



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi
Egyetem



Mérési gyakorlat

A Magyar Nukleáris Társaság által
szervezett tanártoábbképzésen
2024 tavasz

Dr. Sükösd Csaba (BME NTI)

Gulyás Attila (EK-CER)

Dr. Borbély Venczel (Szentendre)



Tartalomjegyzék

- Mérési feladat
- Méréssel kapcsolatos fogalmak (hatásfok, háttér, kalibráció)
- Mérőprogram kezelése
- Mérési adatok kiértékelése
- A beütésszámok statisztikus jellege.
Poisson eloszlás várható értéke és szórása
- A GM-cső működése
- Radioaktív mérések az iskolában. Hogyan és miért?



Mérési feladat

Határozzuk meg egy műtrágya K_2O ekvivalens kálium-tartalmát GM-csővel!
Adjuk meg a meghatározott ismeretlen koncentráció bizonytalanságát is!

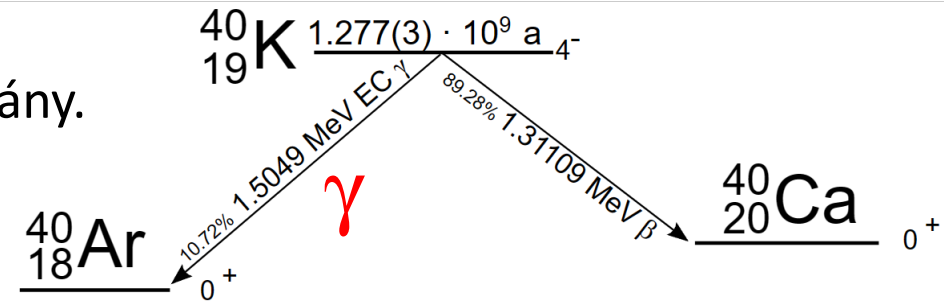
Mi teszi lehetővé, hogy GM-csővel kálium-tartalmat mérjünk?

A ${}^{40}_{19}\text{K}$ izotóp **radioaktív**, felezési ideje $1,28 \cdot 10^9$ év.

A természetes kálium ${}^{40}_{19}\text{K}$ tartalma: $1,2 \cdot 10^{-4}$ atomarány.

Egy mólnyi (kb. 39 g) természetes K aktivitása:

$$A = \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2}} = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,693}{1,28 \cdot 10^9 \cdot 365,24 \cdot 86400} \approx 1240 \frac{1}{\text{s}}$$



De csak a bomlások 10,72%-a vezet γ -kibocsátáshoz, így egy mólnyi káliumból másodpercenként átlagosan csak kb. 133 γ -foton kibocsátása várható.

Ezeket a gammákat tudjuk detektálni GM-csővel!



Detektálási hatások

Teljes detektálási hatások:

$$\mathcal{E}_{teljes} = \frac{\text{(detektált részecskeszám)}}{\text{(kibocsátott részecskeszám)}}$$

A teljes detektálási hatások két részből áll:

Geometriai hatások:

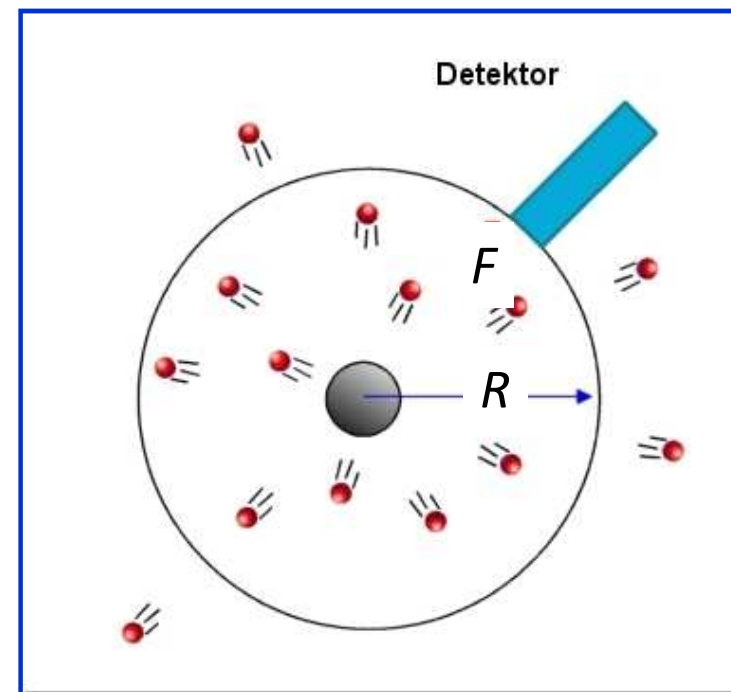
Azt fejezi ki, hogy a forrásból kibocsátott részecskék hányad része **éri el** a detektort.

$$\mathcal{E}_G = \frac{\text{(detektort elérő részecskeszám)}}{\text{(kibocsátott részecskeszám)}}$$

Pontszerű forrás és kis méretű, távoli detektor esetén egyszerűen meghatározható:

$$\mathcal{E}_G = \frac{F}{4\pi R^2}$$

Itt R a forrás-detektor távolság, F pedig a detektor érzékeny felülete (a forráshoz húzott egyenesre merőlegesen)





Detektálási hatások

Bonyolultabb geometria (kiterjedt forrás és/vagy detektor) esetén a geometriai hatások csak bonyolultabb számítással határozható meg. (Pl. Monte-Carlo szimuláció).

Belső (intrinsic) hatások

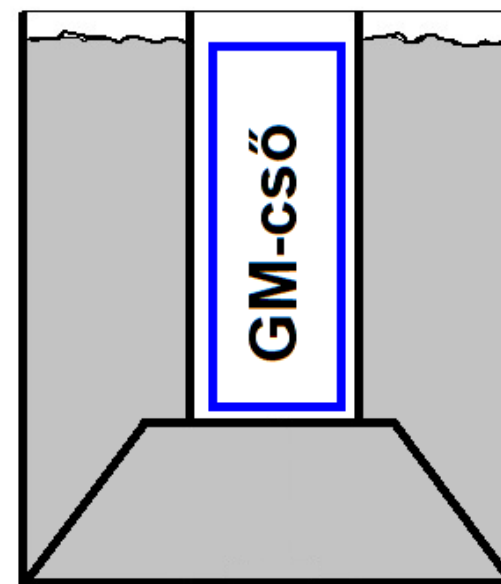
A detektor általában nem detektál minden ráeső részecskét (a nagy hatótávolságú részecskék egy része áthalad a detektoron)

$$\varepsilon_{int} = \frac{\text{(detektált részecskeszám)}}{\text{(detektort elérő részecskék száma)}}$$

A teljes hatások tehát: $\varepsilon_{teljes} = \varepsilon_G \cdot \varepsilon_{int}$

Probléma!

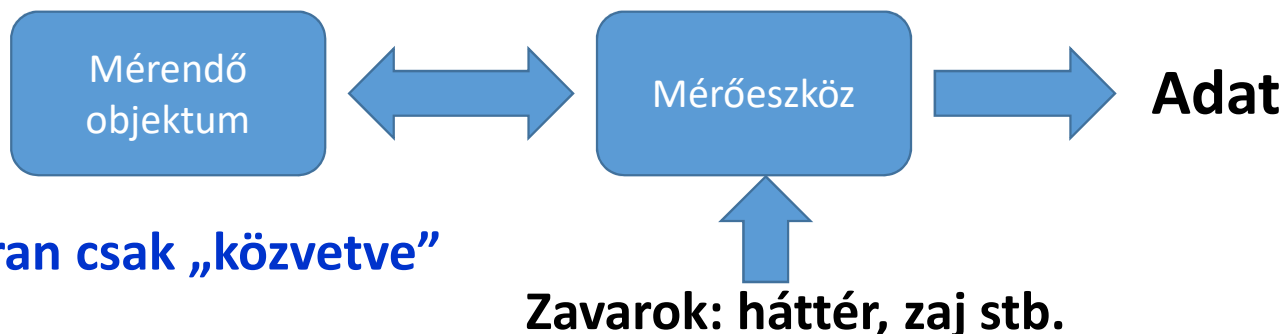
A mi geometriánknál nem ismerjük a geometriai hatásfokot!
A GM-cső intrinsic hatásfokát sem ismerjük a ^{40}K -ból jövő gamma-fotonokra!





Sugárzási háttér, kalibráció

Egy mérés általános sémája:



A mérőeszközből kijövő adat gyakran csak „közvetve” tartalmazza a kívánt információt

Például: ha mérni akarjuk egy műtrágya K_2O ekvivalens kálium-koncentrációját, a GM-cső csak **beütésszámot** ad (bizonyos idő alatt).

A koncentráció meghatározásához ismerni kellene:

- A GM-cső teljes detektálási határfokát (geometriai + intrinsic) ?
- A káliumtartalom és az aktivitás összefüggését (kiszámítottuk) ✓
- A minta „önabszorpcióját” (hát ez mi?) ?
- A sugárzási háttér (mérhető)

Megoldás:
Összehasonlítás
etalonokkal
(**kalibráció**)



Sugárzási háttér, kalibráció

Kalibrációs mérésnél fontos:

Minden, közvetlenül nem ismert (és nem mérhető) paraméter legyen azonos a mérendő objektum és az etalonok között.

Legyen ugyanaz:

- A detektálási összeállítás geometriája (geometriai határfok azonossága)
- A GM-cső (intrinsic határfok azonossága)
- A káliumtartalom és az aktivitás összefüggése (**fizikailag azonos**)
- A minta átlagos „sűrűsége” (önabszorpció azonossága)
- A sugárzási háttér (**mérhető**)

Feltételezés: Ha a fenti feltételek teljesülnek, akkor

az időegységre eső beütésszám a káliumtartalom lineáris függvénye



Mérési feladat lépései

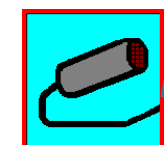
Rendelkezésre álló eszközök:

- 0% és 60% K_2O ekvivalens koncentrációt tartalmazó műtrágyák (etalonok)
- A GM-cső + kezelőprogram
- Mintatartó edény („Marinelli”-edény)
- Munkavédelmi maszk és szemüveg (a műtrágya az öntés során porlik)

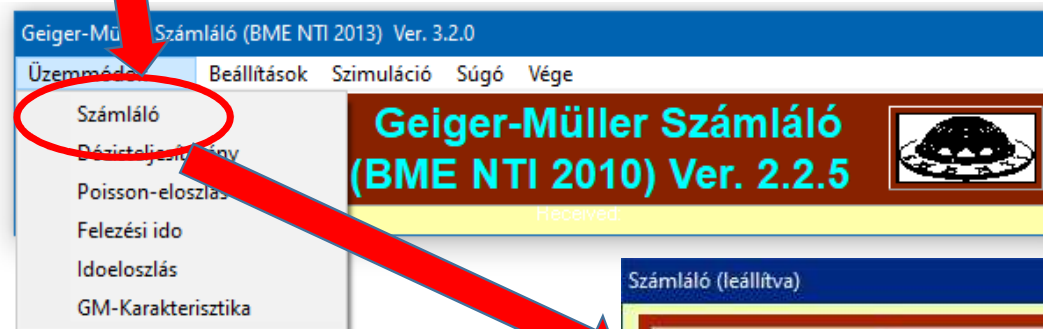
A mérés javasolt lépései:

- Mérjük egy „tájékoztatósi” háttérrel a 0% koncentrációval (**miért nem anélkül?**)
- Határozzuk meg, hogy mennyi ideig kell mérjük, hogy a 0%-nak megfelelő beütésszámot 5% bizonytalansággal meg tudjuk határozni (**hogyan?**)
- Mérjük meg a másik „etalonnak” – a 60% koncentrációjú anyagnak – megfelelő (időegységre eső) beütésszámot is legfeljebb 5%-os bizonytalansággal!
- Mérjük meg a beütésszámokat az ismeretlen mintával!
- A mért értékek alapján határozzuk meg az ismeretlen koncentrációt és a bizonytalanságát!

A mérőprogram kezelése



GM_Tube





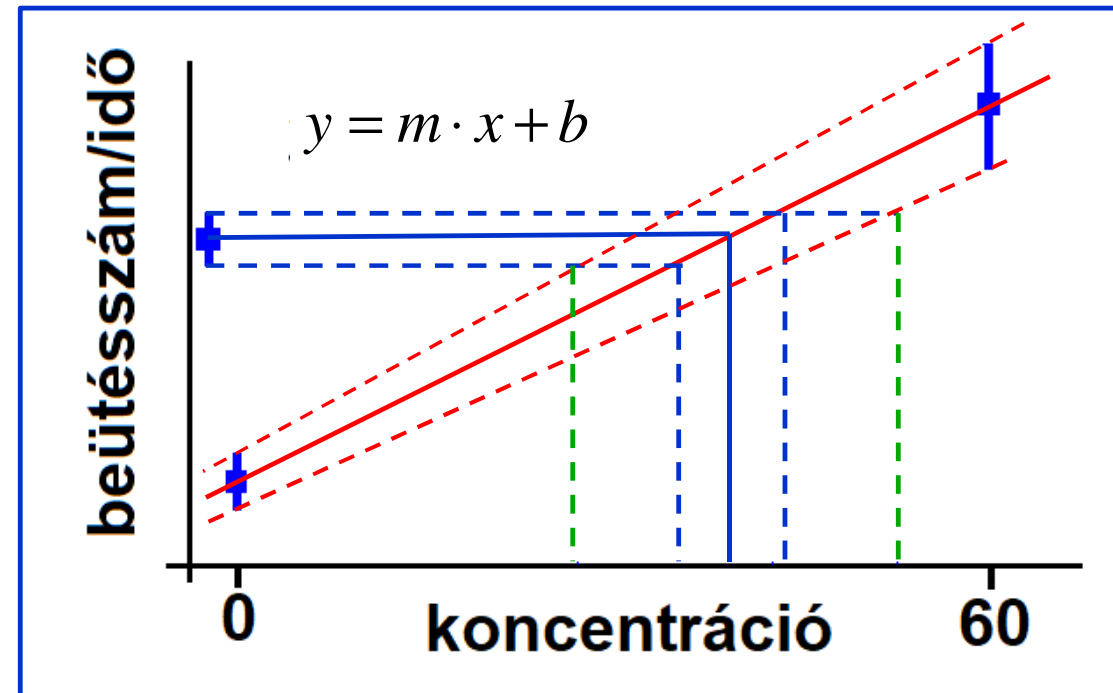
Mérési feladat kiértékelése

Statisztikai számításokkal:

- Mérési bizonytalanságok,
- hibaterjedések figyelembe vételével
- Konfidencia megadásával

Iskolában:

- Grafikusan (nem annyira korrekt, mint a fenti, de a gyerekek jobban megértik a lényegét)





Radioaktív mérések az iskolában

Alapeset az, hogy mesterséges izotópokat lehetőleg ne vigyünk be az iskolába. (EU-ban eléggé szigorú szabályozás van)

Következmény: csak „természetes” radioaktivitással szabad kísérletezni. Ezek viszont nagyon kis aktivitásúak – nehéz velük mérni.

Miért érdemes?

- Segít leküzdeni az ismeretlentől való **félelmet** a diákokban
- Kiváló példa a mikrofizikai folyamatok **valószínűségi** jellegére
- Jól lehet vele **tanítani** mérésekkel kapcsolatos fogalmakat (várható érték, szórás, bizonytalanság, hiba...)



**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi
Egyetem**



Köszönöm a megtisztelő figyelmet!

Email: sukosd@reak.bme.hu



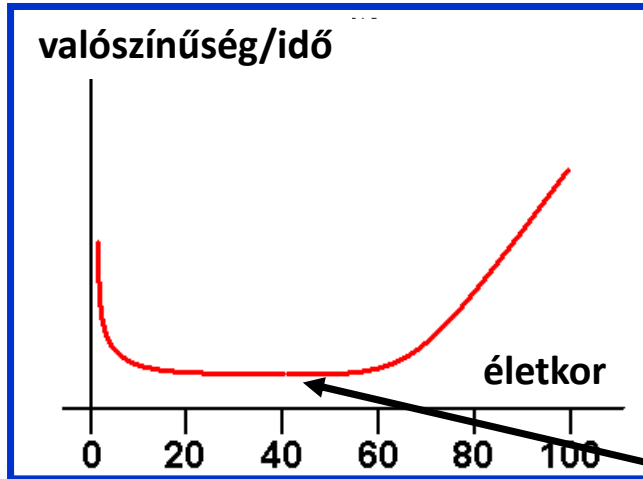
A radioaktív bomlás statisztikus jellege

Embereknél a $\frac{\text{bomlási valószínűség}}{\text{idő}}$
függ az időtől (az egyén életkorától)

Meghalási valószínűség bizonyos idő alatt:

$$\Delta p \cong -\Delta N / N(t) \quad (\text{itt } N(t) = \text{egy adott korcsoportba tartozó populáció számossága})$$

Fiatal emberekre ez nagyjából konstans
(> 0 , mert **véletlen** balesetek, stb. is vannak)



Az atommagok örökifjak!

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\text{bomlási valószínűség}}{\text{idő}} = \lambda = \text{konstans [1/s]} \quad \text{Bomlási állandó}$$

$$\frac{dp}{dt} \cong -\frac{(dN/N)}{dt} = \lambda \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t) \quad \Rightarrow \quad N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$



A radioaktív bomlás statisztikus jellege

Felezési idő:

Az a T idő, amely alatt az atommagok fele elbomlik.

$$N(T) = N_0 \cdot e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$

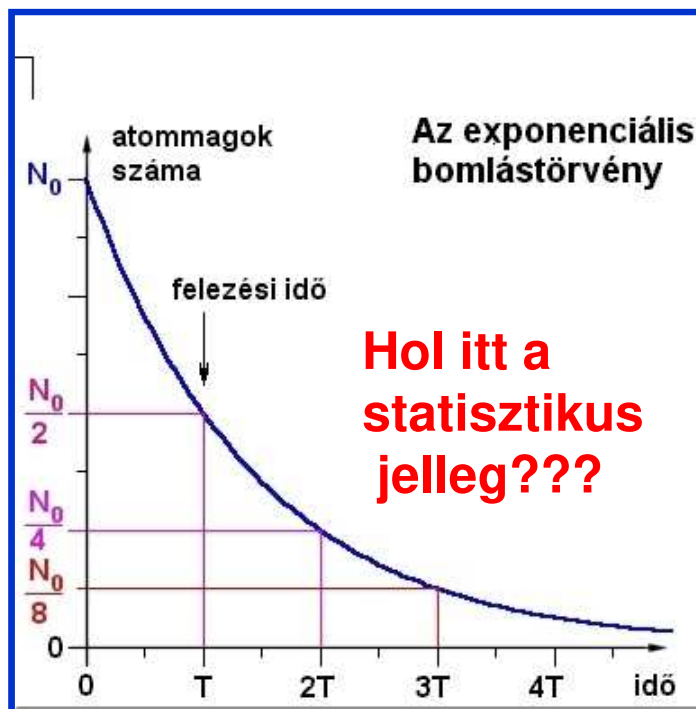
A második egyenletből: $e^{\lambda T} = 2$

Logaritmálva:
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Aktivitás:

A bomlások száma időegység alatt:
$$A = -\frac{dN}{dt}$$

Az aktivitás egysége: 1 Bq = 1/s



(Becquerel)

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$



Poisson eloszlás

A radioaktív bomlás **sztochasztikus** (valószínűségi) folyamat!

(leírható a **bomlási állandó = bomlási valószínűség/idő**: (λ) fogalmával)

- **Egyetlen** atom bomlásának pontos időpontja nem megmondható!
- Az exponenciális bomlástörvény csak **nagy számú** részecske esetén érvényes!

A **Poisson-eloszlás** megadja annak a valószínűségét, hogy

- **pontosan** k bomlás történjen
- egy a aktivitású forrásban
- t idő alatt.

$$P(k, at) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}$$

Akkor érvényes, ha az a aktivitás állandónak tekinthető $(t \ll T_{1/2})$

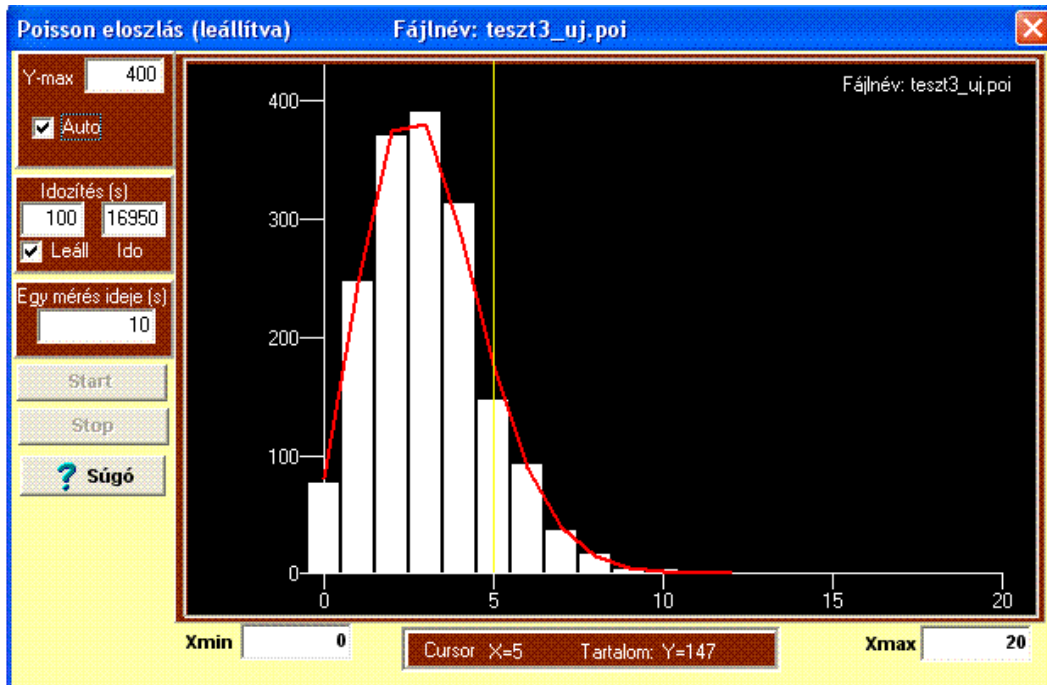


A beütésszámok várható értéke és szórása

$$P(k, at) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}$$

A k várható értéke: $\langle k \rangle = a \cdot t$

És a k szórása: $\sigma_k = \sqrt{a \cdot t}$



Jegyezzük meg!! $\sigma_k = \sqrt{\langle k \rangle}$

A szórás a várható érték négyzetgyöke!

Példa: Ha (bizonyos idő alatt) a bomlások számának várható értéke $N = 100$, akkor a megfigyelt bomlások száma nagy valószínűséggel (~67%) 90 és 110 között lesz

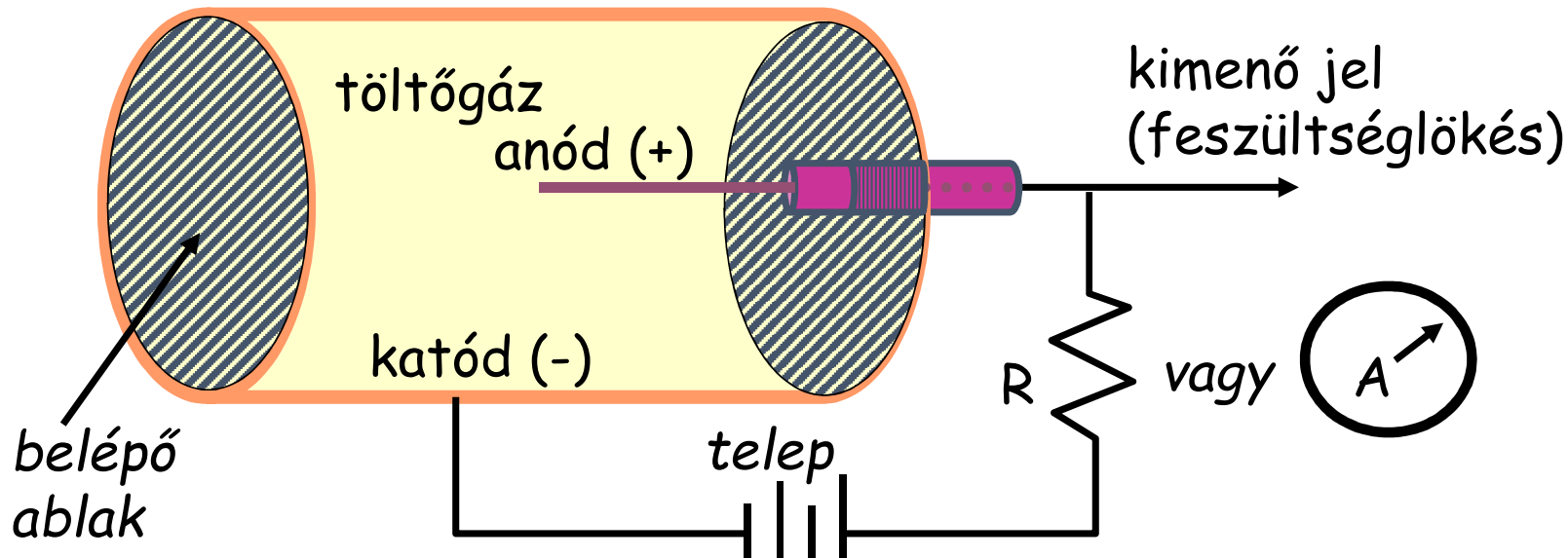
<https://sukjaro.hu/SCsaba/Radioaktivitas/Radioaktivitas.htm>





A GM-cső működése

- A GM-cső a **gáztöltésű detektorok** egyik fajtája.
- Az ionizáló részecskék a gázban **elektron-ion** párokat keltenek
- A gázban lévő elektródok elektromos tere ezeket **szétválasztja** és **begyűjti**
→ elektromos áramlökés keletkezik
- Az elektromos áramlökést elektronikusan **erősítjük**
- Az erősített impulzusokat **feldolgozzuk** (megszámláljuk)





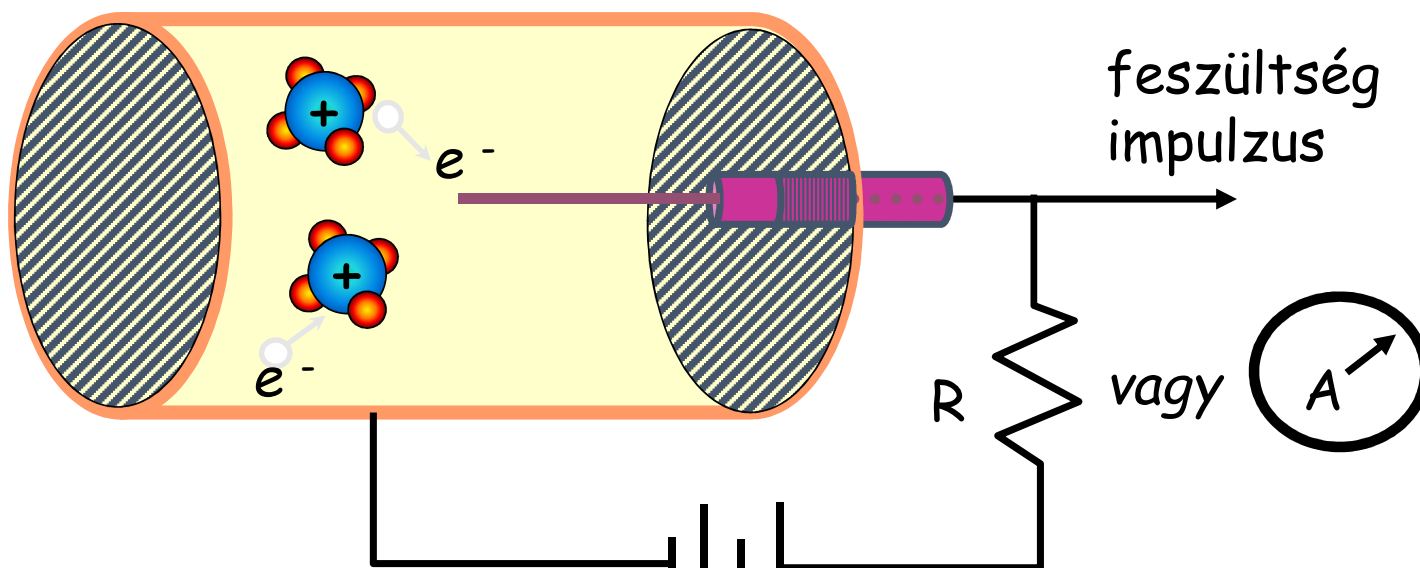
A GM-cső működése

Néhány fontos folyamat a gázban

1) A begyűjtés **ellen** dolgozik a **rekombináció**

(ionok ismét találkoznak elektronokkal, és a már szétvált töltések újra egyesülnek)

Emiatt **elég nagy térerősség kell** a töltések teljes begyűjtéséhez



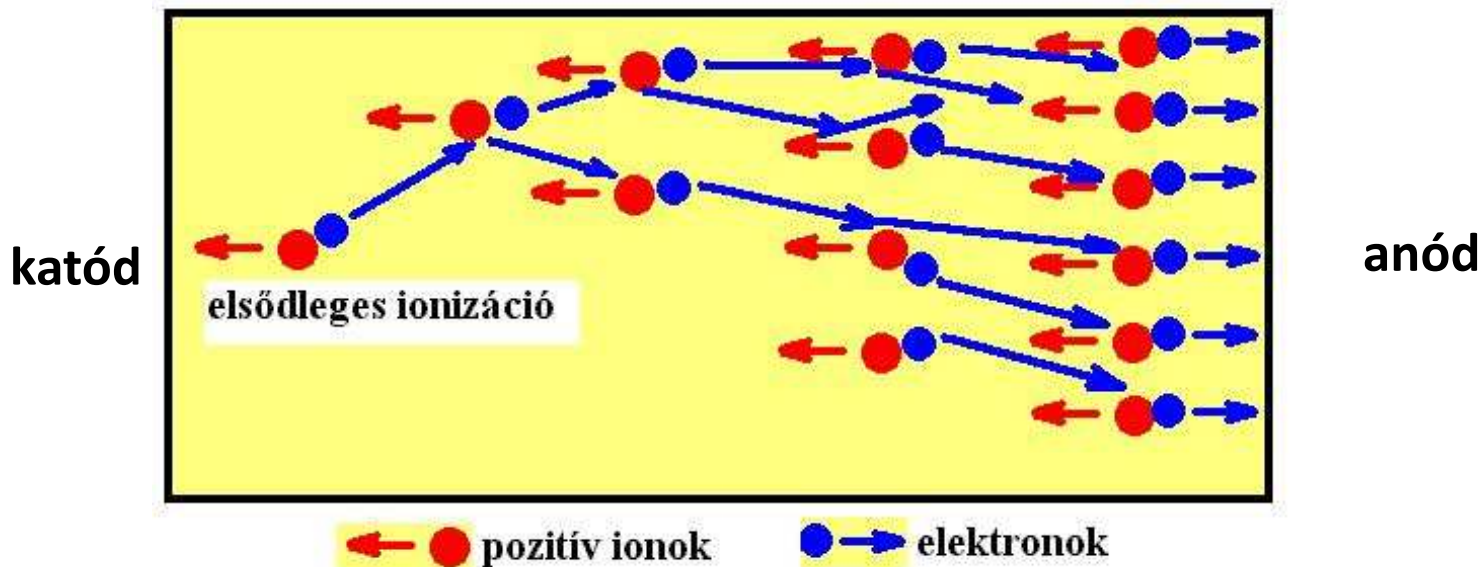


A GM-cső működése

2) Gázerősítés (lavina-folyamat)

- Nagy térerősség \longrightarrow az elektronok két ütközés között nagy mozgási energiát nyernek
- **másodlagosan ionizálnak**, új elektron-ion pár keletkezik.
- **több töltést** lehet begyűjteni, mint amit a detektált részecske választott szét eredetileg

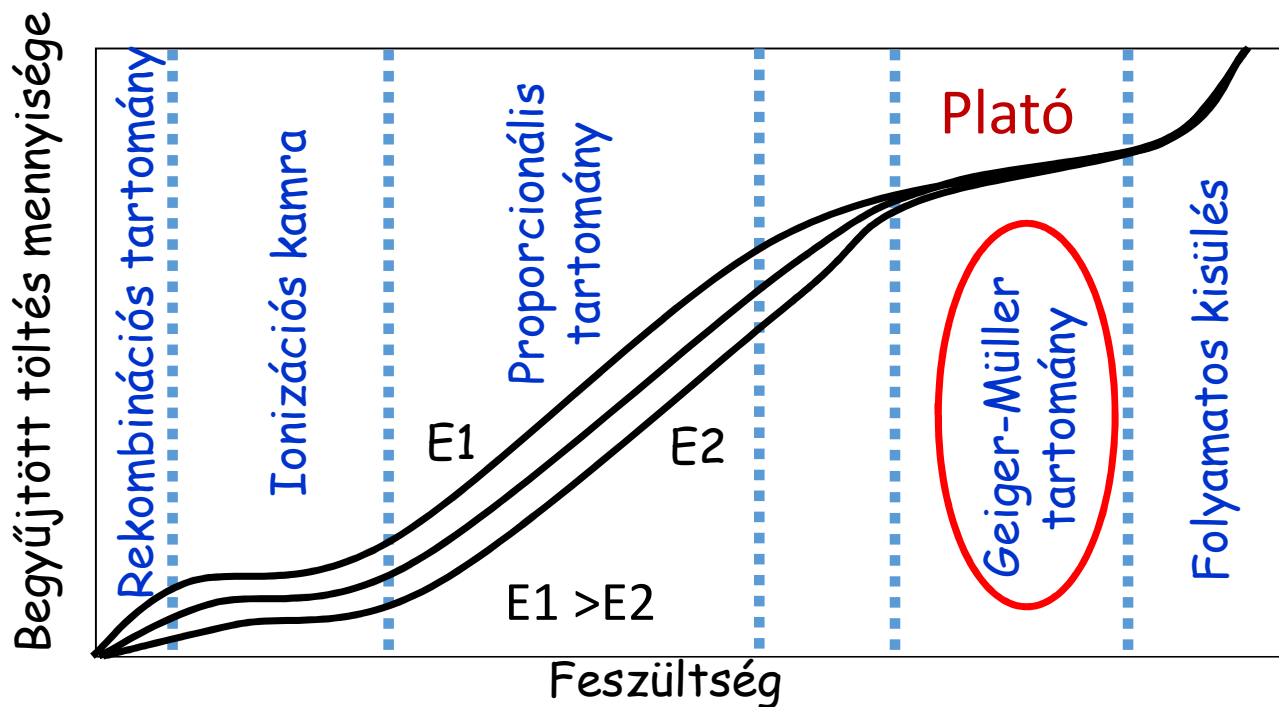
Lavinafolyamat gázokban





A GM-cső működése

Ezek eredményeképpen a jelek amplitúdója (begyűjtött töltés mennyisége) a következőképpen függ a detektorra adott feszültségtől (detektor **karakterisztika**)





A GM-cső működése

A gáztöltésű detektorok típusai:

- **Ionizációs kamra**

minden elsődleges töltést és iont begyűjtünk, de csak azt!

Kis amplitúdójú jelek, nagy utóerősítés kell.

Részecske által leadott energia mérésére alkalmas

- **Proporcionális kamra**

gázerősítés még a proporcionális tartományban

nagyobb amplitúdójú jelek

Energiamérésre alkalmas

- **Geiger-Müller számláló** (GM-cső)

nagy gázerősítés, nagy amplitúdójú jelek

amplitúdó független a gázban leadott energiától

Energiamérésre nem alkalmas, csak részecske számlálásra

