát adja meg.

Az effektív felezési idő reciproka egyenlő a fizikai felezési idő és a biológiai felezési idő reciprokainak összegével.

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{fiz}} + \frac{1}{T_{biol}}$$

Néhány izotóp fizikai és biológiai felezési ideje, melyek leginkább a vizsgált szervben halmozódnak fel:

Izotóp neve	Fizikai felezési idő (T_{fiz})	Biológiai felezési idő (T_{biol})	Vizsgált szerv
Stroncium-89	54 nap	50 év	csontok
Jód-131	8 nap	50 év	pajzsmirigy
Cézium-137	30 év	140 nap	izomzat
Bárium-140	13 nap	200 nap	csontok

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

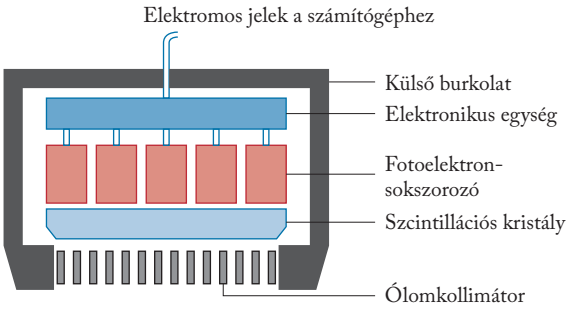
1. Mit nevezünk radioaktív nyomjelző izotópnak?
2. Milyen követelményeket támasztanak a radioaktív nyomjelző izotópok orvosi alkalmazásakor?
3. Írja fel a technécium-99m-izotóp keletkezésének reakcióegyenletét!
4. Hogyan történik az orvosi alkalmazásban a technéciumizotóp előállítása és felhasználása?
5. Mit nevezünk effektív felezési időnek?

3. Radioaktív sugárzások orvosi alkalmazásai

Gamma-kamera

Mint az eddigiekben láttuk, radioaktív izotópokat alkalmazunk a szervezetben az egyes szervek működésének vizsgálatára, a kóros szövettartományok pontos kimutatására. Erre a γ-sugárzó izotópok előnyösek, mert a szervezetben a sugárzás kevésbé nyelődik el, és vannak olyan vivőanyagok, melyekkel a radioaktív anyagok közvetlenül a vizsgált szövetben halmozódnak fel. Ennek hatására a szervezet többi része minimális többletsugárzást szenved el. Erre a vizsgálati módszerre legmegfelelőbb a gamma-kamera, amely mozgatás nélkül nagy felületen képes az aktivitáseloszlást meghatározni, és a mérés ismétlésével az időbeli változások is megfigyelhetők.

A gamma-kamera a páciens testéből kilépő **gamma-fotonok érzékelésére alkalmas berendezés, amely a radioaktív izotópok által kibocsátott gamma-sugarat érzékeli.** Ez a berendezés öt fő részből áll:

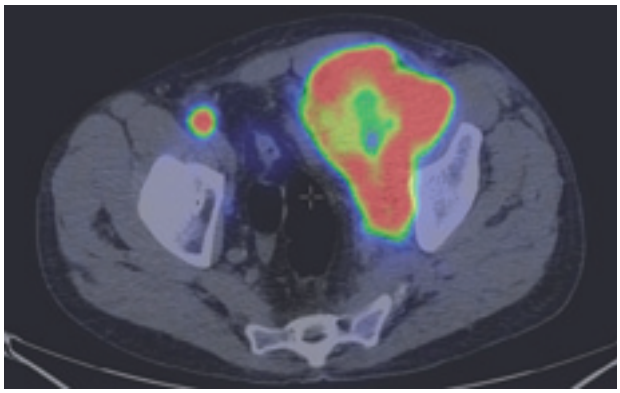


Gamma-kamera szerkezeti rajza

– *ólomkollimátor*, mely csak a függőleges lyukakkal párhuzamos gamma-sugarakat engedi át;
– nagy méretű szcintillációs kristály, mely a beérkező gamma-sugarak hatására szcintillál, vagyis fényfelvillanást (fotont) bocsát ki;
– fotoelektron-sokszorozó, mely a szcintillációs kristály által kibocsátott fotont érzékeli. A belépő foton hatására elektronáramlás, azaz elektromos impulzusok jönnek létre;
– elektronikus egység (áramkör), mely összegyűjti az elektromos jeleket a fotoelektron-sokszorozó csövekből, és továbbítja azokat a számítógép felé;
– külső ólomburkolat, mely árnyékolja a kamerát a más forrásokból érkező sugárzástól.

Amikor a gamma-kamera a diagnosztika során egy helyben áll, akkor egy szervről készít felvételeket.

A gamma-kamerával készült vizsgálatoknál a technécium-99m (^{99m}Tc) a beteg vérébe került, így sok gamma-foton jön ki a test jó vérellátású részeiből. Ezeket a számítógép narancssárga színnel kódolja. Ellenben azokat a területeket, amelyek kevés vért kapnak, kékkel kódolja. A színkódolás megfelel a hétköznapi színérzetünknek: a nagyobb aktivitású területeket meleg színekkel, míg a kisebb aktivitásúakat hideg színekkel jeleníti meg a számítógép.



Nyirokcsomó-vizsgálat során alkotott szcintigram

Pozitronemissziós tomográfia (PET)

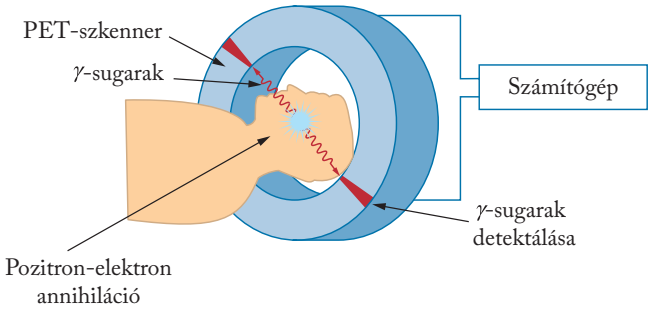
A PET mozaikszó, a pozitronemissziós tomográfia szavakból jött létre.

A PET-vizsgálatok során a páciensbe egy nyomjelző anyaggal, például glükózmolekulával viszik be a radioaktív izotópot. A PET-vizsgálatoknál leggyakrabban használt radioaktív izotóp a fluor-18-izotóp (^{18}F), β^+-bomló, felezési ideje 110 perc.

A glükózmolekula a sejtekbe kerül, ahol lebomlik. A daganatos sejtek sokkal aktívabb glükózlebontást végeznek, mint az egészséges sejtek, ezért a PET-felvételeken mint „forró gócok" jelennek meg. Ezekben a forró gócokban feldúsulnak a ^{18}F-izotópok is, amelyek β^+-bomlással (pozitív béta-bomlással) folyamatosan bomlanak. Így a vizsgált szervben nagyszámú pozitron jelenik meg a bomlás termékeként. A pozitron gyakorlatilag születése időpontjában egy, a környezetéből érkező elektronnal találkozik. Ekkor **pármegsemmisülés** (annihiláció) jön létre. Ekkor két, egymással 180°-os szöget bezáró γ-foton keletkezik, ezeket detektálja a PET-berendezés a koincidencia-áramköreivel. A berendezés csak azokat a γ-fotonokat veszi figyelembe, amelyek egyszerre érkeznek a két egy-

mással pontosan szemben lévő érzékelőhöz. Ez azt jelenti, hogy ezek a fotonok biztosan egy pármegsemmisüléshez tartoznak.

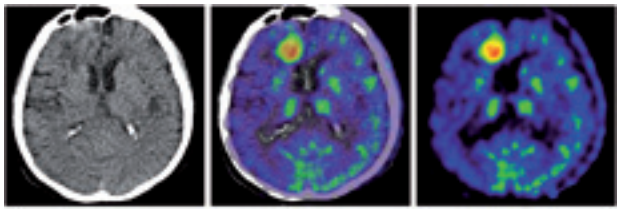
A **PET-eljárással** nem a szervezet anatómiai viszonyait (pl. CT), hanem a **szervek, szövetek funkcionális jellemzőit** (pl. véráramlás, anyagcsere) **jelenítik meg**. Érzékenysége és képfelbontása sokkal jobb más (pl. CT, MRI) képalkotó eljárásokhoz képest. A szervek, szövetek működése alapján az orvos következtetni tud valamilyen elváltozásra már abban a szakaszban, mikor még nem jött létre szervi elváltozás a páciens szervezetében.



PET működése: ember feje körül körkörös gyűrű. Az ember fejében egy pármegsemmisülés keletkezik, ahonnan gamma-sugarak indulnak a PET-szkennerbe. Számítógép a körgyűrűhöz van kötve

PET/CT

A PET/CT egy hibrid berendezés, mely *a PET és a CT kombinációja*. A hibrid berendezéseket egyre nagyobb mértékben alkalmazzák, mert két készülék együttes alkalmazásával egyszerre képes a PET által nyújtott nagy érzékenységet és a CT által nyújtott magas lokalizálási megbízhatóságot biztosítani.



Balról jobbra: CT-, PET- és PET/CT-vizsgálat során készült rétegfelvételek

A radioaktivitás terápiás alkalmazásai

Az ionizáló sugárforrások biológiai hatását már az 1900-as évek eleje óta ismerik, és évtizedek óta széles körben használják. Ennek az a fizikai alapja, hogy **a nagy energiájú sugárzás elpusztítja a daganatok gyorsan osztódó, fiatal sejtjeit**. Ezek a sejtek a sugárzásra érzékenyebbek, mint a lassabban osztódó egészséges, erősen differenciált sejtek. Tehát a daganatos sejtek elpusztíthatók anélkül, hogy az ép sejtcsoportok lényeges károsodást szenvednének.

A radioaktív izotópok terápiás alkalmazásának egyik módszere, hogy a testbe kívülről hatol be a sugárzás *(in vivo)*, míg a másik módszerrel a testbe bevitt *(in vitro)*, zárt tokkal rendelkező radioaktív izotóppal pusztítják el a daganatot.

Zárt radioaktív izotópok használata

A sugárterápiás módszerrel a γ-sugárzó izotópot a daganatok (tumorok) elpusztítására vagy növekedésük gátlására használják. Ehhez **nagy energiájú ionizáló sugárzással** (általában kobalt-60, ^{60}Co mesterséges radioaktív izotópot alkalmaznak) bombázzák a daganatot. A γ-sugárzás hatására a besugárzott szövetekben tucatjával keletkeznek elektronok, amelyek ionizáló képességükkel pusztítják a sejteket. A sugárterápia napjainkban a daganatos betegek kezelésében a második leggyakrabban alkalmazott terápiás eljárás. Sajnos a besugárzás az ép sejteket is elpusztítja, de a rákos daganatoknak a normál szöveteknél rendszerint nagyobb a sugárérzékenységük. A besugárzás történhet külső sugárforrásokból, de történhet a beteg szervezetébe, például magába a rákos szövetbe behelyezett belső sugárforrásból.



Ólomtokban tartott jód-131-izotóp, melyet a pajzsmirigy túlműködésének kezelésére használnak

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

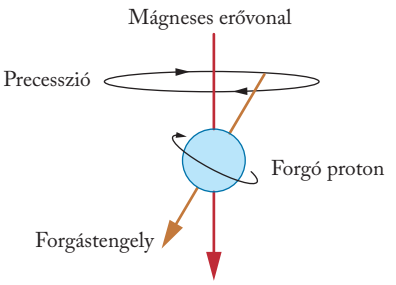
1. Ismertesse a gamma-kamera felépítését és működését!
2. Hogyan működik a PET-berendezés?
3. Miért előnyös a PET/CT alkalmazása?
4. Milyen sugárzást használnak a daganatok elpusztítására?
5. Ismertesse a radioaktív izotópok alkalmazásának két módszerét!
6. Mondjon példákat a zárt izotópok használatára! Milyen izotópokat használnak ilyen esetben?

4. Nem ionizáló sugárzások az orvoslásban

Az MRI

Napjaink egyik csúcsműszere kétségtelenül az MRI (Magnetic Resonance Imaging – mágneses rezonanciás képalkotás). Korábban NMR szóval – Nukleáris Mágneses Rezonancia – illették, de az emberek idegenkedtek a készüléktől a nukleáris szó miatt. Ennek a bonyolult fizikájú eszköznek a kifejlesztését is Nobel-díjak sora jellemzi. Ezek a főbb lépések a következők voltak:

1943-ban fizikai Nobel-díjat kapott az a tudós *(Otto Stern)*, aki felfedezte azt, hogy a protonnak is van mágneses nyomatéka. Ezt szemléletesen úgy képzelhetjük el, hogy az elektromos töltéssel rendelkező proton pörög, így áramot hoz létre, melynek van mágneses mezeje és mágneses nyomatéka.



A protonok mágneses tengelyei precessziót végeznek a külső mágneses tér mágneses erővonalai körül

1944-ben és 1952-ben fizikai Nobel-díjat adtak a magmágneses rezonancia felfedezéséért *(I. Rabi)*, illetve továbbfejlesztéséért (*Bloch* és *Purcell*). Ennek lényege, hogy erős mágneses térben (jellemzően néhány tesla erősségűben) a protonok, mint kis mágnesek, sorba rendezhetők. A protonok mágneses tengelyei azonban nem pontosan párhuzamosak a külső mágneses térrel, hanem akörül kicsit imbolyognak (precessziót végeznek), mint a búgócsiga. Ez a precesszió is jellemezhető egy frekvenciával, azaz azzal, hogy egy 1 másodperc alatt a mágneses tengely hány fordulatot ír le. Például 1 T indukciójú mágneses térbe helyezett protonnál ez a frekvencia 42,6 MHz, azaz ez a rádióhullámok frekvenciatartományába esik. Ha ilyen frekvenciájú külső elektromágneses hullámot kapcsolunk most a rendszerre, akkor jön létre a **magmágneses rezonancia**. Ez azt jelenti, hogy kibillen a protonoknak a mágneses tengelye, ugyanakkor a protonok mozgása szinkronizálódik. Ha ekkor hirtelen megszüntetjük a rádiófrekvenciás gerjesztést, akkor a protonok visszarendeződnek, és eközben egy jól mérhető elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Ezeket a jeleket kell tárolni, és ezekből lehet képi információt nyerni.

Ez a képi információ lényegében a lágy szövetekben lévő protonok (és így a víz) sűrűségét adja meg, melyből az egyes szöveti rendellenességre lehet következtetni.

Az MRI-készülék nagyon erős mágneses mezővel dolgozik, van már olyan készülék, ami 11 T nagyságú mágneses mezőt használ. Ilyen erős mágneses mező előállítása csak szupravezető tekercsekkel történhet. A mai technológia mellett a szupravezetési állapot csak a cseppfolyós héliummal valósítható meg, ami nemcsak a készüléket (ez kb. 300 millió Ft-nál kezdődik), hanem annak üzemeltetését is megdrágítja. Ennek ellenére ma már sok helyen elérhetők ilyen készülékek hazánkban is.

Az ultrahang diagnosztikai alkalmazása

Az ultrahangos vizsgálatnak az előbbiekkel szemben számos előnye van: nincs káros mellékhatása, akárhányszor megismételhető, a pácienst nem kell a vizsgálathoz előkészíteni. Emellett egy ilyen készülék általában sokkal olcsóbb is, mint az előzőek. Természetesen a hátránya is megvan, egyes szervek egyáltalán nem vizsgálhatóak, és a kapott kép információtartalma sok esetben nem kielégítő. Ugyanakkor például a szülészet-nőgyógyászat területén nélkülözhetetlen eszközzé vált.



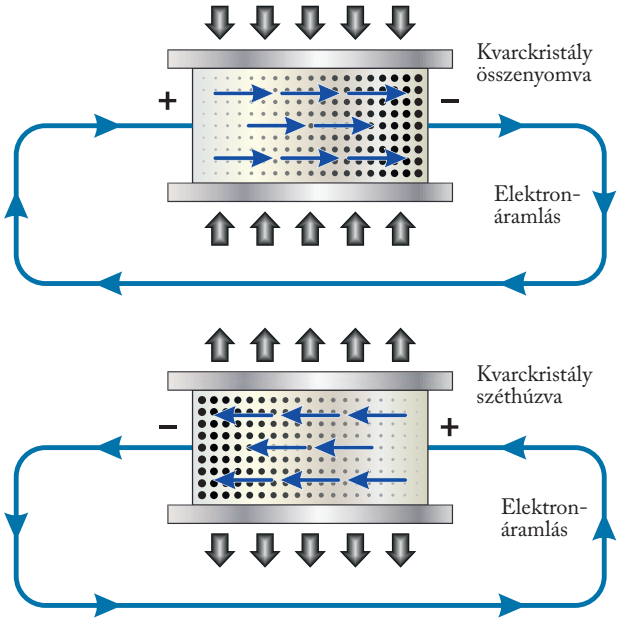
Születendő gyermek fejlődését vizsgálják ultrahanggal

Az orvosi ultrahangkészülékek nagyon nagy, néhány MHz frekvenciájú jeleket használnak impulzus üzemmódban. A vizsgálat során a hullámterjedés minden jellemzője (visszaverődés, törés, elhajlás, interferencia) szerepet játszik. A képalkotás szempontjából legalapvetőbb mégis a

visszaverődés, az alapelv tehát a radaréhoz hasonló. A készülék feje egyszerre tartalmazza a jeladó és a jelvevő egységet.

Az ultrahang keltése és detektálása a piezoelektromos, illetve az **inverz piezoelektromos hatás** elvén alapul.

Bizonyos anyagok (pl. kvarc, $BaTiO_3$) mechanikai deformáció (nyomás, húzás) hatására elektromosan polarizálódnak. Ilyenkor a kristály átellenes felületeire helyezett fémelektródokon elektromos feszültség mérhető. Ezen a jelenségen alapulnak a mechanikus rezgések, például az ultrahang detektálása, azaz elektromos jellé alakítása is.



A piezoelektromos hatás szemléltetése

A piezoelektromos hatás megfordítható, ez az inverz piezoelektromos hatás. Ha az elektródokra elektromos feszültséget kapcsolunk, a piezoelektromos anyag deformálódik (összehúzódás, tágulás). Ezen a jelenségen pedig az ultrahang előállítása alapul.



Ultrahangszkenner használata vesevizsgálat közben



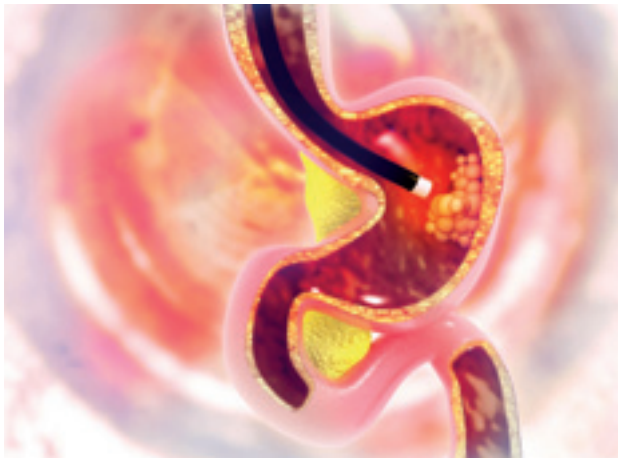
Fizioterápiás kezelés ultrahanggal

Az ultrahangos alapkészülékek kétdimenziós képet alkotnak. Ma már azonban létezik a komputertomográfiához hasonló eljárás, amellyel térben is vizsgálhatók a belső szervek, sőt az egymás után készült felvételekből film fűzhető össze. Ezt nevezik 4D-s ultrahangnak.

Az ultrahang ma már annyira érzékeny, hogy például a vér különböző alakos elemeiről érkező visszaverődő hullámokat is képes érzékelni. A visszaverődő hanghullám frekvenciaeltolódása alapján a Doppler-elv segítségével a vér áramlási viszonyaira, ér- és szívbetegségekre is lehet következtetni.

Az ultrahang terápiás alkalmazásai

Az ultrahang mint mechanikai hullám energiája a szövetekben hővé alakul át. Ez a hő izomlazító, fájdalomcsillapító és értágító hatást fejt ki. Az ultrahang a mechanikus rezgések révén mikromasszázshatást is kivált. Ezeket a hatásokat gyakran alkalmazzák ízületi és gerincproblémáknál, reumatikus kezeléseknél. Az ultrahang által létrehozott kavitációs hatás is sok esetben felhasználható. A kavitáció jelensége akkor következhet be, ha egy folyadék nagy se-

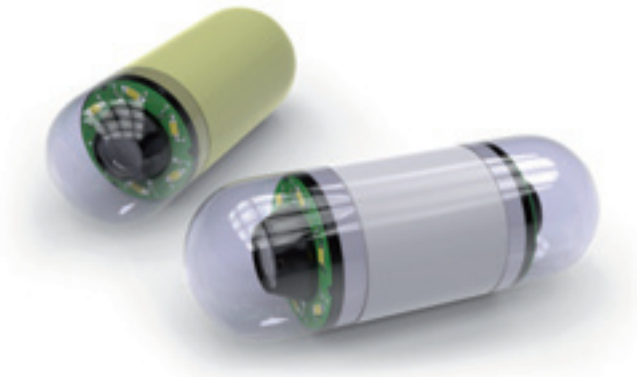


Gyomortükrözés endoszkóppal

bességgel áramlik. Ekkor a Bernoulli-törvény értelmében a nyomása leesik. Ha kellően nagy a nyomáscsökkenés, akkor a folyadékban megindul a forrás. A forrás közben keletkező buborékok összeroppanása jelentős hanghatással és lökéshullámmal jár. Az ultrahang hatására létrejövő kavitáció során a szövetek összenyomódása és kinyúlása összetöri a sejteket. A magas víztartalmú szöveteket pusztítja, viszont megkíméli az idegeket, ereket és bizonyos fehérjékben gazdag szöveteket. Ezt a hatást használja fel az akusztikus kés, amelynél fókuszált ultrahanggal lehet szöveteket vágni, kis vérzéssel. Napjainkban a kavitációs ultrahangot főként szépészeti jellegű zsírbontásra használják. Míg ennek eredményességéről megoszlanak a vélemények, addig a vese- és epekő zúzására kétségtelenül eredményesen használható.

Az endoszkóp

Az üvegszálas technológia fejlődése nemcsak az információtechnológiában, hanem az orvostudományban is éreztette hatását. Az endoszkóp az üreges belső szervek, testüregek (pl. gyomor, hólyag, belek, szív, tüdő) vizsgálatára használt eszköz. Testnyíláson, vagy kis vágáson juttatják be a minikamerát a szervezetbe, amely üvegszálon kapja a fényt, és a kép is üvegszálon érkezik vissza a felhasználóhoz vagy monitorához. A vizsgált szerv tehát „élőben", képfeldolgozási eljárások nélkül látható. Az endoszkópos „kulcslyuksebészet " – amikor a kis vágásokon keresztül bejuttatott manipulátor karokkal történik az operáció – ma már külön ága az orvostudománynak (laparoszkópia).



A kapszulaendoszkóp kis méretű kamerát tartalmaz, amely továbbítja a jeleket az orvosi diagnosztikai berendezésbe

A **kapszulaendoszkópia** lényege az, hogy egy kis méretű (kb. vitamintablettának megfelelő) kapszula – természetes úton végighaladva az emésztőrendszeren – képeket készít a vékony- vagy vastagbél nyálkahártyájáról. Az adatok a hasfalon elhelyezett érzékelőkön át egy kis méretű, övvel rögzített készülékben tárolódnak.

A lézerek orvosi alkalmazásai

Az orvosi lézerek terápiás alkalmazása azon alapszik, hogy a lézerfényt a szövetek elnyelik. Az elnyelt energia növeli a szövetek hőmérsékletét. A kisebb teljesítményű lézereknél a fény fotokémiai tulajdonságai dominálnak, a nagyobb teljesítményűeknél a hőhatás. A 60–100 °C tartományban a szövetek kocsonyás összeolvadása következik be, ha a hőmérséklet 100 °C fölé emelkedik, akkor pedig elgőzölnek a szövetek.

Az orvosi terápiás lézereknek két fajtáját szokás megkülönböztetni, a lágylézereket és a sebészeti lézereket.

Lágylézerek (softlézerek) olyan He-Ne és diódalézerek, amelyek teljesítménye 1–100 mW közé esik, és egyszerű az optikai rendszere. A látható, vagy az UV tartományban dolgoznak. A kis teljesítményű lézerek a sebek gyógyulását gyorsítják, serkentő, fájdalomcsillapító, gyulladáscsökkentő hatást fejtenek ki. A lézer hatására a sejtosztódás aktívabb lesz, stimulálja a sejtek regenerációját. A lágylézereket használják a bőrgyógyászok például a pikkelysömör kezelésére, nagyobb teljesítménnyel a tetoválások eltávolítására, de a szájsebészeti és a fogászati kezeléseken is alkalmazzák.



Lágylézer használata terápiás célra

A **sebészeti lézerek** nagy teljesítményű (20 és 100 W közötti) lézereket használnak. A megfelelő teljesítménysűrűség eléréséhez nyalábfókuszáló rendszer és továbbító optika is szükséges.

A CO_2-lézer folytonos üzemű, fénye 10,6 μm hullámhosszú. Mivel a vízgőz erősen abszorbeálja ezt a fényt, így a szövetekben néhány tized mm-nyi úton elnyelődik. Az elnyelt energia elgőzöli kis területen a szövetet, a seb szélét pedig kocsonyásan összeolvasztja. Ez a tulajdonsága alkalmassá teszi arra, hogy szike helyett, ún. lézerkésként használják. Megfelelő teljesítmény megválasztása esetén a szövetet néhány tized mm szélességben lehet vágni vele. Endoszkópos „kulcslyuktechnikával" kombinálva a mikrosebészet egyik legfőbb eszközévé vált.



Félvezető lézerdiódával működő sebészeti lézer

Elektromos elvezetések az orvosi diagnosztikában

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

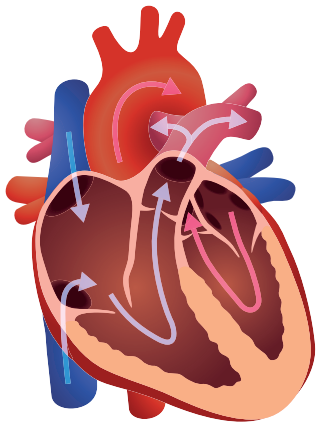
Már a XX. század elején felismerték, hogy az élőlények élettevékenységeik során elektromos aktivitást is mutatnak, és ezek mérése fontos orvosdiagnosztikai módszer.

A szív felépítése és működése

A szív egy nagy izom. Folyamatosan, kettős pumpaként működik: a bal oldal pumpálja a vért a tüdőből a test többi részébe, a jobb oldal pedig visszajuttatja a vért a tüdőbe.

A szív mindkét oldalán egy **pitvar** és egy **kamra** van – amelyeket egy billentyű választ el egymástól. A vénákból a vér a pitvarokba jut, majd a pitvarok összehúzódásakor a vért a kamrákba lökik. A kamrák ezután összehúzódnak, a vért a szívből az artériákba pumpálják. A billentyűk biztosítják, hogy a vér ne áramoljon visszafelé, amikor a kamrák vagy a pitvarok összehúzódnak.

A szívüregek (pitvar, kamra) működésének összehangolását a szív elektromos jelei végzik. Az elektromos jeleket a szív egy sejtcsoportja (szinuszcsomó) állítja elő percenként körülbelül 70 alkalommal.

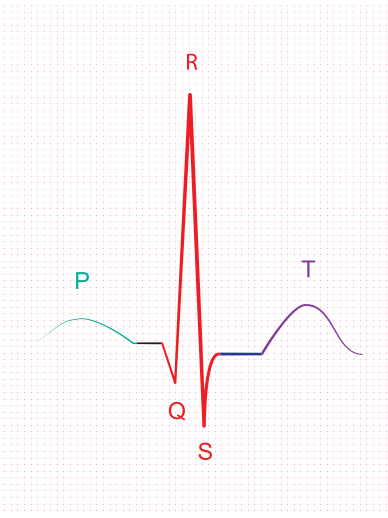


A szív felépítése és a vér áramlási iránya

A szinuszcsomó által kibocsátott elektromos jelek először a pitvarba jutnak, ahol a pitvar összehúzódását okozzák. Ekkor a vér a kamrákba préselődik át. A pitvar és a kamra közti jelátadást az idegsejtek 0,1 másodperccel késleltetik, mielőtt az ingerület a kamrák idegsejtjeihez jutna. Amikor az elektromos jel a kamrák idegsejtjeihez ér el, az a kamrákban lévő izomszövetek összehúzódását okozza. A vér az egyik oldalról a tüdőbe, a másik oldalról a testbe pumpálódik. Amikor ez megtörténik, a pitvarok idegsejtjei ellazulnak, amit a kamrák lazulása követ. Ez a szív működésének egy periódusa, mely körülbelül percenként 70-szer megtörténik.

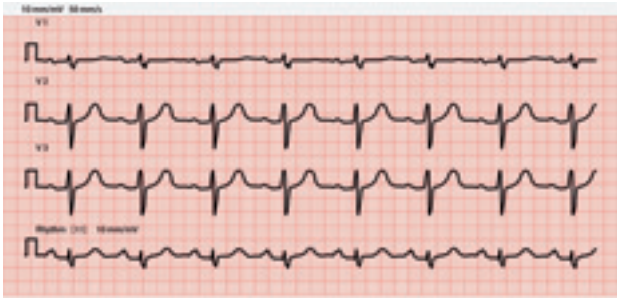
Az **EKG** (elektrokardiográfia) a szív elektromos jelenségeit vizsgálja. A szívizom összehúzódásakor az izomrostok között elektromos feszültség keletkezik. A készülék egy normál vizsgálathoz négy végtagi és hat mellkasi elektródát használ. Vizsgálható vele a percenkénti szívverések száma, azok szabályossága, a szív ingerképzése, ingervezetése, ritmuszavarok, ingervezetési zavarok, a szívizomzat károsodása stb.

A szív idegsejtjei által kibocsátott elektromos jelek a test felszínén is érzékelhetők. Egy EKG-készülék (elektrokardiográf) észleli ezeket a mV nagyságrendű jeleket. A készülék az észlelt jelek közötti potenciálkülönbségből egy diagramot készít, melyet az orvos már értelmezni képes.



A szív különböző jelformáival a szív egészségi állapota vizsgálható

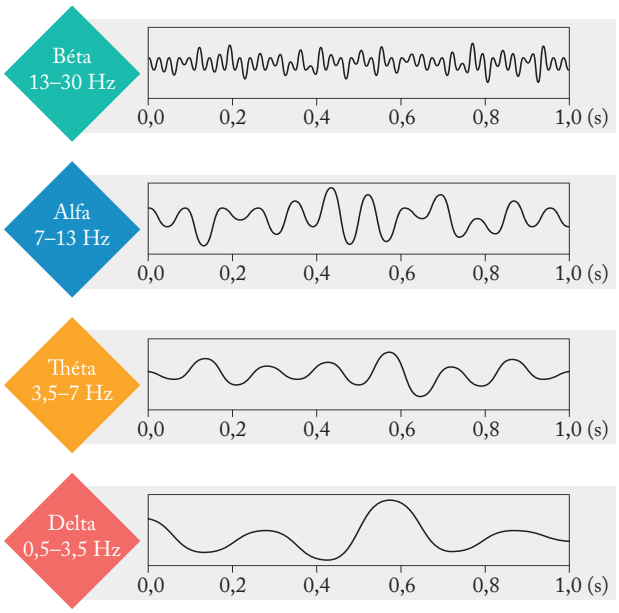
Az egyetlen szívverést tartalmazó EKG-nak három különálló része van:
– P hullám, a pitvarok összehúzódásának felel meg,
– QRS hullám (0,2 s késleltetéssel), a kamrák összehúzódásának felel meg (a QRS hullám erőssége miatt nem észlelhető a – vele egy időben létrejövő – pitvar ellazulásából származó elektromos jel),
– T hullám (újabb 0,2 s késleltetéssel), a kamrák ellazulásának felel meg.



EKG-készülék által készített elektrokardiogram

Az EEG

Az **EEG** (elektroenkefalográfia) az agykéreg működését kísérő elektromos feszültségváltozások mérésére alkalmas vizsgálati eljárás. Az agykéregben lejátszódó elektromos folyamatok a koponya felszínén elhelyezett, igen kis ellenállású elektródokkal vizsgálhatók. Az EEG-berendezés a mérési pontok közötti apró (néhányszor tíz μV-os nagyságrendű) feszültségváltozásokat felerősítve és különféle szempontok szerint összegezve és kiértékelve ábrázolja az idő függvényében. Az EEG alkalmas kóros folyamatok (pl. agydaganat, epilepsziás góc, alvási rendellenesség) diagnosztizálására és az agyhalál beálltának megállapítására.



Tipikus EEG-hullámok:
A béta-hullámok frekvenciája 20 Hz körüli: az ébrenléti, figyelő állapot jellemzője
Az alfa-hullámok kb. 10 Hz frekvenciájúak: a nyugodt, ellazult állapotú, becsukott szemű ember agyhullámgörbéjét mutatják
A théta-hullámok 3,5–7 Hz frekvenciájúak: ez a könnyű alvás állapota
A delta-hullámok 3,5 Hz alatti frekvenciájúak: ez a mély alvás állapota



Férfi látásának vizsgálata az EEG felhasználásával

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen fizikai elven működik az MRI?
2. Milyen fizikai elven működik az ultrahang?
3. Az endoszkóp működése milyen fizikai törvényre épül?
4. A lézerek milyen terápiás kezelésekre használhatók fel?
5. Hogyan működik a szív? Milyen hullámokból áll egy EKG-diagram?
6. Milyen kóros folyamatok diagnosztizálására alkalmas az EEG?

5. Képalkotó eljárások összehasonlítása

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A fejezetben megismert orvosi eljárásokat (ultrahang, CT, MRI, PET) **képalkotó eljárásoknak** nevezzük. Közös céljuk, hogy az emberi testről orvosi vagy tudományos célból képeket készítsenek.

Hasonlítsuk össze az egyes képalkotó eljárásokat a táblázatban lévő szempontok alapján!

	Ultrahang	CT	MRI	PET
Biztonság	nincsnek ismert mellékhatások	ionizáló sugárzást használ (csak orvos által javasolt esetben)	nincsenek ismert mellékhatások	ionizáló sugárzást használ (csak orvos által javasolt esetben)
Elsődleges használata	szervek felépítését (elváltozásokat) vizsgálja	szervek felépítését (elváltozásokat) vizsgálja	szervek felépítését (elváltozásokat) vizsgálja	szervek működését vizsgálja
Csontok képfelbontása	nem képes áthatolni	nagyon jó	gyenge	gyenge
Szövetek képfelbontása	gyenge	jó	nagyon jó	nagyon jó
Berendezés költsége	olcsó	drága	nagyon drága	nagyon drága
Vizsgálati időtartam	15-30 perc közötti	kb. 10 perc	több mint 90 perc mozdulatlan fekvéssel	több mint 30 perc
Beteg kényelme	a beteg mozoghat a szkennelés alatt, kontakt anyagot (gélt) használ	a betegnek mozdulatlanul kell feküdnie	a beteg egy szűk csőben fekszik, a szkennelés nagyon zajos	a beteg egy szűk csőben fekszik, kontrasztanyagra lehet szükség



MRI-felvétel

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért választják szívesen az ultrahangot a beteg első vizsgálatakor?
2. Az ultrahangvizsgálat mire nem alkalmas?
3. Miért részesítik előnyben az MRI-vizsgálatot a CT-vizsgálattal szemben orvosi képalkotó eljárás során?
4. Milyen vizsgálatra használják a PET-eljárást?
5. Miért részesítik előnyben az ultrahangos eljárást a születendő gyermek vizsgálatakor?
6. Miért jobb a PET/CT-eljárás a CT-hez képest?

Összefoglalás

Röntgensugárzás orvosi alkalmazásai

Diagnosztika

– röntgenfelvételek;

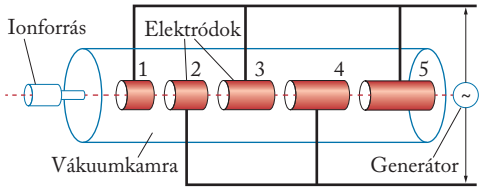


– computertomográfia (CT) rétegfelvételezési eljárással alkot háromdimenziós képet.



Terápiás alkalmazás

Lineáris gyorsítóval nagy energiájú fotonokat állítanak elő, melyek képesek a daganatos sejteket elpusztítani.



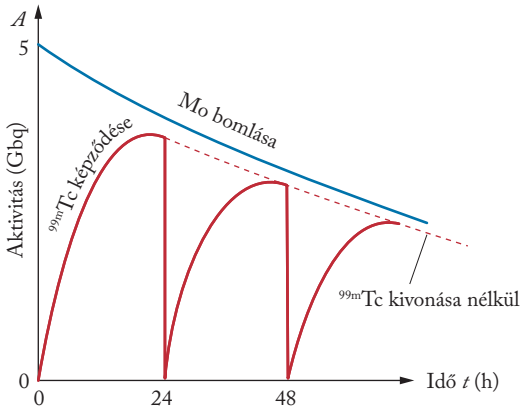
Radioaktív nyomjelzés és alkalmazásai

Nyílt radioaktív izotópot juttatnak a beteg szervezetébe (izotópdiagnosztikai eljárás), mellyel a szervezetben végbemenő folyamatokat vizsgálják.

Leggyakoribb: $^{99m}_{43}\mathrm{Tc}$



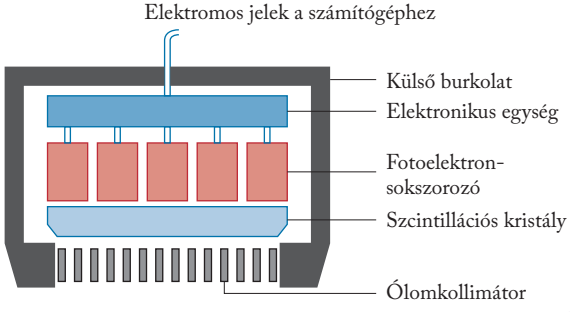
A technéciumizotóp a $^{99}_{42}\mathrm{Mo}$-izotóp leányeleme, melyet 24 óránként kivonnak a molibdén mellől. A radioaktív izotópot vivőanyaggal vegyítik, amely a test azon részén halmozódik fel, amit vizsgálnak.



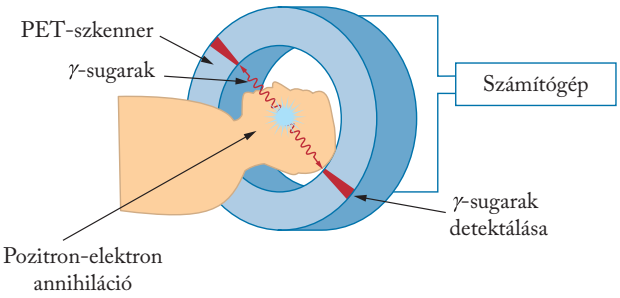
Radioaktív sugárzások orvosi alkalmazásai

Diagnosztikai alkalmazások

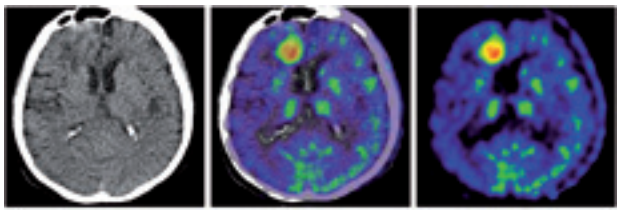
– a gamma-kamera a páciens testéből kilépő gamma-fotonok érzékelésére alkalmas;



– a PET- (pozitronemissziós tomográfia) eljárásnál a testbe bevitt radioaktív izotóp β^+-bomlással bomlik, majd a pozitron-elektron pármegsemmisülés révén két gammafoton keletkezik, melyet a készülék észlel;



– a PET/CT egy hibrid berendezés, a PET és a CT kombinációja.



Terápiás alkalmazások

Nagy energiájú sugárzással elpusztítják a daganatok gyorsan osztódó, fiatal sejtjeit:
– testen kívülről hatol be a célzott sugárzás (in vivo);



– daganatba vitt radioaktív izotóppal pusztítják el a daganatot (in vitro).



Nem ionizáló sugárzások

MRI

Nagyon erős mágneses mezővel dolgozik, melyet szupravezető mágnesekkel állítanak elő. A magmágneses rezonancia elvén működik.



Ultrahang

Néhány MHz frekvenciájú jeleket használ impulzus üzemmódban. Keltése piezo-, illetve inverz piezoelektromos hatással történik.



Endoszkóp

A testüregek belső vizsgálatára használt eszköz. Üvegszál (teljes visszaverődés törvénye érvényesül) és kamera felhasználásával történik a vizsgálat.



Lézer

– lágylézer (1–100 mW): látható vagy UV tartományban dolgoznak;
– sebészeti lézer (20–100 W): szike helyett lézerkésként használják (folytonos üzemű, nagy teljesítménysűrűségű).





Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Többen, akik kórházakban és az iparban dolgoznak, különböző sugárzásnak vannak kitéve. A sugárzásnak való kitettség ellenőrzésének vagy csökkentésének három módja a következő:

A) fényképes filmet tartalmazó dozimétert viselése;
B) ólomkötény viselése;
C) egy vastag üvegszita mögött, távirányítós berendezéssel ellátott munka.

Melyik módszert kell alkalmaznia annak a személynek, aki

I. kórházi röntgenasszisztens?
II. tudós, aki gamma-sugarakat kibocsátó izotópokkal kísérletezik?
III. atomerőmű primerköri dolgozója?

A) I. B), II. C), III. A).
B) I. C), II. B), III. A).
C) I. A), II. C), III. B).
D) I. A), II. B), III. C).

2. Az alábbi táblázatban lévő izotópok közül melyik jelű (A, B, C, D) izotóp használható orvosi vizsgálatok során nyomjelzőként?

Izotópok	Kibocsátott sugárzás	Felezési idő
A	alfa	4 perc
B	gamma	5 év
C	béta	12 év
D	gamma	6 óra

A) Az A jelű, mert rövid a felezési ideje, és rövid hatótávolságú.
B) Az D jelű, mert orvosi mérésekre pontosan ideális a 6 óra hosszú felezési idő.
C) A C jelű, mert a béta-sugárzó izotópok előnyösek ilyen feladatra.
D) A B jelű, mert gamma-sugárzó, így nincs részecske, ami rombolná az emberi szervezetet.

3. Egy kutatóorvos feladata, hogy kidolgozza, egy bizonyos területen milyen módszerrel csökkentsék a száskarajok számát. Melyik módszer lehet a helyes eljárás, és miért?

A) Nőstény egyedeket sugároznak be (sterilizálják őket), majd szabadon engedik őket, ezáltal nem képesek utódokat hozni a világra.
B) Hím egyedeket besugárzás (sterilizálás) után szabadon engednek, mert egy hím több nősténnyel párosodik, a nőstények ebben az esetben életképtelen petéket raknak le.
C) Csak a teljes rovarirtás, a száskapopuláció teljes kiirtása lehet a megoldás.
D) A sterilizálás a magas szaporulat miatt nem megoldás, más módszert kell választani.

4. Egy agysebész a daganat helyét kívánja megállapítani. Melyik eljárást fogja választani?

A) Mivel a rákos sejtek anyagcseréje gyorsabb, mint az egészségeseké, ezért a radioaktív nyomjelző anyagok feldúsulnak a daganatban. A daganat helyét a PET-eljárással határozza meg.
B) Mivel a rákos sejtek anyagcseréje gyorsabb, mint az egészségeseké, ezért a radioaktív nyomjelző anyagok feldúsulnak a daganatban. A daganat helyét a komputertomográffal fogja meghatározni.
C) A daganat mértének és helyének meghatározására lokalizált röntgensugarat használ fel.

5. Melyik állítás HAMIS a következők közül?

A) A fékezési röntgensugárzás spektruma folytonos.
B) A röntgensugárzás elektromágneses hullám.
C) A fékezési röntgensugárzás során a nagy tömegszámú fémben lefékeződő elektronok mozgási energiája alakul át fotonenergiává.
D) A fékezési röntgensugárzás teljesítménye fordítottan arányos a gyorsítófeszültséggel.

6. A radioaktív nyomjelző izotópokkal szemben több követelményt is támasztanak. Válassza ki a HAMIS állítást!

A) Lehetőleg az izotóp γ-sugárzását használják képalkotásra, az α- és β-sugárzása elegendően kicsi legyen (az utóbbiak nagyobb sérüléseket okoznak, miközben a testszövetekben elnyelődnek).
B) A felhasznált radioaktív izotópnak elegendően rövid legyen a felezési ideje ahhoz, hogy ne okozzon felesleges sugárterhelést, de elegendően hosszú is, hogy a vizsgálatot el lehessen végezni.
C) A szervezetbe bejuttatott radioaktív izotóp a szervezet egyes szerveiben egyenletesen felhalmozódik, de később kiürül onnan.
D) A γ-fotonok energiája elegendő legyen ahhoz, hogy gamma-kamerával könnyen megfigyelhessék (detektálhassák).

7. Mik az ultrahangos vizsgálat előnyei?
A) Nincsenek mellékhatások, olcsó és gyors eljárás.
B) Nagyon drága és gyors eljárás.
C) Gyakori és nagy mellékhatásai ismertek.
D) Hosszú vizsgálati időtartam és olcsó eljárás.

8. Miért előnyös a $^{99m}_{43}$Tc-izotóp használata az orvosi diagnosztikában?
A) Csak γ-sugárzást emittál, amely csak részben nyelődik el a szövetekben, és detektálható.
B) A γ-sugárzás mellett α-sugárzást is kibocsát, de az nem lép ki a szövetekből.
C) Kismértékű γ-sugárzás mellett jelentős α- és β-sugárzást is kibocsát.
D) Az izotóp α-, β- és γ-sugárzó, így több energiaszinten is információ gyűjthető a szövetekről.

9. Miért előnyös a PET/CT használata?
A) A PET/CT egy hibrid berendezés, a PET és a CT kombinációja, amely a szervek felépítését vizsgálja.
B) A PET/CT egy hibrid berendezés, a PET és a CT kombinációja, amely a szervek működését vizsgálja.
C) A PET/CT egyszerre biztosítja a PET által nyújtott nagy érzékenységet és a CT által nyújtott magas lokalizálási megbízhatóságot.
D) A PET/CT egy egy fotonos eljárással működő berendezés.

10. Melyik állítás IGAZ a karakterisztikus röntgensugárzásra?
A) A karakterisztikus röntgensugárzás spektruma folytonos.
B) A karakterisztikus röntgensugárzás maximális frekvenciáját a gyorsítófeszültség határozza meg.
C) A karakterisztikus röntgensugárzásban csak meghatározott frekvenciájú sugarak találhatók.
D) A karakterisztikus röntgensugárzás az elektromágneses spektrum egy bizonyos tartományát alkotja.

FELADATOK

1. A radioaktív nyomjelzés felfedezője, Hevesy György egy urántartalmú kőzet életkorát az alapján határozta meg, hogy a benne lévő ^{238}U- és ^{206}Pb-atomok aránya 2 : 3 volt. Mérése alapján határozzuk meg, hogy hány éves volt a kőzet, ha az ^{238}U felezési ideje $4{,}51 \cdot 10^9$ év!

Adatok: $\frac{^{238}\text{U}}{^{206}\text{Pb}} = \frac{2}{3}$, $T_{1/2} = 4{,}51 \cdot 10^9$ év.

2. Élelmiszerek tartósítására használhatunk nagy energiájú elektromágneses sugárzást is. Ha például a romlékony nyers hús 2000 gray (Gy) röntgensugárdózist nyel el, akkor elpusztulnak benne a baktériumok, és (megfelelően lezárva) sokáig eltartható marad.
a) Hány 5 MeV energiájú röntgenfotont kell egy 30 dkg tömegű hússzeletnek elnyelnie ahhoz, hogy elérjük a 2000 Gy-es dózist?
b) Mennyivel növeli meg a hús hőmérsékletét az elnyelt energia?
A hús fajhője $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J, $1\ \text{Gy} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

3. Pajzsmirigy vizsgálatához $6 \cdot 10^{-8}$ mg radioaktív $^{131}_{53}$I jódizotópot tartalmazó készítményt használnak, amely a pajzsmirigybe épül be, és ott bomlik el. Az izotóp felezési ideje 8 nap.
a) Mekkora a készítmény kezdeti aktivitása?
b) Mennyi lesz az aktivitás értéke 5 nap elteltével?
c) Mennyi idő múlva lesz az aktivitás értéke kisebb a kezdeti aktivitás 10%-ánál?

Adatok: $m = 6 \cdot 10^{-8}$ mg, $T_{1/2} = 8$ nap $= 8 \cdot 8{,}64 \cdot 10^4$ s, $t = 5$ nap $= 5 \cdot 8{,}64 \cdot 10^4$ s.

4. A táplálékkal a szervezetbe radioaktív izotópok is beépülnek. Az orvosi alkalmazás során erre a célra a $^{32}_{15}$P foszforizotópot használják. Az orvosi laboratóriumba beszállított izotóp aktivitása $5 \cdot 10^6$ Bq. Mennyi idő múlva lesz az izotóp aktivitása $2 \cdot 10^5$ Bq?

5. Egy autóbuszon egy 80 kg tömegű utas ül 0,5 m távolságban a 25 MBq aktivitású izotóppal kezelt betegtől. Feltételezzük, hogy a beteg testét a 356 keV energiájú fotonok negyede hagyja el, és szomszédjába is ennek negyede nyelődik el. Az ülő utas testének 1 m^2-nyi felületét fordítja a kezelt beteg felé. Becsüljük meg, mekkora sugárdózist kaphat az ülő utas a betegtől az utazási idő 15 percre alatt!

Adatok: $A = 25$ MBq, $t = 15 \cdot 60$ s, $E_\gamma = 356$ keV $= 5{,}696 \cdot 10^{-14}$ J.

6. A $^{32}_{15}P$ β-sugárzó izotópot orvosi alkalmazásban terápiás célra is használják. Az izotópot zárt tokban közvetlenül beültetik a kezelés időtartamára a daganatba. A zárt tokban lévő izotóp aktivitása a beültetéskor 6 MBq, az általa kibocsátott fotonok energiája átlagosan 680 keV. A daganatban a kibocsátott γ-fotonok 60%-a nyelődik el. Mekkora a daganat által elnyelt összes energia, ha a kezelési idő 12 nap? A $^{32}_{15}P$ felezési ideje 14,3 nap.

Adatok: A = 6 MBq, E_0 = 680 keV = $6{,}8 \cdot 10^5$ eV, $T_{1/2}$ = = 12 nap, η = 0,6.

7. Egy orvosi alkalmazásra előállított fluorizotóp sóoldat ($^{18}_{9}F$) 250 MBq aktivitással rendelkezik. Ennek az izotópoldatnak a felezési ideje 120 perc.

a) Számítsa ki az oldatban a 250 MBq aktivitású izotóp tömegét!

b) Mennyi lesz az izotóp aktivitása 24 óra múlva?

ESSZÉKÉRDÉSEK

A ruténium bomlása

(Emelt szintű érettségi feladat, 2021)

„A fejlett méréstechnikának köszönhetően hazánkban is mérhető volt, de nincs egészségi következménye a környezetbe került radioaktív ruténiumizotópnak", olvashattuk a Magyar Tudományos Akadémia hírei között. Október első napjaiban Európa számos pontján, így hazánkban is kimutatható volt a levegőmintákban a Ru-106-izotóp jelenléte. A sajtóban először megjelent francia hírek 10 μBq/m³ nagyságrendű légköri aktivitáskoncentrációt említettek, a hazai és a környező országok légköri környezet-ellenőrző állomásain ennél két-három nagyságrenddel nagyobb értékeket detektáltak. A ruténium-106-izotóp felezési ideje 374 nap, ezért a természetben nem fordul elő, a mintákban kimutatott szennyeződés csak mesterséges eredetű lehet. A környezeti mintákban más mesterséges eredetű izotóp nem volt mérhető, így egyértelműen ki lehetett zárni annak lehetőségét, hogy a szennyeződés egy reaktorból vagy kiégett nukleáris fűtőelemek feldolgozása során került volna a környezetbe, mivel ezekben az esetekben számos más izotóp is kikerült volna a környezetbe. A Ru-106-izotóp lágy béta-sugárzó, detektálása elsősorban leányelemén, a félperces felezési idejű Rh-106- (ródium-) izotópon keresztül lehetséges. Elterjedten alkalmazzák gyógyászati célokra, elsősorban a szemlencse daganatos megbetegedésének kezelésére, de esetenként űreszközökön radioizotópos termogenerátorban is használják." (forrás: https://mta.hu/tudomany_hirei/)

a) Milyen részecskéket sugároznak ki a radioaktív izotópok az egyes bomlások során?

b) Mit jelent a felezési idő fogalma?

c) Értelmezze az aktivitáskoncentráció fogalmát!

d) A 374 napos felezési idő miért magyarázat arra, hogy nincs jelen természetes módon a ruténium-106-izotóp?

e) Mi a leányelem? A konkrét esetben melyik a ruténium-106-izotóp leányeleme?

f) Írja le a ródium palládiummá (Pd) való alakulását leíró béta-bomlás egyenletét!

g) Milyen folyamatok miatt állíthatjuk, hogy ha reaktorból származna a szennyeződés, akkor más radioaktív izotópokat is találtak volna a levegőben?

h) Miért alkalmasak a radioaktív izotópok a daganatos betegségek kezelésére?

i) Körülbelül mennyi idő alatt csökken ezredére a 106-os tömegszámú, radioaktív ruténium koncentrációja egy mintában?

A radioaktív sugárzás élettani vonatkozásai

(Emelt szintű érettségi feladat, 2016)

„A lakosságot folytonosan éri természetes és mesterséges eredetű sugárzás. Az ionizáció kiváltására képes sugárzó anyagok jelen vannak a környezetünkben, mind az élettelen anyagokban, mind az élőlényekben, s így kivétel nélkül valamennyi emberben is."

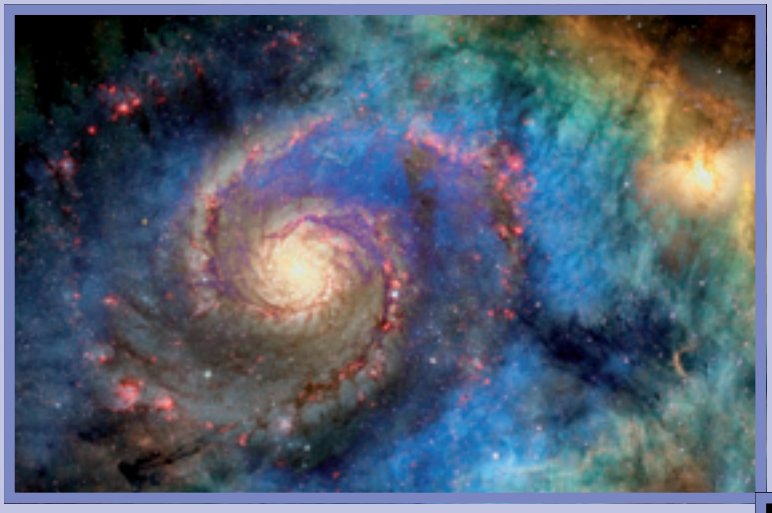
(http://www.muszeroldal.hu/assistance/Sugaregeszsegugyi_ismeretek.pdf)

Ismertesse a radioaktív sugárzás aktivitásának fogalmát, mértékegységét!



Mutassa be a földi háttérsugárzás eredetét, említsen meg néhány természetes és mesterséges összetevőt is! Indokolja a sugárzás elleni védelem szükségességét, két gyakorlati példán mutassa be ennek lehetséges módját! Miért vannak az űrhajósok és a mélyben dolgozó bányászok jelentős sugárterhelésnek kitéve? Az emberi test esetében beszélhetünk külső és belső sugárforrásokról. Mit értünk ezek alatt? Nevezzen meg mindkettőre egy-egy példát! Adja meg az elnyelt dózis, valamint a dózisegyenérték fogalmát és mértékegységét! Mi a különbség a két mennyiség között? Írjon le két gyakorlati példát a radioaktív sugárzás orvosi alkalmazására! Mutassa be a radioaktív sugárzás egy, orvostudomány területén kívül eső alkalmazását is!

XV. Csillagok életútja







1. Csillagok születése és fejlődésük

Mit nevezünk csillagnak?

A csillag olyan égitest, amelynek belsejében fúziós energiatermelés folyik vagy folyt.

A csillagok rendkívül sokfélék lehetnek. Keletkezésükkor általában kettős vagy többes rendszert alkotnak. Ritka az egyedül keletkező csillag, ilyen a mi Napunk is. Nézzük meg néhány ismert csillag adatait a következő táblázatban!

Látható, hogy egyértelmű kapcsolat nem áll fenn az egyes adatok között, de a témakörben meg fogjuk keresni a közöttük fennálló összefüggést.

Név	Tömegük a naptömeghez mérten	A Földtől való távolságuk (fényév)	Felszíni hőmérsékletük (K)	A Naphoz viszonyított abszolút fényességük
Szíriusz	2,35	8,7	10 000	25,4
Arkturusz	1,5	36,7	4200	210
Vega	2,8	25,3	9650	37
Capella	2,7–2,6	10,2–9,2	5000–5900	78,5–77,6
Rigel	17	800	11 000	40 000
Betelgeuze	14	430	3500	13 000 (?)
Sarkcsillag	4,3	430	7200	2200

Jelentősebb csillagok néhány jellemző adata

A csillagok bölcsője



A Sas-ködben a „Teremtés oszlopai”-nak nevezett gázfelhők. A felvétel a látható fény tartományban készült

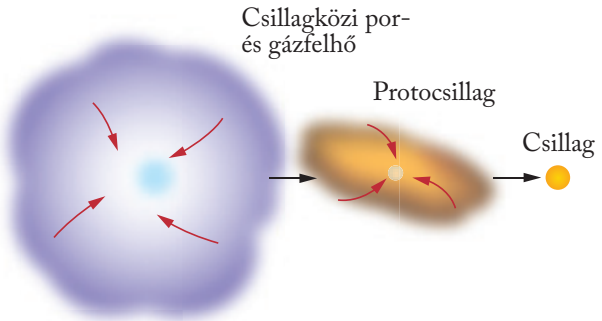
Az univerzumban számtalan csodálatos, gigantikus méretű csillagközi por- és gázfelhőt találunk, köztük a látványos Sas-ködöt.

A por- és gázfelhők százszor, sőt ezerszer nagyobbak is lehetnek, mint a mi Naprendszerünk. Ezek a csillagok születési helyei, ezért csillagbölcsőknek is nevezik őket.

Nézzük meg, hogy a csillagok születésüktől fogva milyen csillagfejlődési fázisokon mennek át. Figyeljük meg, mitől függ, hogy egy-egy csillag mely fázisokon halad keresztül!

A csillagok keletkezése

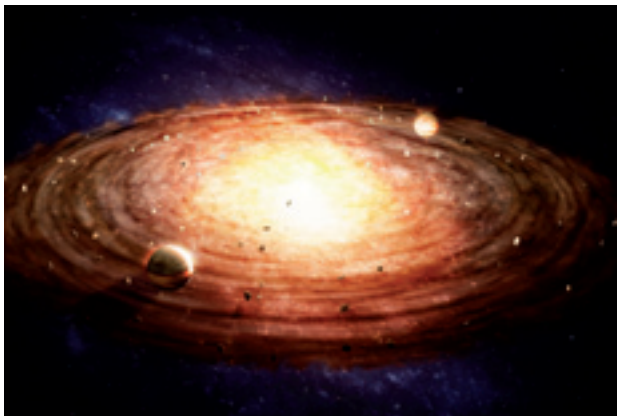
A csillagközi por- és gázfelhők nagyrészt gázfelhőkből (hidrogén- és héliummolekulákból), míg elenyészően kisebb részben porfelhőkből állnak. A por- és gázfelhőkkel évmilliókig semmilyen változás sem történik, de egyszer valamilyen külső zavar (pl. szupernóva-robbanás) hatására elkezdenek összehúzódni. Ezt a folyamatot ezután a gravitációs összehúzódás mozgatja, hatására óriási gázfelhők jönnek létre, majd ezek kisebb felhőkre szakadnak. Amint a por- és gázrészecskék közelebb kerülnek egymáshoz, ez a **gravitációs összehúzódás** felgyorsul. A kialakuló gázködben sűrűbb és ritkább régiók jönnek létre. A sűrűbb régiók a gravitáció hatására egyre több port és gázt vonzanak magukhoz, egyre nagyobb tömegűek, sűrűbbek és forróbbak lesznek, melynek végén megkezdődik a csillagok keletkezése, és a gázköd egyes részei egymástól függetlenül fejlődnek tovább. Ekkor **csoportos csillagkeletkezés** történik.



Csillagok keletkezése csillagközi por- és gázfelhőből

A folyamatos gravitációs összehúzódás hatására a nyomás és a hőmérséklet tovább emelkedik, a felhő egy részében **protocsillag** jön létre, amely még nem csillag, hanem egy forró, nagyon sűrű por- és gázgömb. A protocsillagban további összehúzódás megy végbe, melynek hatására tovább melegszik a protocsillag.

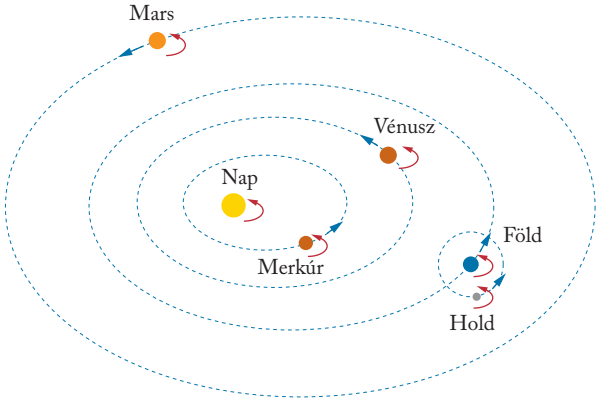
A protocsillag közepén a hőmérséklet eléri a néhány millió fokot, beindul a **magfúziós** folyamat. Ez hatalmas mennyiségű energiát szabadít fel, a kifelé áramló energia pedig elegendő sugárzási nyomást hoz létre a gravitációs összehúzódás megállításához. Ekkor a csillag elérte az **egyensúlyi állapotot**, amely mindaddig megmarad, amíg a hidrogénkészlete héliummá nem ég el. Ezt a fázist **hidrogénégésnek** nevezzük.



Protocsillag keletkezése bolygóival együtt

A Naprendszer perdülete

A Bevezetőben olvashattuk, hogy a csillagok keletkezésekor viszonylag ritkán fordul elő, hogy egy csillag egyedül keletkezik. Általában a csillagok csoportosan keletkeznek.



A Naprendszer perdülete

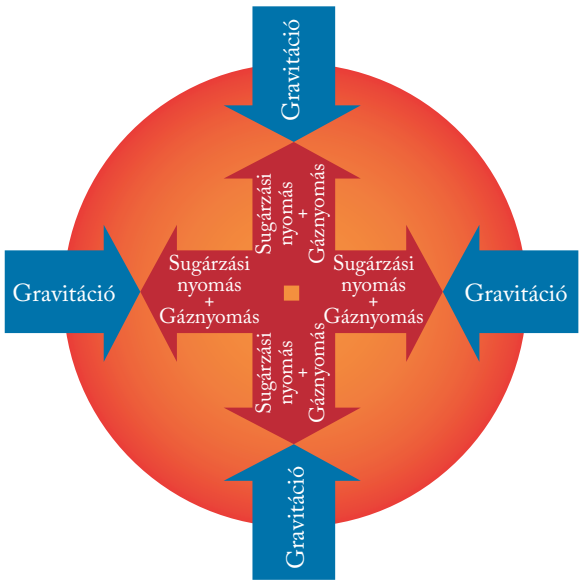
Egy csillag keletkezésekor a gravitációs összehúzódás közben a kisebb perdületű gáz- és porfelhők a gravitáció hatására a csillagba tömörülnek, belőlük jön létre a protocsillag, majd a csillag. A nagyobb perdülettel rendelkező gáz- és porkorong – a csillag keringési síkjában – a korong perdülete folytán nem hullhatott a Napba, hanem a keletkező csillagtól távolabb keringve fokozatosan bolygókká, törpebolygókká, holdakká, meteorokká és üstökösökké zsugorodott.

Láthatjuk, hogy a perdületmegmaradás törvénye miatt alakul ki a csillag körül egy gáz- és porkorong. A bolygók, holdak keringése mindig egy irányban, közel egy síkban történik, nagyjából az ekliptika síkjában. E síkra merőleges tengely körül kering a Nap és nyolc bolygója. A párhuzamos – ekliptikára merőleges – vektorok eredőjeként adódó perdület a kezdeti felhőörvénytől kapott perdülettel egyezik meg. A bolygók tömege alig ezredrészét teszi ki a Nap tömegének, de a Naprendszer perdületének 98%-át a bolygók adják. Ebből is látható, hogy **a bolygók együtt születtek a Nappal**.

Egyensúlyi állapot a csillagokban

Láttuk, hogy ha egy csillag kialakul, akkor hosszú ideig stabil **egyensúlyi állapotban** marad. A gravitációs erők a csillag tömegközéppontja felé hatnak, míg a magfúzió során kibocsátott fotonok **sugárzási nyomása** és a **gázmagban** lévő atommagok kinetikus energiájából származó **nyomás** a csillag belső magjából kifelé irányul. A belülről kifelé irányuló sugárzási nyomás és a gáz nyomása kiegyenlíti a gravitációs vonzás erejét, és fenntartja az egyensúlyt.

Az, hogy egy csillagban mennyi ideig áll fenn az egyensúlyi állapot, a csillag méretétől és a tömegétől függ.



A sugárzási nyomás és a gázmag nyomása tart egyensúlyt a gravitációval

A Naphoz hasonló méretű, 1,4 naptömegnél kisebb csillagok mintegy 10 milliárd évet töltenek ebben a viszonylag stabil állapotban.

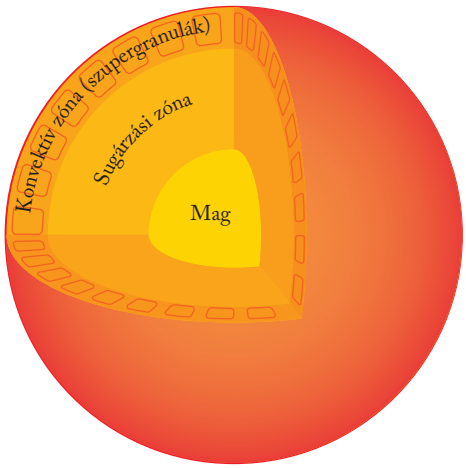
A nagy, hatalmas szuperóriás csillagok magjai sokkal melegebbek (kék színűek), mint a kis méretű csillagoké, így több energiát szabadítanak fel, és a rendelkezésre álló

hidrogént sokkal rövidebb idő alatt héliummá alakítják. Az óriás és szuperóriás csillagok csak néhány millió évig lehetnek stabilak, mert hamar elégetik az üzemanyagukat.

A Nap és hozzá hasonló tömegű csillagok belső szerkezete

A Naphoz hasonló tömegű (1,4 naptömegnél kisebb) csillagok magjában a gravitációs összehúzódás hatására nagy sűrűség és igen forró, 15 millió K hőmérséklet jön létre, beindul a **hidrogén magfúzió**. A Nap magjában minden másodpercben 600 millió tonna hidrogén alakul át héliummá.

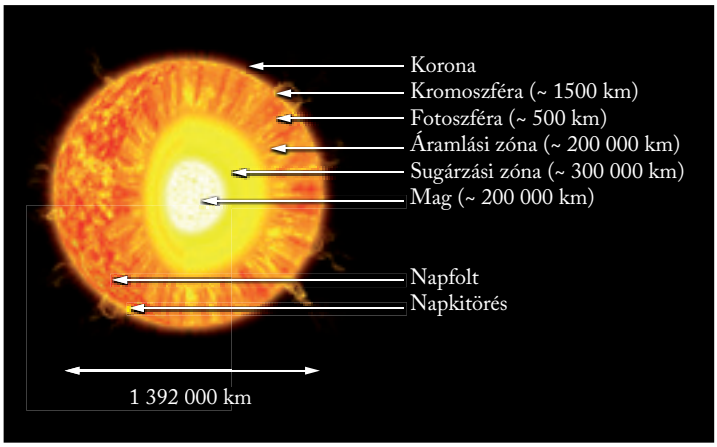
A mag belsejében a magreakciók eredményeképpen létrejövő energia gamma-sugárzás formájában szabadul fel. Ezt az energiát két folyamat juttatja a felszínre: a sugárzás és az áramlás.



A Nap magja, sugárzási és áramlási zónája

A sugárzásos energiaterjedésben – **sugárzási zónában** – az atomok sorozatosan elnyelik, majd kisugározzák a fotonokat. A fotonok bármely irányban kisugározódhatnak. A véletlenszerű mozgással zegzugos pályán fokozatosan kifelé haladnak, miközben energiát veszítenek. Ebben a tartományban már jelentősen csökken a hőmérséklet.

A Naphoz hasonló csillagokban a sugárzási zónát egy vékonyabb **áramlási zóna** veszi körül. Ebben a zónában az anyag felfelé áramlik a hűvösebb rétegekig, ahol kitágul és lehűl, majd visszasüllyed a mélyebb, forró rétegekbe. Így egy fel- és lefele irányuló körkörös anyagáramlás jön létre. Ez az anyagáramlás a Nap felszínének tekinthető fotoszféráig tart. Mire a fotonok a Nap felszínére, a fotoszférába érnek, a fotonok nagyobb része már az elektromágneses színkép látható tartományába esik. Ezt a réteget látjuk a Földről.



A Nap szerkezeti felépítése

A Nap külső rétegei

A **fotoszféra** egy 400 km vastag zóna, amit a Földről távcsővel látunk. Ennek átlaghőmérséklete 6000 K, de ez is kifelé hűl. Itt figyelhetők meg gyakran az alacsonyabb hőmérsékletű napfoltok.

A fotoszféra felett az erőteljes sűrűségcsökkenésen áteső **kromoszféra** található, ami átmegy a rendkívül ritka koronába. A kromoszféra jelenleg ismert jelenségei a napkitörések, más néven protuberanciák. A **koronában** a sűrűség már csak 10^{-15} $\frac{g}{cm^3}$-es nagyságrendű, de a hőmérséklet megugrik. A fotoszféra külsejének hideg 400 K-es felszíne után a nagyon ritka koronában a hőmérséklet ismét millió K fölé emelkedik. Innen származik a napszél, a Napból érkező részecskezápor.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen lépéseken keresztül megy végbe a keletkezéséig egy csillag? Milyen folyamatok indulnak meg a keletkező protocsillag, majd csillag belsejében?
2. Milyen naptömeghatárok között lehetnek a Napunkhoz hasonló életutat bejáró csillagok?
3. Hogyan akadályozza meg egy csillagban a magfúzió a további gravitációs összeomlást?
4. Milyen a Nap szerkezeti felépítése? Mi az egyes rétegek szerepe?
5. Miért mozognak egy egyedül keletkező csillag (pl. Nap) körül közel egy síkban a bolygók?
6. Miért mondjuk, hogy a Földre érkező fénysugarak a fotoszférából indulnak ki?

2. Kis tömegű csillagok életútja

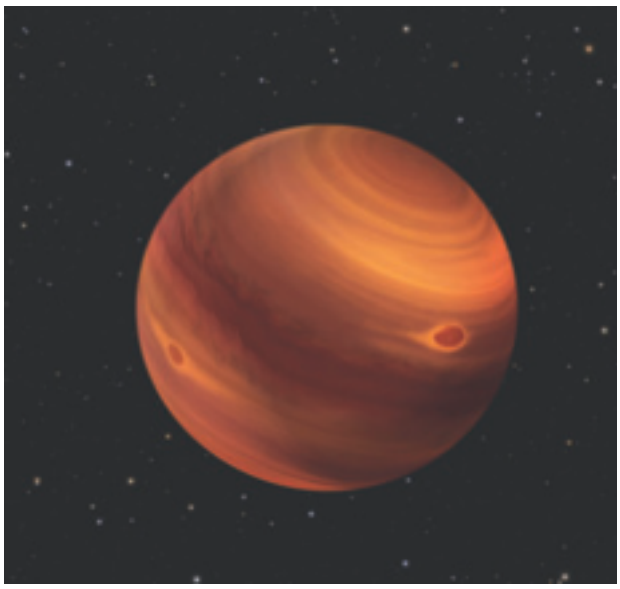
Nézzük meg, hogy mi történik a kis tömegű csillagokkal életük során!

A csillagok életútja nagyon különböző. **Kezdeti tömegük dönti el, hogy végül milyen fejlődési utat járnak be.**

Barna és vörös törpecsillagok

Ha a hidrogént tartalmazó gázfelhőnek a tömege nem éri el a naptömeg 8%-át, akkor a magfúzió nem indul be a protocsillagban. Ekkor **barna törpecsillag** keletkezik, amely főként az infravörös tartományban sugároz.

Ha a gázfelhő tömege eléri a naptömeg 8%-át, de a 0,5 naptömeg alatt marad, akkor nagyon lassú magfúzió játszódik le a csillagban. Az ő fényük vörösen izzónak látszik az égbolton, mivel ezeknek a csillagoknak a felszíni hőmérséklete nagyon alacsony lesz. **Vörös törpecsillagoknak** nevezzük őket. Évmilliárdokig maradnak ebben az állapotban, mire elfogy a hidrogén üzemanyaguk. Gyenge fényük miatt nehezen észrevehetők, de számuk nagyságrendileg megegyezik a „rendes" csillagokéval.

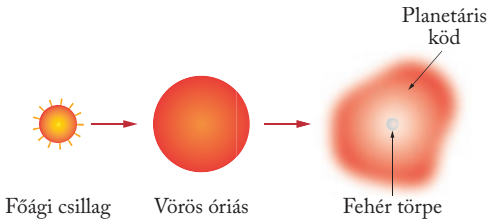


Barna törpecsillag képe az infravörös tartományban

Vörös óriások

A 0,5 és 8 naptömeg közötti csillagok **vörös óriássá** fejlődnek. Ekkorra a csillag magjának központi részében a hidrogénégés befejeződik, így a csillag magjának közepén hélium található. A csillag központjában a magfúzió leáll, így nem képes több energiát előállítani, ezzel együtt a magfúzió keltette gáznyomás is megszűnik. A héliummag a gravitációs vonzóerő hatására összehúzódik, és újra felmelegszik a csillag súlya alatt. Közvetlenül az összehúzódó és felmelegedő héliummag körül a csillag egy vékony héjrétegben elkezdi égetni a hidrogént, itt újra beindul a hidrogén magfúzió. Ezt **héjégésnek** nevezzük.

A hidrogén héliummá válása során elkezdődő, kezdetben alacsony energiatermelés annyira megnő, hogy a sugárzás nyomása jóval nagyobb lesz, mint a csillag felső rétegének gravitációs ereje, ennek hatására a felső rétegek elkezdenek eltávolodni a továbbra is összehúzódásban lévő héliummagtól. A vörös óriás mérete a Nap méretének 10-100-szorosa is lehet. A csillag külső rétegeinek hőmérséklete kitágulással csökken (2000–4000 K), és a csillag felszíne vörös színt kap. Körülbelül 4 milliárd év alatt kialakul a **vörös óriás** állapot. A Napunkban is a fenti folyamat fog lezajlani, tágulása folytán elnyeli a Merkúrt, Vénuszt és a Földet, ha addigra a napszél el nem fújja őket.



A fél és nyolc naptömeg közötti csillagok életútja

Fehér törpe állapot

Amikor a csillag belsejében a nukleáris megreakciók összes üzemanyaga elfogyott, a csillag maradványa elkezd összeomlani, mert belső nyomása már nem képes ellenállni a gravitációnak.

A körülbelül nyolc naptömegnél kisebb csillagoknál a legkülső rétegekre a gravitációnak igen kis hatása van, ezért a csillag tömegének 90%-át is elveszti, az a csillagközi anyagot gazdagítja. Az anyag csillagszél formájában kiáramlik vagy **planetáris ködöt** alkot.

Ha a csillag maradványa kisebb 1,4 naptömegnél, amit **Chandrasekhar-határnak** neveznek, akkor a csillag saját súlya alatt összehúzódik, fehér törpévé válik.

Miután a csillagmag Föld méretűre zsugorodott, a csillag magjában létrejön az **elektrondegenerációs nyomás**. Ez azt jelenti, hogy a csillagok magjában található elektronok közötti elektrosztatikus taszítóerő tart egyensúlyt a gravitációval. Az elektronok elegendő nyomást fejtenek ki ahhoz, hogy megakadályozzák a további összeomlást, így

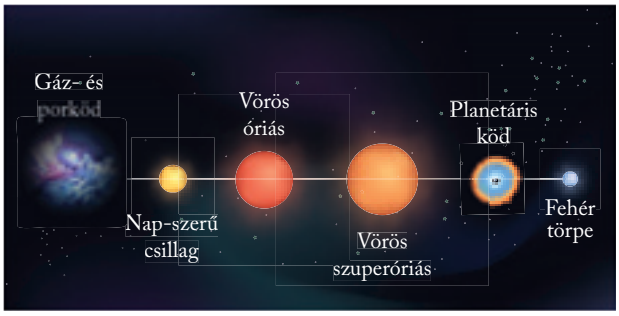


Lyra gyűrűsköd

ezek a csillagok már nem csökkentik tovább a térfogatukat. A gravitációs összehúzódás befejeztével általában nem sokkal nagyobbak, mint a Földünk. A nagyobb tömegű csillagok kisebb méretűre, ezért nagyobb sűrűségűre zsugorodnak össze. A kialakuló kis méretük és magas felületi hőmérsékletük (30–100 ezer K közötti) miatt fehér színűek lesznek, ezért a csillagászok **fehér törpéknek** nevezték el őket.

Az elsőként felfedezett fehér törpecsillag a Szíriusz B csillag volt, tömege körülbelül a Napéval megegyező, de sugara a Földének kétszerese.

A fehér törpék roppant stabil csillagok. Az életciklusuk alatt felhalmozott energiájukat kis felületükre való tekintettel nagyon lassan sugározzák ki. A fehér törpe állapotot több milliárd, sőt tízmilliárd éven át megtartják. Hőtartalékaikat fokozatosan felhasználják, amely felszíni hőmérsékletük változásához vezet. Felszínük kezdetben sárgára vált, később vörösre, majd végül megszűnik a sugárzás. Hideg, sötét csillagokként, **fekete törpeként** fejezik be létezésüket. A világegyetem fiatal kora miatt nincsenek az univerzumban fekete törpék.



Kis tömegű csillagok életciklusa

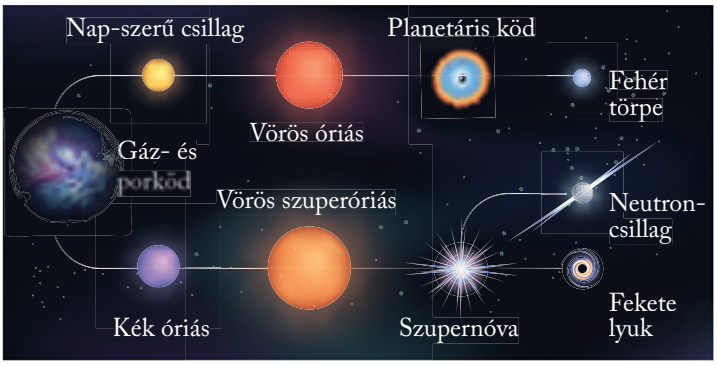
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mikor lesz barna törpe- vagy vörös törpecsillag a csillagfejlődés végállapota?
2. Mekkora tömegű csillagokból fejlődnek ki vörös óriások?
3. Mikor jön létre fehér törpe állapot? Mi nevezünk héjégésnek?
4. Mi az elektrondegenerációs nyomás? Mi tart egyensúlyt a gravitációs erővel?
5. Mit nevezünk Chandrasekhar-határnak?
6. Hogyan fejezik be a fehér törpék az életútjukat?

3. Nagy tömegű csillagok életútja

A **8 naptömegnél nagyobb csillagok életútja** jelentősen eltér a kisebbekétől és egymástól is. Mivel tömegük sokkal nagyobb, a gravitációs erők összenyomó hatása miatt ezen csillagok magja sokkal melegebb. A magban lévő hidrogént sokkal kevesebb idő, néhány millió év alatt égetik el.

A kisebb tömegű csillagokhoz hasonlóan, amikor a magban lévő hidrogén elég, a mag ezekben a masszív, nagy tömegű csillagokban is, a gravitációs erők hatására összeomlik. Ezeknek a nagy tömegű csillagoknak a magjai sokkal forróbbak lesznek, elérik a körülbelül 100 millió K-t, így a héliummagok a nagy mozgási energiájukkal legyőzik az elektronok elektrosztatikus taszítását, és **megindul bennük a hélium magfúziója**. **A hélium atommagjai nehezebb elemekké egyesülnek.**



Nagy tömegű csillagok életútja

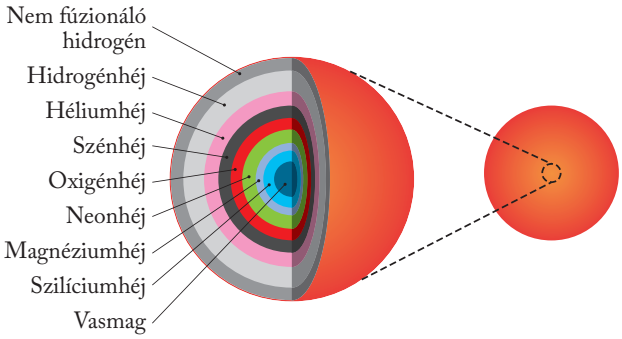
Vörös szuperóriások

A 0,5 és 8 naptömeg közötti csillagokból a hidrogénégés bejezése után vörös óriások, míg az átlagnál nagyobb tömegű csillagokból vörös **szuperóriások** keletkeznek. A nagy tömegű csillagok sok üzemanyaggal rendelkeznek. Az óriások fényereje akár ezerszeresen is meghaladja a Nap fényességét. A legnagyobb szuperóriások átmérője a Nap átmérőjének 1400-szorosát is eléri.

A vörös szuperóriások magjában létrejövő óriási energiatermelés nagy mennyiségű kifelé áramló fotont hoz létre, amelynek hatására a csillag kitágul, és egy vörös szuperóriás állapot jön létre.

A szuperóriás magjában a hőmérséklet és a nyomás elegendő magas ahhoz, hogy hagymaszerű héjakat alkotva, **egymás után a héliumnál nehezebb elemek magfúziója** is **beindulhasson**. A csillag magjában egymás után a periódusos rendszer könnyű elemei (C, O_2, Ne, Mg, Si, Fe) jönnek létre. A korábban keletkezett elemek hagymaszerű héjakat alkotnak a magasabb rendszámú elemek körül.

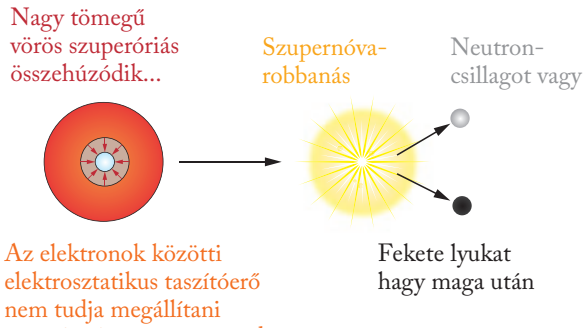
A magfúzió energiatermelő folyamat, mely a vörös szuperóriásokban is csak addig tarthat, amíg a csillagban nem alakul ki a vasmag. Így **ha a csillag elég nagy tömegű, akkor – a magban létrejövő óriási nyomás és magas hőmérséklet hatására – a héliumtól a vasig a periódusos rendszer összes elemét legyártja**. A vasmagok és annál nehezebb elemek magfúziója már nem indul be, mert azok már nem energiatermelő, hanem energiaelnyelő folyamatok lennének.



A vörös szuperóriás vasmagja és hagymaszerű héjszerkezete

A szupernóva-robbanás

Ha a 8 naptömegnél nagyobb tömegű csillag eléri a hidrogénégető állapotának a végét, akkor belsejében létrejön a vasmag. Kezdetben – kisebb vasmagtömegnél – a magot a saját belső nyomása egyensúlyban tudja tartani a külső rétegek gravitációs nyomásával szemben. Amikor a vasmag tömege eléri az 1,4 naptömeget (Chandrasekhar-határ), elkezdődik a mag összeomlása, amelynek végére egy rendkívül sűrű, csaknem teljes egészében neutronokból álló mag jön létre. A csillag magja neutroncsillagként vagy fekete lyukként folytatja életét.



A 8 naptömegnél nagyobb csillagok életútja

A külső rétegek a gravitációs vonzás hatására a magra hullva, onnan szinte hihetetlen, 10 000 km/s sebességgel visszapattannak, hatalmas lökéshullámot hoznak létre. A legnagyobb szupernóvák robbanásakor néhány másodperc alatt felszabaduló energia eléri vagy meghaladja a Nap teljes élettartama alatti energiatermelést. Fénye rövid ideig a teljes univerzum fényét felülmúlja, néhány hét vagy hónap alatt elhalványul. Így jön létre a **II. típusú szupernóva-robbanás**. A szétrepülő törmelékből álló szupernóva-maradvány gázköddé alakul.

A Tejútrendszerben utoljára 1604-ben figyeltek meg szupernóva-robbanást.

A szupernóva-robbanáskor **a vason túli nehéz elemek is létrejönnek**, és kilökődnek a kozmikus térbe. A periódusos rendszer minden vasnál nehezebb eleme legyártódik. Minden vasnál nehezebb elem egy szupernóvában jött létre, és szupernóva-robbanáskor szóródott szét a világegyetemben. Fantasztikus élmény arra gondolni, hogy a testünkben lévő vasnál nehezebb elemek valaha egy szupernóva-robbanásban keletkezhettek. Ugyanígy az elektromos vezetékekben lévő réz (Cu), az ékszereinkben lévő ezüst (Ag) és arany (Au) egy nagy tömegű csillag szupernóva-robbanásakor keletkezett és szóródott szét a világegyetemben.



Szupernóva-robbanás

Szupernóva-robbanás maradványai: neutroncsillagok és fekete lyukak

Nézzük meg, hogy mi történik a szupernóva-robbanás után az 1,4 naptömegnél nagyobb maradványcsillaggal! **A maradványcsillag tömegétől függően a csillag életútjára két lehetőség áll fenn.**

Az egyik csillagfejlődési út, ha a csillag magjának tömege nagyobb mint 1,4 naptömeg (Chandrasekhar-határ), de 3 naptömegnél kisebb, akkor a gravitációs összeomlás folytatódik, és **neutroncsillag** jön létre. Ezek a **csillagok szinte teljesen neutronokból állnak**, és nagyon kicsik lehetnek – mindössze 10 km átmérőjűek. Átlagos tömegük 2 naptömeg, és sűrűségük hasonló az atommagéhoz ($\rho = 10^{17}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).

A neutroncsillag kialakulásakor a szülőcsillag **mágneses tere** koncentrálódik, és ezért az felerősödik. Hasonlóképpen a perdületmegmaradás tétele miatt a csillag eredeti **forgása is jelentősen felgyorsul** az összeomlás következtében. A neutroncsillagokat tehát erős mágneses terük és gyors forgásuk jellemzi. Az idő múlásával energiájuk egy részét kisugározzák, ezért forgásuk lassul.



Crab Nebula – 1054-ben történt szupernóva-robbanás során keletkezett planetáris köd, közepén egy pulzárral (forgó neutroncsillaggal)

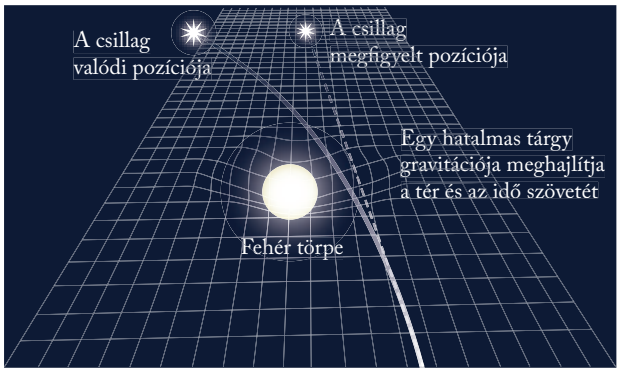
Nézzük meg a második csillagfejlődési utat! Egy másik csillagfejlődési úton halad a csillag, ha a szupernóva-robbanás után **megmaradó tömeg meghaladja a 3 naptömeget:** ilyenkor a gravitációs összenyomás olyan hatalmas, hogy semmi sem, még a neutronok sem tudnak ellenállni a gravitációs erőnek. A csillag olyan kicsivé és sűrűvé válik, hogy iszonyú gravitációs ereje még a sugárzás (többek között a látható fény) kijutását is megakadályozza. Ezek az ún. **csillagtömegű fekete lyukak** csak a környezetükben található objektumokra gyakorolt gravitációs hatásuk alapján mutathatók ki.

A fekete lyukaknak két fő típusa van:

– kis tömegű (ún. csillagtömegű) fekete lyukak, tömegük kisebb mint 8-10 naptömeg;
– szupernagy tömegű (ún. szupermasszív) fekete lyukak, amelyek a galaxisok közepében vannak, és a tömegük meghaladja a százezer, sőt millió naptömeget.



A fekete lyuk felszínét a gravitációs hatása miatt semmi sem képes elhagyni

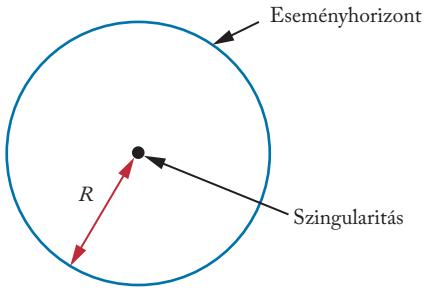


A csillagok gravitációs lencse hatásához hasonlóan a fekete lyuk is gravitációs lencseként működik

A fekete lyukak kimutatásának egyik módszere a gravitációs lencsehatás. A fekete lyuknál távolabbi helyekről érkező fénysugár a fekete lyuk mellett eltérül, így az **gravitációs lencseként** működik.

A fekete lyuk jellemzői

A fekete lyuk óriási tömege miatt a környezetében olyan nagy erejű gravitációs mező jön létre, hogy semmilyen anyag vagy sugárzás nem tud eltávolodni tőle. Ebben a gravitációs mezőben az eltávolodáshoz a fénysebességnél nagyobb sebességre van szüksége. Ezt a sebességet **szökési sebességnek** nevezzük. Ez azt jelenti, hogy a szökési sebesség az a sebesség, amellyel az anyagnak vagy sugárzásnak mozognia kell ahhoz, hogy elegendő energiával rendelkezzen a gravitációs mezőből való kilépéshez.



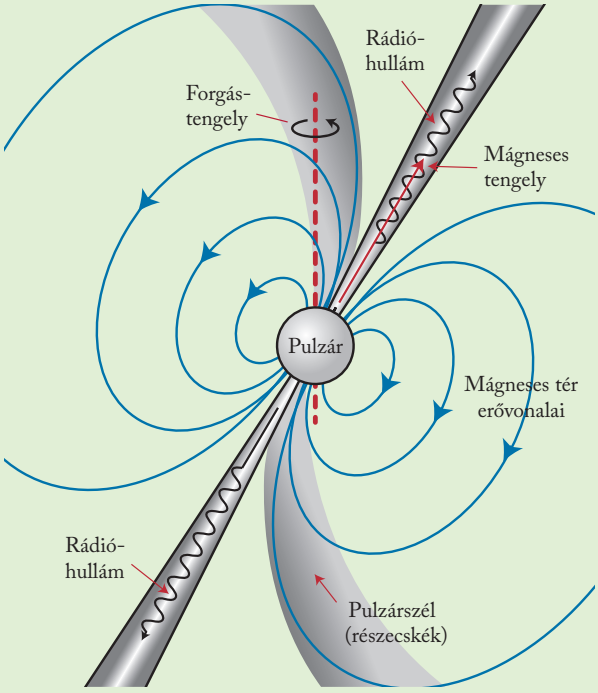
Fekete lyuk szingularitása, eseményhorizontja és Schwarzschild-sugara

ALKALMAZÁSOK

Pulzárok

Jocelyn Burnell és Antony Hewish brit csillagászok felfedeztek egy 1,33 másodperc ismétlődésű rádiójelet. A kutatók megvizsgálták, hogy származhat-e földönkívüli civilizációtól. A jel rádióhullámnak bizonyult, amelyet egy gyorsan forgó neutroncsillag bocsátott ki, amit **pulzárnak** neveztek el. A pulzár egy erős mágneses térrel rendelkező, gyorsan forgó neutroncsillag. Mágneses tengelye mentén nagy sebességre felgyorsuló, elektromosan töltött részecskéket egy keskeny nyalábban nagy energiakibocsátással sugároz.

A pulzár forgása közben a kibocsátott rádiónyaláb végigsöpör a Földön, mint egy világítótorony nyalábja. Az azóta felfedezett pulzárok mindegyike *közvetlen bizonyíték a szupernóvák után megmaradt neutroncsillagok közvetlen létezésére.*



Pulzár rádiósugárzása

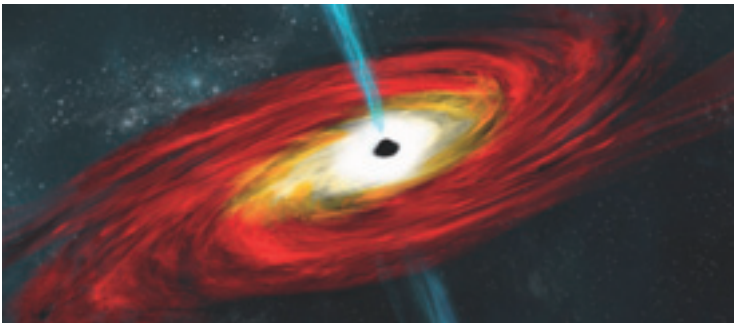
Láttuk, hogy egy fekete lyuk körül lévő terület olyan erős gravitációs mezővel rendelkezik, hogy a szökési sebesség nagyobb lesz, mint a fénysebesség. Ekkor semmilyen anyag vagy sugárzás sem képes elhagyni ezt a területet. Minden esemény, ami történik, számunkra, külső szemlélők számára ismeretlen marad. Ezt a téridőhatárt **eseményhorizontnak** nevezzük, amely elválasztja egymástól az érzékelhetőt és az érzékelhetetlent. Az eseményhorizont felfedezése az általános relativitáselmélet következménye.

Schwarzschild-sugár

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Azt a távolságot, ahol a szökési sebesség éppen a fénysebességgel egyezik meg, tehát a fénynek éppen annyi energiája van, hogy elkerülje a fekete lyuk gravitációs hatását, a fekete lyuk eseményhorizontjának sugarát **Schwarzschild-sugárnak** nevezzük. A Schwarzschild-sugár belsejéből semmi, még a fény sem tud kilépni, csak tovább utazik a fekete lyukban.

Jelenlegi ismereteink szerint minden galaxis közepén egy **szupermasszív fekete lyuk** (a Galaxisunkban, a Tejútrendszerben a Napunknál 4,3 milliószor nagyobb tömegű) található. A fekete lyuk kifelé csak igen erős gravitációs terével nyilvánul meg. Ezért a közelébe kerülő csillagközi anyagot magába szippantja, vagy a csillagból, esetleg neutroncsillagból magához rántja a kitörő szelet vagy plazmát. Mivel a csillagközi anyag, illetve a kiszökő plazma megtartja perdületét, így az nem közvetlenül a fekete lyukba esik, hanem spirálisan, gyűrűt alkotva közelíti meg azt. A fekete lyuk körül így létrejövő korongot **akkréciós korongnak** nevezzük. Ahogy a korong plazmája a fekete lyukhoz közelít, felforrósodik és intenzíven világítani kezd. A korong belső részének hőmérséklete eléri a 10 millió fokot, és röntgensugarakat bocsát ki.



A fekete lyuk akkréciós korongjában csillagközi gáz- és porfelhőt nyel el

KIDOLGOZOTT FELADAT

Schwarzshild sugár – a csillag létezésének legjelentősebb határa

Határozzuk meg az r Schwarzshild-sugarat egy adott M tömegű fekete lyuk esetén!

Ahhoz, hogy egy m tömegű tárgyat a csillag középpontjából a fekete lyuk gravitációs mezejéből – azaz a végtelen távoli pontig – mozgassunk, a szükséges gravitációs potenciális energia:

$$E_g = -\gamma \frac{mM}{r}$$

Tételezzük fel, hogy a fekete lyuk M tömege egy pontban összegződik. Ekkor ha a fekete lyuk közepéből a gravitációs mezejéből szeretnénk kijuttatni egy m tömegű testet, akkor annak legalább a potenciális energia legyőzéséhez szükséges $E_m = \frac{1}{2} mv^2$ mozgási energiával kell rendelkeznie, ahol az m tömegű test sebessége v, a fekete lyuk középpontjától r távolságra. Ekkor fennáll az $\frac{1}{2} mv^2 = \gamma \frac{mM}{r}$.

Egyszerűsítés után a kapott összefüggés: $r_s = \frac{2\gamma M}{v^2}$.

A Schwarzshild-sugár az a távolság, ahol a v szökési sebesség megegyezik a c fénysebességgel, így

$$r_s = \frac{2\gamma M}{c^2}.$$

Tehát a fekete lyukká váló égitestek gravitációs sugara a tömegüktől függ.

A Nap tömegétől háromszor nagyobb, fekete lyukká váló csillagnál ez az érték 9 km, a Nap tömegével rendelkező csillagoknál 3 km-ről beszélhetünk.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Miért nem lehetnek az 1,4 naptömegnél nagyobb csillagok fehér törpék?
2. Egy csillag összehúzódó magja miként hozza létre a szupernóvát? Milyen méretbeli változás történik szupernóva-robbanáskor?
3. Hogyan akadályozza meg a csillagban a magfúzió a további gravitációs összeomlást?
4. Mit jelentenek az alábbi fogalmak:
   a) szökési sebesség,
   b) eseményhorizont,
   c) fekete lyuk Schwarzshild-sugara?
5. Magyarázza el, miért hajlamosak a nagyobb csillagok kevesebb időt tölteni a főági fázisban!
6. Miért gondolják, hogy minden galaxis középpontjában egy fekete lyuk található?

4. A csillagok néhány állapothatározója

Csillagok tömege

A csillagok legfontosabb állapothatározója a csillagok tömege. A csillagok életútját, születését, fejlődését és halálát egyértelműen a tömegük határozza meg.

Látszólagos fényesség

Tapasztalatból tudjuk, hogy a Nap, a Hold és a csillagok nem egyformán fénylenek az égbolton. Az ókori csillagász, *Hipparkhosz* (i. e. 180?–125), az égbolt csillagait hat fényességi osztályba sorolta. Katalógusában a legfényesebb csillagokat 1., a még éppen láthatókat 6. nagyságrendbe (fényrendbe) sorolta. Beosztását a mai csillagászok is átvették, a skálát mindkét irányban kiterjesztették.

Látszólagos magnitúdónak nevezzük azt a fényességet, amilyen fényesnek az égitestet látjuk a Földről.
A csillagok fényességének a mértékegysége a magnitúdó. Jele: m.
Egy magnitúdójú csillag látszólagos fényességének jelölése: 1^m.
Hipparkhosz megállapítása szerint a szabad szemmel látható csillagok közül (a Napot nem idevéve) a legfényesebbek 1. nagyságrendűek (1^m), a leggyengébben fénylők pedig 6. nagyságrendűek (6^m). A magnitúdóskála logaritmikus.
A skálát az újkori megfigyelések alapján kiegészítették.

Fő jellemzője, hogy az 1^m fényességű csillagok 2,512-szer fényesebbek a 2^m csillagoknál. Az 1^m-nál 2,512-szer fényesebb égitesteket 0^m-val, a 0^m-nál 2,512-szer fényesebbeket -1^m-val jelöljük.

A fentiekből következik, hogy **az 1. magnitúdójú csillag (1^m) fényessége 100-szor nagyobb, mint a 6. nagyságrendű csillagé.**

Más szavakkal, az 5 nagyságrendű magnitúdókülönbség 100-szoros aránynak felel meg. Ez azt jelenti, hogy 1^m magnitudókülönbség $100^{1/5}$ ~ 2,512-szeres intenzitásaránynak felel meg.

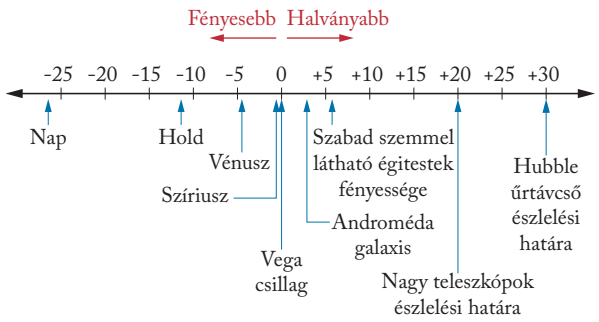
KIDOLGOZOTT FELADAT

Határozzuk meg, hogy
a) -1^m magnitúdójú csillag hányszor fényesebb, mint a 0^m magnitúdójú Vega csillag!
b) a 4^m magnitúdójú csillag hányszor halványabb, mint az 1^m magnitúdójú csillag!

MEGOLDÁS

a) -1^m magnitúdójú csillag 2,512-ször fényesebb, mint a Vega csillag.
b) A 4^m magnitúdójú csillag $2{,}512 \cdot 2{,}512 \cdot 2{,}512 = 2{,}512^3 = 15{,}815$-szer halványabb, mint az 1^m magnitúdójú csillag.

Nézzük meg a legújabb csillagászati megfigyelésekkel kiegészült Hipparkhosz-skálát!



A látszólagos fényesség értéke néhány csillag és bolygó esetén

A skálát a megfigyelések alapján mindkét irányban meghosszabbították. Az égbolt legfényesebb csillagainak látszólagos fényessége negatív értékű. A Nap látszólagos fényessége $-26{,}7^m$ magnitúdó. A Hubble űrtávcső által megfigyelt legsötétebb égitest látszólagos fényessége 30^m magnitúdó körül van. A skálát egy Vega nevű csillaghoz rögzítették, melynek a magnitúdója 0.

A látszó fényességből és a távolság ismeretéből a **csillag sugarára is** következtethetünk.

Abszolút fényesség

Megkülönböztetünk látszólagos és abszolút fényességet. Az égitestek valódi fényességét az abszolút fényességükkel jellemezzük.

Az abszolút fényesség egy egyezményes távolságból (10 parsec = 32,6 fényév = $3{,}086 \cdot 10^{14}$ km) megmutatkozó látszó fényességgel egyenlő. Egy magnitúdójú csillag abszolút fényességének jelölése: 1^M.

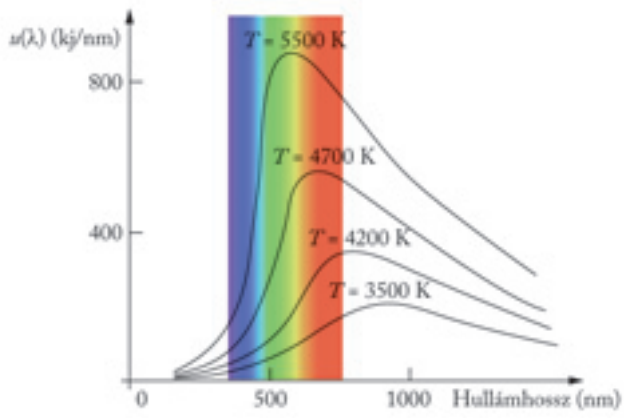
A Nap abszolút fényessége $4{,}84^M$, a Szíriuszé $1{,}41^M$. Valójában a Nap 3,43-szor halványabb csillag, mint a Szíriusz. A Nap hatalmas látszólagos fényességét mindössze a Földtől való kis távolságának köszönheti, ami jóval kisebb a legközelebbi csillagok fényességéhez képest.

A fekete test sugárzása

Ha egy fémet hevítünk (ld. ábra: egy fűtőszál vörösen izzik), akkor a fém eleinte tompavörösen, majd a hőmérséklet emelkedésével vöröses-narancssárgán világít. Ha nem olvad meg, elég magas hőmérsékleten fehéren kezd izzani. Tehát látható, hogy a testek hőmérséklete és az általuk kibocsátott fény spektruma között összefüggés áll fenn.

Az abszolút nulla K feletti hőmérsékleten a tárgyak különböző hullámhosszúságú és eltérő intenzitású elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Egy ilyen forró tárgyat **fekete testként** modellezhetünk. Fekete testnek tekintjük az olyan ideális testet, ami bármilyen hullámhosszúságú elektromágneses sugárzást elnyel. Termikus egyensúly esetén egy adott hőmérsékleten jellemző hullámhosszeloszlást bocsát ki. A csillagokat is abszolút fekete testnek tekintjük.

Az alábbi ábra például a fekete test (pl. Nap) által 5500 K hőmérsékleten kibocsátott elektromágneses sugárzás intenzitásának a hullámhossz függvényében ábrázolt grafikonját is mutatja.



A fekete test (Nap) sugárzása intenzitáseloszlása a hullámhossz függvényében

A sugárzást kibocsátó testek különböző hőmérsékleten más-más hullámhosszon sugároznak a legintenzívebben. A grafikonról látható, hogy minél alacsonyabb egy csillag felszíni hőmérséklete, annál inkább a hosszabb hullámhosszakon történik a maximális értékű energiakibocsátás (hiszen ekkor a frekvenciája megnő).

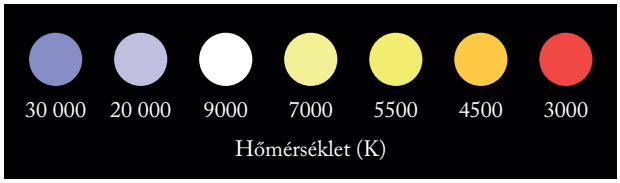
A csillagok kibocsátott energiaspektrumának és felszíni hőmérsékletének kapcsolata

Az egyes csillagok színe gyakran szabad szemmel nézve is eltér egymástól.

Mint láttuk, a csillagok színe és felszínének hőmérséklete között szoros kapcsolat áll fenn. Minél magasabb hőmérsékletű a csillag, annál rövidebb hullámhosszon sugározza ki energiája nagy részét (hiszen ekkor a frekvenciája megnő). Így azt is mondhatjuk, hogy a forró csillagok kékesfehéren ragyognak, míg az átlagos hőmérsékletűek sárgák, a „hideg csillagok" pedig vörösek.

A kékesfehéren világító csillagoknak a felszíni hőmérsékletük közel 30 000 K, a sárga csillagoké 5500 K körüli, míg a vörös óriásoké 3000 K.

Napunk felszíni hőmérséklete 6000 K, a kékesfehér Szíriuszé 25 000 K, a vörös óriás Betelgeuze csillagé pedig 3000 K.



A csillagok felszíni hőmérséklete határozza meg a legintenzívebb sugárzású hullámhossztartományt, és ezáltal a csillag színét

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit jelent a látszólagos fényesség? Mi a mértékegysége?
2. Mit jelent az abszolút fényesség? Miben különbözik a látszólagos fényességtől? Adjuk meg néhány csillag abszolút és látszólagos fényességét!
3. Milyen kapcsolat áll fenn a csillag színe és felszínének hőmérséklete között? Adjunk példákat a különböző felszíni hőmérsékletű csillagokra!
4. Egy 2^m fényességű csillag hányszor fényesebb egy 5^m fényességűnél?
5. Egy -8^m fényességű csillag hányszor fényesebb a 0^m fényességű Vega csillagnál?
6. Napunkat a felszíni hőmérséklete alapján milyen színű csillagnak nevezzük? Mennyi a felszíni hőmérséklete?

5. Hertzsprung–Russell-diagram

Hertzsprung–Russell-diagram

Ejnar Hertzsprung és Henry Russell felfedezte, hogy **a csillagok fényessége és a felszíni hőmérséklete** között jelentős összefüggés áll fenn. Évekkel később derült ki, hogy a róluk elnevezett H–R-diagram a csillag életútjáról árulkodik. A csillagok is születnek, élnek és meghalnak. Ez egy elképesztő tény, mert az emberi történelem nagy részében az emberek azt hitték, hogy a csillagok örökkévalóak és változatlanok. Ehelyett a csillagok változnak az idők során, akárcsak mi, emberek.

Nézzük meg az alábbi képen, hogy milyen kapcsolat áll fenn a csillagok abszolút fényessége és a felszíni hőmérsékletük között!

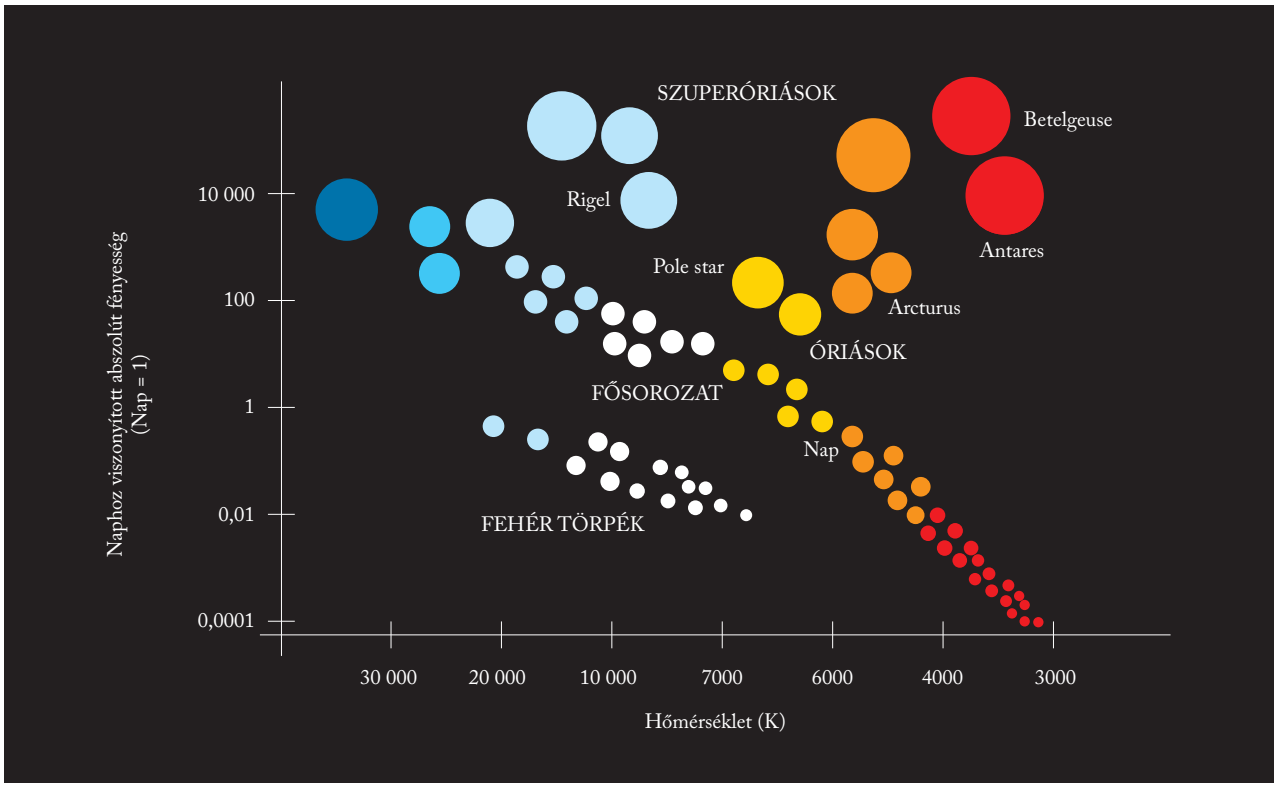
A H–R-diagram függőleges tengelyén a csillagok Naphoz viszonyított abszolút fényességét ábrázoltuk a csillagok átlagos felületi hőmérsékletének függvényében. A vízszintes tengely beosztása (csillagok felületi hőmérsékletét tartalmazza) eltér a megszokottól, mert a hőmérséklet jobbról balra növekszik, beosztása pedig logaritmikus.

Láthatjuk, hogy a H–R-diagramon az egyes csillagcsoportok határozottan elkülönülnek.

A H–R-diagram főosorozata: a csillagok felnőttkora

A legszembetűnőbb és a legtöbb csillagot alkotó halmazt a csillagok **főosorozatának (főágnak)** nevezzük. A csillag akkor fejlődik rá a főosorozatra, amikor beindul a hidrogén égése. Az idetartozó csillagok élete rendkívül stabil, az egyensúlyi állapot végig fennáll. Főosorozatbeli tartózkodásuk alatt a magfúzió során elégetik a bennük lévő hidrogént, héliummá alakítva azt. Ez az a hely, ahol a csillagok élnek. A csillagoknak is életciklusuk van, így életük nagy részét (mintegy 90%-át), a középkorukat itt, a főosorozatban töltik. Ez idő alatt a magreakciókból származó sugárnyomás pontosan egyensúlyban van a gravitációval, amely a csillag teljes anyagát a középpontja felé igyekszik tömöríteni. Abszolút fényességük és felszíni hőmérsékletük alig változik.

A főosorozat egy hajlított vonalként a diagram bal felső sarkából az átló mentén a jobb alsó sarok felé húzódik. A legforróbb, legfényesebb csillagok (30 000 K) a főosorozat bal felső részében foglalnak helyet, míg a legkevésbé világító csillagok (3000 K) pedig a jobb alsó vége felé. Napunk felületi hőmérséklete 6000 K, így a főosorozat közepe



A Hertzsprung–Russell-diagram

közelében, a sárga csillagok között található. Amikor a fúziós hidrogénciklusban a hidrogén elfogy, a tanultak szerint megszűnik az addig fennálló egyensúly. Ekkor beindul a hélium (He) égése, a csillag pedig elmozdul a fősorozatról.

A fősorozat a csillagok tömegéről is szolgáltat információt. 0,3 naptömegig a csillagok kevésbé világítóak (a főág jobb alsó részén helyezkednek el), 0,3 és 3 naptömeg között a sárga csillagok tartományába esnek (idetartozik a Napunk is), míg a 3 naptömegnél nagyobb csillagok kékes, illetve a még nagyobb tömegűek kék színűek.

A H–R-diagram többi része: a csillagok öregkora

A csillagászok, amikor először állították össze a H–R-diagramot, akkor nemcsak a fősorozatot látták, hanem más helyeken csoportosuló csillagokat is.

Nézzük meg az egyes csoportokat!

A csillagok életük leghosszabb részét tehát a fősorozatban töltik, legnagyobb valószínűséggel akkor pillanthatunk meg egy csillagot, amikor az éppen a fősorozatban található. Amikor a fúziós hidrogénciklusban a hidrogén elfogy, a tanultak szerint megszűnik az addig fennálló egyensúly. Ekkor beindul a hélium (He) égése, a csillag pedig elmozdul a fősorozatról.

A nagyon forró, halvány csillagok, mint a **fehér törpék**, magas hőmérsékletűek, elkülönülten találhatók meg a diagramon. Oka, hogy felületi hőmérsékletük sokszor magasabb lehet, mint a mi Napunké. Ők nagyon kicsik.

A **vörös szuperóriások** óriási fényük miatt nagyon fényesek, de viszonylag alacsony a felületi hőmérsékletük. Átmérőjük akár 100-szorosa is lehet a Napénak.

A fősorozattól elkülönülten találhatók meg a kisebb méretű **vörös óriások**, melyek szintén elválnak a fősorozattól. Ezek a fősorozatot már elhagyó csillagok a fő bizonyítékai a csillagok evolúciójának.

A valódi csillagok változásai túl lassúak ahhoz, hogy egy emberi életen át észrevehetőek legyenek a bennük zajló változások. De sok véletlenszerű csillag mérésével megtalálhatjuk a régebbiekket óriás vagy szuperóriás fázisukban. Ezután láthatják a csillagászok, hogy az észlelt adatok megegyeznek-e a H–R-diagram alapján jelzett jellemzőkkel. A válasz határozottan igen.

Tehát nemcsak azt tudjuk, hogy mik a csillagok, hanem azt is pontosan tudjuk, hogyan fejlődnek, milyen fázisokon haladnak át életútjuk során.

A csillagok (Nap) életciklusa a H–R-diagramon

Mint láttuk, a H–R-diagram a csillagok életciklusát mutatja meg, amelyet **csillagfejlődésnek** nevezünk.

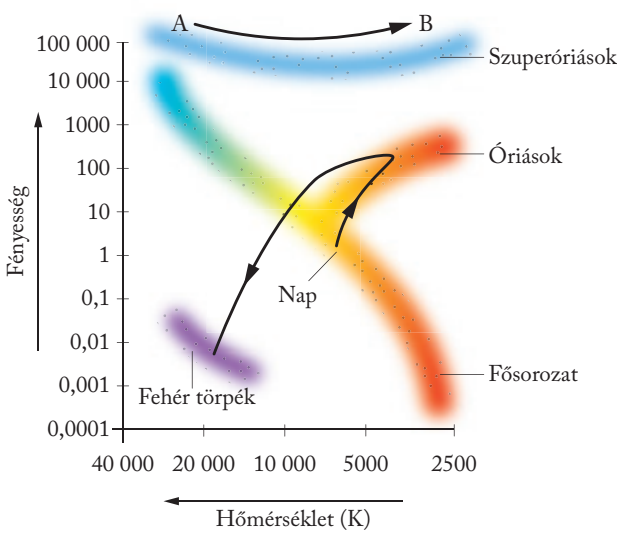
Mint láttuk, más utat járnak be a kis tömegű és a nagy tömegű csillagok.

Nézzük meg, hogy néz ki H–R-diagramon a kis és a nagy tömegű csillagok csillagfejlődése!

Amíg van hidrogén a csillag magjában, addig a csillag stabil egyensúlyi állapotban van. A Nap hidrogénciklusa alatt, azaz 10 milliárd évig tartózkodik a fősorozatban.

Amikor egy kis tömegű csillag (pl. Nap) magjában elfogy a hidrogén, akkor a hidrogén égése a mag körüli héjban folytatódik, és a csillag elhagyja a fősorozatot. A kisebb tömegű csillagok, mint például a Napunk, vörös óriásokká fejlődnek, eltávolodva a főágtól. Ezután fokozatosan elveszítik a hűvösebb külső rétegeiket, és lassan haladva – keresztezve a főágat – fehér törpévé válnak.

A nagyobb tömegű csillagok (A) mielőtt elfogyasztanák az üzemanyagukat, vörös szuperóriásokká (B) válnak, és szupernóva-robbanásban fejezik be életüket.



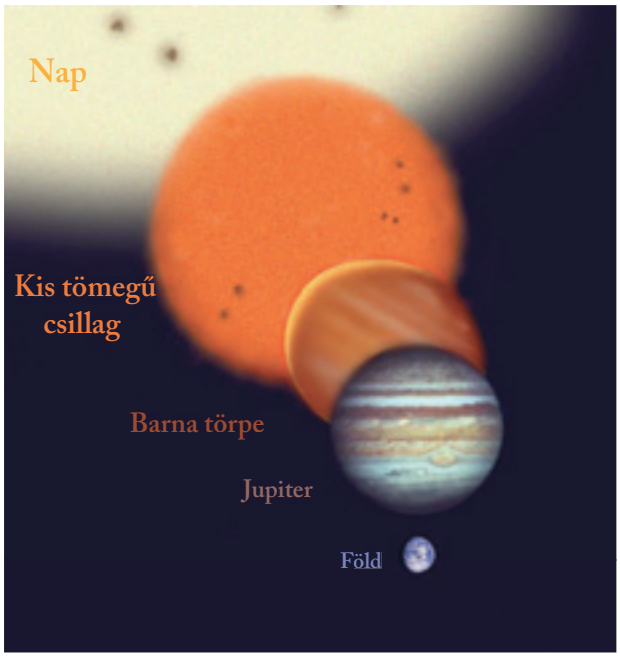
A Nap életútja a vörös óriás állapoton át a fehér törpékig

A csillagok méretskálája

A különböző fősorozatbeli csillagok mérete eltérő. A csillagok átmérőjében mutatkozó legnagyobb különbségek azonban az egyes fejlődési állapotokkal függnek össze.

A *vörös óriás* fázisban a csillag átmérője a fősorozatbeli értékének közel százszorosára nő. A vörös óriás és a főosorozatbeli csillag aránya 100 : 1.

A csillagfejlődés egyik végállapota a *fehér törpe* állapot, ekkor a csillag átmérője a főosorozatbeli értékének századára csökken. A főosorozatbeli csillag és a fehér törpe aránya 100 : 1.

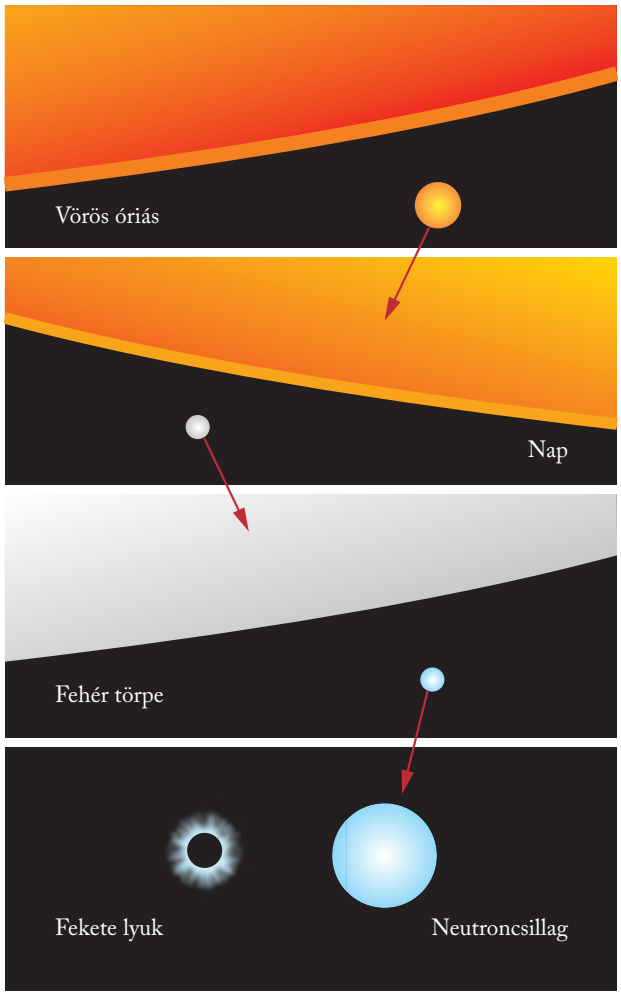


Égitesttípusok méretének összehasonlítása

A nagy tömegű csillagok élete végén kialakuló *neutroncsillag* sokszorta kisebb a korábban említett égitesteknél. A fehér törpe és a neutroncsillag aránya 1000 : 1.

Itt már olyan méretaránnyal van dolgunk, hogy az osztályteremben nem tudjuk szemléltetni. Amennyiben a vörös óriás állapot során az átmérőt 100 km-re kicsinyítjük le (nagyságrendileg akkorára, mint a Balaton hossza), a fősorozatbeli méret 1 km-es lesz. Az 1 km-es fősorozatbeli csillag mellett egy fehér törpe 10 m-es lesz, azaz akkora, mint egy osztályterem, egy neutroncsillag pedig mindössze 1 cm-es, azaz egy borsószem méretével egyezik meg.

A borsószem méretűnek képzelt neutroncsillagnál nem sokkal kisebb egy *fekete lyuk*, amely nagyobb gombostűfej méretű. A jelenségben a legérdekesebb, hogy a 100 km-es vörös óriásban közel akkora tömeg található, mint a borsószem méretű neutroncsillagban.



A vörös óriás, a Nap, a fehér törpe, a neutroncsillag és a fekete lyuk méretének nagyságrendi összehasonlítása

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Magyarázza el, hogy amikor a fősorozatbeli csillag vörös óriássá válik, akkor miért a H–R-diagram jobb felső vége felé halad!
2. Vázolja fel a H–R-diagramot, és jelölje be a fősorozatbeli csillagok, a fehér törpék és a vörös óriások helyét!
3. Magyarázza meg, hogy a vörös óriáscsillag miért mozog a H–R-diagramon a jobb felső vége felé!
4. Magyarázza meg, hogy a Hertzsprung–Russell-diagram nagy része miért üres!
5. Magyarázza el a Naphoz hasonló sárga csillagok életútját!
6. Magyarázza el, miért hajlamosak a nagyobb csillagok kevesebb időt tölteni a főági fázisban!
7. Mutassa meg, hogy egy fekete lyuk hol jelenhet meg a H–R-diagramon!
8. A H–R-diagram segítségével határozza meg a legforróbb csillag és a Napunk hőmérsékletének arányát!
9. Ismertesse a csillagok egymáshoz viszonyított méretarányait!

6. Galaxisok, galaxishalmazok

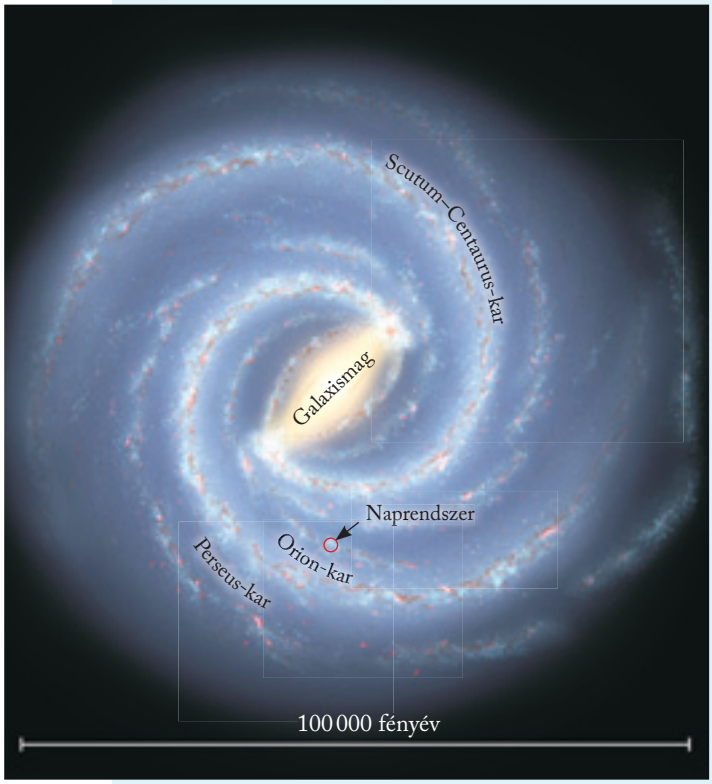
EMLÉKEZTETŐ

A mi galaxisunk: a Tejútrendszer

A Tejútrendszer vagy Galaktika annak a galaxisnak a neve, amelyben Naprendszerünk található.

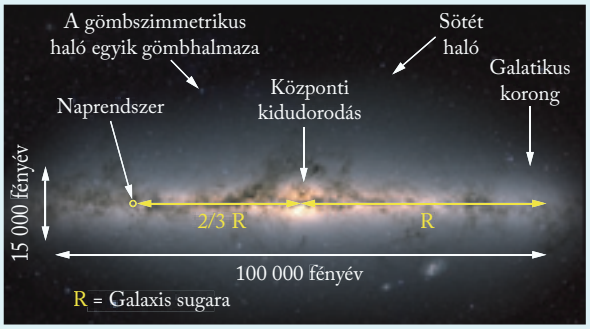
A Tejútrendszernek a Földről látható része egy ködös sáv, amely az egész éjszakai égbolton áthúzódik. Sötét, városi fényektől mentes helyről megfigyelhető. Galaxisunk diszkosz alakú, és mi a „diszkosz" belsejében vagyunk. A korong síkjára merőlegesen kevés csillagot látunk, a korong síkjának irányában viszont sokat. Amikor a korong síkjába nézünk, akkor látjuk a Tejút sávját.

A Tejútrendszerben 200-400 milliárd csillag található. Átmérője kb. 100 000 fényév, legnagyobb vastagsága 16 300 fényév. A Naprendszer a középponttól kb. 26 000 fényév távolságra kering.



A Tejútrendszer felülnézete a Naprendszer helyével. A Tejútrendszernek két nagy spirálkarja van, ezek a Scutum–Centaurus-kar és a Perseus-kar. A karok csillagképek alapján kapták a nevüket. A két nagy kar mellett vannak kisebb karok is, például az Orion-kar, amelyben a Naprendszerünk található

Ha a központi dudort 1 cm átmérőjű gömbnek képzeljük el, akkor a galaktikus korong vastagsága 0,1 mm, azaz papírlap vékonyságú.



A Tejútrendszer részei és mérete

A galaxisok

A galaxisok a csillagok (és a köztük lévő egyéb anyagok) hatalmas méretű tömörülései.

Egy tipikus galaxis $10^7 - 10^{12}$ közötti számú csillagot tartalmaz, és minden csillag egy középpont körül kering, az egész galaxis tehát gravitációsan összefogott. A megfigyelési adatokból arra következtetnek, hogy számos (talán mindegyik) galaxis középpontjában szupernagy tömegű fekete lyuk található. A magányos csillagokon, kettős- és többes csillagokon kívül egy galaxisban rengeteg, több csillagot tartalmazó rendszer, nyílthalmaz és köd található. A galaxisokat öreg gömbhalmazok szokták kísérni. A legtöbb galaxis átmérője több ezertől több százezer fényévig terjed.

A Tejútrendszer arányai

A Tejútrendszerben a csillagokat elég nagy távolságok választják el egymástól. Szokásos hasonlatunkban, ha a csillagokat gombostűfej méretűnek tekintjük, néhány km távolságra lesznek egymástól. (Ez természetesen változó, más a halóban, a fősíkban és a magban, valamint egy halmaz belsejében.) A Napunkhoz legközelebbi csillag, a Proxima Centauri 4,25 fényévre található tőlünk, ami a gombostűfej modellben 6,75 km-t jelent.

Próbáljuk meg most az egész Tejútrendszert szemléltetni a Nap gombostűfej méretéből kiindulva! Galaxisunk fősíkjának átmérője kb. 630 ezer km-nek adódik ekkor, azaz könnyen érzékelhető a 770 ezer km átmérőjű holdpályával. Tehát égi kísérőnk (Hold) által határolt térrészben lenne 100-200 milliárd csillag. Ezek eloszlása nem egyenletes, nagy részük a fősíkban található, amely modellünkben kb. olyan vastag, mint a Föld átmérője. A fősík közepén lévő mag pedig durván ak-

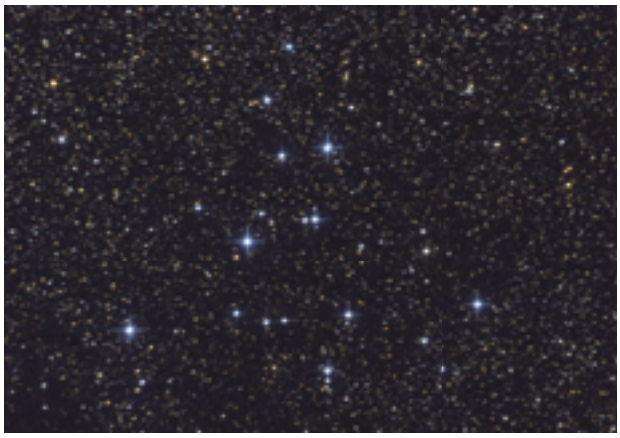
kora, mint a holdpálya átmérőjének a tizede – itt vannak legsűrűbben a csillagok. Amennyiben még kisebb modellel próbálkozunk, és például a fősík átmérőjét akkorának vesszük, mint Magyarország legnagyobb hosszát, akkor a csillagok mérete átlagosan 0,01 mm lesz, azaz szabad szemmel nem is láthatók.

A galaxisok gömb- és nyílthalmazai

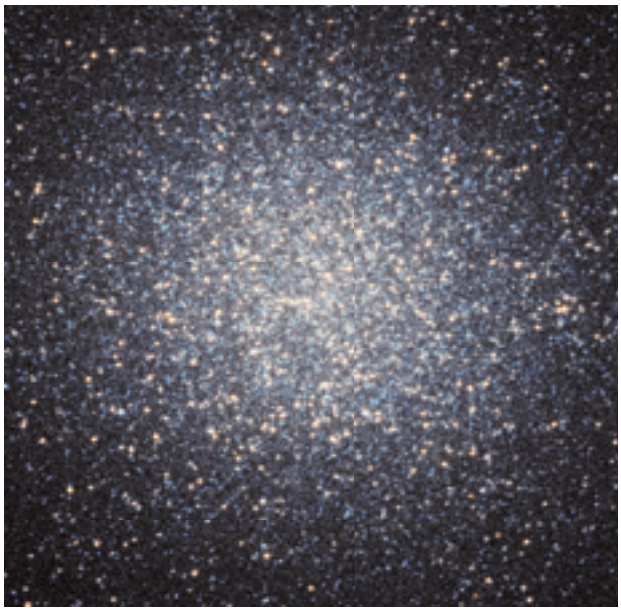
A galaxisok, köztük a Tejútrendszer csillagai is magányosaknak és egymástól elszigeteltnek látszanak, ennek ellenére sokmilliárdnyi közülük a nyílt- és gömbhalmazoknak nevezett csoportokba tömörülnek. A **nyílthalmazok** fiatalok, és gyakran születnek bennük csillagok. A **gömbhalmazok** a csillagok ősi, sűrű tömörülései. Némelyik annyi csillagból áll, mint egy kisebb galaxis.

A **nyílthalmazok** ugyanabból a csillagközi por- és gázfelhőből keletkeztek, így egymás ikertestvérei, azonos korúak. Ezeknek a csillagoknak a kémiai összetétele megegyezik. Tömegük az eredeti gázfelhő belső sűrűségeloszlásától függ, ezért tömegük széles határok között változhat. A Tejútrendszer fősíkjában helyezkednek el, és gyakran kapcsolatban maradnak azzal a felhővel, amelyből keletkeztek. Keringésük közben a Tejútrendszer középpontja körül néhány százmillió év alatt szétszóródnak. *Az eredeti gázköd maradékából újabb csillagok képződhetnek, így különböző korú és fejlődési állapotú csillagok megtalálhatók benne.*

A **gömbhalmazok** zárt szerkezetűek, a gravitáció tartja őket össze. Kicsi az esély arra, hogy egy gömbhalmaz elveszítse csillagait. Létének legnagyobb részét a halóban tölti (a Tejútrendszer korongjától távol), így elkerüli a szorosabb kölcsönhatásokat, szerkezete évmilliárdokig megmarad. *Születése után a por- és gázfelhők kiszöknek belőle, így képtelen újabb csillagok létrehozására.*



M39, ritkás szerkezetű, de nagy kiterjedésű nyílthalmaz (telihold-nál nagyobb területet foglal el az égbolton)



Omega Centauri, a Tejútrendszer legnagyobb gömbhalmaza

A galaxisok főbb típusai

Legkülönfélébb galaxisok léteznek a világegyetemben. Méretük és tömegük tág határok között változik, egyesek csak néhány millió, míg mások sok milliárd csillagot tartalmaznak. Egyesekben csak öreg és vörös csillagokat találunk, míg mások tele vannak fehér és kék színű csillagokkal, gázzal és porral, így roppant mennyiségű csillag képződik bennük.

A galaxisok csoportosítása szerint megkülönböztetünk elliptikus, spirális és szabálytalan alakú galaxisokat.

A **spirálgalaxisok** gömb alakú magból vagy központi kidudorodásból, valamint porban és gázban gazdag, lapos



Triangulum, spirálgalaxis



Sombrero-köd, elliptikus galaxis

korongból állnak. A galaxisok korongjában mindenfelé találunk csillagokat, de a kék és a fehér csillagok legfényesebb halmazai kizárólag a korongban fordulnak elő. A Tejútrendszer ebbe a csoportba tartozik, küllős spirálgalaxis.

Az **elliptikus galaxisok** egyszerű gömbhöz hasonló alakzatot vesznek fel. Az öreg, hosszú életű galaxisok túlsúlyából következően a csillagok keletkezése már régen befejeződött ezekben a galaxisokban. A galaxisok a térben szétszóródva helyezkednek el, így összetartásukhoz nagyobb tömegű sötét anyagra is szükség van. Ilyen típusú galaxisok egy részét a középpontjukban lévő fekete lyuk teheti ki. Jellegzetes képviselőjük a Sombrero-köd.

A **szabálytalan alakú galaxisok** általában vagy ütköztek szomszédaikkal, vagy a szomszédjuk gravitációja torzítja alakjukat. Jellemző rájuk, hogy sok por- és gázfelhőt és forró kék csillagot tartalmaznak. Nagy méretű rózsaszínű hidrogén-emissziós ködöt tartalmaznak, így külső csillagkeletkezési lökéshullám hatására csillagok keletkeznek benne. Ilyen galaxisok a Tejútrendszer kísérőgalaxisai, a Nagy és Kis Magellán-felhő.



Nagy Magellán-felhő, egy szabálytalan alakú galaxis

A galaxishalmazok

A galaxisok is magától értetődően csoportokba, halmazokba tömörülnek. Magányosan szinte sosem fordulnak elő. Ezeket a képződményeket **galaxishalmazoknak** nevezzük. Roppant erős gravitációs erejük tartja őket össze, néha szorosan csoportosulnak, gyakran egymás körül keringenek, és sokszor összeütköznek.

A mi galaxisunk, a Tejútrendszer az Andromeda-ködd el, a Kis és Nagy Magellán-felhővel és még vagy ötven más galaxissal alkotja a galaxishalmazát, a **Lokális galaxiscsoportot**. A Tejútrendszer a Lokális galaxiscsoporton belül 400-450 km/s sebességgel mozog az Andromeda-galaxis irányában.

A Lokális galaxiscsoport arányai

A Lokális galaxiscsoport két legnagyobb tagja a Tejútrendszer és az Andromeda-köd. A többi galaxis hozzájuk képest elhanyagolható apró objektum, melyek főleg ennek a két csillagvárosnak a kísérői. Amennyiben a galaxiscsoport átmérőjét kb. 10 méternek vesszük, akkorának mint egy nagyobb osztályterem, a Tejútrendszer fősíkja egy 30 cm-es korong lesz, míg az Andromeda-ködé közel 40 cm átmérőjű. A kettőjüket elválasztó távolság ebben a modellben 4,4 méternek adódik. A halmaz többi tagja jórészt 0,5-1-2 cm-es törpegalaxis, főleg a két nagy csillagváros kísérőiként 0,5-1 m távolságban keringenek azok körül.

A galaxisok szuperhalmazai

A galaxisok galaxishalmazokká, azok pedig még nagyobb, **szuperhalmazoknak** nevezett csoportosulásokká állnak össze. Ezt a szerkezetet a gravitáció tartja össze. A Lokális galaxiscsoportot, amelynek a Tejútrendszer is tagja, galaxishalmazok lánca kapcsolja a **Virgo szuperhalmazhoz**.

A szuperhalmazokban nem különülnek el az egyes galaxishalmazok egymástól, hanem széleik egymásba fonódnak. A Virgo szuperhalmaz több mint 200 millió fényév hosszan nyúlik el, miközben a peremén másokkal keveredik. A szuperhalmazon belül minden galaxishalmaz önálló gravitációs vonzással és fejlődéssel rendelkezik. A szuperhalmazok ilyen nagy távolságból is gravitációs vonzást fejtenek ki egymásra.

A Virgo szuperhalmaz és a környezetében található extragalaxisok a **Nagy Vonzó** felé haladnak 600 km/s sebességgel az univerzumban. A Nagy Vonzó egy szélsőségesen magas anyagsűrűségű tartomány, nagy mennyiségű fénylő galaxisból és sötét anyagból áll.

A szuperhalmazok arányai

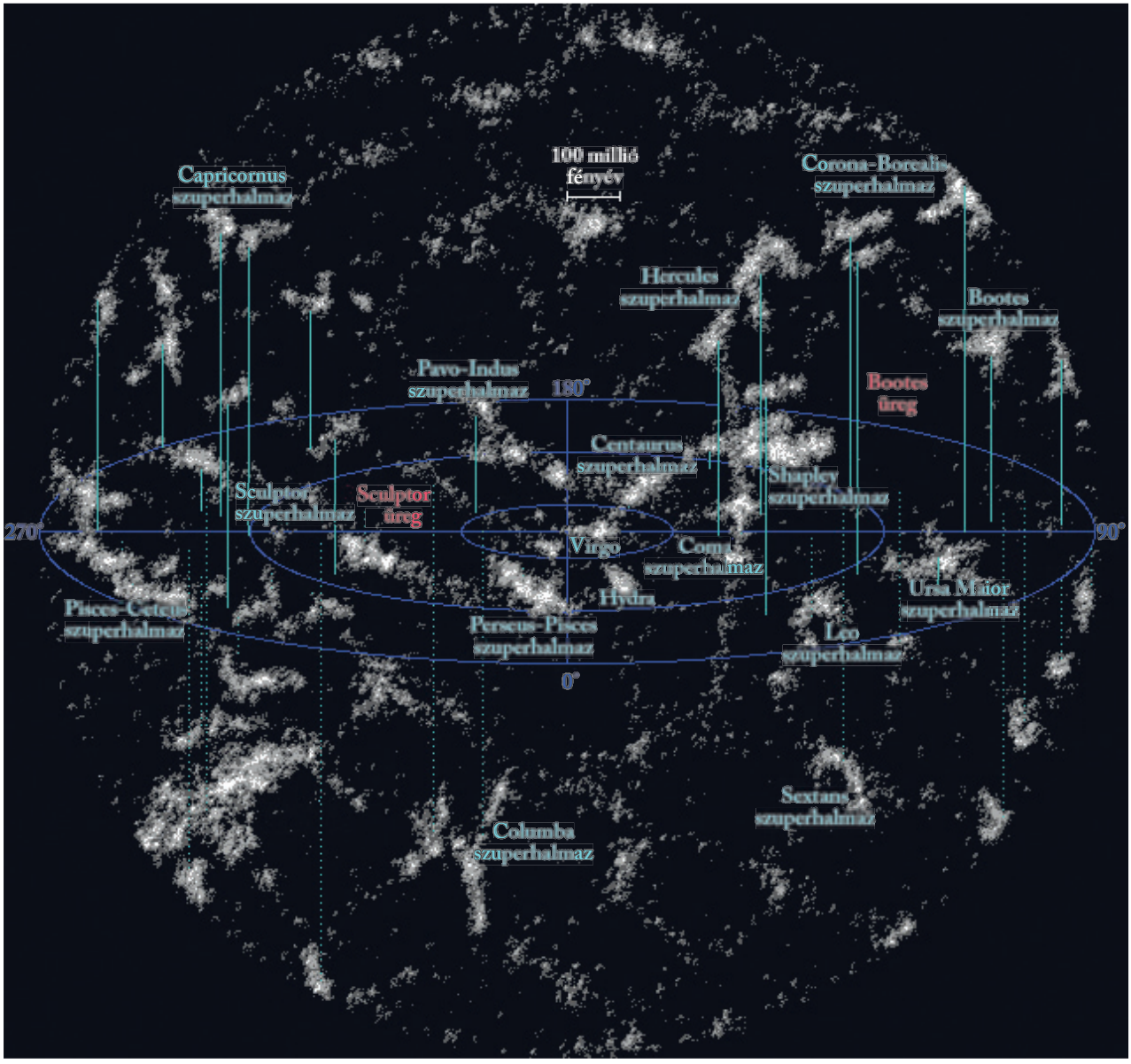
A Lokális szuperhalmaz átmérője 100 millió fényév, ami átlagosnak tekinthető, alakja azonban nem annyira elnyúlt, mint ami a környezetünkben található szuperhalmazokra jellemző. Esetünkben a Lokális szuperhalmazt egy nagy, 200 méteres lakótelepi épülettel szemléltethetjük. Ebben is a Lokális galaxiscsoportnál lévő mértékek érvényesek, azaz Tejútrendszerünk 30 cm körüli átmérőjű, a Lokális galaxiscsoport pedig 10 méteres. A háztömbben (Lokális szuperhalmazban) van szétszórva közel 100 000 galaxis. Nagy részük kicsi, 1-2 cm-es, mazsola, dió méretű, a nagyobb elliptikusok kenyérre, dinnyére, a spirálisok pedig megtermett pizzára emlékeztetnek. A néhány legnagyobb galaxis mérete az 1 m-t is elérheti.

Az általában elnyúlt háztömbökre hasonlító galaxiscsoportok közül sok egymáshoz kapcsolódik, összefüggő szerkezetet alkotnak, a közöttük lévő óriási buborékok, „belső udvarok" pedig szinte teljesen üresen maradnak.

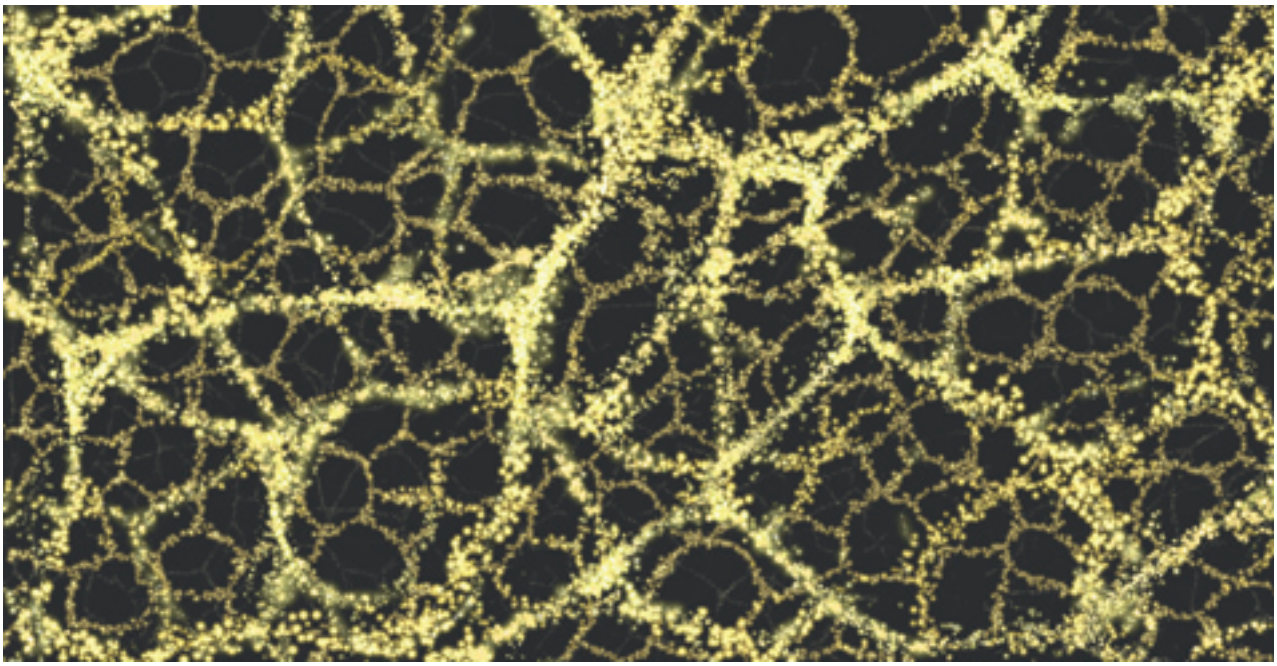
A világegyetem nagy léptékű szerkezete

A világegyetem néhány százmillió fényév távolságot átfogó térképei már érzékeltetik, hogy a galaxisokhalmazok **szálakba** tömörülnek, azok között pedig **üregek** tűnnek fel. Ha egyre távolabbra terjesztjük ki a térképezést, akkor észrevehető, hogy ez a szerkezet változatlanul ismétlődik.

A galaxishalmazok szintjéig megfigyelt szerkezetek kialakulása jól értelmezhető a gravitáció ősrobbanás óta kifejtett hatásával. *A világegyetem kora nem elegendő ahhoz, hogy ez a szerkezet szálak és üregek szintjéig létrejöjjön.* Ennek kialakulását az ősrobbanásban kell keresnünk. *A kezdet*



A szuperhalmazok egymáshoz kapcsolódása az univerzum szálas szerkezetét mutatja



A világegyetem szerkezete

kezdetén már kialakult a szálas szerkezet. A szuperhalmazok a szálak legsűrűbb részeiből tömörültek össze, bennük a galaxishalmazok „alulról felfelé" építkezve alakultak ki.

A mesterséges intelligencia módszere jelentős segítség a kutatóknak megérteni a világegyetem nagy léptékű szerkezetét.

A mesterséges intelligencia szerepe az univerzum kutatásában

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

Az asztrofizikusok együttes munkája révén már készül egy olyan mesterséges intelligencia (MI) alapú rendszer, amely konkrétan az univerzum struktúráját és az általunk még nem ismert részleteket kutatja a világ legnagyobb asztrofizikai szuperszámítógépeinek segítségével. A rendszer többek között a titokzatos sötét energia és sötét anyag mibenlétét tanulmányozza.

Mint minden öntanuló mesterséges intelligencia esetében, itt is azzal kezdődött a kutatás, hogy a rendszerbe betápláltak minden eddigi fellelhető tudásanyagot, kezdve a különféle teleszkópok által rögzített adatokkal, mérésekkel, valamint tudományos észlelésekkel és számításokkal. Ezeket aztán a rendszer összeveti a különféle elméletekkel, és ezek alapján elkészít egy szimulált univerzummodellt, amely választ ad arra, hogy valóban az ősrobbanás-elmélet vezetett-e a keletkezéséhez, és ez okozza-e a folyamatos tágulását.

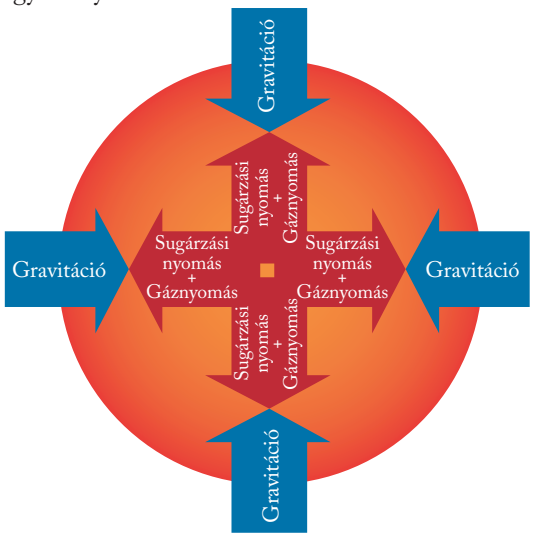
ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Add meg a Tejútrendszer főbb jellemzőit és galaxisunkban a Nap helyét!
2. Mit nevezünk gömbhalmaznak, illetve nyílthalmaznak?
3. Ismertesd a galaxisok főbb típusait!
4. Mit nevezünk galaxishalmaznak? A Tejútrendszer melyik galaxishalmaznak a része?
5. Mi a fő összetartó ereje a galaxisok szuperhalmazának?
6. Jelenleg mit tudunk a világegyetem nagy léptékű felépítéséről?

Összefoglalás

A Nap energiatermelése

A Napban egyensúlyi állapotban a befele ható gravitációs nyomással a kifele ható gáznyomás és sugárnyomás tart egyensúlyt.



A sugárzási nyomás és a gáznyomás tart egyensúlyt a gravitációval

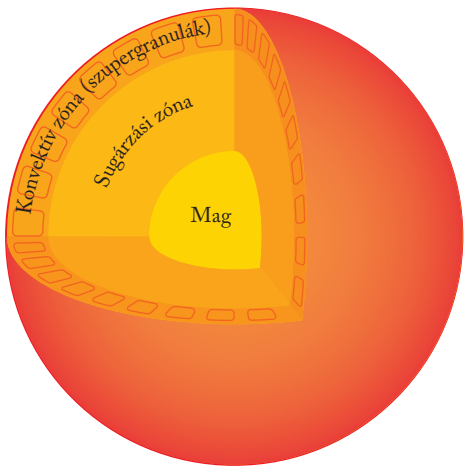
A Nap szerkezete

A Nap magjában proton-proton magfúzió játszódik le.

A sugárzási zónában a fotonok elnyelődnek, majd újra kisugárzódnak.

Az áramlási zónában az anyag áramlik felfelé, majd lehűlve visszasüllyed.

A fotoszférában a kisugárzódó fotonok nagy részének a hullámhossza a látható tartományba esik.



A Nap magja, sugárzási és áramlási zónája

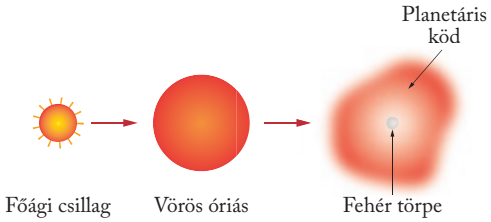
Csillagok életútja

Csillagközi por- és gázfelhőkből indul el a csillagképződés. **A csillagok életútja a tömegüktől függ.**

Kis tömegű csillagok életútja

– barna törpe: nem indul be a magfúzió;
– vörös törpe: kis tömege miatt nagyon lassú magfúzió játszódik le benne.

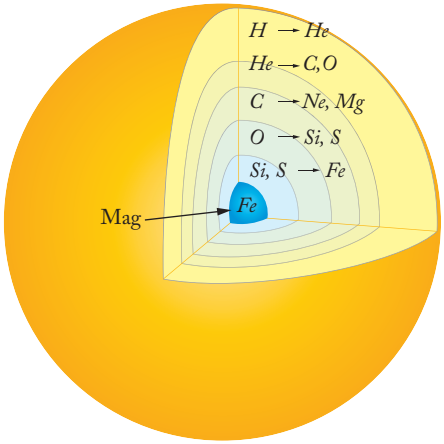
A 0,5 és 8 naptömeg között a csillag magjában magfúzió, majd a héjégés hatására vörös óriás állapot jön létre A vörös óriás állapot végén a nóva- vagy szupernóva-robbanás után planetáris köd és fehér törpecsillag jön létre.



A 0,5 és 8 naptömeg közötti csillagok életútja

Nagy tömegű csillagok életútja

A 8 naptömegnél nagyobb csillagokban (kék óriáscsillagok) a hidrogén, majd a hélium magfúziója játszódik le. A vörös szuperóriás állapotban a csillag magja körül hagymaszerű héjakat alkotva a héliumnál nehezebb elemek magfúziója is beindul.



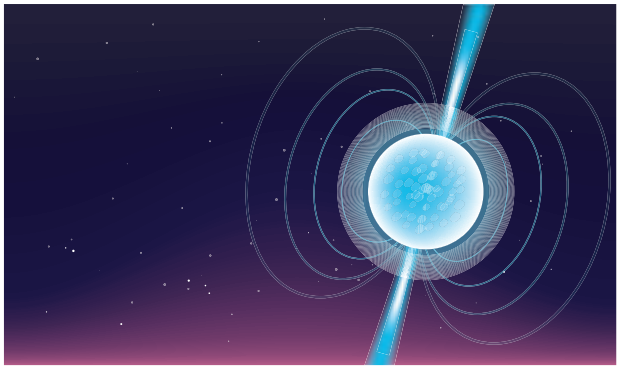
A vörös óriás vasmagja és hagymaszerű héjszerkezete

Szupernóva-robbanás

A vasnál nehezebb elemek is legyártódnak és szétszóródnak az univerzumban.

Neutroncsillagok

– Csak neutronokból állnak;
– erős mágneses terük van;
– rádió- vagy röntgentartományban sugároznak;
– tömegük 1,44 és 3 naptömeg közé esik, átmérőjük kb. 10 km.



Rádió- és röntgen tartományba sugárzó neutroncsillag mágneses mezejével



Szupernóva-robbanás maradványa

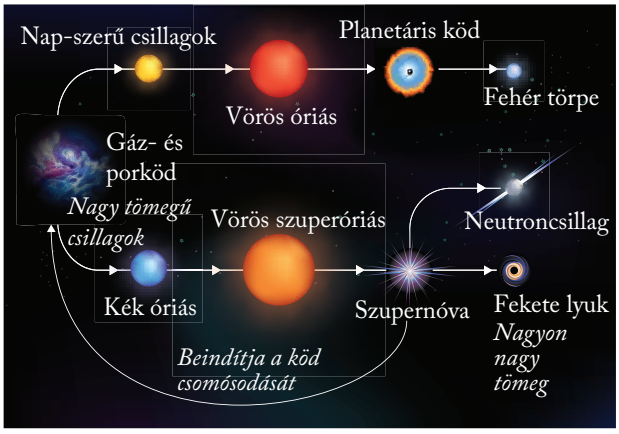
Fekete lyukak

Tömegük meghaladja a 3 naptömeget, gravitációs erejük miatt semmi sem tudja elhagyni a felszínüket.



A fekete lyuk felszínét a gravitációs vonzása miatt semmi sem képes elhagyni

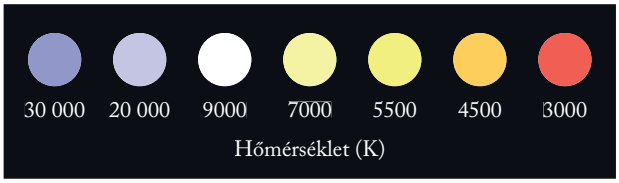
Csillagfejlődés összefoglaló ábrája



Nagy tömegű csillagok életútja

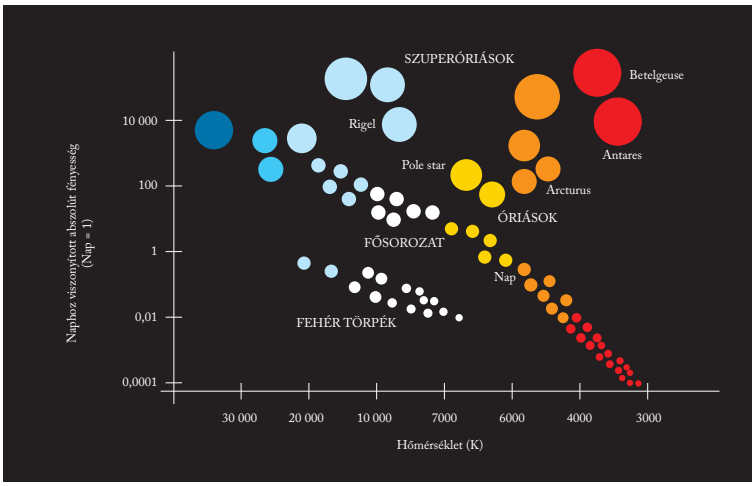
Csillagok színe és hőmérséklete

A vörös óriások alacsony hőmérsékletűek, felszíni hőmérsékletük 3000 K. A Nap sárga csillag (5500 K). A kék színű csillagok magas hőmérsékletűek (30 000 K), gyorsan elégetik az üzemanyagukat.



A csillagok felszíni hőmérséklete határozza meg a legintenzívebb sugárzású hullámhossztartományt, és ezáltal a csillag színét

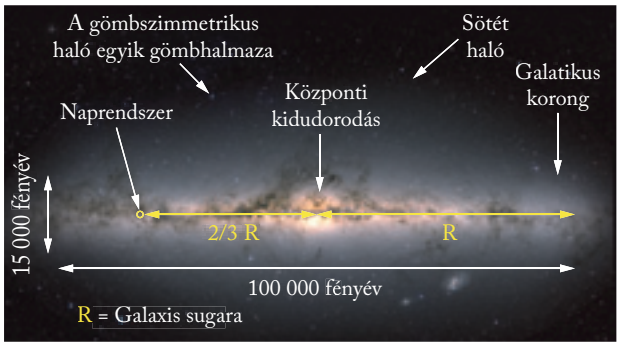
Hertzsprung–Russell-diagram



A csillagok felnőttkoruk alatt a fősorozatban tartózkodnak. Utána a tömegüktől függően már utat járnak be

Galaxisok

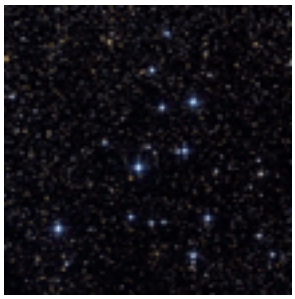
Tejútrendszer

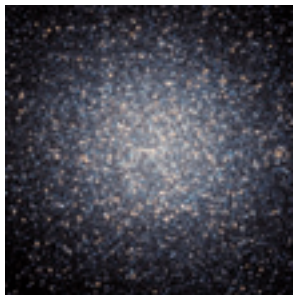


A Tejútrendszer részei és mérete

Galaxisok típusai

– nyílthalmazok (fiatalok, csillagképződés folyamatos bennük);
– gömbhalmazok (zárt szerkezetűek, képtelenek új csillagok létrehozására).





A Tejútrendszer nyílthalmaza (M39) és gömbhalmaza (Omega Centauri)

Galaxisok osztályozása

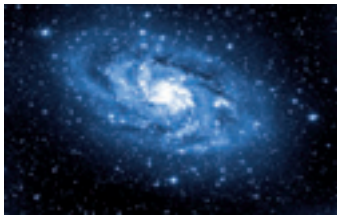
– spirálgalaxisok (a csillagkeletkezés mai is folyamatos bennük);
– elliptikus galaxisok (csillagok keletkezése befejeződött bennük);
– szabálytalan galaxisok (külső lökéshullám hatására indult meg a folyamatos csillagképződés).



A Nagy-Magellán-felhő egy szabálytalan alakú galaxis



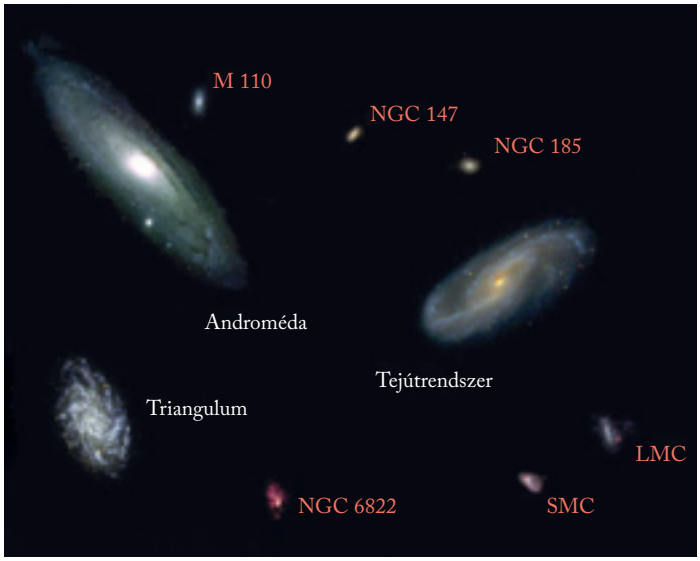
Somberro-köd, elliptikus galaxis



Triangulum, spirálgalaxis

Galaxishalmazok

– Lokális csoport:
Andromeda-galaxis, Tejútrendszer, Nagy Magellán-felhő, Kis Magellán-felhő, Triangulum-galaxis és még kb. 50 törpegalaxis.

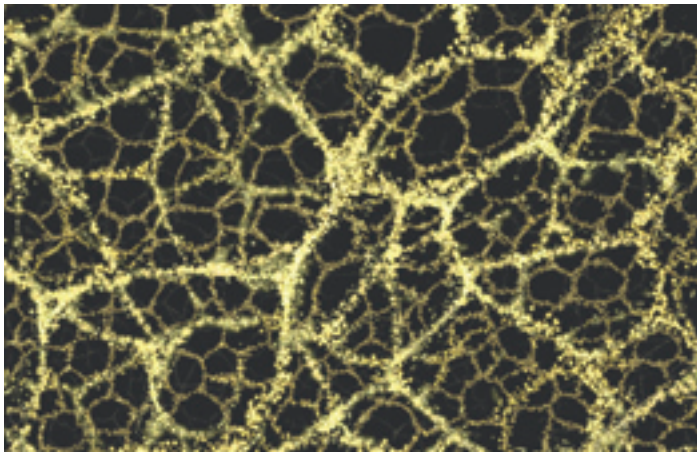


A Lokális csoport egyes tagjai

– Virgo szuperhalmaz:
A Virgo szuperhalmaz egyik tagja a Lokális csoport. A szuperhalmazok nagyszámú galaxisból épülnek fel.

A világegyetem nagy léptékű szerkezete

A galaxishalmazok szálakba tömörülnek, köztük csillagok és nagy méretű üregek tűnnek fel.



A világegyetem szerkezete

Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Állítsd abszolút fényességük alapján sorrendbe a kékesen világító Szíriuszt, a Napunkat és a vörös szuperóriás Betelgeuze csillagot!
A) Szíriusz, Nap, Betelgeuze.
B) Nap, Szíriusz, Betelgeuze.
C) Betelgeuze, Nap, Szíriusz.

2. A fősorozatbeli csillagok hosszú ideig stabil egyensúlyi állapotban vannak. Minek köszönhetik ezt?
A) A csillagokban a fotonok sugárzási nyomása és a gázmag kinetikus energiájából származó nyomás összege tart egyensúlyt a csillagok mag körüli burkának gravitációs nyomásával.
B) A magfúzió folyamata tart egyensúlyt a gravitációs vonzás erejével.
C) Az áramlási zónában az áramló fotonok hőmérsékletének csökkenése hozza létre az egyensúlyt.

3. A Napban nukleáris fúzió zajlik. Melyik anyag mennyisége nő a Napban a fúzió során?
A) A fúzió során a Napban lévő hidrogén mennyisége nő.
B) A fúzió során a Napban lévő hélium mennyisége nő.
C) A fúzió során a Napban lévő nukleonok száma nő.

4. Mi történne, ha a Napot változatlan tömeg mellett tizedrészére zsugorítanánk?
A) A Föld és a többi bolygó változatlanul tovább keringene a pályáján.
B) A Föld és a többi bolygó belezuhanna.
C) A Föld és a többi bolygó elszökne.

5. A csillagok belsejében melyik anyagból van a legtöbb a csillag keletkezésének idején?
A) Keletkezéskor bármely csillag belsejében a könnyű elemekből találjuk a legtöbbet.
B) Ha a csillag második generációs, vagyis szupernóva-robbanásból keletkezett, akkor a nehéz elemekből van a legtöbb.
C) A közepesen nehéz elemek (pl. a vas) a leggyakoribbak, mivel ezen elemek esetén legkisebb a mag energiája.

6. Mit tudunk a H–R-diagram fősorozatának csillagairól?
A) A csillagokban hidrogénégés folyik.
B) A fősorozatban tartózkodnak a vörös óriások.
C) A fősorozatban tartózkodnak a fehér törpék.

7. A szupernóva-robbanásakor a megmaradó csillag tömege három naptömegnél nagyobb. Mivé alakul a maradványcsillag?
A) Fekete lyukká.
B) Neutroncsillaggá.
C) Fehér törpévé, majd fekete törpévé.

8. A gömbhalmazok miért nem képesek újabb csillagok létrehozására?
A) Születésük után a por- és gázfelhők kiszöktek belőlük.
B) Minden csillag élete végén fekete törpévé vagy fekete lyukká vált.
C) A gömbhalmazokat fekete lyukak alkotják, így nem képződhetnek belőlük csillagok.

9. Mi tartja össze a galaxishalmazokat?
A) Nem tartja össze semmi sem, hiszen a jövőben mindegyik szétesik.
B) Erős gravitációs erejük tartja őket össze.
C) A csillagokban történő magfúziós folyamatokból felszabaduló energia tartja össze őket.

10. Milyen az univerzum nagy léptékű szerkezete?
A) A galaxishalmazok egymásba kapcsolódva, egyenletesen mindenhol kitöltik az univerzumot.
B) A galaxishalmazok szálakba tömörülnek, azok között pedig üregek, üres részek vannak.
C) Az univerzum tágul, ezért van, ahol sűrűbben, máshol pedig ritkábban helyezkednek el a galaxishalmazok.

FELADATOK

1. A Canis Major csillagkép néhány csillagának adatait tartalmazza az alábbi táblázat.

Csillag neve	Látszólagos fényessége	Abszolút fényessége
Adhara	1,50	–4,11
Aludra	2,45	–7,51
Omicron	3,89	–5,02
Sirius A	–1,44	1,45
Wezen	1,83	–6,87

a) A fenti csillagok közül melyik a legsötétebb?
b) A fenti csillagok közül melyik van 10 parszeknél közelebb a Földhöz? Indokolja meg választását!

2. (Emelt szintű érettségi feladat, 2017)
Egy részecskegyorsítóban 10^6 V gyorsítófeszültséggel $\lambda_{dB} = 1{,}66 \cdot 10^{-14}$ m hullámhosszúságú részecskenyalábot állítanak elő valamely hidrogénizotóp-ionokból.
A hidrogén melyik izotópjáról van szó?
($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js, az elemi töltés $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, az atomi tömegegység $u = 1{,}66\ 10^{-27}$ kg.)

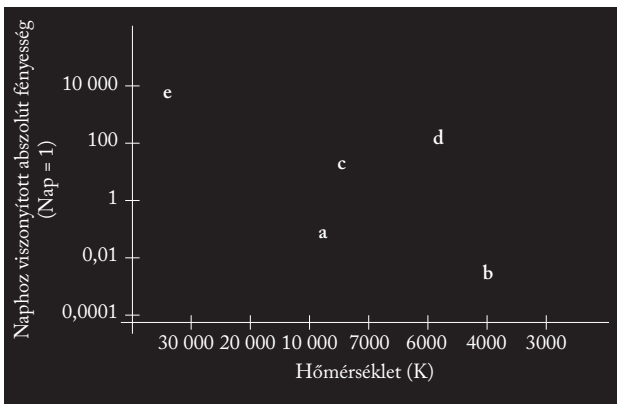
3. A Nap sugara $7 \cdot 10^5$ km, átlagos sűrűsége 1410 kg/m^3. Számítsa ki
a) a Nap tömegét!
b) a Nap térfogatának és a Föld térfogatának arányát (Föld tömege $M_{Föld} = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $R_{Föld} = 6370$ km)!
c) a Nap atomjainak számát, ha az egyes atomok közötti távolság átlagosan 10^{-10} m!

4. Egy fekete lyuk tömege $8 \cdot 10^{30}$ kg.
a) Számítsa ki egy fekete lyuk Schwarzshild-sugarát!
b) Számítsa ki anyagának átlagsűrűségét a fekete lyuk eseményhorizontján belül!

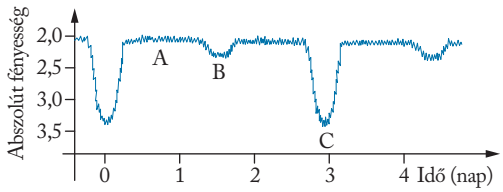
5. Úgy gondolják, hogy a Tejútrendszer középpontjában egy 4,3 millió naptömegnyi fekete lyuk található, amelynek az átmérője kisebb a Napnál.
a) Számítsa ki ennek a fekete lyuknak a tömegét, ha a Nap tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg!
b) Mekkora a Schwarzshild-sugara?
c) Hogyan aránylik a fekete lyuk térfogata a Nap térfogatához, ha a Nap sugara $7 \cdot 10^8$ m?

6. A kvazárok a jelenleg ismert legtávolabbi égitestek az univerzumban. Adja meg a ennek a kvazárnak a távolságát, ha a vöröseltolódás mértéke $z = 4{,}25$!

7. Öt csillagot ábrázoltunk a H–R-diagramon (ábrán a, b, c, d, e betűvel jelölve).
a) Melyik lehet egy vörös óriáscsillag?
Melyik a legforróbb fősorozatbeli csillag?
b) Melyik csillag lehet a Nap?
c) Írjon fel a diagram alapján egy olyan betűsorozatot, amely a Nap evolúcióját mutatja be!

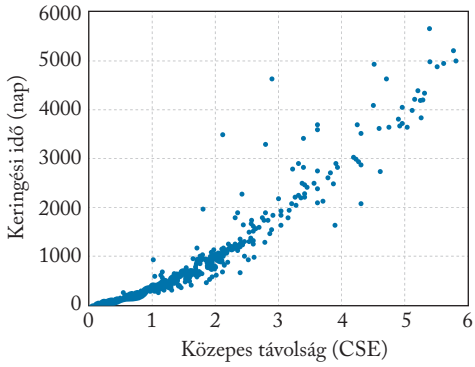


8. Algol egy olyan kettőscsillag-rendszer a Perseus csillagképben, ahol a két csillag között anyagáramlás is létrejön. A grafikon azt mutatja meg, hogy a kettős rendszer látszólagos fényessége a közös tömegközéppont körüli keringésük miatt hogyan változik néhány nap alatt.

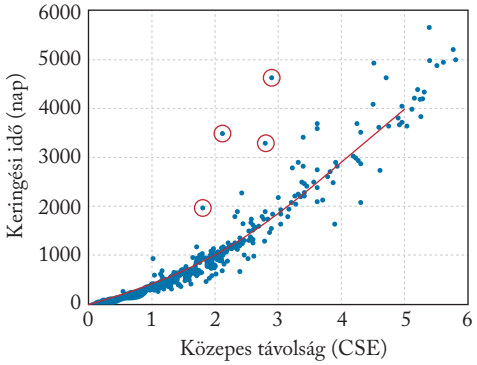


a) Mit állapíthatunk meg a két csillag egymáshoz viszonyított látszólagos fényességéről?
b) A kettős rendszert a megfigyelő a pályájuk síkjából figyeli. Mit mondhatunk a két csillag egymáshoz viszonyított helyzetéről?
c) Határozza meg a rendszer keringési idejét napokban!

9. Az alábbi grafikonon a 2013 novemberéig felfedezett exobolygók (azaz nem a Nap, hanem más csillagok körül keringő bolygók) egy részének adatai vannak feltüntetve. Minden pont egy adott bolygót jelöl, a grafikonon elfoglalt hely megadja a bolygó saját csillagától mért középtávolságát (a pályaellipszis nagytengelyének felét, csillagászati egységben mérve), illetve a keringési idejét földi napokban mérve. Az ábra segítségével válaszoljon az utána következő kérdésekre!



a) Becsülje meg, hogy mekkora azoknak a csillagoknak a tömege, melyeknek bolygói a grafikonon a következő pontokban helyezkednek el:
1. bolygó: $R_1 = 2$ CsE, $T_1 = 1000$ nap.
2. bolygó: $R_2 = 3$ CsE, $T_2 = 1800$ nap.
3. bolygó: $R_3 = 5$ CsE, $T_3 = 4000$ nap.
Mit állapíthat meg ezekről a tömegekről?
b) Merre keressünk a grafikonon olyan bolygókat, melyeknek csillagai az előző pontban kiszámítottnál lényegesen kisebb tömegűek? Adja meg egy ilyen csillag körül keringő bolygó adatait, és számítsa ki a csillag tömegét!



c) Merre keressünk a grafikonon olyan bolygókat, amelyek az a) pontban kiszámítottnál nagyobb tömegű csillag körül keringenek?
$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$, 1 CsE = $1{,}5 \cdot 10^8$ km. (A Nap és a Föld átlagos távolsága.)

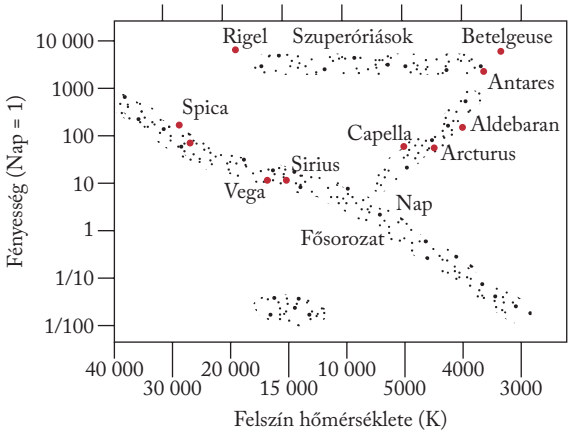
ESSZÉKÉRDÉSEK

A Nap életútja és a galaxisok

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2019)
A Hertzsprung–Russell-diagramot a csillagászatban a csillagok életútjának a meghatározására és követésére használják.

A diagram vízszintes tengelyén a csillag felszínének hőmérséklete, míg függőleges tengelyén a csillag luminozitása, azaz az általa egységnyi idő alatt kibocsátott energia van feltüntetve. Ez utóbbit rendszerint a Nap által kibocsátott energiához viszonyítják, azaz a Nap luminozitása egységnyi. Ezen két adat meghatározásával minden csillag elhelyezhető a diagramon, az ábrán minden berajzolt pont egy-egy csillagot jelöl. A Nap és néhány ismert csillag helyzete jelölve van a diagramon.

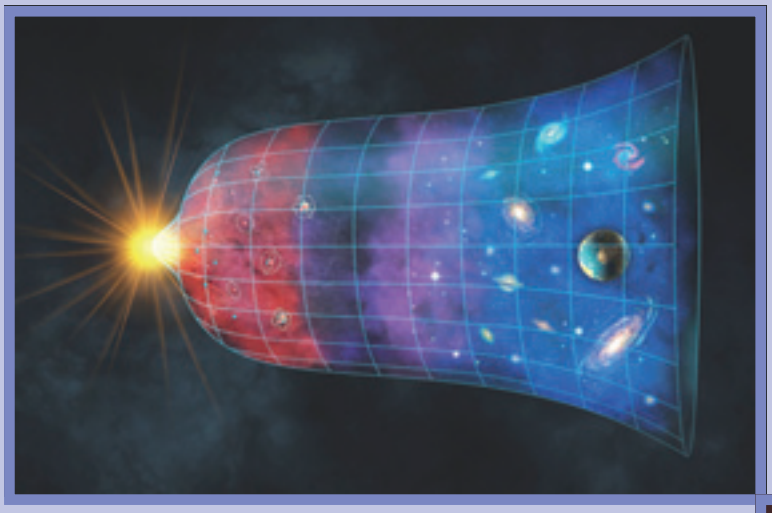
A csillagok láthatóan több jól elkülönülő csoportot alkotnak, a bal felső sarokból a jobb alsóig terjedő vonalszerű halmazt a csillagok fősorozatának nevezzük. Egy csillag

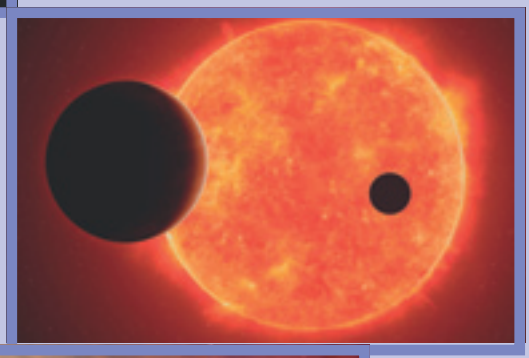


helyzete ezen a diagramon nem állandó, életének különböző fázisaiban különböző csoporthoz tartozhat. A Nap például néhány évmilliárd elteltével kimeríti elsődleges energiaforrását, és átalakul – felfúvódva vörös óriás lesz belőle, amely jóval több energiát sugároz majd, mint most. Hosszú életének utolsó fázisában pedig várhatóan a fehér törpék közé fog tartozni.

a) Milyen típusú energiatermelő folyamat zajlik a csillagok belsejében?
b) Milyen anyagokból áll a Nap? Mi az „üzemanyaga" a Nap energiatermelésének, és mi a folyamat végterméke?
c) Mekkora most a Nap felszíni hőmérséklete?
d) A csillagok melyik nagy csoportjába tartozik ma a Nap? Említsen meg egy általunk ismert másik csillagot, amely szintén ebbe a csoportba tartozik! Ennek a csillagnak a luminozitása nagyobb vagy kisebb, mint a Napé?
e) A diagramon melyik halmaz ábrázolja a vörös óriásokat? Nevezzen meg egy, a diagramon feltüntetett vörös óriást!
f) Melyik halmaz ábrázolja a diagramon a fehér törpéket? Nagyobb vagy kisebb lesz a Nap felszíni hőmérséklete, illetve luminozitása életének ezen utolsó állapotában a mainál?

XVI. Kozmológia és a jelen kihívásai





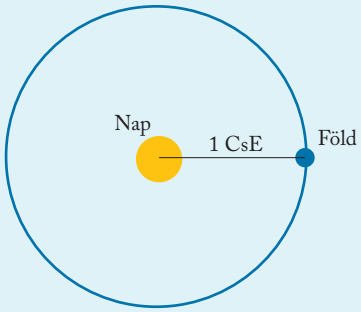


1. Vöröseltolódás a csillag fényében

EMLÉKEZTETŐ

Csillagászati egység és a fényév

Az óriási csillagászati távolságok mérésére bevezették a csillagászati egységet. Egy **csillagászati egységnek** (CsE) nevezzük a Nap-Föld távolság középértékét, értéke 1 CsE = $149{,}6 \cdot 10^6$ km, kerekítve $1{,}5 \cdot 10^8$ km.



A még nagyobb távolságok mérésére szolgál a fényév. Egy fényévnek nevezzük azt a távolságot, amit a fény egy év alatt megtesz. 1 fényév = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m = = 63 240 CsE.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Számítsuk ki az egy fényévnyi távolságot méterben és csillagászati egységben!

MEGOLDÁS

A fény sebessége $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

az egy év másodpercben kifejezve:

$t = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 3{,}1536 \cdot 10^7$ s

A fényévnyi távolság méterben felírva:

$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 3{,}1536 \cdot 10^7 = 9{,}46 \cdot 10^{15}$ m

Mivel 1 CsE = $149{,}6 \cdot 10^6$ km, így a fényévnyi távolság csillagászati egységben:

$$s = \frac{9{,}46 \cdot 10^{15}}{1{,}496 \cdot 10^{11}} = 6{,}324 \cdot 10^4 \text{ CsE}$$

Néhány látható objektum távolsága a Naptól:

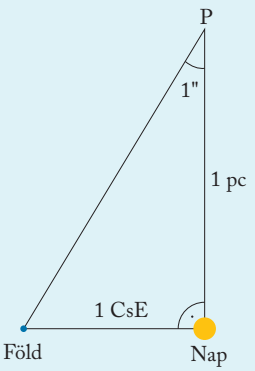
Proxima Centauri (Naphoz legközelebbi csillag)	4,24 fényév
Rigel (kék szuperóriás csillag az Orion-ködben)	860 fényév
Tejútrendszer átmérője	100 000 fényév
Andromeda-galaxis távolsága (szabad szemmel látható legközelebbi galaxis)	2 500 000 fényév

Parszek

A csillagászatban a nagy távolságok könnyebb kifejezésére használják a parszek mértékegységet.

Azt a távolságot nevezzük parszeknek, amelyből az egy csillagászati egység (1 CsE) – merőleges rálátás esetén – egy ívmásodperc szög alatt látszik.

Jelölése: parsec vagy rövidítve: pc.



Parsec definíciója

Számítsuk ki, hogy 1 parszek hány fényév! Felhasználjuk, hogy 1 fok az 60 ívperc (jele: ′), 1 ívperc pedig 60 ívmásodperc (jele: ″).

$\text{tg } 1'' = \frac{1 \text{ CsE}}{1 \text{ pc}}$, ebből 1 pc-t kifejezve 1 pc = $\frac{1 \text{ CsE}}{\text{tg } 1''} \approx$

$\approx \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi}$ CsE $\approx 2{,}06265 \cdot 10^5$ CsE $\approx$

$\approx 3{,}08572 \cdot 10^{16}$ m $\approx 3{,}26$ fényév.

A kozmológiai távolságok közé tartozik a fényév és a parszek. Ezek értékei és átváltásuk más mértékegységbe a következő:

1 fényév = 63 240 CsE = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m = $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km;

1 pc = 3,26 fényév = 206 265 CsE = $3{,}08 \cdot 10^{16}$ m = $= 3{,}08 \cdot 10^{13}$ km.

Néhány távolság parszekben:
– A Földhöz (a Nap utáni) legközelebbi csillag, a Proxima Centauri 1,29 pc távolságra van.
– A Tejút közepe körülbelül 8 kpc-re van a Földtől.
– A Tejút átmérője körülbelül 30 kpc.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A Lokális Halmazba tartozik a Tejútrendszer és a hozzánk legközelebbi Andromeda-galaxis is, melynek távolsága 2 500 000 fényév. Adja meg ezt a távolságot parszekben és méterben is!

MEGOLDÁS

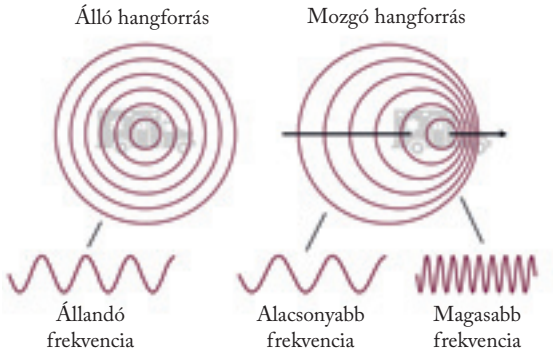
Az Andromeda-galaxis távolsága $d = 2{,}5 \cdot 10^6$ fényév.
A távolságok méterben és parsecben:
$d = 2{,}5 \cdot 10^6 \cdot 3{,}08 \cdot 10^{16}$ m $= 7{,}7 \cdot 10^{22}$ m,

$$d = \frac{2{,}5 \cdot 10^6}{3{,}26} = 7{,}66 \cdot 10^5 \text{ pc} = 0{,}766 \text{ Mpc}.$$

Az Andromeda-galaxis távolsága $7{,}7 \cdot 10^{22}$ m, illetve 0,766 Mpc.

A Doppler-effektus

Korábbi tanulmányainkból tudjuk, hogy Doppler a gépjárművek, vonatok elhaladásakor észrevette, hogy a mozgó járművek hangja hirtelen elmélyül, amikor a megfigyelő mellett elhaladnak. 1843-ra kidolgozta elméletét, vagyis azt, hogy „**a frekvencia megváltozik, ha a forrás mozog**”.

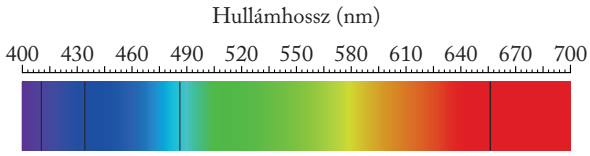


Doppler-effektus mozgó hangforrás esetén

Elméletét a fényre is kiterjesztette, amelyben azt állította, hogy ez magyarázza a távoli kettőscsillagok fényében észlelhető kék és vörös színárnyalatot (az egymás körül keringő és éppen felénk közeledő csillag fénye kékebbnek, a tőlünk távolodó vörösebbnek látszik).

Elemek azonosítása a csillagokban

A csillagászok jelentős felfedezése volt, hogy a tejútrendszerbeli csillag színképét az abszorpciós színképével tudjuk vizsgálni. Ha a színképből néhány vonal hiányzik, akkor az azt jelenti, hogy az adott vonalhoz tartozó hullámhosszú fotonokat a csillag külső rétegében lévő hűvösebb gáz atomjai elnyelik.



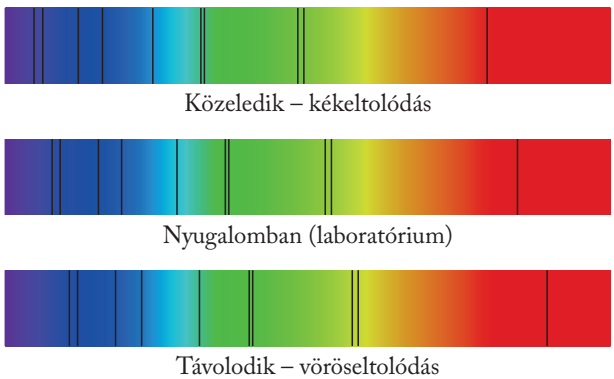
A hidrogén abszorpciós spektruma

Ha ismerjük egy elem vonalspektrumát, akkor megnézhetjük, hogy az adott elem jelen van-e a csillagban, még a rendkívül távoli csillagok esetében is. Ha egy adott elem jelen van a csillagban, akkor annak spektrális vonalai sötét vonalként (hiányként) jelennek meg az abszorpciós színképben.

A Doppler-effektus a galaxisok fényében

Az 1920-as évekre vált egyértelművé, hogy a távoli égitestek galaxisokba tömörülnek. Ekkorra a technikai fejlődés következtében lehetővé vált a az újonnan felfedezett galaxisok színképének vizsgálatával a relatív sebességük mérése. A Doppler-effektus alapján, a galaxisok fényének elemzésével megállapítható a távoli égitestek kémiai összetétele, illetve a hozzánk való közeledésük, valamint távolodásuk sebessége.

A teleszkópokra helyezett **spektrográf** az égitestek fényét és egyéb sugárzásait **spektrumra** (színképre) bontotta. A galaxisokban található csillagok által kibocsátott fény egy részét az ott jelen lévő gázok elnyelik. Az így kapott **spektrum sötét elnyelési vonalakat tartalmaz (abszorpciós színkép)**, amelyekből megállapíthatók az elnyelő gázok.



Galaxisok abszorpciós vonalainak eltolódása a közeledés és távolodás sebességének függvényében történik

Ha ezeket az abszorpciós vonalakat összehasonlítjuk a földi körülmények között, laboratóriumban felvett ugyanazon gázok színképével, akkor azt tapasztaljuk, hogy a távoli galaxis fényében a spektrumvonalak eltolódtak valamely irányban az eredeti helyükről. **Az abszorpciós vonalak eltolódását, azaz a megfigyelt és a laboratóriumi hullámhosszak különbségét a galaxis és a köztünk közötti relatív mozgásnak, relatív sebességnek kell okoznia.**

Két eset fordul elő:
- Ha a galaxis közeledik felénk, akkor az abszorpciós vonalak a spektrum kék vége felé mozognak, mert a hullámhosszak rövidebbnek tűnnek. Ilyen például az Androméda-köd.
- Ha a galaxis távolodik tőlünk, akkor az abszorpciós vonalak a vörös felé tolódnak el, a hullámhosszak hosszabbaknak látszanak. A galaxisok mindannyian – néhány kivétellel – idetartoznak.

Ez a módszer nemcsak a galaxisok közeledési vagy távolodási sebességének meghatározására használható, hanem a galaxisok forgási sebességét is meg tudjuk vele határozni.

Csillag sebességének és vöröseltolódásának kapcsolata

A vöröseltolódás nagyságából a vöröseltolódás mértékét meghatározhatjuk.

Ha v ($v << c$) a forrás sebessége $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-ban, c az elektromágneses hullám terjedési sebessége, akkor a **vöröseltolódás mértékére** fennáll a következő összefüggés:

$$z = -\frac{v}{c} \qquad (1)$$

A z előjelét meghatározza:
- ha a csillag (forrás) a megfigyelőtől távolodik, akkor a $v < 0$, így a z értéke pozitív,
- ha a csillag (forrás) a megfigyelő felé közeledik, akkor a $v > 0$, így a z értéke negatív.

A fenti összefüggés az elektromágneses hullámok minden hullámhosszára érvényes, a kozmológiában csak az optikai és rádiófrekvenciák esetében számolnak vöröseltolódással.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. FELADAT Egy csillag Földtől való távolodási sebessége 370 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Határozzuk meg a csillag vöröseltolódásának értékét!

MEGOLDÁS

Adatok:

$v = 370\ \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3{,}7 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A sebesség értékét $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-ba átváltottuk, majd az így kapott értéket a $z = -\frac{v}{c}$ összefüggésbe helyettesítjük:

$$z = -\frac{v}{c} = -\frac{3{,}7 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}23 \cdot 10^{-3}.$$

A csillag vöröseltolódásának értéke $1{,}23 \cdot 10^{-3}$.

2. FELADAT Az Androméda-galaxis vöröseltolódásának meghatározásakor $-3{,}7 \cdot 10^{-4}$ értéket kaptak.

Mekkora sebességgel mozog az Androméda-galaxis?

A Tejútrendszertől távolodik vagy közeledik?



Az Androméda-galaxis

MEGOLDÁS

A vöröseltolódás negatív előjele a kékeltolódást fejezi ki, vagyis az Androméda-galaxis közeledik a Tejútrendszerhez.

A $z = -\frac{v}{c}$ összefüggésből a v sebességet kifejezve:

$v = -z \cdot c = -(-3{,}70 \cdot 10^{-4}) \cdot (3 \cdot 10^8) = 111\,000 =$

$= 1{,}11 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A sebesség előjele pozitív, tehát az Androméda-galaxis közeledik a Tejútrendszerhez.

Ha egy csillag (forrás) λ hullámhosszúságú hullámokat bocsát ki, akkor a földi észlelő a csillag színképében $\Delta\lambda$ hullámhosszváltozást észlel. A vöröseltolódás z mértéke a mérés alapján meghatározható:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \qquad (2)$$

Tehát a z vöröseltolódás mértéke a $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ relatív hullámhosszváltozással egyenlő, ahol

$\Delta\lambda = \lambda_{\text{laboratórium}} - \lambda_{\text{mért}}$.

Az (1) és (2) összefüggésekből felírható **a v sebességgel ($v << c$) haladó csillag vöröseltolódása és a $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ relatív hullámhosszváltozás közötti kapcsolat:**

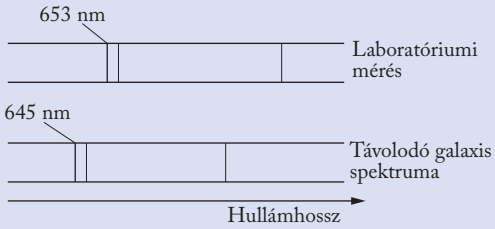
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy új galaxist fedeztek fel űrtávcsövekkel, amelynek a Földtől való távolodási sebességét kívánják meghatározni. A laboratóriumban az abszorpciós spektrumban a hidrogén vonala 653 nm hullámhosszúságon található meg, míg a csillag színképében λ = 645 nm-es hullámhosszon.

Számítsuk ki a galaxis távolodási sebességét!

MEGOLDÁS



A vöröseltolódásra a hullámhosszak és a sebességek között fennáll az alábbi összefüggés:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c}, \text{ amelyből } v = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\cdot c = -\frac{653-645}{653}\cdot 3\cdot 10^8 =$$

$$= -4{,}67\cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A galaxis $3{,}67\cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel távolodik a mi galaxisunktól.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Állítsa növekvő sorrendbe a csillagászatban használt mértékegységeket!
2. Hogyan állapítható meg, hogy egy periódusos rendszerbeli elem jelen van-e a csillag színképében?
3. Mit jelent az egy parszek? Vezesse le, hogy egy parszek hány fényév!
4. Mikor jön létre vöröseltolódás, és mikor kékeltolódás?
5. Milyen kapcsolat van a vöröseltolódás mértéke és a galaxis sebessége között?
6. Milyen kapcsolat van a vöröseltolódás mértéke és a galaxis relatív hullámhosszváltozása között?

2. Hubble-törvény

Edwin Powell Hubble amerikai csillagászt a XX. század egyik legnagyobb kozmológusának tartják. Megmutatta, hogy a világegyetemben sokkal több galaxis található, mint azt addig a csillagászok feltételezték. A galaxisok mozgását vizsgálva jutott el a táguló világegyetem és a **Nagy Bumm** (ősrobbanás) gondolatához.

A Hubble-törvény

Az 1920-as évek végén Hubble nagymértékű vöröseltolódást észlelt a távoli extragalaxisok abszorpciós spektrumában. Kivétel az Androméda-galaxis volt, amely a Tejútrendszerrel közös galaxishalmazban, a Lokális Halmazban van. A megfigyelései alapján két kulcsfontosságú felfedezést tett:

– Megerősítette a korábbi megfigyeléseket, miszerint a galaxisok túlnyomó többségéből származó fény vöröseltolódást szenvedett. Ez azt jelenti, hogy a Földtől távolodnak.
– Felfedezte, hogy a Földtől távolabbi galaxisokban nagyobb a vöröseltolódás, mint a közelebbiekben.

E megfigyelésekre építve fogalmazta meg a **Hubble-törvényt**:

A galaxisok egymáshoz viszonyított távolodási sebessége annál nagyobb, minél nagyobb távolságra vannak egymástól.
A Hubble-törvény szerint a Földtől (lényegében a Tejútrendszertől) r távolságra lévő galaxis v távolodási sebessége:

$$v = H \cdot r,$$

ahol $H \approx 70\text{-}75 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, az ún. Hubble-állandó.

Megjegyzés: A távolságot Mpc-ben mérjük, mint ahogy az alábbi kidolgozott feladatban is látszik.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Nagy távolságban galaxis távolodik a Földtől. Egy fizikus a laboratóriumi mérés során a hidrogén abszorpciós színképét 735 nm-re méri. Ugyanazon abszorpciós vonal a távolodó csillag színképében 45 nm vöröseltolódást mutat. Számítsuk ki a csillag Földtől való távolságát!

A Hubble-állandó értéke $72 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{Mpc}}$.

MEGOLDÁS

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{45 \cdot 10^{-9}}{725 \cdot 10^{-9}} = 0{,}0620$$

$$z = -\frac{v}{c}, \text{ így } v = -z \cdot c = -0{,}0620 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= -1{,}86 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A recessziós sebesség: $v = H \cdot d$,

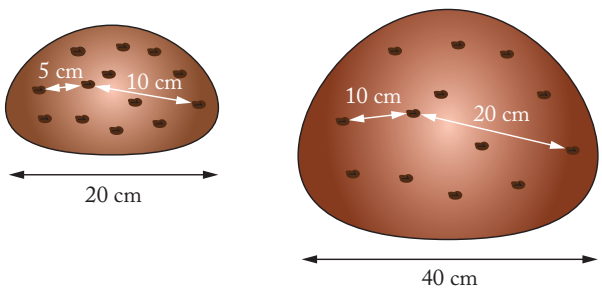
ahonnan $d = \frac{v}{H} = \frac{1{,}86 \cdot 10^4}{72} = 258{,}3 \text{ Mpc} \approx 260 \text{ Mpc}$.

A galaxist tőlünk 260 Mpc távolságban észleltük.

Ez a modell az elfogadott magyarázat arra, hogy szinte az összes galaxis fénye, amelyet látunk, vöröseltolódást szenved. Ez látszólagos távolodási sebesség, mert a **galaxisokra** nem úgy kell tekintenünk, mint amelyek valóban távolodnak egymástól, hanem úgy, hogy **a közöttük levő tér tágul**. Ennek eredményeként **az univerzum bármely pontja, bármely része eltávolodik az univerzum összes többi pontjától**, és minél távolabb vannak a pontok, annál nagyobb a relatív sebességük egymáshoz képest.

A tér tágulását a kelő mazsolás tészta modelljével tudjuk szemléltetni. A tészta dagadásával a változatlan méretű mazsolák egyre távolabb kerülnek egymástól. A galaxisokra nézve ugyanez azt jelenti, hogy bárhonnan is nézzük, a galaxisok ugyanolyan gyorsan távolodnak tőlünk. Ugyanakkor a galaxisok nem duzzadnak, mert összetartja őket a gravitáció.

Ez a látszólagos távolodás nem észlelhető a közeli galaxisok közt, mert ezeknek a Földhöz viszonyított sebessége jelentősebb lehet a köztük lévő tér tágulásánál. Az Androméda-köd (hozzánk legközelebbi galaxis) például közeledik a Tejútrendszer felé.



A világegyetem tágulását a kelő mazsolás tészta modelljével tudjuk szemléltetni

Univerzum korának és méretének becslése

A Hubble-állandó értékéből az univerzum kora meghatározható. Ha feltételezzük, hogy az univerzum ugyanolyan v sebességgel tágult a teljes élettartamában, és a legtávolabbi égitestek távolodtak el a legmesszebbre – d távolságra –, akkor az életkorát megbecsülhetjük:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1}{H}$$

A teljes univerzum mérete nem ismert, de a legtávolabbi objektumok távolságából meghatározhatjuk.

A megfigyelhető univerzum egy Föld középpontú gömb, amelynek sugara azzal a távolsággal egyenlő, amelyet a fény megtesz, míg a legtávolabbi égitestről a Földre érkezik.

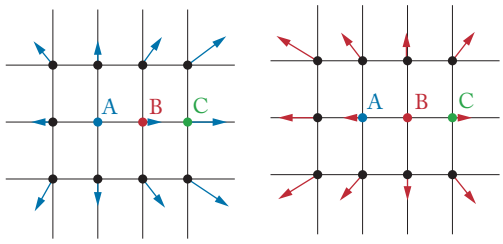
Mivel $H = 70\text{-}75 \frac{\frac{km}{s}}{Mpc}$, ezért ennek a gömbnek a sugara 13 milliárd fényév. Ha figyelembe vesszük az univerzum tágulását is, akkor ennek a gömbnek a sugara a jelenlegi becslések szerint 46-47 milliárd fényév kellene legyen.

A kozmológiai elv

A csillagászok a galaxisok megfigyelésekor azt tapasztalták, hogy a galaxisok távolodnak tőlünk. Könnyen arra a téves elképzelésre juthatunk így, hogy a Föld a világegyetem középpontjába kerülhet, hiszen a Föld számunkra egy különleges, egyedi hely.

A **kozmológia elv** összefoglalja azt az általánosan elfogadott elképzelést, hogy **az univerzum egyetlen része sem megkülönböztetett hely**. Így az univerzumban nagy térrészeket vizsgálva fennáll, hogy az univerzum:

- **homogén**, azaz az univerzum minden része ugyanolyan, mint bármely másik része (pl. hasonló sűrűséggel figyelhetünk meg elliptikus galaxisokat minden irányban),
- **izotróp**, ami azt jelenti, hogy bármely irányban nézünk az univerzumban, ugyanúgy néz ki az univerzum, tehát nincs központja).



A táguló világegyetemben nincs kitüntetett pont

A fenti rajz alapján belátható, hogy a táguló világegyetemben valóban nincs kitüntetett pont. Az A ponttól nézve a C pont kétszer olyan gyorsan távolodik, mint a B pont, de a B ponttól A és C egyforma sebességgel.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Milyen kapcsolatot talált Hubble a vöröseltolódás és a csillagok távolsága között?
2. Hogyan becsülhetjük meg az univerzum korát a Hubble-állandóból?
3. Hogyan tudná bemutatni, hogy az univerzum bármely két pontja távolodik egymástól?
4. Miért nem tudjuk megmérni az univerzum abszolút méretét?
5. Milyen főbb megállapításokat tartalmaz a kozmológiai elv?

3. Ősrobbanás-elmélet

EMLÉKEZTETŐ

Az ősrobbanás-elmélet születése

George Lemaître belga pap és fizikus 1931-ben Einstein általános relativitáselméletének megoldásából levezette az ősrobbanás elméletét. Az ősrobbanás elméletének fő gondolata, hogy a múltban valamikor az univerzum összes anyaga egyetlen pontban egyesült, amit **szingularitásnak** nevezünk. Ezt a pontot tekintik az univerzum kezdetének, ami maga **a tér és az idő kezdete**. Ez a szingularitás hihetetlenül forró (több milliárd K) és sűrű volt.

Tehát az ősrobbanásnál korábbi pont és idő nem létezik. Kosztolányi Dezső remekül fejezi ki ezt az *Ének a semmiről* című versében. „Annál mi van, a semmi ősebb, …”

Hőmérséklet csökkenésének iránya ↓

Ősrobbanás óta eltelt idő, korszakok	Világegyetem története
Ősrobbanás: **A Nagy Bumm**	Megszületik az idő és a tér. Az a pillanat, amikor maga az idő elkezdődött, az összes későbbi pillanatot innen számoljuk. A világegyetem ebben az időpillanatban egy **szingularitásként létezett, amely végtelen sűrű és forró** volt (több milliárd K a hőmérséklete).
10^{-35} s **Kozmikus inflációs korszak**	A világegyetem hihetetlen gyorsan, robbanásszerűen tágul, amit **felfúvódásnak** vagy **inflációnak** neveznek. Az infláció megmagyarázza, hogy miért tűnnek a tér távoli régiói annyira hasonlónak egymáshoz, annak ellenére, hogy hatalmas távolságok választják el ezeket egymástól. A teret ekkor nagy energiájú sugárzás töltötte be.
10^{-3} s **Kvark-gluon plazma**	A forró plazma a tágulás miatt hűvösebb lett ($4 \cdot 10^9 – 6 \cdot 10^9$ K). Megjelennek az első elemi részecskék, a kvarkok és az erős magerőt hordozó gluonok, **kvark-gluon plazmát** alkotva.
1 s **Korai korszak** (protonok, neutronok)	Az univerzum tovább tágult és hűlt, a mai Naprendszer méretére duzzadt. A kvarkokból **létrejönnek a protonok és a neutronok** (hadronok). Ekkor proton, elektron és foton összetételű gáz jön létre. Ebből a három stabil elemi részecskéből indul el az anyag fejlődése.
180 s (3 perc) **Az első atommagok**	A világegyetem sűrű ködhöz hasonlított. A protonok és neutronok egyesülésével **létrejöttek az első atommagok**: **deutérium**- és **héliumatommagok,** és kis mennyiségben lítium- és berillium- atommagok jöttek létre. Ekkorra **létrejött az univerzum látható anyaga: 75%-a hidrogén és 25%-a hélium**. Az univerzum tágulása olyan gyors, hogy ezeknél nehezebb elemek keletkezése nem indul be.
380 000 év **Az első atomok**	Az univerzum annyira kitágult és lehűlt, hogy 3000 K körüli hőmérsékleten **kialakultak az első atomok: létrejöttek a semleges hidrogénatomok. A közegben szabadon terjedhettek a fotonok, létrehozva a kozmikus mikrohullámú hátteret.** (Azóta a tér ezerszeresére tágult, a fotonok hullámhossza ugyanannyiszorosra meg is nőtt, energiájuk pedig ezredrészére csökkent. Így **kialakult a kozmikus háttérsugárzás**.)
100 millió év **A sötét korszak**	Nagyon sokáig **az univerzum nem adott fényt**. A Nagy Bummnak a fénye elmúlt, és nem születtek még meg a csillagok. Ezt a korszakot nem ismerjük, mert az univerzumot a csillagok által kibocsátott fényük alapján vizsgáljuk.
200 millió év **Első csillagok megjelenése**	A hidrogén- és héliumgázt tartalmazó por- és gázfelhőkből a gravitációs összehúzódás hatására elindult a protogalaxisok képződése, majd **megjelentek az első csillagok**. Ezekben a csillagokban a lítiumon túli elemek is keletkeznek.
500 millió év **Galaxisok, univerzum nagy léptékű szerkezete**	A csoportosan keletkező csillagokból **létrejönnek az univerzum első galaxisai, köztük a Tejútrendszer. Kialakul az univerzum nagy léptékű szerkezete.** A gravitációs erők hatására a sötét anyagból, valamint ősi hidrogén és hélium gázfelhőkből galaxisok keletkeztek.
9 milliárd év **Naprendszer születése**	Kialakult a **Naprendszer** abból a **csillagközi gáz- és porfelhőből**, amelyet egy Naprendszer születése előtt egymilliárd évvel történő nagyobb **szupernóva-robbanás hagyott hátra**. A Föld kialakulása után egymilliárd évvel létrejön a primitív élet a Földön.
13,8 milliárd év **A mai ember létrejötte**	Körülbelül 200 000 évvel ezelőtt fejlődött ki az első mai ember. **Az univerzum hőmérséklete 2,7 K-re hűlt, ezen a hőmérsékleten észleljük a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást.**

Univerzum fejlődésének korszakai és története

Az ősrobbanás-elmélet bizonyítékait keresik a kozmológusok. A bizonyítékok között a három legmeggyőzőbb érv:
– könnyű elemek előfordulási gyakorisága;
– legfényesebb kvazárok megfigyelése;
– mikrohullámú kozmikus háttérsugárzás.
Vegyük sorra ezeket a bizonyítékokat!

Könnyű elemek előfordulási gyakorisága

A világegyetem látható anyagának 75%-a hidrogén, míg közel 25%-a hélium, a nehezebb elemek részaránya 1% alatti. Mivel hélium csak a csillagokban képződhetett, a nagy héliummennyiség arra vall, hogy valamikor az összes anyagnak az ősrobbanás előtti szingularitásban kellett lennie.

Az ősrobbanáskor a korai univerzum elegendően forró volt ahhoz, hogy ez a hidrogénfúzió beindulhasson. Az ősrobbanáskor annyi hélium keletkezett, amennyit az ősrobbanás óta eltelt idő alatt az összes csillag sem tudott volna előállítani. Az ősrobbanás időtartama igen rövid volt ahhoz, hogy a héliumnál magasabb rendszámú elemek jöjjenek létre. Az ősrobbanás-elmélet modellje segítségével **sikerült megmagyarázni az univerzum kis rendszámú elemeinek gyakoriságát**.

A kvazárok megfigyelése

A rádiócsillagászati megfigyelések során egyértelművé vált, hogy távolabbra nézve az univerzum ősibb állapotát vizsgálhatjuk. Tehát minél távolabbra nézzünk, annál korábbi időbe tekinthetünk vissza. Azt tapasztalták, hogy **korábban másképp festett a világegyetem, mint manapság**.

A legősibb égitestek megfigyeléséhez a lehető legtávolabbra kell tekintenünk a távcsöveinkkel. Ehhez olyan távoli, sugárzó objektumokat kerestek, melynek a lehető legnagyobb a színképében a vöröseltolódás. A Földről megfigyelhető objektumok közül a **kvazároknak** a legnagyobb a vöröseltolódása. Megmérték, hogy ezek a legtávolabbi objektumok a tőlünk mért legnagyobb sebességgel (akár a fénysebesség 16%-ával) távolodnak. A becsült tényleges fényességük és a látszólagos fényességük közötti különbségből megbecsülhető, hogy **több milliárd fényévre helyezkednek el**, s ezek a legtávolabbi megfigyelhető objektumok között vannak a világegyetemben. A róluk szerzett információk az univerzum korai állapotáról tudósítanak, még az ősi csillagok keletkezése előtti időkről.

A kvazárok olyan **aktív galaxisok**, amelyek mindegyikének a közepén van egy aktív, nagyon nagy tömegű fekete lyuk, amely hatalmas energiát bocsát ki magából.

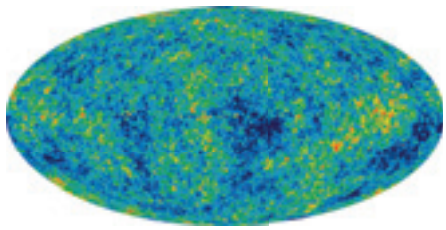
A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás

Robert Wilson és Arno Penzias 1964-ben egy új, nagy érzékenységű rádióantennával dolgozva vették észre, hogy állandó „zavar", egy, a mikrohullámok tartományába eső sugárzás érkezik az antennába, akármerre fordítják is azt.

A mikrohullámú zaj hullámhossz szerinti eloszlása megfelelt egy 2,7 K hőmérsékletű test hősugárzásának.

Hosszas vizsgálatba kezdtek, így kétségtelenné vált, hogy a zaj nem az antenna zavaraiból vagy a földi környezetből származik, hanem az univerzumból. Ezzel igazolták az ősrobbanás-elmélet egyik legfontosabb elméletét.

Az univerzum keletkezése után 380 000 évvel az univerzum hőmérséklete 3000 K volt, azóta a tér ezerszeresre tágult. A fotonok hullámhossza 1000-szeresére megnőtt, és ennek megfelelően az energiájuk (és a hozzájuk rendelhető hőmérséklet) ezredrészére csökkent. Így alakult ki a jelenlegi kozmikus háttérsugárzás.



Mikrohullámú kozmikus háttérsugárzás eloszlásának térképe μK-es ingadozásokat mutat

Az Európai Űrügynökség (ESA) űrszondáival (COBE, WMAP, Planck) megmérte a mikrohullámú háttérsugárzás nagyságának ingadozását és térbeli eloszlását. **A μK-es ingadozások az ősrobbanás-elmélet és az inflációs modell helyességét igazolták.** Ezek az aprócska különbségek utaltak az ősrobbanás után pár százezer évvel már meglévő kezdeti csomósodásokra, amelyek nélkül nem alakulhatott volna ki a világegyetem ma megfigyelhető szerkezete. Nem lennének galaxishalmazok, galaxisok, csillagok és bolygók, és nem lenne olyan sem, aki ezt a gyűjteményt megírja vagy elolvassa.

Az űrszondák méréseiből kiderült, hogy az univerzum jelenlegi szerkezetében a galaxishalmazok csoportjai között nagy üres terek találhatók.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Az ősrobbanás-elmélet születésekor hogyan értelmezték az univerzum tágulását?
2. Ismertesse az ősrobbanás-elmélet főbb lépéseit a kezdetektől napjainkig!
3. Ismertesse, hogy mi a mikrohullámú kozmikus háttérsugárzás, továbbá miként igazolja az ősrobbanás elméletét!
4. Hogyan alakult ki a kozmikus háttérsugárzás?
5. Az ősi univerzumot hidrogén és hélium alkotta. Hogyan támasztja ez alá az ősrobbanás elméletét?

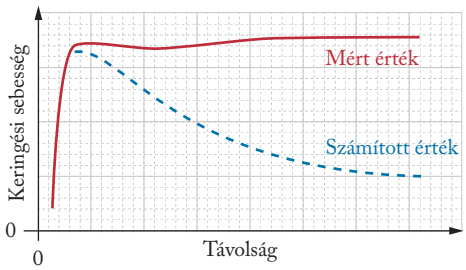
4. Az univerzum jövője

A jelenleg ismert világegyetem anyagának alig 5%-a látható anyag. A 95%-áról igazán nagyon keveset tudunk. Nézzük meg, milyen ismeretekkel rendelkezünk az univerzum anyagának 95%-áról, amely ismereteink szerint sötét anyagból és sötét energiából áll. Az asztrofizikusok úgy gondolják, hogy a két anyag közös vonása az, hogy az univerzum hatalmas részét alkotják.

Sötét anyag

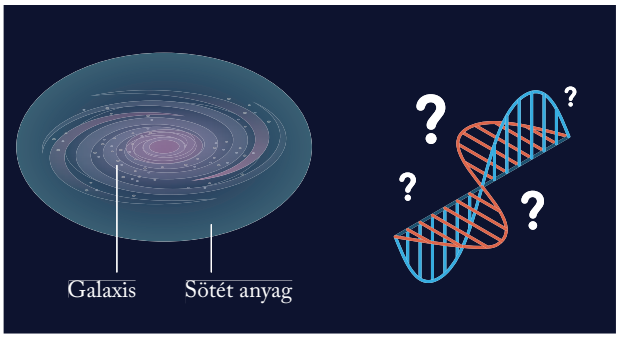
Az 1930-as években Jan Oort és Fritz Zwicky csillagászok a galaxisokat tanulmányozva látták, hogy a galaxisoknak nagyobb tömegűeknek kell lenniük, mint amekkora tömeget távcsővel látunk belőlük. **A hiányzó tömeget sötét anyagnak nevezték el.**

A mérésekből az látszott, hogy egy bizonyos értéknél nagyobb sugárnál a keringési sebesség nem csökken tovább kifelé haladva, hanem állandósul. Ez arra utal, hogy **a galaxisok külső részén jelentős mennyiségű tömeg van, amely láthatatlanul együtt mozog a galaxissal**. Az eltérés a számított és mért érték között igen jelentősnek mutatkozott.



Galaxisok külső rétegeiben a keringési sebesség számított és mért értékének eltérését a sötét anyag jelenléte okozza

A megfigyelések és az elméleti matematikai számítások alapján **a sötét anyag tulajdonságait** sikerült feltárni. Ezek:
- tömeggel rendelkezik (gravitációs kölcsönhatásba lép a látható anyaggal);
- fény számára átlátszó (nem lép kölcsönhatásba a fotonnal, vagy csak kevéssé, annyira, hogy észre sem vesszük);
- az univerzum távolabbi részéről érkező fotonokat gravitációs lencsehatás elvén elhajlíthatja;
- nem egyenletesen oszlik el az univerzumban, gömb alakban helyezkednek el a galaxisok halójában (galaxis körül a látható tömeget magába foglaló lapult rendszert gömbszerűen körülvevő térségben kell lennie). A galaxisokban, azokkal együtt halad. A galaxisok sebessége (pl. 500 km/s) jóval kisebb, mint a fénysebesség, így a sötét anyag sem rendelkezik nagy sebességgel;
- sötét anyag alkotja az univerzum tömegének többségét. Egy galaxisban a sötét anyag tömege hatszorosa a látható anyag tömegének.



A sötét anyag a galaxisok halójában található, nem lép kölcsönhatásba az elektromágneses sugárzással

A sötét anyag létezését eddig többféle módon, például
- tömegvonzó hatásuk alapján,
- galaxisok forgási görbéje alapján,
- kozmikus háttérsugárzás spektruma alapján igazolták.

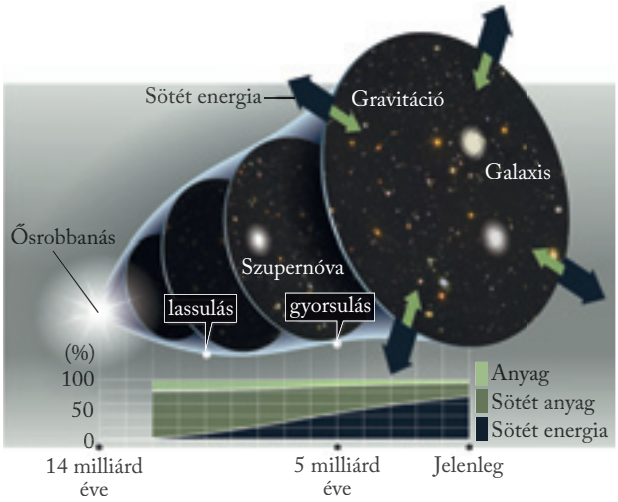
A sötét anyag jelenleg még a fizika egyik nagy rejtélye, a sötét anyagot felépítő részecskéket vagy mezőket nem ismerjük. Feltételezhetjük, hogy a sötét anyag az ősrobbanás óta jelen van az univerzumban, mennyisége az azóta eltelt idő alatt egyes elméletek szerint csökkent.

Sötét energia

A legtávolabbi csillagok vizsgálatakor a csillagászok azt tapasztalták, hogy a galaxisok távolodási sebessége azt mutatja, hogy a világegyetem gyorsulva tágul. Ahhoz, hogy az univerzum egyre gyorsabban táguljon, energiára van szükség. **Ezt az energiát sötét energiának nevezzük. Ez az univerzumot tágító energia.**

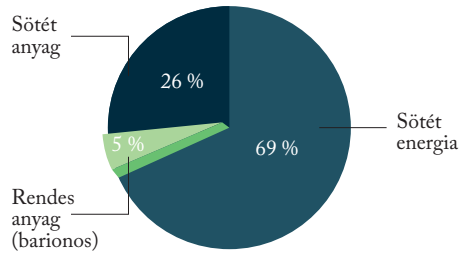
A sötét energia sűrűsége a tér tágulásával nem csökken (nem hígul). A galaxisokat a gravitáció egyben tartja, így azok sűrűsége nem csökken az idő múlásával, de a világegyetem sűrűsége folyamatosan csökken, ahogy a tér tágul.

A sötét energia egyik bizonyítéka, hogy a tér tágulásával is állandónak tűnik, minden m^3-ben kevesebb energia van, mint 10^{-9} J. (Az 1 köbfényévnyi térfogatban több energia van, mint amennyi a Nap által kibocsátott energia az emberiség történelme során.) Ez sok energia, mindenhol, minden köbméter fényévben jelen van, így a Naprendszerünkben vagy a Tejútrendszeren kívül, vagy akár az univerzum óriási üregeiben, amelyek valójában nem is üresek.



Az univerzum gyorsulva tágulási modellje

A sötét energia másik bizonyítéka, hogy **mindenhol egyenletesen oszlik el**. Tehát nem olyan, mint a normál anyag, amely a gravitáció hatására porfelhőkké, majd csillagokká tömörül. Az univerzum tágulásával ugyanaz marad a sötét energia sűrűsége, még akkor is, ha az univerzum tágul. Ez azt jelenti, hogy a sötét energia mennyisége nő, tehát ez egyre több energiát jelent. Jelenleg még nem tudjuk, hogy honnan származik a sötét energia vagy az új tér az univerzum tágulásával.



A sötét anyag, a sötét energia és a rendes anyag aránya a világegyetemben

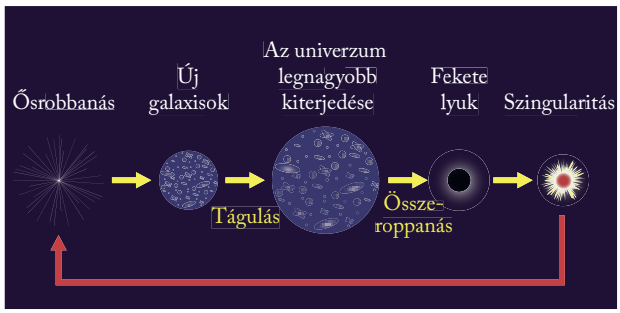
A sötét energia jellemzője, hogy
– nem lép kölcsönhatásba az elektromágneses hullámokkal, nincs látható formája;
– nem lép kölcsönhatásba semmilyen részecskével sem, és semmilyen formában sem érzékeljük, eredetét nem ismerjük;
– a jelenlegi ismereteink szerint a sötét energia nagysága állandó, vagyis a sötét energia a távolságtól függetlenül állandó fizikai mennyiség.

Az űrszondák legújabb méréseiből tudjuk, hogy a világegyetem anyagának (tömegének) csupán **5%-a az általunk ismert barionos, azaz közönséges anyag** (hidrogén, hélium, alacsony arányban könnyűelemek, neutrínók), **26%-a sötét anyag**, míg **69%-a sötét energia**.

Az univerzum jövőjét leíró elméletek

Az univerzum jövőjére vonatkozóan több elmélet is létezik. Az elméletekben közös, hogy mindegyik az univerzumban lévő sötét energia természetének függvénye. Az exponenciális tágulástól a gyorsuló tágulás megtorpanásáig és újabb szingularitásba való összehúzódásig sokféle forgatókönyv beleillik a jelenleg rendelkezésre álló megfigyelésekből levonható következtetésekbe.

Három főbb eset képzelhető el az univerzum jövőjét illetően:
– A gravitációs vonzás megállíthatja az eddigi tágulást, és egy nagy összeroppanásban kialakuló fekete lyukban fog végződni az univerzum eddigi léte. A szingularitás pedig egy újabb univerzum keletkezésének a kezdete lehet. Ez a **pulzáló világegyetem modellje**.



A pulzáló világegyetem modellje

– A gravitációs vonzás lehetséges, hogy pontosan akkora, hogy az eddigi tágulást megállítja, de már a zsugorodást nem tudja elindítani. Ez a statikus állapot, melyben az univerzum megmerevedik. Ezt az elméletváltozatot a kozmológusok elvetették.
– A gravitációs erő nem tudja az univerzum tágulását megállítani, sőt az **univerzum gyorsulva tágul**. A tágulás jelenlegi dinamikája a kozmológiai közelmúltban (elmúlt évmilliárdokban) a sötét energia által okozott gyorsulást mutatja. Ebben az esetben az univerzum galaxishalmazai egyre jobban eltávolodnak egymástól, a köztük lévő gravitációs vonzás csökken, a sötét energia szerepe egyre jobban érvényesül. Ez a **gyorsuló tágulás modellje**.

Az univerzum anyagának 95%-a sötét anyagból és sötét energiából áll, aminek a természetét nem ismerjük. A sötét anyag és a sötét energia megismerése a XXI. századi fizikusok feladata lesz, amely után többet fogunk tudni a világegyetem jövőjéről is. A jövő megismeréséhez vezető út a részecskefizika és a kozmológia tudományán át vezet.

ALKALMAZÁSOK

A gravitációs hullámok detektálása

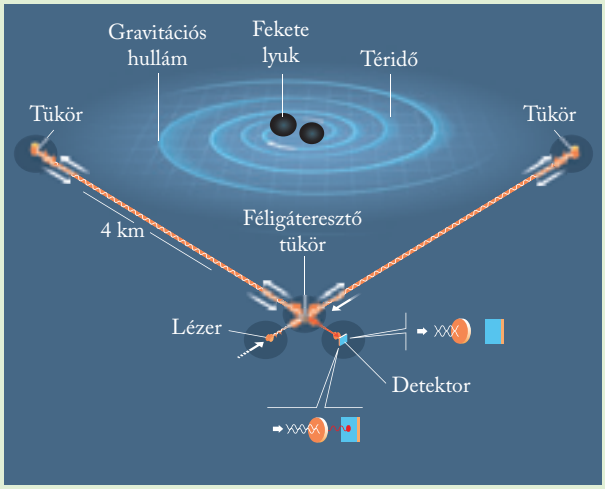
A gravitációs hullámok detektálására lézeralapú interferométert építettek. Az elv már ismert volt: az interferométer két karból áll, melyek L alakot alkotnak. A karok végein tükrök, az L alak sarkánál féligáteresztő tükör van, nagyon precíz, rezgésmentes felfüggesztéssel. Az elhaladó gravitációs hullámok úgy hatnak az interferométer karjaira, hogy a gravitációs hullám észlelésekor azok különböző mértékben deformálódnak (az egyik kar összehúzódik, a másik kinyújtódik).

Alaphelyzetben a két fénysugár interferenciája valamekkora jelet kelt a detektorban.

Ha azonban az interferométer-karok bármelyikének hossza megváltozik, akkor módosul az interferenciakép, és megváltozik a detektor jele. A létrejött interferenciamintázat jelzi, hogy gravitációs hullámot észleltünk.

Két ilyen interferométert (LIGO – Laser Interferometer-Wawe Observatory) az Egyesült Államokban építettek meg, míg a harmadikat 2017-ben (VIRGO – European Gravitational Observatory) Olaszországban adták át. A három detektor háromszögeléssel pontosan meg tudja állapítani az érkező jelek forrásának távolságát és térbeli helyzetét.

Az interferométereknek az atommagnál kisebb hosszúságú mikroszkopikus változásokat kellett észlelniük.



Az interferométer működési elve

Ez az első olyan érzékenyebb műszer, amely a háttérzajból képes kiszűrni a gravitációs hullámokat.

Az első jelet 2015-ben észlelték az amerikai detektorokkal: a Földtől 13 milliárd fényévre két közepes méretű fekete lyuk olvadt össze egy nagyobb méretű fekete lyukká. A gravitációs hullám megfigyelését a többcsatornás csillagászat keretében az optikai és nagy energiájú elektromágneses hullámtartományú megfigyelések követték.

Gravitációs hullámok

1974-ben rádióteleszkóppal fedeztek fel egy pulzárt (periodikus jeleket kibocsátó neutroncsillagot). A pulzár rádiójelei néha kicsit korábban, néha kicsit később érkeztek a Földre, mint azt szabályos váltakozásuk alapján várni lehetett volna. Ezeknek a rádiótartományban kisugárzott jeleknek van egy 8 órás periódusideje. Rájöttek, hogy az ingadozás oka egy, a megfigyelt pulzárt 8 óránként megkerülő másik neutroncsillag, amely tömegvonzásával a pulzárt (mivel a közös tömegközéppont körül keringenek) a látóirányunkban keringésre késztette.

Egy ilyen „kettőscsillag-rendszer” Einstein általános relativitáselmélete szerint gravitációshullám-kisugárzó, és a kisugárzás miatt energiát veszít. Ennek hatására a neutroncsillagok egyre közelebb kerülnek egymáshoz, és – a perdület hozzávetőleges megmaradása miatt – a keringésük egyre gyorsul. A rádiócsillagászok évtizedeken át követték a kettőscsillag-rendszer mozgását. A kettőscsillag keringésének felgyorsulásából kiszámított energiaveszteség pontosan annyinak adódott, amennyi energiát (Einstein általános relativitáselmélete alapján számítva) a gravitációs hullámok elszállítanak a rendszerből.

A gravitációs hullámokat gyorsuló tömegek hozzák létre, és fénysebességgel terjednek. Kimutatható gravitációs hullámok létrejöttéhez nagy tömegeknek kicsi helyen, nagyon gyorsan kell mozogniuk. A kettőscsillag-rendszerek több százmillió évig keringenek egymás körül, majd az utolsó néhány másodpercben olyan erős gravitációs hullámot bocsátanak ki, amelyet földi detektorokkal észlelni tudunk. Ilyen keringő, majd összeolvadó kettősök lehetnek például: két fekete lyuk, két neutroncsillag vagy neutroncsillag és fehér törpe együttes keringése.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit nevezünk sötét energiának? Milyen fizikai tulajdonságai vannak?
2. Az univerzum melyik fizikai tulajdonságára ad magyarázatot a sötét energia?
3. Az univerzum jövőjét leíró milyen elméleteket ismerünk?
4. Mi a gravitációs hullám? Mik keltik a gravitációs hullámokat?
5. Hogyan detektálják a gravitációs hullámokat?

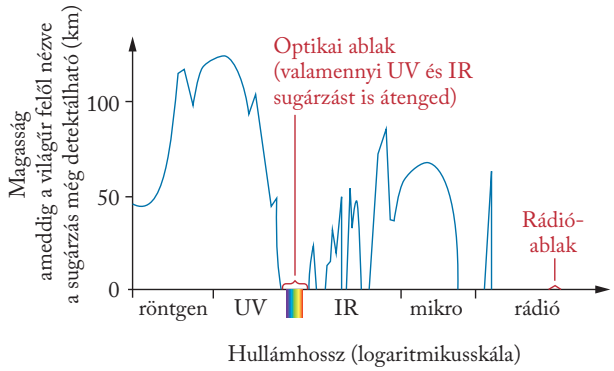
5. Az űrkutatás és eszközei

Az űrkutatás lehetőségei és kutatási irányai

Távoli csillagok, galaxisok és az univerzum szerkezetének megfigyelése különleges eszközöket igényel. Az eszközök más-más frekvenciákon kínálnak ablakot a világegyetemre, amely lehetőséget ad a körülöttünk lévő világ megismerésére.

A csillagászok nemcsak a világűrből érkező látható elektromágneses sugárzást észlelik, hanem rádióhullámokat, infravörös és ultraibolya hullámokat, röntgensugarakat és neutrínókat is észlelnek. Ezeknek a részecskéknek az elemzésével az univerzum objektumainak fizikai tulajdonságait vizsgálják. Az űrkutatás eszközei közül a földi megfigyelés során használt rádióteleszkópokkal és az elektromágneses spektrum egyes tartományait vizsgáló űrteleszkópok mérési módszereivel ismerkedünk meg.

A csillagászati megfigyelések földi körülmények között igen korlátozottak. A légkör csak bizonyos hullámhosszúságú elektromágneses sugárzást enged át, az összes többi számára átlátszatlan. A földi légkör zavaró hatásait űrteleszkópokkal tudják kiküszöbölni. Az egyes **űrteleszkópok** az univerzumot más-más frekvencián/hullámhosszon pásztázzák, így különböző forrásokat képesek felfedezni. Az ábra mutatja, hogyan változik a légkör átlátszósága a hullámhossztól függően.



A Föld légkörének átlátszósága az elektromágneses sugárzás különböző hullámhosszain

Az **optikai** és **rádióteleszkópokat** a Föld felszínére telepítve is tudjuk használni, mert a Föld légköre átengedi ezeket a hullámhosszakat. Más hullámhosszak megfigyelése bonyolultabb feladat.

Az **infravörös** és az **ultraibolya hullámhosszak** bizonyos hullámhosszai elérik a Föld felszínét, de a vízgőz nyel el a legtöbbet a légkörben. A Földön az infravörös sugárzás megfigyelésének legjobb módjai a magas és száraz helyekre (pl. a hawaii Mauna Kea vulkánba) telepített észlelőállomások.

Az **ultraibolya** és **röntgensugárzás** elnyelődik az atmoszféra felső rétegében, így ezekben a tartományokban a magas helyeken történő észlelés sem segít. Az űrtávcsövekkel lehetővé váltak ezekben a tartományokban is a csillagászati megfigyelések. A XX. század utolsó évtizedeiben űrtávcsöveket Föld körüli vagy Nap körüli (pl. Kepler űrtávcső) pályára állítottak, ahonnan zavartalanul figyelik meg a Földünk felé tartó ultraibolya, röntgen- és gammasugárzásokat.

Az univerzum múltjának kutatása szempontjából **a csillagászati távcsöveink valójában „időgépek”**. Mivel a fény terjedési sebessége véges, megfigyeléseink révén mindig egy múltbeli állapotot látunk. Minél távolabbi jeleket észlelünk, az univerzum annál ősibb állapotáról kapunk információkat.

Rádiócsillagászat

Az 1930-as években észleltek először rádióhullámokat, melyeket egy pulzár bocsátott ki. A rádiócsillagászatnak köszönhető a kozmikus háttérsugárzás felfedezése is, amely a Nagy Bumm elmélet megszületéséhez vezetett.

A rádióhullámok hullámhossza milliószorosa a látható fény hullámhosszának. Ahhoz, hogy a rádióteleszkópnak a felbontóképessége ugyanolyan legyen, mint az optikai teleszkópoké, ehhez a parabolatányérjának milliószor nagyobbnak kellene lennie. A rádiócsillagászatban ezért sok parabolatükröt kapcsolnak össze, amelyekről származó adatok egyetlen képet alkotnak. **Fizikai elve a hullámok**



Very Large Array (VLA) rádiócsillagászati obszervatóriumban a mozgatható rádióteleszkópok összekapcsolt rendszerben észlelik a más galaxisokból érkező hullámokat

szuperpozícióján (interferenciáján) alapszik, azaz a különböző teleszkópokon mért hullámok által keletkezett elektromos jelek összeadódnak vagy kioltják egymást, aszerint hogy milyen fázisban vannak egymáshoz képest. Igen nagy felbontás érhető el, ugyanis nem az egyedi antennák átmérője, hanem a köztük lévő távolság számít. Messzi kontinenseken elhelyezett rádióteleszkópokkal akár egy „Föld méretű" antennarendszert is össze lehet állítani. **A felbontás határát a két legtávolabbi teleszkóp távolsága határozza meg**.

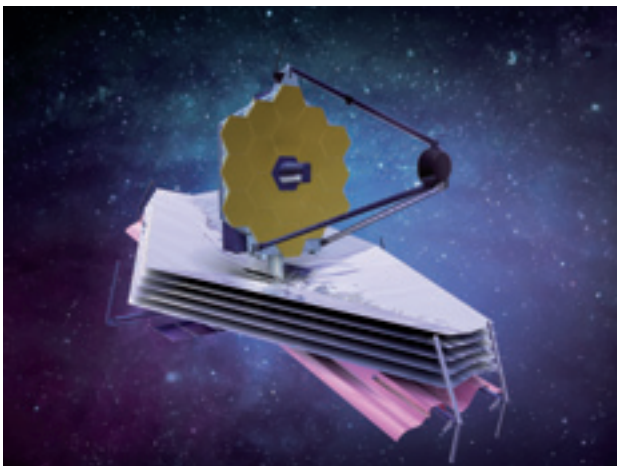
A rádióhullámokon többek között a távoli pulzárok erős sugárzását, a kifejezetten gyors rádiókitörések vizsgálatát, az univerzum távoli hidrogénfelhőinek felmérését végzik.

Optikai csillagászat

Az optikai csillagászat három részre oszlik: **infravörös, látható fény** és **ultraibolya** csillagászatra.

Az infravörös csillagászat

Az **infravörös csillagászat** egyik leglényegesebb kutatási iránya a **csillagkeletkezés vizsgálata**. A csillagkeletkezési régiók a galaxisok nagy többségében megtalálhatók.



A James Webb űrtávcső infravörös tartományban észlel

Például a Tejútrendszer korongjában 2,3 milliárd naptömegnyi *molekuláris gázt* tartalmaznak, és ennél jóval kevesebb *csillagközi port*, amelyek molekulafelhőkbe tömörülnek. **A csillagkeletkezés igen lassan, alacsony hőmérsékleten valósul meg.** Emiatt **az infravörös tartományban sugároz**. Ebben a folyamatban a csillagok a bolygórendszerükkel együtt alakulnak ki.

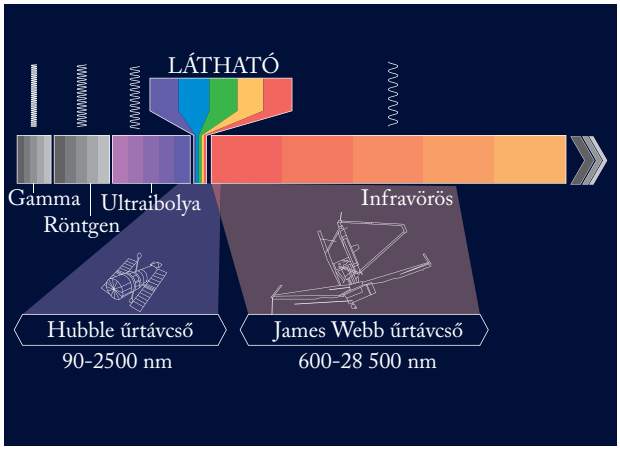
A csillagkeletkezés mellett az **infravörös tartományban** lehetséges főbb kutatási területek:

– az ősi, első galaxisok kialakulásának és fejlődésének tanulmányozása;
– a csillagok és bolygórendszerek kialakulásának tanulmányozása;
– exobolygók és légkörük tanulmányozása.
– az univerzumban előforduló molekulák kémiája.

A Földön található távcsövek és a Hubble űrtávcső nehezen használhatók az infravörös tartományban történő megfigyelésre. A Hubble űrtávcső nem tudja megfigyelni az infravörös tartományt, mert tükrei nem megfelelően alacsony hőmérsékletűek, így maga is sugároz infravörös spektrumon.

A James Webb űrtávcső az első olyan épített űreszköz, mely infravörös tartomány nagy részében képes észlelni. Az ősi (első) csillagok felfedezésére, az exobolygók légkörének kutatására tervezték. Az űrtávcső egy olyan gravitációs pontban helyezkedik el, ahol a Nap és a Föld gravitációs vonzereje kiegyenlíti egymást.

Az infravörös tartományban az űrtávcsövek egyik problémája, hogy saját infravörös sugárzást termelnek a hőmérsékletük miatt. Ennek kiküszöbölésére folyékony hélium segítségével nagyon alacsony hőmérsékletre hűtik le őket. Például a James Webb űrtávcső műszerei 15 K-en (–253 °C-on) üzemelnek, és detektorait eltakarják a Nap sugárzásától, hogy az se zavarja meg az észlelés során.

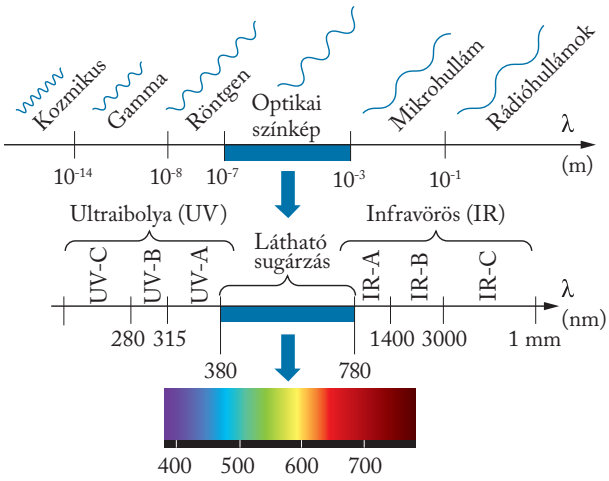


A Hubble és James Webb űrtávcsövek észlelési tartománya

A látható fény tartománya

A **látható fény tartománya** a legősibb formája a csillagászatnak. Szabad szemmel és földi távcsövekkel vizsgálhatók a Naprendszer és az univerzum jelenségei. A XIX. századtól a csillagászati jelenségeket fényképeken rögzítették, majd digitális technika megjelenésével digitális érzékelőkkel, főképpen **CCD-vel készítik a felvételeket**.

Az emberi szem a 380 és 780 nanométer hullámhosszak közé eső elektromágneses sugárzást érzékeli, a berendezések segítségével viszont képesek a csillagászok a látható tartományhoz közeli ultraibolya és infravörös tartományok megfigyelésére is.



Elektromágneses spektrum felosztása

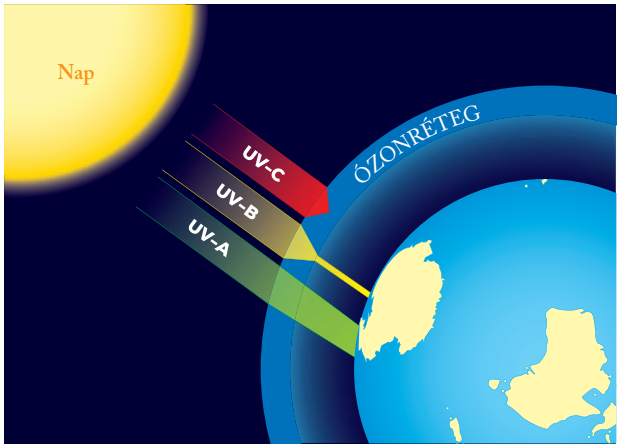
A **big data** (olyan technológia, amely biztosítja a nagy mennyiségű, változatos adatok gyors feldolgozását) megjelenésével a földi teleszkópok és az űrtávcsövek észleléseit folyamatosan képesek rögzíteni, ezzel lehetővé téve bármely rögzített jelenség későbbi elemzését.

Jelenleg a James Webb mellett leghíresebb légkörön túli teleszkóp a **Hubble űrtávcső**, mely 1990 óta végzi megfigyeléseit főleg a látható fény tartományában. Megfigyelési programjában szerepelnek a Naprendszer bolygói, csillagok, csillagközi ködök, csillaghalmazok, galaxisok.

Az ultraibolya csillagászat

Az **ultraibolya csillagászat** a látható tartományon túli tartományt vizsgálja. E hullámhosszak egy részét (UV-C) elnyeli a Föld légköre, ezért a megfigyeléseket a légkör magas rétegeiben vagy az űrben kell végrehajtani.

Az ultraibolya csillagászat a legjobban a forró kék csillagok spektrális és emissziós vonalait képes tanulmányozni. Ez magában foglalja a kék csillagokat más galaxisokban, de így figyelhetők meg a planetáris ködök, a szupernóva-maradványok és az aktív galaxismagok.



A Föld légköre az UV-C sugarakat elnyeli, az UV-B részben elnyelődik, az UV-A sugarak elérik a Föld felszínét

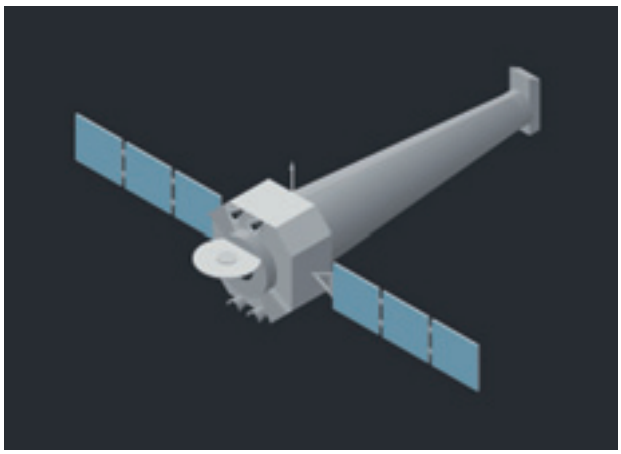
Nagy energiájú EM-tartományokban történő megfigyelés

Mint láttuk, az elektromágneses spektrum nagyobb frekvenciájú és egyben nagyobb energiájú tartományát a Föld felső légköre elnyeli, így a Földről a röntgen- és gamma-tartományok nem vizsgálhatók.

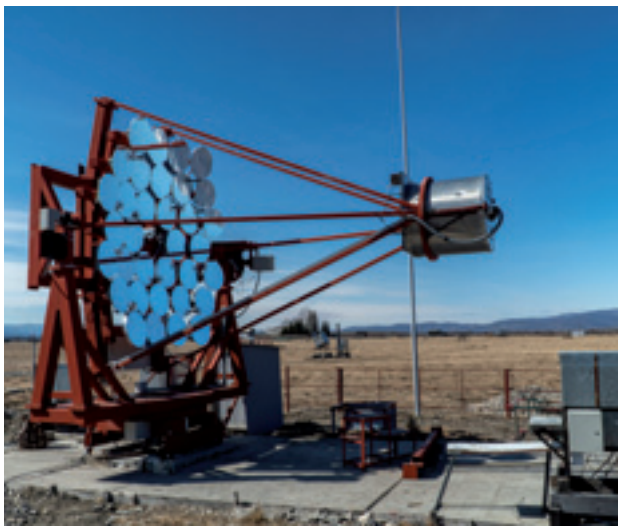
A kozmoszból érkező **röntgensugarak** vizsgálata rendkívül fontos a csillagászat számára, mert a legforróbb égitestek sugárzásának zöme a röntgenhullámhosszak tartományába esik. Ezek a sugárzások nem tudnak mélyen behatolni a légkörbe, ezért észlelésükhöz műholdakat használnak.

A röntgensugárzás jellegzetes főbb forrásai a Nap és más csillagok, a szupernóva-maradványok, a fekete lyukak körüli anyagkorongok, az aktív galaxisok és kvazárok.

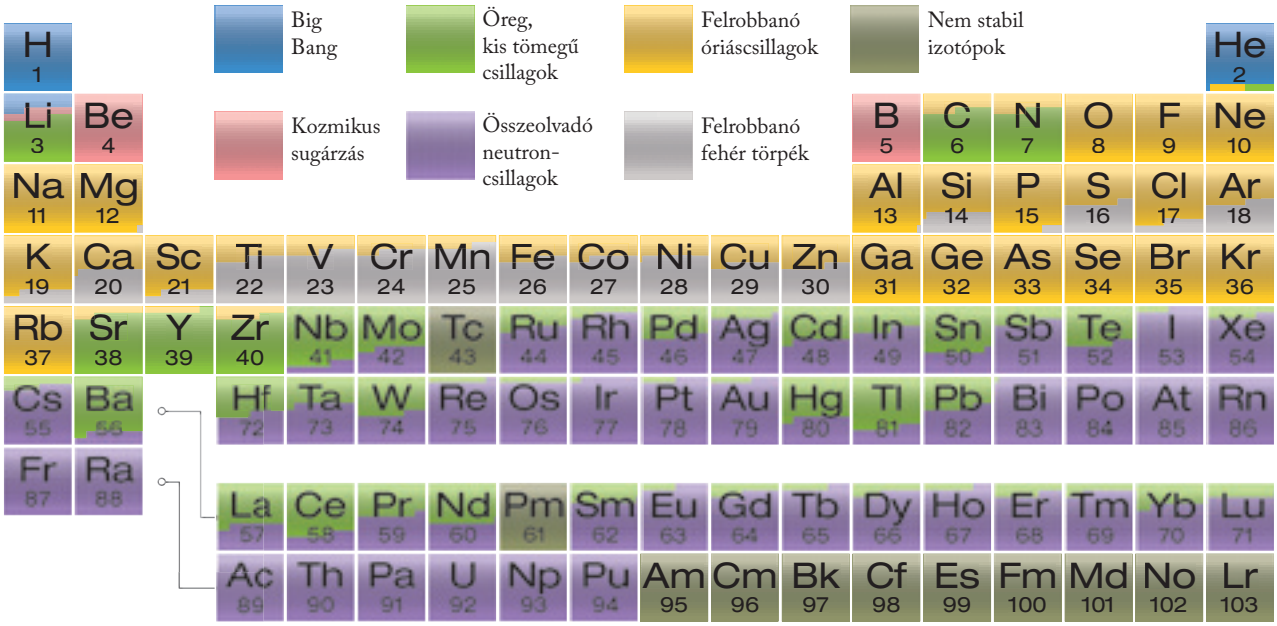
Jelenleg nagy energiájú tartományban működő műhold a NASA Chandra röntgentávcsöve és az ESA XMM-Newton röntgentávcsöve.



A NASA Chandra űrtávcsöve a röntgentartományban észleli a galaxisokból érkező jeleket



Gamma-sugárzást észlelő teleszkóp a Tunkinskaya-völgy obszervatóriumában



Az elemek keletkezésének rendszere, melyet a gravitációs hullámok és a többcsatornás csillagászat igazolt.

A **gamma-tartományokról** kezdetben a tudósok azt gondolták, hogy a világegyetemben sehol sem keletkezik gamma-sugárzás, mert akkoriban nem tudták elképzelni ilyen nagy energia létezését az univerzumban. Később – az első gamma-sugárzásra érzékeny műhold felbocsátásakor – a sugárzás létezése bizonyítékot nyert. A megfigyeléseket műholdak (pl. Compton űrtávcső) vagy speciális teleszkópok segítségével végzik.

A gamma-sugárzás legjelentősebb ismert forrásai az űrben az úgynevezett **gamma-kitörések**. A gamma-kitörések látszólag véletlenszerű helyekről érkező gamma-felvillanások, melyek 10-20 μs-tól néhány percig tartanak, és gyakran követi őket utófénylés nagyobb hullámhosszakon (röntgen-, ultraibolya, látható fény, infravörös és rádióhullám). Gamma-sugárzás forrásai lehetnek pulzárok, neutroncsillagok és aktív galaxismagok.

Többcsatornás csillagászat

Az előző tananyagrészben megismerkedtünk a gravitációs hullámok detektálásával. 2017-ben a LIGO és VIRGO detektorok gravitációs hullámot észleltek, melyet két neutroncsillag összeolvadásaként értelmeztek. A Fermi űrtávcső a gravitációs hullámok észlelése után 1,7 másodperccel ugyanonnan észlelt egy nagy energiájú gamma-kitörést, majd 11 órával később már több égi és földi obszervatórium kezdett látható fényt, röntgen- és rádiósugarat észlelni. ami napokig tartott. Ezzel elindult egy többcsatornás csillagászat, amellyel **a legkülönbözőbb sugárzástípusokat észlelik ugyanabból a forrásból (hiszen ugyanaz a forrás több hullámhosszon is sugároz). Ezeket a megfigyeléseket állandó együttműködésben végzik.** Ha valamelyik hullámhosszon egy addig ismeretlen sugárzást észlelnek, akkor a többi csatornán is elkezdik figyelni azt az észlelési irányt.

Ez az észlelési mód áttörésnek tekinthető, mert több, addig bizonyítatlan feltevés vált bizonyítottá:

– Léteznek neutroncsillagok, és szupernóvákban keletkeznek.
– A nehézelemek egy része neutroncsillagok összeolvadásával jön létre.
– A gravitációs hullámok is fénysebességgel terjednek.

A fenti periódusos rendszerben eltérő színekkel jelöltük az egyes elemek lehetséges keletkezési helyét.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

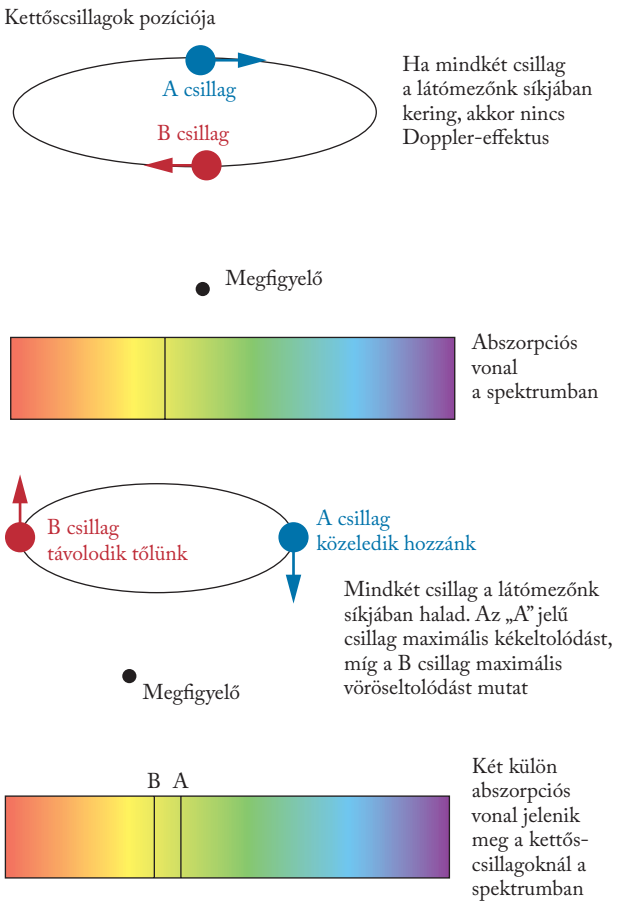
1. Mik a rádióteleszkópok? A rádióteleszkópok milyen fizikai elven működnek?
2. Milyen fizikai elven működik a rádióteleszkópok hálózata?
3. Az elektromágneses sugárzás mely tartományait tudjuk felhasználni az univerzum kutatására? Miket tudunk megfigyelni ezeken a frekvenciákon?
4. A csillagkeletkezés megfigyelésére miért alkalmas az infravörös csillagászat?
5. Milyen objektumok bocsátanak ki nagy energiájú gamma-sugarakat?
6. Milyen röntgenforrásokat figyelnek meg röntgentávcsövekkel?
7. Mit nevezünk többcsatornás csillagászatnak?

6. Bináris kettősök, exobolygók

Spektroszkópiai bináris kettőscsillagok

A csillagászok által megfigyelt csillagoknak közel fele kettőscsillag, melyek a közös tömegközéppontjuk körül ellipszis alakú pályán keringenek. Legtöbbjüket távcsővel nem tudjuk kettőscsillagként észlelni, csak színképükből következtetünk erre. Ezeket **spektroszkópiai kettőscsillagoknak** nevezzük. Ha látóirányunk a csillagok keringési síkjába esik, akkor a csillagok keringésük közben elfedik egymást a távcsöveink, illetve a szemünk elől, ezzel a keringés időtartama kiszámítható.

Nézzük meg a csillagok egymáshoz képesti pozíciójának és az abszorpciós vonalak változásának kapcsolatát!

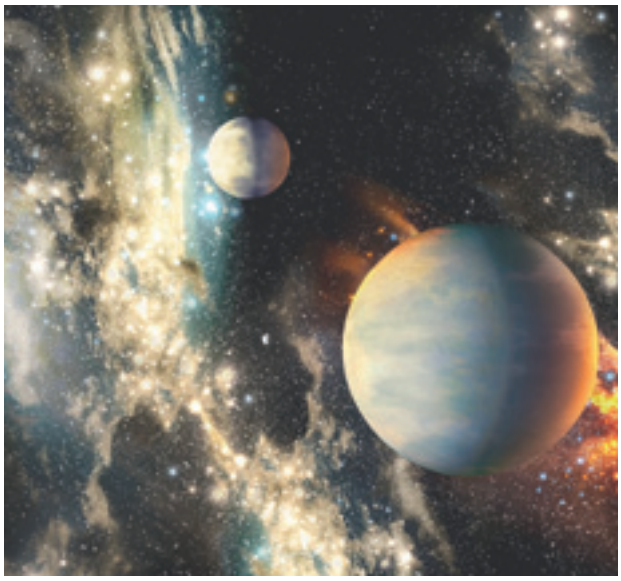


A spektroszkópiai kettősök spektrumának abszorpciós vonalai változnak a közös TKP-juk körüli keringésük folyamán (nem számítva a kettőscsillag galaxisukhoz viszonyított mozgást)

Látható, hogy a keringési idő fele alatt a színképvonalak az egyik szélső helyzetből a másikba jutnak (A és B felcserélődik). Tehát a keringési periódus kétszerese a spektrum két szélső állapota között eltelt időnek.

Exobolygók kutatása

Exobolygóknak nevezzük azokat a bolygókat, amelyek Naprendszerünkön kívül, vagyis idegen csillagok körül keringenek. Az exobolygók fő jellemzője, hogy tömegük alatta van annak a határértéknek, aminél a deutérium termonukleáris fúziója beindulna. Ezt a csillagászok 13 Jupiter-tömegben állapították meg.



Föld-típusú exobolygók, háttérben az univerzum kozmikus ködével és csillagokkal

Évszázadokon át az exobolygók léte csak tudományos feltételezés volt, bár a csillagászok általában hittek létezésükben, de létezésüket nem sikerült bizonyítani. Az első megerősített felfedezéseket 1995-ben hozták nyilvánosságra. A jelenleg ismert exobolygók száma több mint 4000, és ez a szám folyamatosan növekszik. A Naprendszerünkhöz legközelebbi felfedezett exobolygó 20,5 fényévre egy vörös törpecsillag lakható övében kering.

Az exobolygók két típusa létezik:

- **Csillag körül keringő bolygók**. A felfedezések arra mutatnak, hogy a csillagok jelentős része körül keringenek bolygók. Csak a Tejútrendszert számítva, 160 milliárd exobolygó kering 100 milliárd csillag körül, a Napunkhoz hasonló csillagok kb. 50%-ához tartozik bolygórendszer.
- **Nem csillag körül keringő, azaz árva bolygók**. Ezek Jupiter-méretű bolygók, a számukat, ami meghaladhatja a csillagokét, ezermilliárdokra becsülik.

Élet lehetősége az exobolygókon

Az újabb felfedezések másik jellegzetessége, hogy a talált bolygók között egyre több a **Földünk nagyságához hasonló vagy még kisebb bolygó**. Ezek közül egy seregnyi Földünkhöz hasonló tulajdonságokkal is rendelkezik. Az aránylag kicsi, Földünk tömegénél néhányszor nagyobb tömegű exobolygókat **Szuper-Földnek** nevezték el. Az exobolygókat kutató Kepler űrteleszkóp adatainak elemzése alapján a tudósok arra az eredményre jutottak, hogy egyes exobolygókat akár 50 százaléknyi víz is alkothatja.

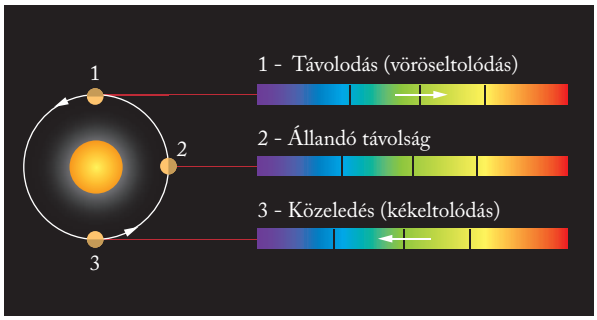
Mindezek, és a Tejútrendszer bolygói óriási számának felfedezése, élénkítik az azon való elmélkedést, hogy a Föld biológiai folyamataihoz hasonló élet más csillagok körül keringő bolygókon, más galaxisokban is létezhet.

Exobolygók felfedezése – radiális sebesség módszerrel

Az exobolygókat meglehetősen bonyolult felfedezni. Ha egy csillag pályasíkja nem a látóirányunkra merőleges, akkor mozgása során egyszer közeledik, egyszer pedig távolodik tőlünk, vagyis a látóirányú (radiális) sebessége változik. Ez a sebességingadozás a csillag spektrumában lévő vonalak kékeltolódását (felénk való közeledésekor) és vöröseltolódását (tőlünk való távolodásakor) okozza. A hullámhossz-eltolódás méréséből a Doppler-effektusnál megismert összefüggés alapján a radiális sebesség meghatározható:

$$v_r = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

ahol c a fénysebesség és λ a vizsgált színképvonal hullámhossza. A színképvonalak eltolódásának periódusa az exobolygó keringési idejét adja meg. Minél nagyobb tömegű a kísérő bolygó és minél közelebb kering a csillagához, annál nagyobb mértékű a csillag látóirányú sebességének ingadozása. Természetesen az érték a bolygó síkjának a megfigyelő látóirányával bezárt szögétől is függ. Ha az égitest szöget zár be a látóirányunkkal, akkor a sebesség látóirányunkba eső komponensét tudjuk mérni, ezért az exobolygó tömegére csak alsó becslés adható.

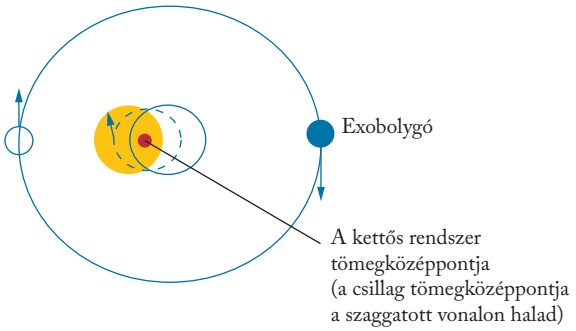


Exobolygók felfedezése radiális sebesség módszerrel

Exobolygók felfedezése – asztrometriai módszerrel

KIEGÉSZÍTŐ ANYAG

A csillag körül keringő exobolygó apró lengéseket okoz a csillag pályáján. Ennek oka, hogy az exobolygó a csillag és a bolygó közös tömegközéppontja körül kering (a közös tömegközéppont sokkal közelebb van a csillag középpontjához, mint a bolygóéhoz).



Az exobolygó gravitációs tömege kismértékű hullámzást hoz létre a csillag mozgásában

A csillag mozgásában észlelhető hullámzás okozza az apró vörös- és kékeltolódásokat a csillag színképében, amelyek a Földről észlelhetők. Ezek az eltolódások exobolygók jelenlétére utalnak.

A lényeges különbség az előző radiális sebesség módszerrel történő méréshez képest, hogy nem a látóirányú, hanem az arra merőleges komponenst mérjük.

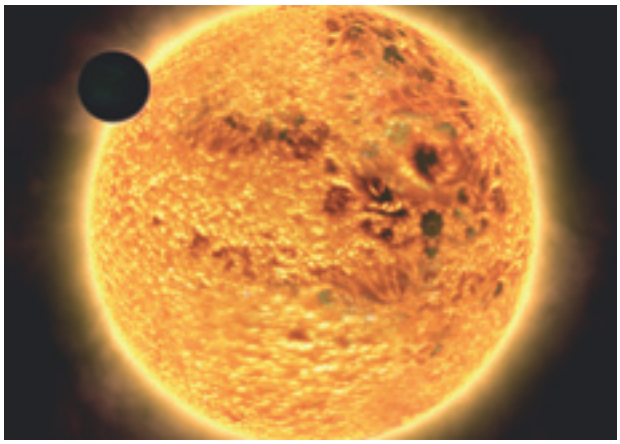
Ezzel a módszerrel csak **a csillagukhoz közel keringő és / vagy a Földnél sokkal nagyobb tömegű** – leginkább Jupiterhez hasonló – **óriásbolygók kimutatására van esély**.

Exobolygók felfedezése – tranzit módszerrel

A legtöbb exobolygót fotometriai módszerrel figyelik meg. A Kepler űrszonda is ezzel a módszerrel fedezett fel nagyon sok tranzitos – csillag előtt átvonuló – exobolygót.

A Naprendszerben is jól megfigyelhetők fedési jelenségek, amikor keringése során az egyik égitest a másik elé, majd mögé kerül. Gondolhatunk a nap- vagy a holdfogyatkozásra, vagy a belső bolygók napkorona előtti áthaladásaira, és a Jupiter előtt is megfigyelhetők a nagyobb holdjai.

Egy csillag körül keringő exobolygót akkor lehet felfedezni, ha az exobolygó áthalad a csillag korongja előtt, mert akkor annak az állandó fényessége rövid időre lecsökken. A bolygó a csillaghoz viszonyítva igen kis átmérőjű, ezért egy exobolygó alig takar ki valamennyit a csillag korongjából, amikor éppen átvonul előtte. A csillag fényességének csökkenése a csillag és a keringő bolygó egymáshoz viszonyított méretétől függ. Tehát minél nagyobb a csillag fényességének a változása, annál nagyobb a bolygó mérete.

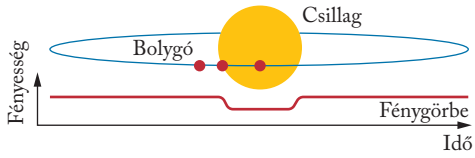


Exobolygó képe csillag előtt történő átvonulásakor

Arra, hogy valóban az exobolygó átvonulása miatt halványult el a csillag, a fényességcsökkenés időbeli lefolyásából, a fénygörbe alapján lehet következtetni. A módszer alkalmas **az exobolygó méretének és pályájának a meghatározására**.

A központi csillag körül nemcsak bolygó, hanem akár csillag is keringhet, ekkor fedési kettősökről vagy bináris kettősökről beszélünk.

Az exobolygók kereséséhez pontos fényességmérésre van szükség, amely csak a világűrbe telepített űrtávcsövekkel érhető el. Ez a módszer akkor alkalmas a pontos megfigyelésre, ha a megfigyelő látóiránya az exobolygó keringési síkjában vagy ahhoz közel helyezkedik el.

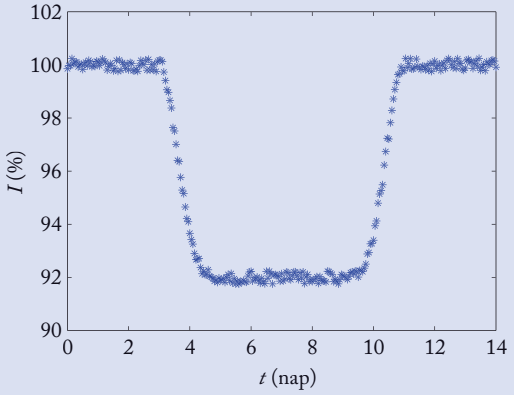


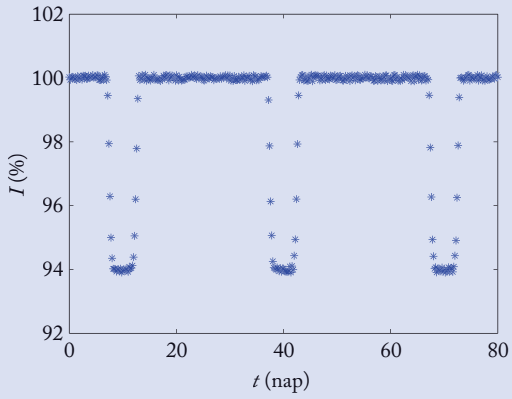
Csillag látszólagos fényesség görbéje exobolygó csillag előtti átvonulásakor

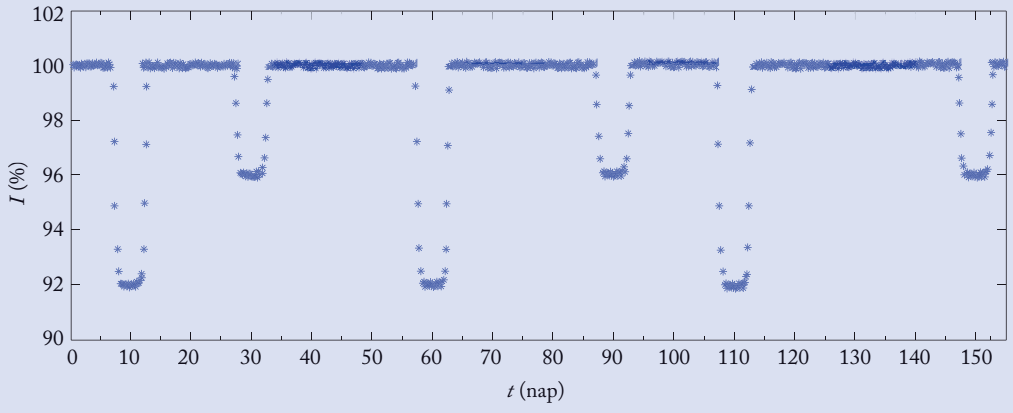
KIDOLGOZOTT FELADAT

Exobolygók távolságának mérése tranzit módszerrel

Az exobolygók (azaz a mi Naprendszerünkön kívüli bolygók) egy része olyan pályán kering a csillagja körül, hogy a Földről nézve áthalad a csillag előtt. Ilyen exobolygókat, különösen a nagyobbakat, fel lehet fedezni úgy, hogy a csillag fényességét folyamatosan mérve észleljük, amikor a bolygó áthalad előtte, ugyanis ilyenkor a bolygó részleges takarása miatt a mért fényesség lecsökken. Az első grafikon mutat egy tipikus mérési görbét, ahol a csillagfény intenzitásának százalékos csökkenése van feltüntetve.







a) Körülbelül mennyi idő alatt haladt át a bolygó a csillag előtt?
b) Mit mondhatunk a görbe alapján a csillag és a körülötte keringő bolygó átmérőjének viszonyáról (arányáról)?
c) A második ábra egy másik csillag fényintenzitásának az előzőnél hosszabb időn át mért változását tartalmazza. A csillag felületének mekkora hányadát takarja ki a bolygó? Mekkora a keringés periódusideje, és nagyságrendileg mennyi idő alatt halad át a csillag előtt a bolygó?
d) A harmadik grafikon egy harmadik csillag fényintenzitásának mérési eredményét mutatja. Olvassa le a grafikonról a fényintenzitás-csökkenések közelítő időpontjait! Mi lehet a magyarázata annak, hogy a fényintenzitás-minimumok eltérő mértékűek? Hogyan értelmezhető az egymást követő fényintenzitás-minimumok között eltelt időintervallumok eltérő nagysága?

MEGOLDÁS

a) A bolygó kb. 8 nap alatt halad át a csillag előtt (a csillag fényességcsökkenésének kezdetétől a teljes fényesség újbóli eléréséig számítva).
b) A csillag felületének 8%-át takarja ki a bolygó.
A bolygó és a csillag látszólagos felületének viszonya 0,08.

$$\frac{r^2 \cdot \pi}{R^2 \cdot \pi} = 0{,}08,$$

amiből $\frac{r}{R} = 0{,}28$ arány adódik.

c) A bolygó a csillag látszólagos felületének kb. 6%-át takarja ki.
A bolygó 30 napos periódusidővel kering a csillag körül. A bolygó áthaladási ideje kb. 2-8 nap.

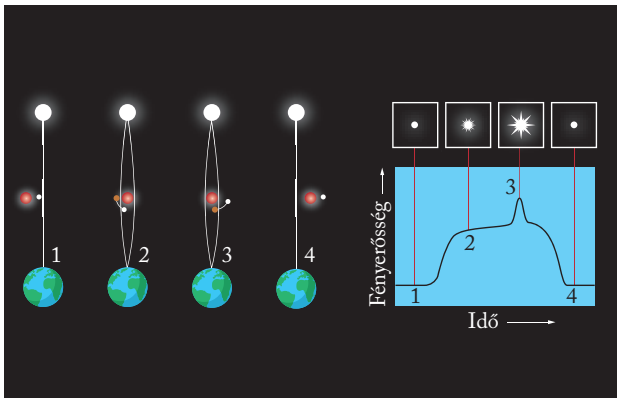
d) Az eltérő mértékű fényintenzitás-csökkenés magyarázata: a csillag körül két, különböző átmérőjű bolygó kering.

Az egymást követő fényintenzitás-csökkenések között eltelt időintervallumok eltérő voltának magyarázata: hol az egyik, hol a másik bolygó takarja a csillagot. A két exobolygó keringési periódusa különböző.

Exobolygók felfedezése – gravitációs mikrolencsehatás

Egy csillag és a körülötte keringő bolygó gravitációs mikrolencseként viselkedik, amikor a kettős rendszer elhalad a távoli csillag előtt. A távoli csillag fénye felerősödik, amit felfényesedésként észlelünk. Ekkor a távoli csillag fénygörbéje rárakódik a kettős rendszer fénygörbéjére, amit észlelünk.

Ezzel a módszerrel **nagy távolságból is ki lehet mutatni a csillagok kísérőit** (vagy a csillag előtt áthaladó bolygót), és sok olyan paraméter is mérhető, amely más módszerekkel nem, vagy csak nehezen megállapítható. Komoly hátránya a mérési módszernek, hogy a jelenség egyszeri és megismételhetetlen.



Gravitációs mikrolencsehatás

Mesterséges intelligencia

A mesterséges intelligencia módszerét exobolygók felfedezésére is alkalmazzák. Olyan algoritmust használnak, amely ki tudja választani a létező bolygókat a nagy mennyiségű észlelt adatból. A mesterséges intelligenciával a betanulás után a meglévő régebbi adatbázisok (Kepler űrtávcső régebbi felvételei) elemzésével újabb, eddig ismeretlen exobolygókat fedeztek fel.

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mik alkotják a bináris kettősöket?
2. Hogyan határozzuk meg egy bináris kettős csillag keringési idejét?
3. Mit nevezünk exobolygónak? Milyen típusait ismerjük az exobolygóknak?
4. Ismertesd az exobolygók felfedezésének legjelentősebb módszereit!
5. Milyen életfeltételeket tár fel az exobolygó-kutatás?

Összefoglalás

Doppler-effektus

A galaxisok színképe (néhány kivétel a Lokális Halmaz, más néven Lokális galaxiscsoport tagjai) – **vöröseltolódást** mutat. Ez azt jelenti, hogy távolodnak a Tejútrendszertől.

A közeledő galaxisok színképe (pl. Androméda-galaxis) **kékeltolódást** mutat.



Közeledik – kékeltolódás



Nyugalomban (laboratórium)



Távolodik – vöröseltolódás

A v sebességgel ($v << c$) haladó galaxis vöröseltolódása és a $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ relatív hullámhosszváltozás közötti kapcsolat:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c}$$

Hubble-törvény

Hubble-törvény, Hubble-állandó
A galaxisok egymáshoz viszonyított távolodási sebessége annál nagyobb, minél nagyobb távolságra vannak egymástól. A Földtől (lényegében a Tejútrendszertől) r távolságra lévő galaxis v távolodási sebessége: $v = H \cdot r$.

Kelő mazsolás tészta modell
Az univerzum bármely pontja, bármely része eltávolodik az univerzum összes többi pontjától. Ezt a kelő tészta modellel szemléltetjük.

Kozmológiai elv
Az univerzum egyetlen része sem megkülönböztetett hely. Az univerzum minden részére fennáll, hogy **homogén és izotróp**.

Ősrobbanás-elmélet

Az ősrobbanás (BIG BANG)

1. Tiszta energia
Az ősrobbanás pillanatában (szingularitás) az univerzum végtelen sűrű és forró volt. Kizárólag forró energia *(sugárzás)* töltötte ki a teret. Az univerzum robbanásszerűen felfúvódott *(inflációs korszak)*.

2. Részecskék
Először létrejöttek a kvarkok és a gluonok *(kvark–gluon plazma)*, majd **létrejönnek a protonok és neutronok** (korai korszak). Az univerzum mérete elérte a mai Naprendszer méretét.

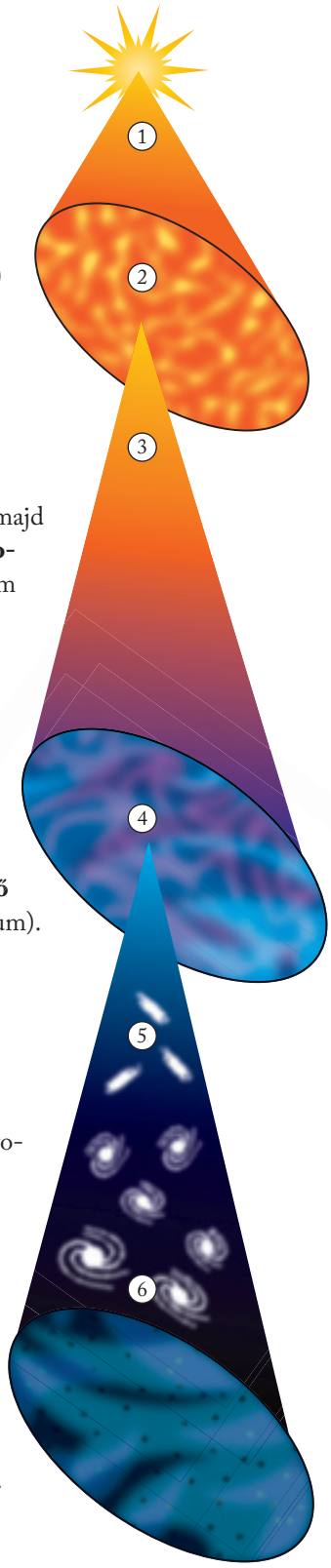
3. Atommagok
Az ősrobbanás után három perccel a kihűlőben lévő világegyetem sűrű ködhöz hasonlított. A protonok és a neutronok egyesültek, így **kialakultak az első atommagok** (deutérium és a hélium).

Az univerzum 380 000 évvel az ősrobbanás után

4. Atomok
Az elektronok a protonokkal és a neutronokkal közösen hidrogénatomokat alkottak. A köd ritkult, és az univerzumot átjárta a fény. Létrejött a kozmikus háttérsugárzás.

5. Csillagok
A hidrogén- és héliumgázt tartalmazó gázfelhők lehűltek és kialakultak a **protocsillagok**, majd létrejöttek az **első csillagok**.

6. Galaxisok
A gravitációs erő hatására létrejöttek a **galaxisok** és a **galaxishalmazok**. Kialakult az univerzum nagy léptékű szerkezete.



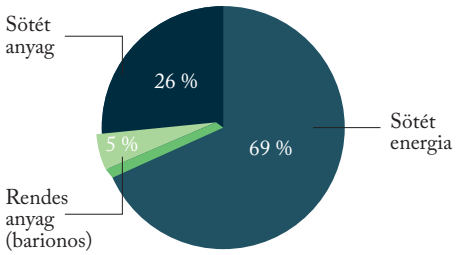
A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás

A mikrohullámú háttérsugárzás hullámhossz szerinti eloszlása megfelelt egy 2,7 K hőmérsékletű test hősugárzásának. Ezek a μK-es ingadozások az ősrobbanás-elmélet és az inflációs modell helyességét igazolták.

Az univerzum jövője

Sötét anyag
A sötét anyag a galaxisok halójában található, amely láthatatlanul együtt mozog a galaxissal. A sötét anyag tömeggel rendelkezik, fotonnal nem lép kölcsönhatásba.

Sötét energia
Olyan energiafajta, mely az univerzumot gyorsulva tágítja. A tér tágulásával is állandónak tűnik, mindenhol egyenletesen oszlik el.



Gravitációs hullámok
A gravitációs hullámot gyorsuló tömegek hozzák létre: például két fekete lyuk vagy neutroncsillag és fekete lyuk összeolvadása, esetleg neutroncsillag és fehér törpe együttes keringése.

Az univerzum jövőjét leíró meghatározó elméletek
– pulzáló világegyetem modellje;
– statikus világegyetem;
– inflációs (gyorsuló tágulás) modellje.

Űrkutatás módszerei és eszközei

Rádiócsillagászat
Az egymással összekapcsolt parabolatükrök egyetlen képet alkotnak. Fizikai elve **a hullámok szuperpozícióján (interferenciáján) alapszik**. Felbontóképességét a parabolatükrök közötti távolság határozza meg.

Optikai csillagászat
A látható fény tartományában optikai távcsövekkel történik az észlelés. A mai felvételek CCD-vel készülnek, az infravörös, a látható és az ultraibolya tartomány megfigyelésére alkalmasak.

Infravörös csillagászat
Fő kutatási területe a csillagkeletkezés és csillagfejlődés vizsgálata.

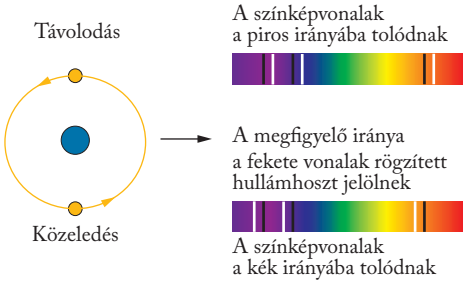
Ultraibolya csillagászat
Galaxisok kék színű csillagait, szupernóva-maradványokat, planetáris ködöket és aktív galaxismagokat vizsgálják. Ezek a csillagközi anyagban könnyen elnyelődnek. Idetartoznak az ultraibolya glóriával újjászületű galaxisok is.

Röntgencsillagászat
A röntgensugárzás forrásai csillagok, szupernóva-maradványok, fekete lyukak körüli anyagkorongok és kvazárok. Észlelésük műholdakra telepített detektorokkal történik.

A **gamma-sugárzás** a legjelentősebb, ismert **forrásai az űrben az úgynevezett gamma-kitörések.**

Bináris kettősök, exobolygók

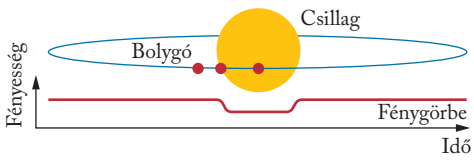
Spektroszkópiai bináris kettősök
Ha a látóirányunk a csillagok keringési síkjába esik, akkor a csillagok keringésük közben elfedik egymást, és ebből a keringési idejük kiszámítható.



Exobolygók, exobolygók felfedezése

Radiális sebességmódszer:
A csillagászok azt figyelik, hogy a csillagok emissziós színképe mennyire tolódott el a vörös vagy a kék szín irányában.

Tranzit módszer:
Egy csillag körül keringő másik égitest (csillag vagy bolygó) a csillag előtt áthaladva átmenetileg lecsökkenti a csillag látszó fényességét. A fényességcsökkenés időtartamából a keringő égitest fizikai tulajdonságai meghatározhatók.



Összefoglaló feladatok

TESZTKÉRDÉSEK

1. Honnan van fogalmunk arról, milyen volt a világegyetem állapota milliárd évekkel ezelőtt?
A) A Földön található évmilliárdos kőzetek izotóptartalma árulkodik erről.
B) A közeli, ezért jól megfigyelhető csillagok fizikai állapotáról szerzett ismereteink alapján következtethetünk arra, hogy milyen volt egykor a világegyetem.
C) A nagyon távoli galaxisokat vizsgáljuk, mert azok a világegyetem nagyon régi állapotát mutatják.

2. Miből következtettek a fizikusok arra, hogy a világegyetem gyorsulva tágul?
A) A csillagok színképét vizsgálva azt látták, hogy a távolabbi csillagok mindannyian kékeltolódást szenvednek.
B) A csillagok színképét vizsgálva azt fedezték fel, hogy a távolabbi csillagok abszorpciós színképében nagyobb a hullámhossz-eltolódás, mint a közelebbi csillag színképében.
C) A csillagászok az tapasztalták, hogy a távolabbi csillagok ugyanannyi idő alatt nagyobb mértékben mozdulnak el az eredeti helyükről, mint a közelebbiek.

3. Milyen közvetlen bizonyítékok mutatják a sötét anyag létezését?
A) Az univerzumban a nem látható anyagot eltakarják a fénylő csillagok, így ezeket sötét anyagnak nevezzük.
B) A spirálgalaxisok külső részén jelentős mennyiségű tömeg van, amely láthatatlanul együtt mozog a galaxissal, így a galaxis külső részeinek forgási sebessége nem csökken.
C) A spirálgalaxisok külső részén jelentős mennyiségű tömeg van, melynek gravitációs ereje fékezi a teljes galaxis mozgását.

4. Milyen közvetlen bizonyítékok mutatják a sötét energia létezését?
A) A sötét anyag létezése igazolja a sötét energia létét is.
B) A távoli szupernóvák vizsgálatakor felfedezték, hogy világegyetem gyorsulva tágul.
C) Olyan energiával találkoztunk, amely csak a csillagokban fordul elő.

5. Hogyan bizonyítja a H és a He magas előfordulási aránya az ősrobbanás-elmélet létét?
A) Az ősrobbanáskor keletkezett a hidrogén és hélium is egyszerre.
B) Az univerzum 25%-a hélium. Ez azt bizonyítja, hogy az univerzum elegendően forró volt ahhoz, hogy a hidrogénből magfúzióval hélium keletkezzen.
C) Az ősrobbanáskor 75% hidrogén és 25% hélium már jelen volt, ez az arány azóta sem változott.

6. A mikrohullámú háttérsugárzás hogyan bizonyítja az ősrobbanás elméletét?
A) Az elektromágneses spektrum egy tartománya a mikrohullámú tartomány, így az ősrobbanáskor keletkeztek a mikrohullámok.
B) A mikrohullámú háttérsugárzás egy különleges sugárzás, mely csak a világűrben fordul elő.
C) A mikrohullámú háttérsugárzás az elektromágneses spektrum mikrohullámú tartományába esik, eloszlását tekintve homogén és izotróp. Az ősrobbanás elmélete szerint ez a sugárzás a legkorábbi univerzumban keletkezett, a hullámhosszának változása megfelel az univerzum tágulásának.

7. A táguló univerzum elméletét Edwin Hubble a vöröseltolódás jelenségének segítségével állította fel. Mi ez a jelenség?
A) A vöröseltolódás a vörös óriások mozgása miatt bekövetkező fényjelenség.
B) A vöröseltolódás a Nap színének vörössé válása a horizont közelében (reggel és este).
C) A vöröseltolódás a csillagok színképvonalának eltérése a vörös tartomány felé.

8. Melyik égitest az, amelyen egy addig nem ismert kémiai elemet fedeztek fel, és emiatt az égitestről nevezték el a kémiai elemet?
A) A Nap: a hélium a Nap görög nevéből, a Hélioszról kapta a nevét.
B) A Merkúr: a higany (angolul: mercury), mert a folyékony higany mozgékonysága miatt a görög mitológiából ismert isteni hírvivőről, Merkúrról kapta a nevét.
C) A Hold: a szelén a Hold és a holdistennő görög mitológiai nevéből, Szelénből kapta a nevét.
D) Az Uránusz: az urán (mivel erről a bolygóról kapta a nevét).

9. Milyen felfedezéseken keresztül jutott el Edwin Hubble a Hubble-törvény felírásához?

A) A galaxisok túlnyomó többségéből származó fény vöröseltolódást szenvedett, és a Földtől távolabbi galaxisokban nagyobb a vöröseltolódás, mint a közelebbiekben.

B) A galaxisok túlnyomó többségéből származó fény ugyanakkora vöröseltolódást szenvedett.

C) A galaxisok túlnyomó többségéből származó fény vöröseltolódást szenvedett, és a Földtől távolabbi galaxisokban nagyobb a kékeltolódás, mint a közelebbiekben.

10. Hol és mikor keletkezett a jelenleg észlelhető mikrohullámú kozmikus háttérsugárzás?

A) Az ősrobbanás után, amikor létrejöttek az első atomok. Ekkor vált el az anyag és a sugárzás egymástól.

B) Az ősrobbanás pillanatában, a felfúvódás szakaszában jött létre.

C) Az ősrobbanás után, a csillagok keletkezése közben.

11. Az exobolygókat igen nagy számban fedezik fel az asztrofizikusok. Mit nevezünk exobolygónak?

A) Olyan bolygókat, melyek a Naprendszeren kívül csillag körül keringenek.

B) Olyan bolygókat, melyeket a Naprendszeren kívül találtak meg a csillagászok.

C) Olyan bolygókat, melyek a Naprendszerünkön kívül helyezkednek el, és tömegük alatta van annak a határértéknek, hogy beinduljon benne a termonukleáris magfúzió.

FELADATOK

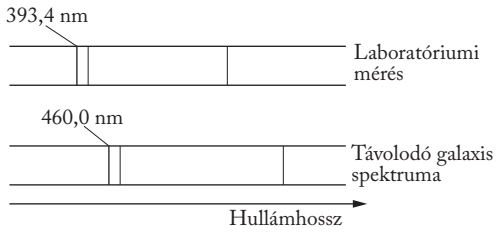
1. Magyarázza el, hogyan lehet egy vörös óriás felülete hűvösebb, mint a Nap, és mégis sokkal nagyobb a fényereje!

2. A világegyetem körülbelül 10^{11} galaxisból áll, amelyek átlagosan 10^{11} csillaggal rendelkeznek, és minden csillag tömege körülbelül 10^{30} kg.

a) Becsülje meg a gravitációs vonzóerőt két galaxis között, amelyet $4 \cdot 10^{22}$ m távolságra vannak egymástól!

b) Magyarázza meg, hogy miért nem zuhannak a galaxisok egymásba!

3. Az ábra a kalcium (Ca) néhány abszorpciós vonalát mutatja laboratóriumi mérésben és egy távcsőben egy távoli galaxist megfigyelve.



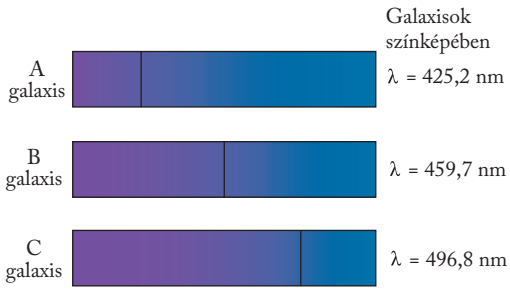
A kalcium hullámhossza 393,4 nm földi laboratóriumi mérésben, míg 460 nm a távoli galaxis spektrumában. Határozza meg az ábra alapján a galaxis Mpc-ben mért távolságát a Földtől!

(A Hubble-állandó értéke 72 $\frac{\frac{\text{km}}{\text{s}}}{\text{Mpc}}$.)

4. A mellékelt ábra a laboratóriumi fényforrásból nyert folyamatos spektrum egy részét mutatja. A spektrumban egyetlen 410 nm hullámhosszúságú abszorpciós vonal található.



a) Magyarázza el, hogyan lehetséges, hogy a spektrumban ugyanazt az elemet vizsgáljuk négy különböző galaxis színképében, és az abszorpciós vonal másmás helyen található!



b) Mire következtethet a galaxisokra abból a tényből, hogy az abszorpciós vonalak vöröseltolódást mutatnak?

c) Számítsa ki az abszorpciós vonal hullámhosszának változását a C galaxisban! Írja be a válaszát a táblázatba!

Galaxis	Hullámhossz-különbség $\Delta\lambda$ (nm)	Galaxis sebessége 10^7 m/s	Galaxis távolsága 10^{24} m
A	15,2	1,11	4,75
B	49,7	3,64	15,4
C			27,2

5. A távoli galaxisban egy csillag távolodik a Földtől. Egy fizikus a laboratóriumi mérés során a hidrogén abszorpciós színképét 725 nm-re méri. Ugyanazon abszorpciós vonal a távolodó csillag színképében 35 nm vöröseltolódást mutat. Számítsa ki a csillag Földtől való távolságát!

(A Hubble-állandó értéke 72 $\frac{\frac{\text{km}}{\text{s}}}{\text{Mpc}}$.)

6. Egy galaxis 450 km/s sebességgel távolodik a Földtől. Az abszorpciós spektrumban a hidrogén vonalát laboratóriumi mérésben 0,211 nm hullámhosszon találjuk.

a) A csillag vöröseltolódásának mértéke pozitív vagy negatív lesz?

b) Határozzuk meg, hogy a csillag spektrumában milyen hullámhosszon láthatjuk a hidrogén spektrumvonalát!

7. A jelenleg ismert legtávolabbi GN-z11 galaxisból szupernóva-robbanáskor felszabaduló gamma-sugárzást észleltek. A felrobbanó csillagnak 8,2-es a vöröseltolódása, ami azt jelenti, hogy akkor robbant fel, amikor az univerzum 630 millió éves volt. Milyen távolról érkezett a gamma-sugárzás hozzánk?

8. A számítások szerint, amikor a Nap vörös óriás állapotba fog kerülni, felszíne el fogja érni a Föld pályáját. Becsüljük meg, hányadrészére esik vissza a nehézségi gyorsulás értéke a Nap felszínén! A szükséges adatok megtalálhatók a *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* című kiadványban.

9. A csillagászok a csillagok (és más objektumok) látszólagos fényességét magnitúdó egységekben mérik. Ha egy csillag fényintenzitása 2,5-szer gyengébb, mint egy másiké, akkor a magnitúdó értéke 1-gyel nagyobb. A magnitúdóskála nullpontjának a Lant csillagkép legfényesebb csillagának, a Vegának a látszólagos fényességét választották. A fényintenzitás azonban a távolságtól is függ, ha tízszer messzebbre kerülne egy csillag, a fényessége százszor gyengébb lenne, a magnitúdója 5-tel nagyobb lenne. (Mert $2{,}5^5 \approx 100$.) A Sarkcsillag látszólagos fényessége 1,97 magnitúdó, a Szűz csillagkép legfényesebb csillagának, a Spicának pedig 0,98 magnitúdó. A mérések szerint a Sarkcsillag 431 fényévre, míg a Spica 262 fényévre van a Földtől. Melyik csillagnak nagyobb a fényintenzitása?

10. Az asztrofizikusok exobolygót fedeztek fel egy közeli galaxisban.

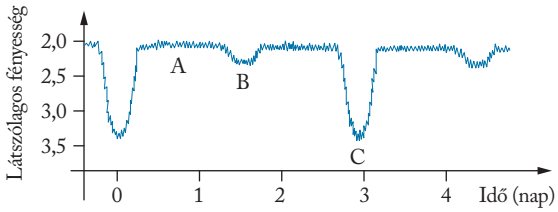
a) Miért lehet nehéz felismerni egy közeli galaxis exobolygóit?

b) Az asztofizikus Doppler-effektust alkalmaz az exobolygók észleléséhez. Magyarázza el, hogy a távoli csillagok kibocsátásának vörös- vagy kékeltolódásának a mérése utalhat exobolygó jelenlétére!

c) A csillagász nem észlel vörös- vagy kékeltolódást a megfigyelt csillag színképében. Arra jutott, hogy a csillagnak nincsenek bolygói. Igaza van?

11. A kvazárok a világegyetem legrégebbi objektumai. Az első kvazárt 1959-ben fedezték fel. A mérések szerint a Földtől 2 milliárd fényévre található, és a vöröseltolódás mértékéből kiszámítható, hogy a fénysebesség hatodával távolodik tőlünk. Ezek alapján adjunk nagyságrendi becslést a Hubble-törvényben szereplő állandóra (H), amennyiben azt $\frac{\frac{\text{km}}{\text{s}}}{\text{Mpc}}$ mértékegységben mérik! (A Hubble-törvény szerint $v = HR$, ahol v a távolodás sebessége, R a távolság). A Sombrero-galaxis 50 millió fényévre van tőlünk. Ez volt az első olyan galaxis, amely jelentős vöröseltolódást mutatott. Hozzávetőleg mekkora sebességgel távolodik tőlünk? (Feltételezzük, hogy érvényes rá a Hubble-törvény.)

12. Az ábra egy bináris kettőscsillag fényességváltozását mutatja a Tejútrendszerben, vagyis azt, hogy a kettőscsillag látszólagos fényessége hogyan változik a megfigyelt időszakban. A megfigyelő a két csillag keringési síkjában helyezkedik el.



a) A két csillag látszólagos fényessége hogyan aránylik egymáshoz képest?

b) A megfigyelő hogyan látja a két csillag egymáshoz viszonyított helyzetét az A, B és C pontokban?

c) Határozza meg a kettőscsillag-rendszer keringési periódusát!

13. Egy asztrofizikus exobolygók észlelésével foglalkozik egy közeli galaxisban.

a) Mondjon két okot arra, hogy miért lehet nehéz az exobolygók észlelése!

b) Az asztrofizikus Doppler-eltolódás jelenségével keresi az exobolygókat. Magyarázza el, hogy a távoli csillagok kibocsátásainak vörös- vagy kékeltolódásának a mérése miért utalhat exobolygó jelenlétére!

c) Az asztrofizikus nem észlel vörös- vagy kékeltolódást az első megfigyelt csillag színképében. Arra a következtetésre jut, hogy a csillagnak nincs exobolygója. Igaza van? Indokolja meg!

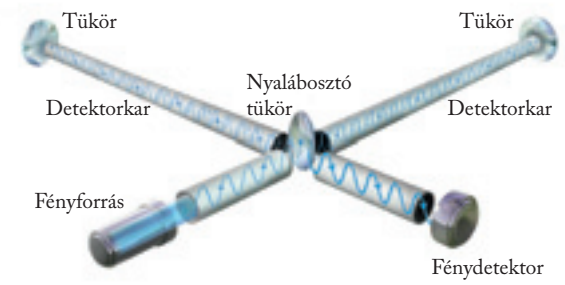
ESSZÉKÉRDÉSEK

LIGO, a gravitációshullám-detektor

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2018)
A LIGO-detektor (lézer-interferométeres gravitációshullám-obszervatórium) a gravitációs hullámok észlelésére kifejlesztett eszköz. A detektor két, egymásra merőleges, négy kilométer hosszú, egy méter átmérőjű csőből áll, melyben a valaha mesterségesen előállított legritkább légüres tér van. A két merőleges csőben két 1064 nm hullámhosszúságú fénynyaláb fut, melyek 400-szor oda-vissza verődnek a csővégeken elhelyezett tükrök között. A tükrök úgy vannak beállítva, hogy a két fénynyaláb 1600 km-es útja végén a detektorba jutva és ott interferálva pontosan kioltsa egymást. Amennyiben a rendszerbe gravitációs hullám érkezik, az abban nyilvánul meg, hogy a LIGO-nak a hullám irányába eső karjai periodikus hosszváltozást mutatnak. Ez rendkívül rövid ideig tartó és meglehetősen gyenge jelenség, a változás egy méter távolságra vonatkoztatva nagyjából 10^{-21} m, ami kisebb 6 nagyságrenddel, mint egy proton átmérője. De ez a kis hosszváltozás is elegendő ahhoz, hogy a nyalábok között a tökéletes kioltás megszűnjön. A detektor tehát a gravitációs hullámokat az interferencia során bekövetkező kioltás megszűnése révén észleli. Hogy a gyenge jelenséget elkülönítsék a zajtól, egymástól térben messze lévő két LIGO együttes mérései alapján azonosítják a gravitációs hullámokat.

Ismertesse a hullám fogalmát, az egydimenziós haladó hullám fajtáit, a hullámot jellemző legfontosabb fizikai mennyiségeket! Jellemezze a látható fényt mint hullámot! Ismertesse interferencia esetén a maximális erősítés és gyengítés feltételeit! Miért módosul a detektor által észlelt interferenciakép, ha az egyik detektorkar hossza megváltozik? A csövekben erős vákuum van. Miért zavarhatja a levegő jelenléte a mérést? A karok kismértékű hosszváltozását előidézheti földrengés, nehéz járművek közlekedése vagy más környezeti hatás. Hogyan tudják a tudósok az ilyen zajokat a nagy kiterjedésű gravitációs hullámoktól megkülönböztetni?

Hogyan viszonyul az interferométer két karjában haladó fény útjának gravitációs hullám okozta különbsége a fény hullámhosszához?

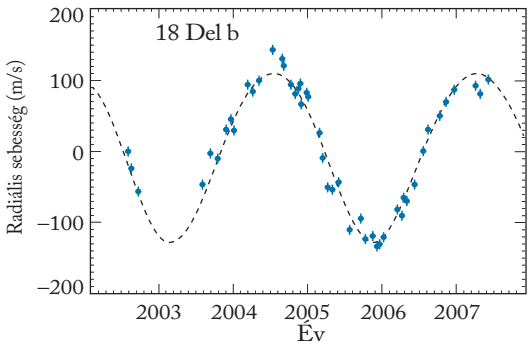


Exobolygók detektálásának módszerei – a radiális sebesség meghatározásának módszere

(Emelt szintű érettségi esszékérdés, 2018)
A saját Naprendszerünkön kívüli bolygókat, melyek nem a Nap, hanem egy másik csillag körül keringenek, exobolygóknak nevezzük. Egy csillag, mely körül bolygó kering, a bolygó tömegvonzásának hatására saját maga is mozog kissé. Amennyiben más égitest nem zavarja mozgásukat, a csillag és bolygója a közös tömegközéppontjuk körül kering, azonos keringési idővel. Emiatt az a sebesség, amellyel a csillag a Földhöz képest mozog – az ún. radiális sebesség –, kissé változhat. A radiális sebességet pedig a csillagfény vonalas színképében található spektrumvonalai eltolódásának segítségével lehet meghatározni.

A csillag sebessége a rendszer tömegközéppontja körül sokkal kisebb, mint a bolygó sebessége, mivel a csillag elmozdulása a tömegközépponttól igen kicsiny. Például a Nap körülbelül 13 m/s sebességgel kering a tömegközéppont körül a Jupiter hatására, de csak 12 cm/s sebességgel a Föld miatt. A modern színképelemző műszerek segítségével akár 1 m/s-os sebességet is ki lehet mutatni.

A mellékelt ábra a 18 Delphini csillag körül keringő, „18 Delphini b" exobolygó hatását mutatja a csillagra. A grafikonon tehát a csillag radiális sebességének időbeli változását lehet látni, vagyis azt a sebességváltozást, amelyet a csillagnak a bolygóval való gravitációs kölcsönhatása okozott. (Wikipédia nyomán)



a) Mi a vonalas színkép?
b) Mi a jelentősége a vonalas színképnek a csillagászatban?
c) Miért hibás az a kép, hogy egy csillag-bolygó rendszerben a csillag „áll", és a bolygó körülötte kering?
d) Jellemezze a bolygóra, illetve a csillagra ható erőt a két test gravitációs kölcsönhatása során!
e) Miért mozog a csillag, illetve a bolygó eltérő sebességgel a közös tömegközéppont körül?
f) Az ábra segítségével határozza meg a „18 Delphini b" exobolygó keringési idejét a csillagja körül!
g) Vajon a jelenlegi műszereink segítségével felfedezhetnénk-e ezen eljárással egy körülbelül Nap méretű csillag körül 1 CsE távolságban keringő, a Földével megegyező tömegű bolygót?
Válaszát indokolja!

Név- és tárgymutató

A, Á

abszolút fényesség, 356
abszolút törésmutató, 194
additív színkeverés, 203
akceptoratom, 149
akkréciós korong, 355
aktíniumsorozat, 281
aktív zóna, 294
aktivitás, 276
alapállapot, 249
alaphang, 173
alhéj, 260
anion, 215
antianyag, 315
antibarion, 318
antikvark, 318
antiproton, 315
anyaghullám, 253
aszinkronmotorok, 138
atom, 215
atomerőmű, 294
atomi tömegegység, 271
atommag mérete, 272
atommag sűrűsége, 272
állandó (permanens) mágnes, 86
állapotfüggvény (más néven hullám-függvény), 257.
állóhullám, 167
áramlási zóna, 349
árnyékjelenség, 193

B

barion, 319
barna törpecsillag, 350
Bay Zoltán, 182
bázis, 151
belső ellenállás, 71
big data, 386
Bláthy Ottó, 134
Bohr-modell, 249
Bohr-sugár, 250
bomlási állandó, 276
bomlási sor, 281
bórsav, 295
Brewster-szög, 208
buborékkamra, 98

C, CS

ciklotron, 99
Chadwick, James, 269
Chandrasekhar-határ, 350
coulomb, 11
Coulomb, 11
Curie-hőmérséklet, 88
csillagászati egység, 373
csillagfejlődés, 359
csillagkapcsolás, 139
csillagkeletkezés, 347
csillagok felületi hőmérséklete, 357
csillagok mérete, 359
csillagok színe, 357
csomópont, 167
csomóponti törvény, 68

D

de Broglie-féle atommodell, 253
de Broglie-hullámhossz, 253
de Broglie-összefüggés, 253
deviáció, 197
Déry Miksa, 134
diamágneses anyag, 88
dióda, 150
dioptria, 199
domború gömbtükör, 194
domború lencse, 201
donoratom, 149
Doppler, Christian, 171
Doppler-effektus, 374
Doppler-jelenség, 171
dózisteljesítmény, 304
duzzadóhely, 167

E, É

effektív érték, 127
egyeneshullám, 165
egyenértékdózis (dózisegyenérték), 303
egyensúlyi állapot, 348
egyidejűség relatív, 181
egyutas egyenirányító kapcsolás, 152
Einstein, Albert, 180
Einstein fotonelmélete, 230
ekvipotenciális felületek, 19
ekvipotenciális pontok, 19
elektrodegenerációs nyomás, 352
elektrolízis, 70
elektromágnes, 85
elektromágneses hullám, 175
elektromágneses indukció, 134
elektromágneses rezgés, 175
elektromágneses rezonancia, 175
elektromos erővonalak, 14
elektromos fluxus, 16
elektromos mező, 14
elektromos rezgőkör, 175
elektromos térerősség, 14
elektromotoros erő, 72
elektron, 215
elektroncső, 150
elektronhéj, 260
elektronmikroszkóp, 255
elektrosztatikus erőtörvény, 11
elem, 215
elemi töltés, 215
elemi részecskék, 316
elhajlás, 168
ellenállás, 57
ellenállás hőmérsékletfüggése, 58
elliptikus galaxis, 363
elnyelési (abszorpciós) színkép, 246
elnyelt dózis, 303
első atomreaktor, 293
elsődleges fényforrás, 193
eltolási áram, 177
emissziós színkép, 246
emitter, 151
energiaminimumra törekvés elve, 261
eredő ellenállás, 65
erős magerő, 269
erősítés, 168
eseményhorizont, 354
exobolygók, 388
exobolygók felfedezése asztrometriai módszerrel, 389
exobolygók felfedezése radiális sebesség módszerrel, 389
exobolygók felfedezése tranzit módszerrel, 389
élet lehetősége az exobolygón, 389
élettani hatás, 127
éter, 180

F

fajlagos ellenállás, 57
fajlagos kötési energia, 270
fajlagos töltés, 217
Faraday, Michael, 177
Faraday-féle állandó, 215
Faraday-féle indukciós törvény, 107
Faraday törvényei, 70
fáziseltolódás, 127
fázisszög, 126
fázistekercs, 137
fázisvezeték, 137
fehér törpék, 351

fekete lyuk, 353
fekete test sugárzása, 357
fekete törpék, 351
felezési idő, 275
felhang, 170
feltranszformálás, 134
felületi és térbeli hullám, 161
felületi hullámok, 164
ferromágneses anyag, 88
feszültség, 18
félvezető anyagok szerkezete, 147
félvezető dióda, 150
félvezető dióda jelleggörbéje (karakterisztikája), 150
fémdetektor, 117
fény kettős természete, 229
fényelektromos jelenség, 222
fényév, 373
fényforrás, 193
fényhatás, 127
fényinterferencia, 203
fényképezőgép, 200
fénymikroszkóp, 200
fénynyaláb, 193
fénynyomás, 231
fénypolarizáció, 204
fénysugár, 193
fénytörés törvénye (Snellius–Descartes törési törvény), 194
fényvisszaverődés törvénye, 210
Fizeau, Hippolyte, 193
fizikai optika (hullámoptika), 193
forgó mágneses mező, 138
fosszilis erőmű, 294
fotocella, 223
fotodiódák, 154
fotoeffektus, 222
fotoelektron, 227
fotokémiai hatás, 233
foton, 222
fotoszféra, 349
fókuszpont, 193
fókusztávolság, 193
földkérgi sugárzás, 308
főkvantumszám, 250
főkvantumszám (*n*), 260
fősorozat, 358
frekvencia, 125
frekvenciafeltétel, 249
fúziós reaktor, 301

G, GY

galaxis, 361
galaxishalmaz, 363
Galilei-invariáns, 179
Galilei-féle (vagy hollandi) távcső, 200
Galilei-transzformáció, 179
Galilei relativitási elve, 179
gamma-kés, 329
gamma-kitörések, 387
gammasugárzás, 176
Geiger–Müller-számlálócső, 304
generátor, 125
geometriai optika (sugároptika), 193
gerjesztett állapot, 249
gluon, 318
gömbhalmaz, 362
görbült tükörfelület, 193
Graetz-kapcsolás, 152
gravitációs hullámok, 383
gravitációs hullámok detektálása, 383
gyengítés, 167
gyors neutron, 292
gyűjtőlencse, 199

H

hadronok, 317
hang, 169
hangelnyelődés, 171
hangerősség, 169
hangintenzitás, 169
hangmagasság, 170
hangszín, 170
hangtörés, 171
hangvisszaverődés, 171
hang elhajlása, 171
hasadási termékek, 291
határozatlansági reláció, 257
határréteg, 150
határsebesség, 182
hatáskvantum, 222
hatásos teljesítmény, 128
hálózati feszültség, 125
háttérsugárzás, 308
Heisenberg és Schrödinger modellje, 257
Henry, Joseph (1797–1878), 114
Hertz, Heinrich, 177
héjégés, 350
hidrogénbomba, 302
hidrogénégés, 348
holográfia, 209
homogén mágneses tér, 87
homogén mező, 18
homogén színek, 203
homorú gömbtükör, 193
homorú lencse, 199
hosszúságkontrakció (hosszrövidülés), 183
hőcserélő, 294
hőfokténvező, 59
hőhatás, 127
hőveszteség, 134
H–R-diagram, 358
Hubble-állandó, 377
Hubble-törvény, 377
Hubble-űrtávcső, 386
hullámfront, 165
hullámhossz, 161
hullámpolarizáció, 161
hullámtanilag ritkább, 164
hullámtanilag sűrűbb, 164
hullámvonulat, 161
Hund-szabály, 261
huroktörvény, 68
Huygens hullámelmélete, 229
húr, 170
hűtőfolyadék, 296

I, Í

ideális tekercs, 130
időtágulás (idődilatáció), 182
ikerparadoxon, 182
impedancia, 132
implózió, 299
indukált elektromos mező, 107
indukált feszültség, 107
indukált maghasadás, 291
indukciós fogyasztásmérő (villanyóra), 117
indukciós főzőlap, 116
induktivitás, 114
induktív ellenállás, 130
inflációs modell, 380
infrahang, 171
infravörös csillagászat, 385
infravörös hullám, 176
interferencia, 167
inverz piezoelektromos hatás, 336
ion, 215
ionizációs energia, 215
ionizáló sugárzás, 307
ionizáló sugárzás biológiai hatásai, 303
iránytű, 85
ITER, 301
izotóp, 219
izotópgyártás atomreaktorral, 296

J

jobbkéz-szabály, 91

K

kapacitív ellenállás, 131
kapocsfeszültség, 71
kation, 215
katódsugárzás, 216
kálium (^{40}K), 308
Kepler-féle (csillagászati) távcső, 200
kettős természet, 229
kékeltolódás, 374

kémiai hatás, 127
képtávolság, 198
kétutas egyenirányító kapcsolás, 152
kilépési munka, 223
Kirchhoff törvényei, 68
koherens, 166
koherens fényhullám, 203
kollektor, 151
komplementer színpárok, 203
komputertomográfia, 328
kozmikus mikrohullámú háttér-sugárzás, 380
kozmikus sugárzás, 309
kozmológiai elv, 378
kölcsönös indukció, 109
kölcsönös indukciós együttható, 109
körfrekvencia, 125
körhullám, 165
körtekercs (toroid), 92
körvezető (áramhurok), 92
kötési energia, 270
közös emitterű (földelt emitterű) kapcsolás, 155
kritikus tömeg, 294
kromoszféra, 349
kvantummechanikai atommodell, 257
kvantumoptika, 237
kvark, 318
kvarkbezárás, 318
kvarkízek, 318
kvarkkombinációk, 319

L

lassú neutron, 291
lágyvas, 88
láncreakció, 291
láncreakció szabályozása, 295
látható fényhullám, 176
látszólagos ellenállás, 133
látszólagos fényesség, 356
látszólagos (virtuális) kép, 198
látszólagos teljesítmény, 128
látszólagos tömegnövekedés, 184
LED-diódák, 154
leképezési törvény, 200
lencsekészítők alapképlete, 199
Lenz törvénye, 112
leptonok, 317
letranszformálás, 134
levegő radioaktivitásának mérése, 311
lézer, lágy, 337
lézer, sebészeti, 337
lézerdiódák, 154
lézerfény, 203
LHC, 317
LIGO, 383
Lokális galaxiscsoport, 363
longitudinális (hosszanti) hullám, 161
Lorentz-erő, 93
lökéshullám, 161

M

magfúzió, 300
maghasadás, 291
magnetométer, 86
magnetoszféra, 87
magreakció, 269
Maxwell, James Clark, 177
mágneses energia, 115
mágneses erővonal, 335
mágneses fluxus, 116
mágneses hatás, 127
mágneses indukcióvektor, 85
mágneses kvantumszám (m), 260
mágneses megosztás, 85
mágneses mező, 85
mágneses pólus, 85
másodlagos fényforrás, 193
mechanikai hullám, 161
meddő teljesítmény, 128
mellékkvantumszám (l), 260
mesterséges izotóp, 280
mesterséges sugárzás, 310
mezon, 318
Michelson, Albert és Morley, Edward, 180
Millikan-kísérlet, 219
moderátor, 295
molekula, 215
mozgási indukció, 107
mól, 215
MRI, 335
müonok, 317
müonprobléma, 183

N, NY

n-p-n és *p-n-p* tranzisztor, 151
n-típusú adalékolás, 148
Nagy Vonzó, 363
nagyítás, 200
nagyító (lupe), 200
Nap életciklusa, 358
napelemek, 154
napszél, 97
neptúniumsorozat, 281
neutrínó, 315
neutron, 269
neutron felfedezése, 269
neutronaktiválás, 97
neutroncsillag, 353
nevezetes fénysugármenetek, 198
Newton-féle korpuszkuláris elmélet, 229
Newton-féle tükrös távcső, 200
nullvezeték, 137
nyílt rezgőkör, 175
nyílthalmaz, 362
nyitott síp, 170
nyitó irányú kapcsolás, 150
nyugalmi indukció, 107

O, Ó, Ö, Ő

Ohm törvénye, 57
ohmos ellenállás, 130
optikai képalkotás, 198
optikai lencse, 199
optikai rács, 205
optikai szál, 194
orsó, 167
oszcilloszkóp, 217
önindukció, 112
önindukciós együttható, 114
örvényáram, 113
összetett szín, 203

P

p-n átmenet, 150
p-típusú adalékolás, 148
paramágneses anyag, 88
parsec (parszek), 373
Pauli-elv, 261
pályafeltétel, 250
párhuzamos fénynyaláb, 193
párhuzamos kapcsolás, 66
párkeltés, 315
periódusidő, 125
periódusos rendszer, 262
PET, 333
pillanatnyi teljesítmény, 117
Planck-állandó mérése, 225
planetáris köd, 350
plazma, 300
plánparalel lemez, 196
plutónium, 292
plutóniumbomba, 299
polarizáció, 12
polárszűrő, 206
ponttöltés, 11
potenciál, 19
potenciálkülönbség, 32
pozitron, 315
primer kör, 294
primer tekercs, 134
prizma, 196
protocsillag, 347
proton, 269
proton felfedezése, 269
proton-proton ciklus, 301
^{239}Pu maghasadása, 292.
pulzáló világegyetem modellje, 382
pulzár, 88

R

radioaktív bomlási törvény, 275
radioaktív család 281
radioaktív nyomjelzés, 330
radioaktív sugárforrások kezelése, 306
radiokarbon módszer, 282
rácsállandó, 205
rádióhullám, 176
rádiócsillagászat, 384
rádióteleszkóp, 384
reaktortartály, 294
relatív atomtömeg, 271
relatív permeabilitás, 88
relatív törésmutató, 193
rendszám, 269
replusz művelet, 67
rés, 253
rétegtranzisztor (bipoláris tranzisztor), 157
Römer, Olaf, 193
röntgencsillagászat, 393
röntgensugárzás, 176
rövidlátás, 200
rövidzárlati áram, 72
rubídium (^{87}Rb), 309
Rutherford, Ernest, 269
Rutherford-féle szórási kísérlet, 245
Rutherford-modell, 246

S

sajátvezetés, 147
sarki fény, 97
Schwarzshild-sugár, 355
segédfázis, 138
Snellius–Descartes törési törvény, 165
soros kapcsolás, 65
soros RLC, 132
sötét anyag, 381
sötét energia, 381
speciális relativitáselmélet I. alaptörvénye, 180
speciális relativitáselmélet II. alaptörvénye, 181
spektroszkópiai kettőscsillagok, 388
spinkvantumszám (m_s), 260
spirálgalaxis, 362
spontán maghasadás, 291
Standard Modell, 316
sugárzási tényező, 303
sugárzási zóna, 349

SZ

szabályozórudak, 295
szabálytalan alakú galaxis, 363
szekuláris egyensúly, 282
szekunder kör, 294
szekunder tekercs, 134
szem, 200
szétsugárzás, 315
Szilárd Leó, 293
szikrainduktor, 109
szingularítás, 354
szinkronmotorok, 138
színszóródás (diszperzió), 203
szlip, 138
szórólencse, 199
szubtraktív színkeverés, 203
szuperhalmaz, 363
szupernóva-robbanás, 352
szuperpozíció, 167
szuperpozíció-elv, 167
szupravezetés, 228

T

tárgytávolság, 198
távollátás, 201
technécium-99m-izotóp, 331
Tejútrendszer, 361
teljes elektromágneses színképek (spektrum), 176
teljes energia, 250
teljes visszaverődés, 166
teljes visszaverődés határszöge, 166
teljesítménytényező, 128
Teller Ede, 302
terjedési sebesség, 166
termikus neutron, 324
tévékészülék, 55
Thomson, J. J., 238
Thomson („mazsolás puding”) modellje, 245
tiltott sáv, 148
tiszta hang, 170
tolóellenállás, 58
tóriumsorozat, 281
többcsatornás csillagászat, 387
tömeg és az energia ekvivalenciája, 184
tömegdefektus, 270
tömeghiány, 270
tömegspektroszkópia, 98
tömegszám, 269
törésmutató, 186
transzformátor, 134
transzverzális (keresztirányú) hullám, 161
trióda, 150
turbina, 294

U, Ú, Ü, Ű

^{235}U maghasadása, 291
ultraibolya csillagászat, 386
ultraibolya hullám, 176
ultrahang, 171
univerzum kezdete, 379
univerzum korának becslése, 378
univerzum méretének becslése, 378
uránsorozat, 281
üzemanyag, 294
űrteleszkópok, 384

V

valódi kép, 198
váltakozó áram, 125
váltakozó áramú generátorok, 137
váltakozó áramú motorok, 138
váltakozó feszültség, 125
vákuum mágneses permeabilitása, 91
vákuum permittivitása, 11
vegyértéksáv, 149
veszteségteljesítmény, 134
vetítőkészülék, 200
vezeték nélküli töltés, 116
vezetési sáv, 148
vezetőképesség, 58
védőföldelés, 127
világegyetem nagy léptékű szerkezete, 364
világegyetem tágulásának kelő tészta modellje, 377
VIRGO, 383
Virgo szuperhalmaz, 363
visszaverődési törvény, 165
visszhang, 171
vonal menti, 161
vonalas színképek, 245
vörös óriás, 350
vörös szuperótiás, 352
vöröseltolódás, 375
vörös törpecsillag, 350

W

Weber, Wilhelm (1804–1891), 87
Wheatstone-híd, 74
Wilson-féle ködkamra, 305

Y

Y kapcsolás, 137
Young kétréses kisérlete, 230

Z

záró irányú kapcsolás, 150
zárt síp, 170
Zener-dióda, 153
Zipernowsky Károly, 134

Fotók és ábrák forrásjegyzéke

(Rövidítések: a = alsó, b = bal, f = felső, j = jobb)

Fotók

Shutterstock, ebből szerkesztői: 7a (James Kirkikis), 13 (Nordroden), 39 (Muhammad Anuar bin Jamal), 146f (Grzegorz Czapski), 153 (Grzegorz Czapski), 159 (Sorbis), 231ba (yykkaa), 235j (Galyamin Sergej), 268f (Roman Belogorodov), 280 (rook76), 290a (Belish), 317 (Belish)
kivéve:
Amazing Science: 93
American Physical Society: 219f (CC BY 4.0)
Cavendish Museum, Cambridge: 305b
ESA: 390
Flickr: 60 (oomlout/CC BY-SA 2.0), 117 (Ingrid Valda Taylar/CC BY 2.0), 208ja (foodriver/CC BY-SA 2.0), 209 (ToastyKen/CC BY 2.0)
Geminy Observatory: 360bf (Jon Lomberg)
ifj. Zátonyi Sándor: 119, 135f
Library of Congress: 187
NASA: 313ja, 350, 361, 365
Niedersächsische Staats und Universitätsbibliothek, Göttingen: 219a (CC0)
Sánta Balázs: 44, 73, 75, 81, 192k, 110, 112, 131, 161, 164, 167, 203j, 231j, 254ja
Semmelweis Egyetem Nukleáris Medicina Tanszék: 333
Therapystore: 90
US Department of Energy: 99
US Navy: 172ba
Vadász Sándor: 9, 12, 23–25, 26ja, 72, 85–86, 107, 113, 120, 127, 168, 173, 194–196, 201, 204ja, 205
Wellcome Collection: 235b (Patrick Baker/CC BY 4.0)
Wikimedia: 123 (Émile Alglave/CC0), 135a (CC0), 200 (CC0), 236 (C.T.R.Wilson/CC BY-SA 4.0), 254jf (CC0), 256ja (Jean-Christophe BENOIST/CC BY-SA 3.0), 306bf (CC0), 330 (CC0)

Grafikák

Hegedűs-Egeresi Ilona Lilla
kivéve:
Atlas of The Universe: 364 (Richard Powell)
LIGO: 383, 397b
NASA: 380
Shutterstock: 9bf, 43ba, 45j, 83, 95jf, 136, 139, 147b, 153ba, 155j, 169, 203ba, 215ba, 219j, 224bf, 233, 234ba, 234ja, 245jf, 247b, 249b, 249ja, 256bf, 260, 262, 269, 270b, 273–275, 291, 293, 294b, 300–301, 302j, 304, 307, 308j, 315–316, 317b, 318jf, 319, 320ja, 329j, 330, 336, 338–339, 342jf, 354, 357j, 358, 374, 381j, 382j
Szalóki Dezső: 7, 9ba, 10bf, 12, 14b, 14jf, 15, 17, 18b, 18jf, 19, 20bf, 20ja, 22-27, 39, 40j, 43jf, 45b, 53–55, 59, 71–72, 86, 91ba, 91ja, 92j, 96, 99ja, 108, 110j, 115j, 118j, 125, 127, 130–132, 134, 137–138, 147j, 148, 151ba, 154ba, 155ba, 161jf, 164, 165b, 167–168, 170j, 171ja, 172, 175–177, 187ja, 193ja, 194b, 195–201, 205–206, 215ja, 216–217, 220b, 223j, 225bf, 245b, 245ja, 246bf, 249jf, 270j, 271, 278ba, 280, 294jf
Wikimedia: 111 (Alfaomega/CC BY-SA 3.0 DE), 277b (Napy1kenobi/CC BY-SA 3.0), 387 (Cmglee/CC BY-SA 3.0)



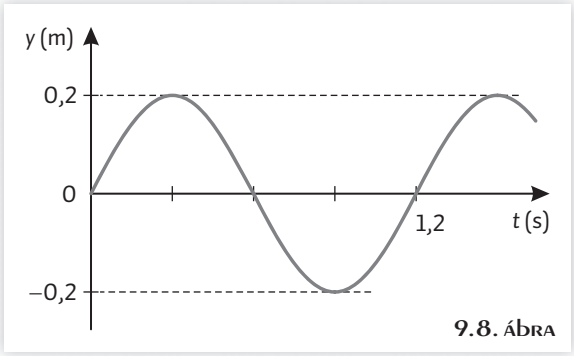
A középiskolai fizikatankönyvekhez feladatmegoldás gyakorlására, a közép- és emelt szintű érettségire való felkészülésre ajánljuk az OH-FIZ910GY raktári számú **Fizika feladatgyűjtemény középiskolásoknak** című kiadványunkat.

A könyvben szereplő feladatok megfelelnek a középiskolai kerettantervnek.

Az emelt szintű érettségi anyagát feldolgozó feladatok sorszáma fekete helyett szürke.

Az egyes fejezetek feladattípusai:

Alapozófeladatok



9.8. ábra

9.8. | Az ábra egy harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont kitérését mutatja az idő függvényében.

a) Mekkora a test legnagyobb sebessége és a mozgás periódusideje?

b) Adjuk meg és ábrázoljuk a sebesség-idő és a gyorsulás-idő függvényeket!

9.9. | A következő függvény egy harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont gyorsulását adja meg az idő függvényében:

$a(t) = -3{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin\left(4\frac{1}{\text{s}} \cdot \text{t}\right)$.

a) Adjuk meg a mozgás periódusidejét, amplitúdóját, legnagyobb sebességét!

b) Ábrázoljuk a gyorsulás-idő függvényt!

c) Adjuk meg és ábrázoljuk a kitérés-idő és sebesség-idő függvényeket!

9.10. | A versenyautó motorjának dugattyúja percenként 12 000 teljes rezgést végez. A lökethossza 120 mm. A henger melyik részében és mekkora a dugattyú legnagyobb sebessége és legnagyobb gyorsulása?

Gyakorlófeladatok

10.64. ábra



10.64. | Egy elektromos csengőbe sorosan két egyforma, 80 menetes, 5 cm hosszú, 1 Ω-os vasmagos tekercset kapcsoltak, amit a mellékelt képen láthatunk. A két tekercs és a kalapács elrendezésére úgy tekinthetünk, mint egy körtekercsre, melynek középkörkerülete 18 cm. A tekercsek vasmagjának relatív permeabilitása 200. A csengőt 12 V-os egyenfeszültségre kapcsoljuk. Megszólal-e a csengő a nyomógomb megnyomásával, ha a kalapács kimozdításához legalább 300 mT mágneses erőtér szükséges?

10.65. | Egy automata biztosíték elektromágnese az 500 mT nagyságú mágneses indukcióvektor értéket elérve szakítja meg az áramkört. Hány amperes a biztosíték, ha 1 cm átmérőjű vasmagjára egy 30 cm hosszú és 3 mm átmérőjű vezetéket tekertek úgy, hogy az egyes menetek szorosan egymás mellett legyenek? A vasmag a tekercs mágneses erősségét 200-szorosára növeli.

10.66. | Két azonos hosszúságú alumíniumdrót átmérőjének aránya 2 : 1. Mindkettőt azonos átmérőjű hengerre csévéljük egyszeresen, szorosan, hogy a menetek egymás mellett legyenek. Mindkét tekercsre ugyanakkora feszültséget kapcsolunk. Mekkora az így keletkezett két elektromágnes mágneses indukcióvektorának aránya?

Tesztek

11.138. | A villámlás fénye vagy hangja érkezik hozzánk hamarabb?

A) Hangja.
B) Egyszerre érkeznek.
C) Fénye.

11.139. | Kiterjedt fényforrás fénye esik egy tárgyra. Mi a különbség a tárgy mögött kialakuló teljes árnyék és félárnyék között?

A) A teljes árnyékban lévő helyre a fényforrás minden pontjából érkezik fény, a félárnyékba csak a fényforrás feléről.
B) A teljesen sötét (teljes árnyék) és a teljesen világos közti átmeneti részt nevezzük félárnyéknak.
C) A teljes árnyékban lévő pontokba érkező fények teljesen kioltják egymást, a félárnyékban csak részben.

Esszékérdések

12.93. | *A foton és az elektron kettős természete*

Ismertesse a fény természete körül zajló fontosabb fizikatörténeti vitákat! Térjen ki a fény hullámtermészetét eldöntő kísérletre, majd a részecsketermészet melletti érvekre! Az elektronnal kapcsolatban is ismertessen olyan jelenségeket és kísérleteket, amelyek a részecske-, illetve a hullámtermészet mellett bizonyító erejűek! A fejtegetés közben ne feledkezzen meg a legfontosabb fizikusok korban való elhelyezéséről sem! (Az elektron felfedezésének körülményeit nem kell ismertetnie.)

12.94. | *Az atommodellek fejlődése*

Ismertesse röviden a Thomson-féle atommodelltől a kvantummechanikai atommodellig a legfontosabb atommodelleket a következő szempontok szerint!

a) Mi a modell előzménye?
b) Mi a modell lényege?
c) Mire adott választ?
d) Mik voltak a hiányosságai? Mi volt a cáfolata?

(Az esszé során Thomson, Rutherford, Bohr és de Broglie modelljét kell érintenie.)

Kihívást jelentő feladatok

13.93. | Egy volt titkos ügynököt polonium-210-essel gyilkoltak meg úgy, hogy teájába tettek mintegy 10 μg ^{210}Po-t. A polónium adott izotópjának felezési ideje 138 nap. Lényegében csak α-sugárzást bocsát ki, bomlásonként 5,2 MeV energiával.

a) Mennyi volt a 80 kg-os ügynök egyenértékdózisa (biológiailag hatásos dózisa), ha december 1-jén mérgezték meg, és december 18-án hunyt el? Hányszorosa volt a dózis a halálosnak tekintett 10 Sv dózisnak? A polónium biológiai kiürüléséről még nincsenek tapasztalatok, vegyük úgy – némileg talán túlbecsülve –, hogy a szervezetébe került polónium $\frac{9}{10}$ része nagyon rövid idő alatt kiürült, a többi felhalmozódott. Az α-sugárzás minőségi tényezője 20.
b) A rendőrség által felkért fizikusok azt is meg tudták állapítani, hogy a polónium-izotópot mikor állították elő. Hogyan állapítható meg az előállítás időpontja?

13.94. | Egy nyugvónak tekinthető ^{222}Rn atom elbomlik α-bomlással. Mennyi lesz a bomlást követően az α-részecske sebessége? Adottak az egyes egy nukleonra jutó kötési energiák: ^{222}Rn: 7,694 MeV; ^{218}Po: 7,731 MeV; α-részecskének: 7,0739 MeV.